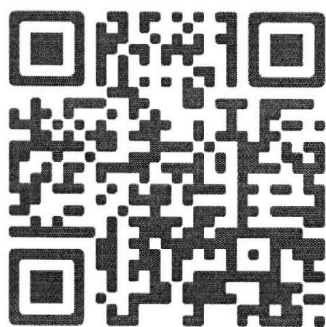




МОСКОВСКИЙ
ФИЗИКО-ТЕХНИЧЕСКИЙ
ИНСТИТУТ

ОЛИМПИАДА "ФИЗТЕХ"
ПО МАТЕМАТИКЕ

10 КЛАСС. Вариант 5



1. [4 балла] Ненулевые числа x, y, z удовлетворяют системе уравнений

$$\begin{cases} xy = 3z + z^2, \\ yz = 3x + x^2, \\ zx = 3y + y^2. \end{cases}$$

Найдите все возможные значения выражения $(x+3)^2 + (y+3)^2 + (z+3)^2$, если известно, что система имеет хотя бы одно решение в ненулевых числах.

2. [2 балла] Десятичная запись натурального числа n состоит из 40 000 девяток. Сколько девяток содержит десятичная запись числа n^3 ?
3. [5 баллов] Окружность ω с диаметром AB пересекает сторону BC остроугольного треугольника ABC в точке D . Точка F выбрана на отрезке AC так, что $DF \perp AC$, а E — точка пересечения отрезка DF с окружностью ω , отличная от D . Найдите AF , если $AC = 10$, $AB = 6$, $BE = 5$.
4. [4 балла] В телеигре ведущий берет несколько коробок и ровно в три из них кладет по одному шарик. Игрок может указать на пять коробок и открыть их. Если в этих коробках лежат все три шарика, то игрок выигрывает. Игроку разрешили открыть шесть коробок. Во сколько раз увеличилась вероятность выигрыша игрока?
5. [5 баллов] Найдите все значения параметра a , при которых корни уравнения $x^2 - (a^2 - a)x + a - 5 = 0$ являются пятым и шестым членами некоторой непостоянной арифметической прогрессии, а корни уравнения $4x^2 - (a^3 - a^2)x + 2a^4 + 2a^2 - a^6 - 4 = 0$ являются третьим и восьмым членами этой прогрессии.
6. [5 баллов] На координатной плоскости построена фигура Φ , состоящая из всех точек, координаты $(x; y)$ которых удовлетворяют неравенству $\left|x - \frac{15}{2} + \frac{y}{6\sqrt{3}}\right| + \left|x - \frac{15}{2} - \frac{y}{6\sqrt{3}}\right| \leq 3$. Фигуру Φ непрерывно повернули вокруг начала координат на угол π против часовой стрелки. Найдите площадь фигуры, которую замела фигура Φ при этом повороте.
7. [6 баллов] На гипотенузе BC прямоугольного треугольника ABC выбраны точки P и Q так, что $AB = BP$, $AC = CQ$. Внутри треугольника ABC выбрана точка D , для которой $DP = DQ$, а $\angle PDQ = 90^\circ$. Найдите $\angle DBC$, если известно, что $\angle DCB = 20^\circ$.



На одной странице можно оформлять только одну задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.

1 ☒ 2 ☐ 3 ☐ 4 ☐ 5 ☐ 6 ☐ 7 ☐

СТРАНИЦА
3 из 3

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

№1- продолжение

$$x^2 + 6x + 9 + y^2 + 6y + 9 + z^2 + 6z + 9 =$$

$$x^2 + 3x + 3x + 9 + y^2 + 3y + 3y + 9 + z^2 + 3z + 3z + 9 = yz + xy + xz + 3(x+3) + 3(y+3) + 3(z+3) =$$

Сложив все в одну систему.

$$= xy + yz + xz + 3(x+y+z) + 27 \quad \text{--- (1)}$$

$$xy + xz + yz = x^2 + y^2 + z^2 + 3(x+y+z)$$

$$(x+y+z)^2 = x^2 + y^2 + z^2 + 2xy + 2yz + 2xz$$

$$\begin{aligned} & \downarrow \\ & xy + yz + xz + xy + xz + yz - x^2 - y^2 - z^2 = 27 \\ & (x+y+z)^2 - x^2 - y^2 - z^2 = 27 \\ & (x+y+z)^2 - 2(x^2 + y^2 + z^2) = 27 \end{aligned}$$

по Тл Виета $x+y+z = -3$

$$xy + yz + xz = 0$$

$$\Rightarrow 0 + 3 \cdot (-3) + 27 = 27 - 9 = 18 - \text{единственное}$$

значение при $x, y, z \neq 0$

Ответ: 18



На одной странице можно оформлять **только одну** задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.

1 ☒ 2 ☐ 3 ☐ 4 ☐ 5 ☐ 6 ☐ 7 ☐

СТРАНИЦА
1 из 3

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

~1

~~Сложим все уравнения на 2 и сложим все 3 уравнения~~

~~$$2xy + 2xz + 2yz = 6x + 6y + 6z + 2x^2 + 2y^2 + 2z^2$$~~

~~$$x^2 - 2xy = x^2 - 6x - y^2 - 6y - z^2 - 6z = x^2 + y^2 + z^2 - 2(xy + yz + xz)$$~~

~~$$-6x - 6y - 6z = x^2 - 2xy + y^2 + x^2 - 2xz + z^2 + y^2 - 2yz + z^2$$~~

~~$$+ 6(xy + yz + xz) = (x - y)^2 + (x - z)^2 + (y - z)^2$$~~

~~$$\text{справа} > 0 \Rightarrow \text{слева} > 0 \Rightarrow (x + y + z) < 0$$~~

$$\begin{cases} xy = 3z + z^2 \quad | \cdot z \\ yz = 3x + x^2 \quad | \cdot x \\ zx = 3y + y^2 \quad | \cdot y \end{cases}$$

$$\begin{cases} xyz = 3z^2 + z^3 \\ xyz = 3x^2 + x^3 \\ xyz = 3y^2 + y^3 \end{cases}$$

Рассмотрим функцию

$$f(x) = 3x^2 + x^3$$

при $x > 0$ $3x^2$ - мон $\uparrow$ x^3 - мон $\uparrow$ $f(x)$ $\uparrow$

тогда в 3-х местах $f(x)$ принимает одинаковые значения $xyz \Rightarrow$

$\Rightarrow$ может эти точки совпадать если $x, y, z > 0$, тогда

$$x^2 = 3x + x^2 \quad \text{и } x > 0 \quad x = 0 \Rightarrow z^2 \text{ и значит хотя бы 1 из } f(x) < 0.$$

Если 1 число < 0 (например x) то $xy < 0$ т.к. $y > 0$, а $3z + z^2 > 0$ т.к. $z > 0$

и отриц = полож.

Тогда либо 2 либо 3 числа < 0 .

найдем Т. макс, минимизируя $f(x)$ $f'(x) = 6x + 3x^2$

$$f'(x) = 0$$

~~$$x^2(x+6) = 0 \quad 3x(2+x) = 0$$~~

~~$$\begin{cases} x = 0 \\ x = -6 \end{cases} \quad \begin{cases} x = 0 \\ x = -2 \end{cases}$$~~

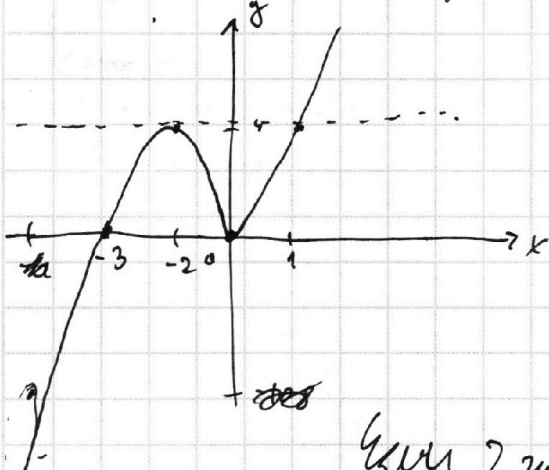
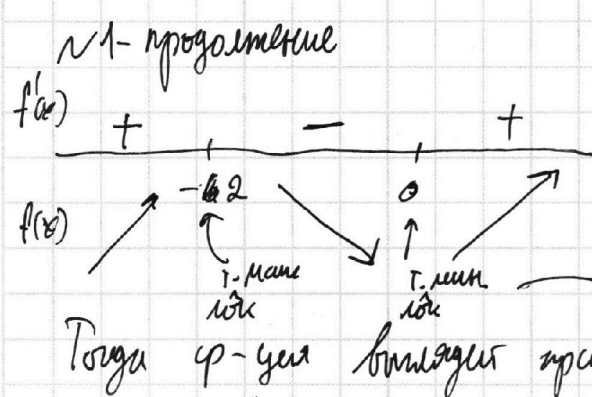


На одной странице можно оформлять **только одну** задачу. Отметьте **крестиком** номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.

1 ☒ 2 ☐ 3 ☐ 4 ☐ 5 ☐ 6 ☐ 7 ☐

СТРАНИЦА
2 из 3

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!



Найдем нули $f(x)$

$$f(x) = 0$$

$$x^3 + 3x^2 = 0$$

$$x(x+3) = 0$$

$$\begin{cases} x = 0 \\ x = -3 \end{cases}$$

$$f_{\text{max}} = f(-2) = -108$$

$$f_{\text{min}} = f(0) = 0$$

При $x < -3$ $f(x)$ мон.

тогда если $x, y, z < -3$ то они

более совпадают и

это значит $x = y = z = 0$.

Если 2 числа совпадают, укажем это $f(x) = 4$

($x=y=0$ не может быть, так как $x, y, z < -3$) и $x \neq y = -2$ а $z = \frac{f(x)}{xy} = 1$ получим

теперь нам нужно выбрать наше число $A = f(x)$ от 0 до 4, чтобы

корни уравнения $f(x) = A$ давали в произведение A .

$x^3 + 3x^2 - A = 0$ по т. Виета для многочленов больших степеней

произведение данных корней будет давать $-A$

$$xyz \in (0; 4]$$

$$\frac{xyz}{z} = 3z + z^2 \mid z \neq 0$$

$$xyz = 3z^2 + z^3$$

$$z^3 + 3z^2 - A = 0$$

$$(x+3)^2 + (y+3)^2 + (z+3)^2 =$$

$$= 1 + 1 + 16 = 18$$



На одной странице можно оформлять **только одну** задачу. Отметьте **крестиком** номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении **каждой** задачи **отдельно**.

1 2 3 4 5 6 7
☐ ☒ ☐ ☐ ☐ ☐ ☐

СТРАНИЦА
1 из 1

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются **отдельно**. Порча QR-кода недопустима!

N2

Число состоящее из 40.000 девяток можно представить в виде

$$10^{40.000} - 1, \text{ тогда оно в кубе даст } (10^{40.000} - 1)^3 =$$

$$= 10^{120.000} - 3 \cdot 10^{80.000} + 3 \cdot 10^{40.000} - 1. \text{ Это мы и получим}$$

$$\underbrace{1000 \dots 03000 \dots 0}_{40.000 \text{ и } 80.000 \text{ и } 40.000 \text{ и } 40.000} \text{ вычитаем число } \underbrace{300000 \dots 01}_{80.000 \text{ и } 40.000}$$

$$\begin{array}{r} 1000 \dots 0000 \dots 0030000 \dots 00 \\ - 3 \dots 00000000 \dots 001 \\ \hline 999 \dots 9997 \dots 0029999 \dots 999 \end{array}$$

Занимаем единицу у старшего разряда до 1 тройки

у тройки остался только 2.

дойдя до 3 снизу занимаем занимаем пять до самой первой 1

Итого получили в первой 40.000 - ве девятках, во второй 40.000 двойках и в нули, в третьей 40.000 семерках и все девятки.

$$\text{Итого } 40.000 + 40.000 - 1 = 79999$$

Ответ: 79.999

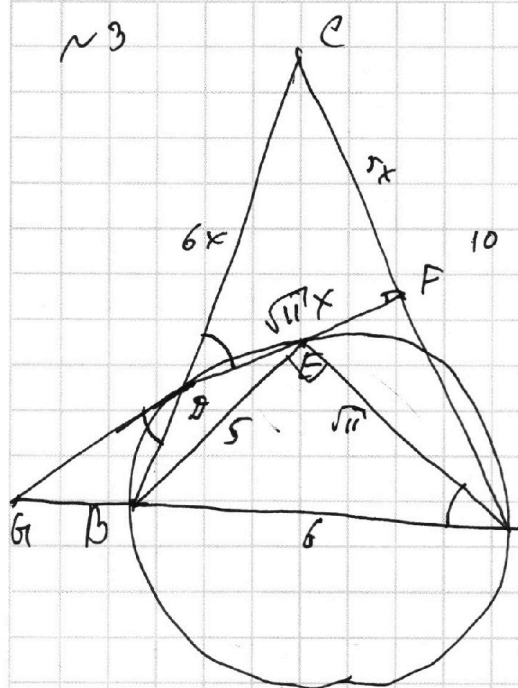


На одной странице можно оформлять только одну задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.

1 ☐ 2 ☐ 3 ☒ 4 ☐ 5 ☐ 6 ☐ 7 ☐

СТРАНИЦА
1 из 1

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!



Ан-диаметр $\Rightarrow \angle BEA = 90^\circ \Rightarrow$

в $\triangle BEA$ по ТхРхтн: $EA = \sqrt{11}$

т.н. $ABDE$ - впис $\Rightarrow \angle EAB + \angle EDB = 180^\circ$

а $\angle CDF$ - внеш $\angle BDE \Rightarrow$
 $\Rightarrow \angle CDF + \angle BDE = 180^\circ$

$\angle EAB = \angle CAF = 2$

$\triangle DFC \sim \triangle AEB$
по 2-м углам.

$$\text{и } \frac{CF}{DC} = \frac{BE}{AB} = \frac{5}{6}$$

$$\text{и } DC = 6x, CF = 5x, \text{ где } x - \text{неизвестно.}$$

$$DF = \sqrt{11}x$$

Тх. меншая для $\triangle ABC$ и сек GF

$$\frac{FC}{BD} \cdot \frac{AF}{CF} \cdot \frac{CD}{BD} \cdot \frac{GB}{AG} = 1 \quad (1)$$

Тх. меншая для $\triangle GAF$ и сек BC

$$\frac{AB}{BG} \cdot \frac{GD}{DF} \cdot \frac{CF}{AC} = 1 \quad (2)$$

$$(1) \cdot (2) \quad \frac{AF}{CF} \cdot \frac{CD}{BD} \cdot \frac{GB}{AG} \cdot \frac{AB}{BG} \cdot \frac{GD}{DF} \cdot \frac{CF}{AC} = 1 \quad \frac{AF \cdot 6x \cdot 6 \cdot GB}{BD \cdot AG \cdot \sqrt{11}x \cdot 10} = 1 \quad (3)$$

в $\triangle GEA$ и $\triangle GBE$ два равных $\angle EGB$ - осн $\angle$

$\angle GEB = \angle GEA = 2 = \angle EAB$
(верт)

$$\frac{GB}{AG} = \frac{BE}{AE} = \frac{BD}{DE} \Rightarrow \triangle GBD \sim \triangle GEA$$

$$\text{Тгда } (3) \quad \frac{AF \cdot 6x \cdot 6 \cdot BD}{BD \cdot \sqrt{11}x \cdot 10 \cdot \sqrt{11}} = 1$$

$$AF = \frac{11 \cdot 10}{36} = \frac{110}{36} = \frac{55}{18}$$

Ответ: $\frac{55}{18}$



На одной странице можно оформлять только одну задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.

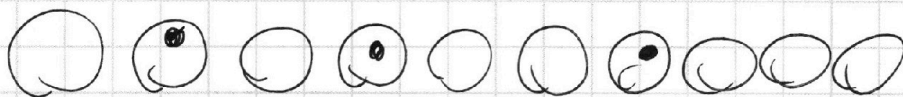
1 ☐ 2 ☐ 3 ☐ 4 ☒ 5 ☐ 6 ☐ 7 ☐

СТРАНИЦА
1 из 1

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

№4

Пусть у нас N коробок с маршалом. Тогда выбрать 5 коробов из N можно C_N^5 способами. Из них вычеркиваем те, где есть все 3 шарика. Расчитать их по N коробкам можно C_N^3 способами.



Из этих C_N^5 способов нам подойдут лишь те, где мы взяли 3 короба с шариками и 2 любых других. Это C_{N-3}^{5-3} выбор 2-х ост.

коробов из $N-3$ ост., т.к. 3 уже заняты шариками

$$\text{Тогда } p_5 \cdot \text{вероятность с 5 коробами это } \frac{C_{N-3}^2}{C_N^5} = \frac{\frac{(N-3)!}{2! \cdot (N-5)!}}{\frac{N!}{5! \cdot (N-5)!}} = \frac{5! \cdot (N-3)!}{2 \cdot N!}$$

Для 6 коробов тоже самое, только все C_N^6 способов, а нужные

$$C_{N-3}^{6-3} = C_{N-3}^3 \quad \text{и} \quad p_6 = \frac{C_{N-3}^3}{C_N^6} = \frac{\frac{(N-3)!}{3! \cdot (N-6)!}}{\frac{N!}{6! \cdot (N-6)!}} = \frac{6! \cdot (N-3)!}{6 \cdot N!}$$

$$\text{Как нужно найти } \frac{p_6}{p_5} = \frac{6! \cdot 2}{5! \cdot 6} \cdot \frac{(N-3)! \cdot N}{N! \cdot (N-3)!} = 2$$

Ответ: в 2 раза



На одной странице можно оформлять только одну задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.

1 ☐ 2 ☐ 3 ☐ 4 ☐ 5 ☒ 6 ☐ 7 ☐

СТРАНИЦА
1 из 1

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

~5 d -разность прогрессии $\neq 0$ среднее арифм. 2-х членов ариф. прогрессии

есть член стоящий посередине и для 5-6 и для 3-8 по середине стоит 5,5-ый член ($a_5 + \frac{d}{2}$)

тогда $\frac{a_5 + a_6}{2} = \frac{a_3 + a_8}{2}$

$\frac{x_1 + x_2}{2} = \frac{x_3 + x_4}{2}$

$x_1 + x_2 = x_3 + x_4$

По Th. Виета $x_1 + x_2 = -\frac{a^2 - a}{1}$

$x_3 + x_4 = \frac{a^3 - a^2}{4}$

$4a^2 - 4a = a^3 - a^2$

$a^3 - 5a^2 + 4a = 0$

$a(a^2 - 1)(a - 4) = 0$

$\begin{cases} a = 0 \\ a = 1 \\ a = 4 \end{cases}$

не теряя общности пусть

Проверим корни Виетовы, т.е. будут ли 2 разных корня. (корни не могут совпадать т.к. ариф. прогр. не пост.)

$a = 0: x^2 - 5 = 0 \quad x = \pm \sqrt{5}$

$4x^2 - 4 = 0 \quad x = \pm 1$ ✓

$a = 1: x^2 - 4 = 0 \quad x = \pm 2$ ✓

$4x^2 - 1 = 0 \quad x = \pm 0,5$

$a = 4: x^2 - 12x + 1 = 0 \quad D = 144 + 4 = 148 > 0$ ✓

$4x^2 - 48x + 1508 = 0 \quad D = 48^2 + 4 \cdot 4 \cdot 1508 > 0$

Ответ: $a = 0, 1, 4$



На одной странице можно оформлять только одну задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.

1 ☐ 2 ☐ 3 ☐ 4 ☐ 5 ☐ 6 ☒ 7 ☐

СТРАНИЦА
1 из 2

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

№6

Решим модуль

1) оба ≥ 0 : $x - 7,5 + \frac{y}{6\sqrt{3}} \geq 0$; $x - 7,5 + \frac{y}{6\sqrt{3}} + x - 7,5 - \frac{y}{6\sqrt{3}} \leq 3$
 $x - 7,5 - \frac{y}{6\sqrt{3}} \geq 0$

$y \leq -6\sqrt{3}x + 45\sqrt{3}$
 $y \leq 6\sqrt{3}x - 45\sqrt{3}$: $x \leq 9$

2) I ≥ 0 , II < 0 : $x - 7,5 + \frac{y}{6\sqrt{3}} \geq 0$; $x - 7,5 + \frac{y}{6\sqrt{3}} - x + 7,5 + \frac{y}{6\sqrt{3}} \leq 3$
 $x - 7,5 - \frac{y}{6\sqrt{3}} < 0$

$y \geq -6\sqrt{3}x + 45\sqrt{3}$: $y \leq 9\sqrt{3}$
 $y > 6\sqrt{3}x - 45\sqrt{3}$

3) I < 0 , II ≥ 0 : $y < -6\sqrt{3}x + 45\sqrt{3}$; $7,5 - x - \frac{y}{6\sqrt{3}} + x - 7,5 - \frac{y}{6\sqrt{3}} \leq 3$
 $y \leq 6\sqrt{3}x - 45\sqrt{3}$; $-\frac{y}{3\sqrt{3}} \leq 3 \rightarrow y \geq -9\sqrt{3}$

4) оба < 0 : $y < -6\sqrt{3}x + 45\sqrt{3}$; $7,5 - x - \frac{y}{6\sqrt{3}} - x + 7,5 + \frac{y}{6\sqrt{3}} \leq 3$
 $y > 6\sqrt{3}x - 45\sqrt{3}$; $15 - 2x \leq 3$; $2x \geq 12$
 $x \geq 6$

Условия не расширяют модуль, означает, что данные точки лежат выше и ниже соотв. прямой $-6\sqrt{3}x + 45\sqrt{3}$ и $6\sqrt{3}x - 45\sqrt{3}$

Нарисуем их.
 Верх. проходит через точку $(0; 45\sqrt{3})$
 и $(7,5; 0)$
 Ниж. проходит через $(0; -45\sqrt{3})$
 и $(7,5; 0)$

обозначим области для каждого пункта



На одной странице можно оформлять **только одну** задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.

1
☐

2
☐

3
☐

4
☐

5
☐

6
☒

7
☐

СТРАНИЦА
2 из 2

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

№6

Нарисуем прямые

они симметричны друг

с другом

получившаяся область -

лишь прямая.

с центром $(2,5; 0)$

сторонами 3 и $4\sqrt{3}$

Что можно представить

как очень много отрезков паралл. Ox .

При повороте на $\pi \equiv 180^\circ$ каждый такой отрезок замечает

получившим т.к. разл. угол и он $\perp$ разл. углу, значит

множество таких отрезков замечает этот отрезок в каждой точке -

получившись шириной в длину прямой. - как к окружности в данной точке

т.е. 3 , внутр ради 6 и внеш 9 $(7,5 + 1,5; 7,5 - 1,5)$ с центром в $(0; 0)$

Что площадь $S_1 = \frac{1}{2} \pi (R_{\text{вн}}^2 - R_{\text{внт}}^2) = \frac{\pi}{2} \cdot (81 - 36) = \frac{45\pi}{2}$.

Также после замечания останется "внеш" или "внутр" прямая, что

спираль (с начала и с конца вращ) получим S_1 добавим $2 \cdot \frac{S}{2} = S_{\text{прямой}}$.

$= 18\sqrt{3} \cdot 3 = 54\sqrt{3}$ Тогда что площадь $\frac{45\pi}{2} + 54\sqrt{3}$

Ответ: $\frac{45\pi}{2} + 54\sqrt{3}$



На одной странице можно оформлять только одну задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.

1 ☐ 2 ☐ 3 ☐ 4 ☐ 5 ☐ 6 ☐ 7 ☒

СТРАНИЦА
2 из 2

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

~7 - продолжение

$$DM = \frac{\sqrt{2}x}{2} = \frac{a+b-\sqrt{a^2+b^2}}{2}$$

$$BD \quad MP = \frac{\sqrt{2}x}{2} \text{ (половина } PA)$$

$$CM = \frac{\sqrt{2}x}{2} + MP + CP = \left(\frac{\sqrt{2}}{2} + \frac{\sin 25^\circ}{\sin 20^\circ} \right) \cdot x$$

$$\begin{aligned} PC + BQ &= 2\sqrt{a^2+b^2} - (a+b) \quad \sqrt{a^2+b^2} - PA \\ - PA &= \sqrt{a^2+b^2} - (a+b) = -\sqrt{2}x \end{aligned}$$

$$PC + BQ + PA = \sqrt{a^2+b^2}$$

$$\text{Thm } \sin \Delta QDC: \frac{\sin 20^\circ}{x} = \frac{\sin 45^\circ}{CD} = \frac{\sin 115^\circ}{b} \quad CD = \frac{\sqrt{2}}{2 \sin 20^\circ} x \quad b = \frac{\sin 115^\circ}{\sin 20^\circ} \cdot x$$

$$\text{Thm } \sin \Delta BPD: \frac{\sin 20^\circ}{x} = \frac{\sin 45^\circ}{BD} \quad BD = \frac{\sqrt{2}}{2 \sin 20^\circ} x$$

$$a + \frac{\sin 115^\circ}{\sin 20^\circ} x - \sqrt{a^2 + \frac{\sin^2 115^\circ}{\sin^2 20^\circ} x^2} = \sqrt{2}x \quad |^2$$

$$a^2 + \frac{\sin^2 115^\circ}{\sin^2 20^\circ} x^2 + 2ax \frac{\sin 115^\circ}{\sin 20^\circ} = 2x^2 + a^2 + \frac{\sin^2 115^\circ}{\sin^2 20^\circ} x^2 + 2\sqrt{2}x \sqrt{a^2 + \frac{\sin^2 115^\circ}{\sin^2 20^\circ} x^2} \quad |^2$$

$$2a \frac{\sin 115^\circ}{\sin 20^\circ} = 2x + 2\sqrt{2} \sqrt{a^2 + \frac{\sin^2 115^\circ}{\sin^2 20^\circ} x^2} \quad |^2$$

$$a^2 \frac{\sin^2 115^\circ}{\sin^2 20^\circ} + x^2 - 2ax \frac{\sin 115^\circ}{\sin 20^\circ} = 2 \left(a^2 + \frac{\sin^2 115^\circ}{\sin^2 20^\circ} x^2 \right)$$

$$0 = a^2 + \frac{\sin^2 115^\circ}{\sin^2 20^\circ} x^2 - 2ax \frac{\sin 115^\circ}{\sin 20^\circ}$$

$$\angle QBD = \angle PCD = 20^\circ$$

$$\text{Ответ: } 20^\circ$$

$$\left(a - \frac{\sin 115^\circ}{\sin 20^\circ} x \right)^2 = 0$$

$$a = \frac{\sin 115^\circ}{\sin 20^\circ} x = b \Rightarrow \Delta - \text{р/б и катеты симметричны}$$

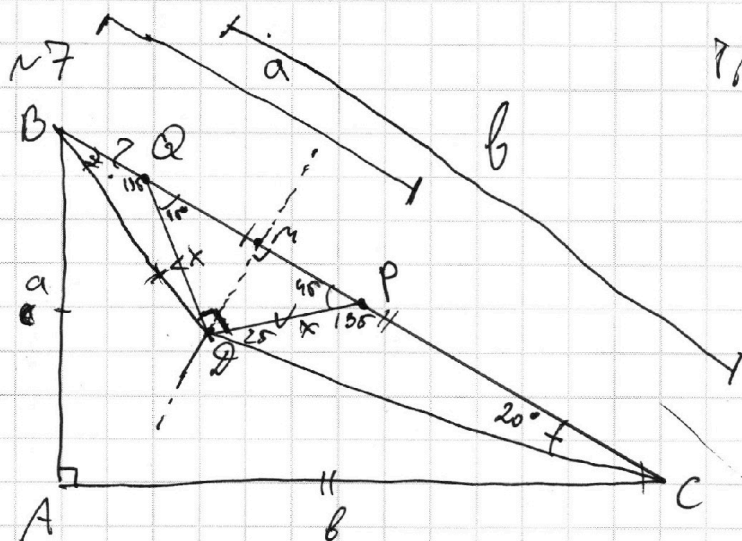


На одной странице можно оформлять только одну задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.

1 ☐ 2 ☐ 3 ☐ 4 ☐ 5 ☐ 6 ☐ 7 ☒

СТРАНИЦА
1 из 2

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!



$$M.DQ = PD = 2x$$

$\angle D$ - линия пер. $\perp$ к отрезку QP

пусть M - сеп PQ , тогда

DM - сеп $\perp$ к PQ

$$PQ \cdot QD = PD^2 \quad \angle QDP = 90^\circ$$

$\triangle QDP$ - прямоу. $\triangle$

$$\text{и } QD = DP = x$$

$$\text{то } PQ = \sqrt{2} \cdot x$$

$$QD = \frac{PQ}{\sqrt{2}} = \frac{\sqrt{2} \cdot x}{\sqrt{2}} = x \quad \text{по т. Пифаг.}$$

Т.к. В прямо $\triangle ABC$ $AB = a$, $AC = b$
по т. Пифаг. $BC = \sqrt{a^2 + b^2}$

$$BQ + QP + PC = \sqrt{a^2 + b^2}$$

$$\begin{aligned} & BQ + QP + PC = \sqrt{a^2 + b^2} \\ & BQ + PC = \sqrt{a^2 + b^2} - PQ \\ & BQ + PC = \sqrt{a^2 + b^2} - \sqrt{2}x \end{aligned}$$

$$2PQ + PC + BQ = a + b$$

$$a + b - \sqrt{a^2 + b^2} = PQ = \sqrt{2}x$$

$$PC = \sqrt{a^2 + b^2} - a$$

$$BQ = \sqrt{a^2 + b^2} - b$$

Т.к. в прямо $\triangle BQD$

$$BD^2 = BQ^2 + QD^2$$

$$\angle BPC = 180^\circ - \angle QPD = 135^\circ \quad (\text{линейн})$$

$$\angle PDC = 180^\circ - 20^\circ - 135^\circ = 25^\circ \quad (\angle \text{в } \triangle DPC)$$

$$\text{Т.к. в прямо } \triangle DPC: \frac{\sin 135^\circ}{DC} = \frac{\sin 20^\circ}{x} = \frac{\sin 25^\circ}{CP}$$

$$CP = \frac{\sin 25^\circ}{\sin 20^\circ} \cdot x \quad CD = \frac{\sin 20^\circ}{\sin 25^\circ} \cdot x$$

пусть $\angle CBD = \beta$, тогда

$$\angle QDB = 45^\circ - \beta \quad (\text{вн. угол})$$

$$\frac{\sin \beta}{x} = \frac{\sin (45^\circ - \beta)}{BQ} \quad BQ = \frac{\frac{\sqrt{2}}{2} \cos \beta - \frac{\sqrt{2}}{2} \sin \beta}{\sin \beta} \cdot x = \frac{\sqrt{2}}{2} (\cot \beta - 1) x$$

$$\angle QDC = 90^\circ + 25^\circ = 115^\circ$$

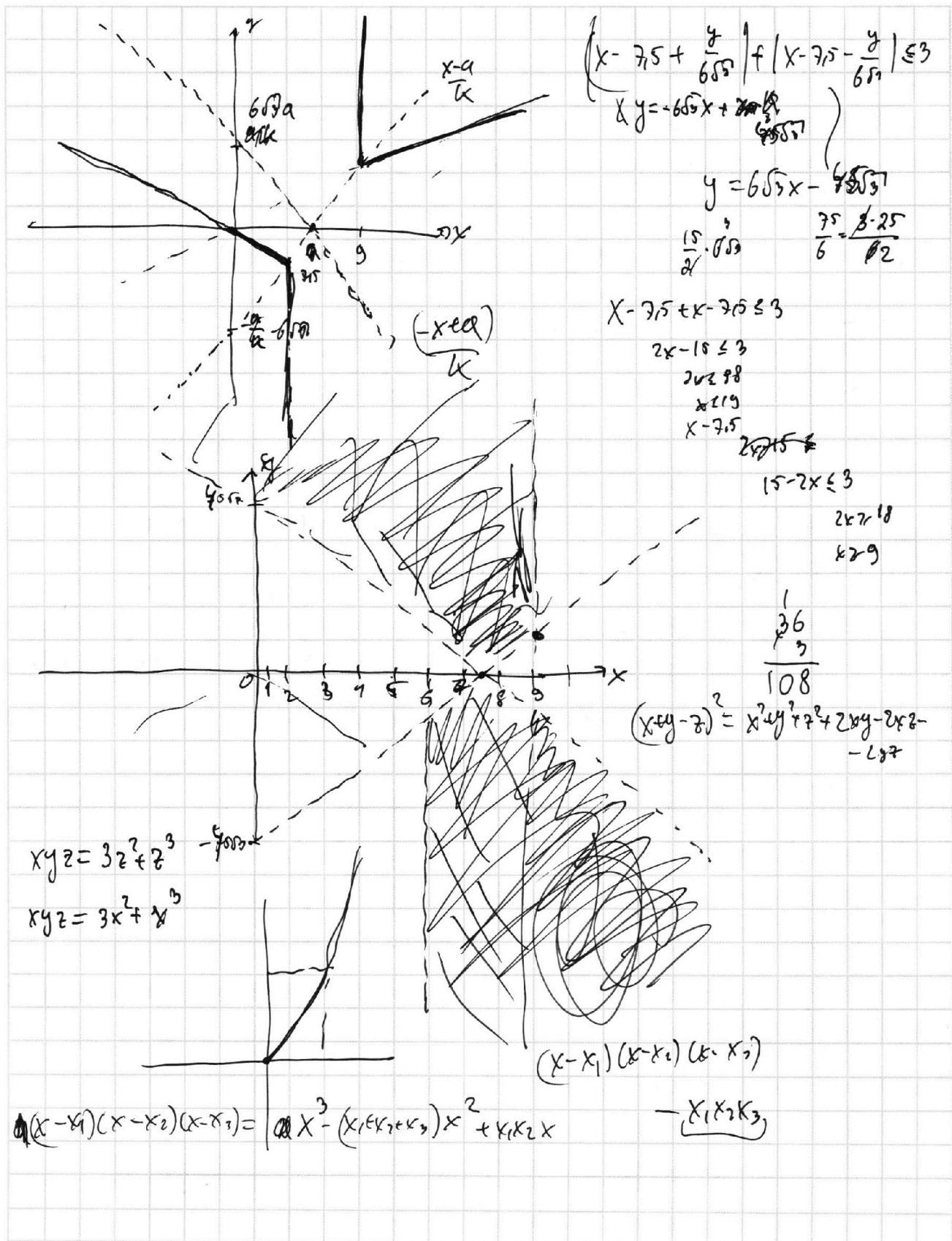


На одной странице можно оформлять **только одну** задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.

1 ☒ 2 ☒ 3 ☐ 4 ☐ 5 ☐ 6 ☐ 7 ☐

СТРАНИЦА
__ ИЗ __

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!





На одной странице можно оформлять только одну задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.

1	2	3	4	5	6	7
☐	☐	☐	☐	☒	☒	☐

СТРАНИЦА
__ ИЗ __

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

x5

d-разность прогрессии $\neq 0$

То, что корни - это члены прогрессии, указывает, что их разность кратна какому-то числу d. Для первого уравнения разность соседних, то $x_1 - x_2 = d$ для второго - разность между ними 4 члена, то разность корней $x_3 - x_4 = 5d$. Не теряя общности будем считать, что $x_1 > x_2$, $x_3 > x_4$.

Разность корней это в кв. уравнении это $\sqrt{(x_1 + x_2)^2 - 4x_1x_2} = \sqrt{\frac{b^2}{a^2} - 4\frac{c}{a}}$, где a, b, c - коэф. в кв. 3-х члене. $= \frac{1}{a} \sqrt{b^2 - 4ac} = \frac{\sqrt{b^2 - 4ac}}{a}$

Для I уравнения $x_1 - x_2 = \sqrt{(a-a)^2 - 4(a-5)} = \sqrt{a^4 - 2a^3 + a^2 - 4a + 20}$

Для II уравнения $x_3 - x_4 = \sqrt{\frac{(a^3 - a^2)^2}{16} - 4 \cdot \frac{1}{4} (2a^4 + 2a^2 - a^6 - 4)} =$
 $= \frac{1}{4} \sqrt{a^6 - 2a^5 + a^4 - 8a^4 - 32a^2 + 32a - 64} =$
 $= \frac{1}{4} \sqrt{33a^6 - 2a^5 - 31a^4 - 32a^2 - 64}$

$x_3 - x_4 = \frac{\sqrt{8}}{4} = \frac{\sqrt{(a^3 - a^2)^2 - 4(a^4(2 - a^2) - 2(2 - a^1))}}{4} = \frac{\sqrt{(a^3 - a^2)^2 + 4(a^4 - 2)(a^2 - 2)}}{4}$

$5(x_1 - x_2) = x_3 - x_4$

$20\sqrt{a^4(a-1)^2 - 4(a-5)} = \sqrt{a^4(a-1)^2 + 4(a^4 - 2)(a^2 - 2)}$

$4 + 2 + 5 + 4 + 5 + 5 + 6$
 $11 \quad 10$
 $31 \quad 10$

среднее арифм. 2 членов при прогрессии равно члену стоящему между ними и 5 и 6 и 3 и 8 вых в полусумме полусумма была пятый член

значит раз $\frac{x_1 + x_2}{2} = \frac{x_3 + x_4}{2}$ $\left(\frac{5+8}{2} = \frac{5+6}{2}\right)$ $\left(a + \frac{d}{2}\right)$



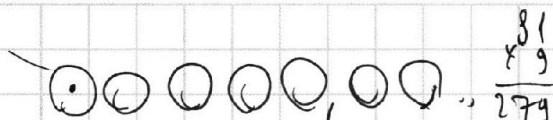
На одной странице можно оформлять только одну задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.

1 ☒ 2 ☒ 3 ☐ 4 ☐ 5 ☐ 6 ☐ 7 ☐

СТРАНИЦА
__ ИЗ __

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

$$x^2 + 6x + 9$$



$$\frac{81}{279}$$

$$9^3 = 3^6 = 279$$

$$2xy = 6z + 2z^2$$

$$2yz = 6x + 2x^2$$

$$2xz = 6y + 2y^2$$

$$\frac{5}{N} \cdot \frac{4}{(N-1)} \cdot \frac{3}{(N-1)}$$



$$10^3$$

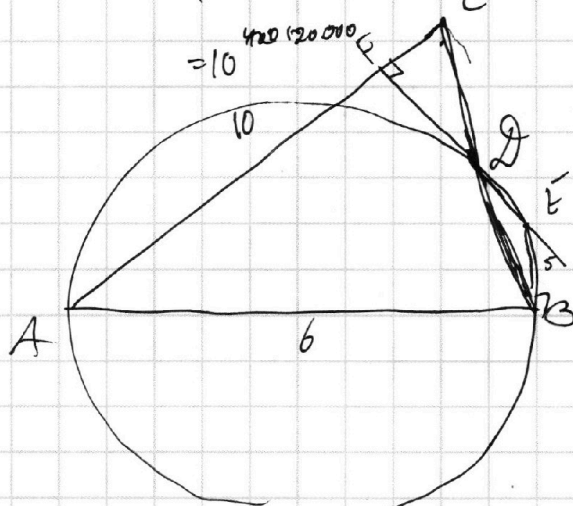
$$99$$

$$100$$

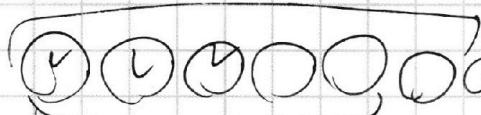
$$40.000$$

$$(10^{40.000} - 1)^3 = C$$

$$= 10^{40.000}$$



$$6ur - p_6$$



$$r_m - p_r$$

$$\frac{p_6}{p_5} = ?$$

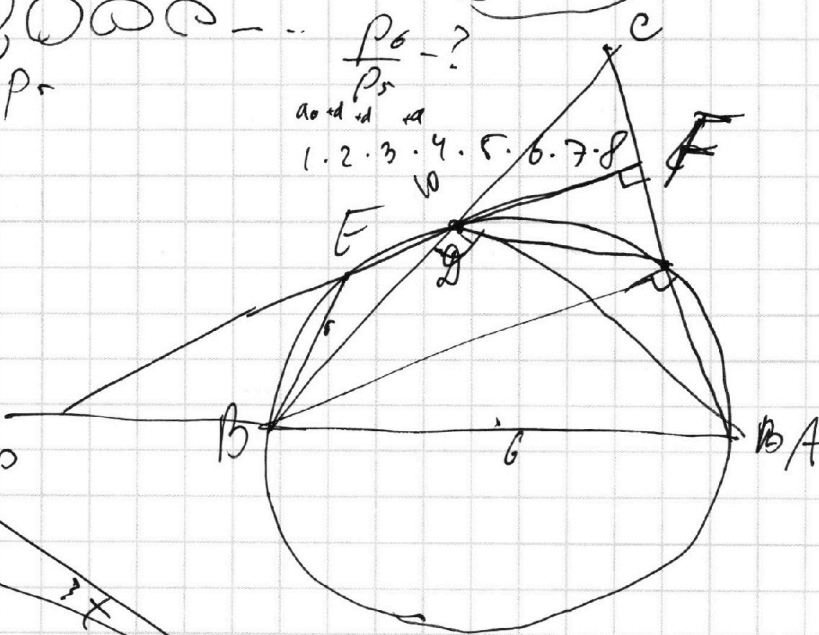
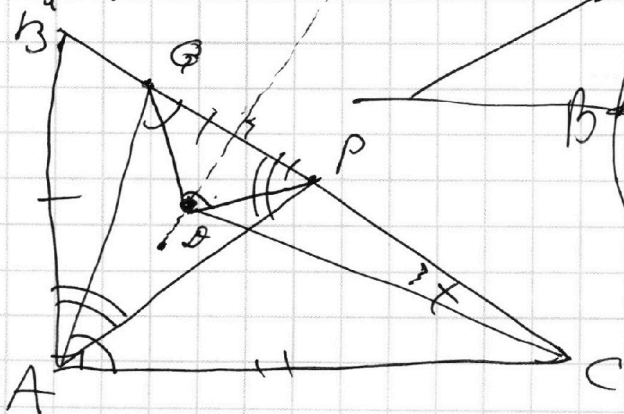
$$10 \cdot 10 \cdot 10 \cdot 10$$

$$1 \cdot 2 \cdot 3 \cdot 4 \cdot 5 \cdot 6 \cdot 7 \cdot 8$$

$$10$$

$$x_2 - x_1 = d$$

$$x_4 - x_3 = sd$$





На одной странице можно оформлять **только одну** задачу. Отметьте **крестиком** номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в **решении каждой задачи отдельно**.

1
☐

2
☒

3
☒

4
☐

5
☐

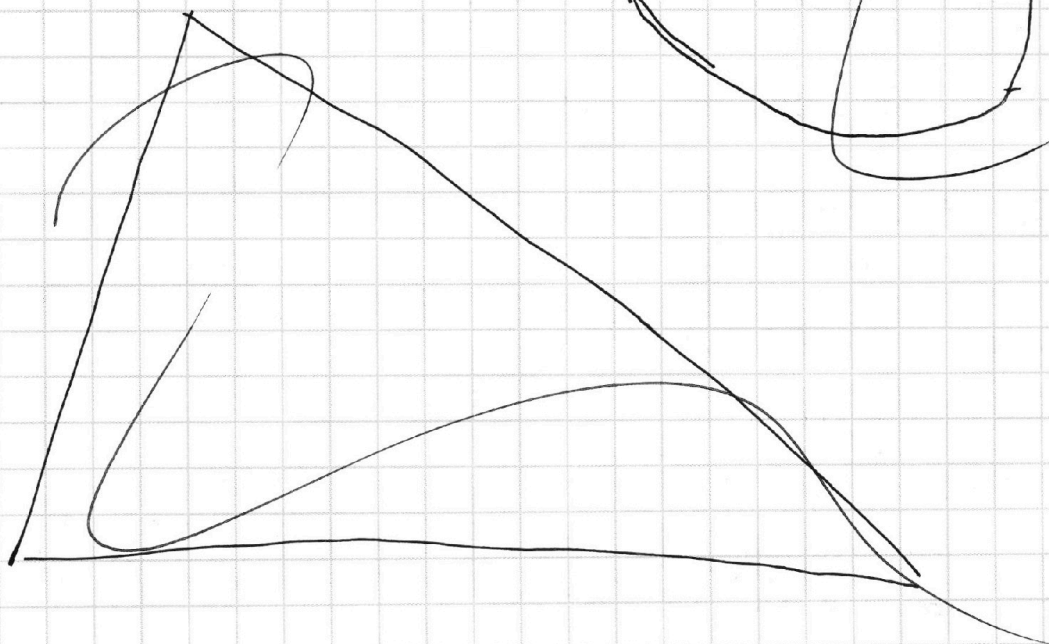
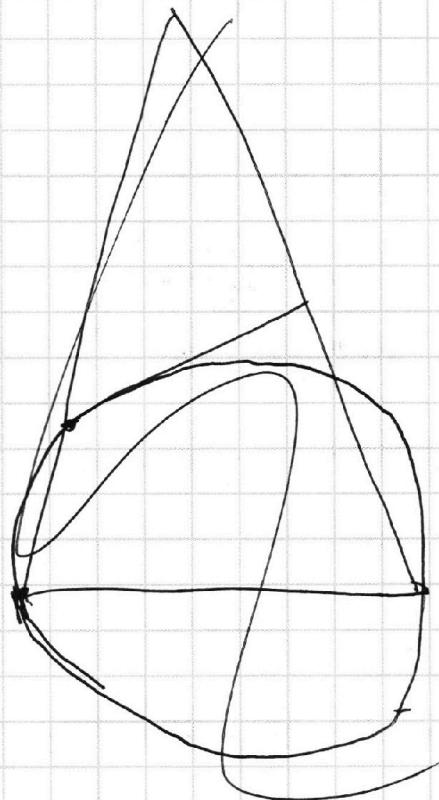
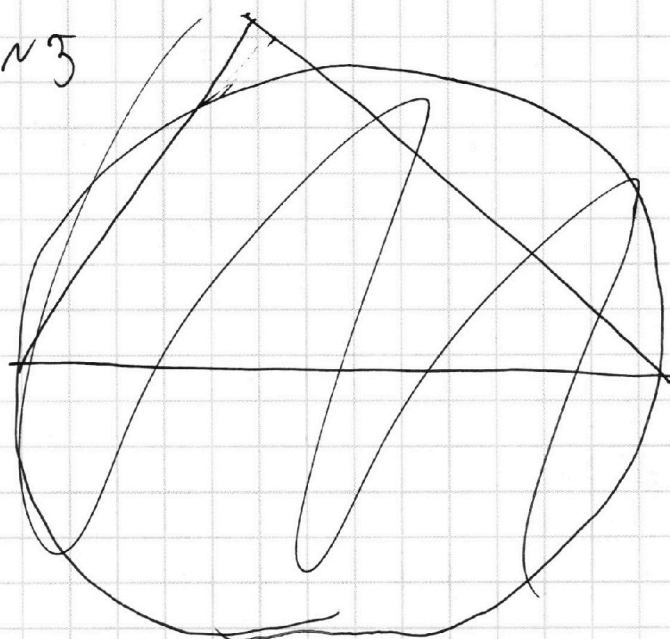
6
☐

7
☐

СТРАНИЦА
__ ИЗ __

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. **Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно.** Порча QR-кода недопустима!

№3



$$\frac{110}{36} = \frac{55}{18} = \frac{55}{18}$$



На одной странице можно оформлять **только одну** задачу. Отметьте **крестиком** номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении **каждой задачи отдельно**.

1
☐2
☐3
☐4
☐5
☐6
☒7
☒СТРАНИЦА
__ ИЗ __

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

~6

Поймем, что за ~~функция~~ ^{линия} задается $\leftarrow$ $k = \frac{1}{605}$ $a = 7.5$
уравнением вида

$$|x - a + ky| + |x - a - ky| = 3 \quad \text{функция ее будет внутри}$$

данной функции мы считаем $\leq$

Найдем нули модулей, это $y \in x - a + ky = 0 \rightarrow y = -\frac{x}{k} + \frac{a}{k}$ - I модуль

$$\text{и } x - a - ky = 0 \rightarrow y = \frac{x}{k} - \frac{a}{k} \text{ - II модуль}$$

Если точка выше обеих прямых, то разбиваем сложением

$$x - a + ky + x - a - ky = 3$$

$$x = 1.5 + a = 9$$

Если точка выше $y = \frac{x-a}{k}$ и ниже $y = \frac{-x+a}{k}$ то I мод - с a^-
II мод с a^+

$$a - x - ky + x - a - ky = 3$$

$$y = -\frac{1.5}{k}$$

Если точка ~~выше~~ ^{ниже} $y = \frac{x-a}{k}$ и ~~ниже~~ ^{ниже} $y = \frac{-x+a}{k}$ то оба с a^-

$$x - a + ky + x - a - ky = -3$$

$$x = -1.5 + a = 6$$

~~$$x - a - ky + x - a - ky = 3$$~~

$$\frac{69}{76} = \frac{48}{48}$$

3 4 5 6 7 8

 $-\sqrt{5} - 1$

2048

$$\begin{array}{r} 2052 \\ - 512 \\ \hline 1540 \\ - 32 \\ \hline \end{array}$$

1508

$$512 + 32 - 2048 - (2^{24}) = 8$$

$$(2^7)^6 = 2^{12}$$