



МОСКОВСКИЙ
ФИЗИКО-ТЕХНИЧЕСКИЙ
ИНСТИТУТ

ОЛИМПИАДА "ФИЗТЕХ"
ПО МАТЕМАТИКЕ

10 КЛАСС. Вариант 8



1. [4 балла] Ненулевые числа x, y, z удовлетворяют системе уравнений

$$\begin{cases} xy = -6z + z^2, \\ yz = -6x + x^2, \\ zx = -6y + y^2. \end{cases}$$

Найдите все возможные значения выражения $(x-6)^2 + (y-6)^2 + (z-6)^2$, если известно, что система имеет хотя бы одно решение в ненулевых числах.

2. [2 балла] Десятичная запись натурального числа n состоит из 20 001 девятки. Сколько девяток содержит десятичная запись числа n^3 ?
3. [5 баллов] Окружность ω с диаметром AB пересекает сторону BC остроугольного треугольника ABC в точке D . Точка F выбрана на отрезке AC так, что $DF \perp AC$, а E — точка пересечения отрезка DF с окружностью ω , отличная от D . Найдите AF , если $AC = 20$, $AB = 10$, $BE = 9$.
4. [4 балла] В телеигре ведущий берет несколько коробок и ровно в три из них кладет по одному шарiku. Игрок может указать на пять коробок и открыть их. Если в этих коробках лежат все три шарика, то игрок выигрывает. Игроку разрешили открыть девять коробок. Во сколько раз увеличилась вероятность выигрыша игрока?
5. [5 баллов] Найдите все значения параметра a , при которых корни уравнения $x^2 - (a^2 - 4a)x + a^2 - 6a + 4 = 0$ являются шестым и седьмым членами некоторой непостоянной арифметической прогрессии, а корни уравнения $5x^2 - (a^3 - 4a^2)x - 2a^3 - 6a - 15 = 0$ являются пятым и восьмым членами этой прогрессии.
6. [5 баллов] На координатной плоскости построена фигура Φ , состоящая из всех точек, координаты $(x; y)$ которых удовлетворяют неравенству $\left|y - 20 + \frac{x}{2\sqrt{3}}\right| + \left|y - 20 - \frac{x}{2\sqrt{3}}\right| \leq 8$. Фигуру Φ непрерывно повернули вокруг начала координат на угол π против часовой стрелки. Найдите площадь множества M , которое замела фигура Φ при этом повороте.
7. [6 баллов] На гипотенузе BC прямоугольного треугольника ABC выбраны точки P и Q так, что $AB = BP$, $AC = CQ$. Внутри треугольника ABC выбрана точка D , для которой $DP = DQ$, а $\angle PDQ = 90^\circ$. Найдите $\angle DCB$, если известно, что $\angle CBA = 46^\circ$.



На одной странице можно оформлять **только одну** задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.

1	2	3	4	5	6	7
☐	☒	☐	☐	☐	☐	☐

СТРАНИЦА
1 из 1

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

$N \equiv 2$

$$n = \underbrace{999 \dots 9}_{20001 \text{ 9-ка}} \dots \underbrace{9}_{9\text{-ка}} = \underbrace{10 \dots 0}_{20001 \text{ нуль}} - 1$$

$$\begin{aligned} n^3 &= (10^{20001} - 1)^3 = (10^{20001})^3 - 3 \cdot (10^{20001})^2 + \\ &+ 3 \cdot 10^{20001} - 1 = (10^{60003} + 3 \cdot 10^{20001}) - (3 \cdot 10^{40002} + 1) = \\ &= (\underbrace{100 \dots 0}_{60003-20001-1=40001} \underbrace{30 \dots 0}_1) - (\underbrace{300 \dots 0}_{40002-1=40001} \underbrace{01}_1) = \end{aligned}$$

Посмотрим разность:

$$\begin{array}{r} 9 \dots 9 \quad 10 \quad 10 \dots 10 \cdot 9 \dots 9 \quad 10 \\ - 100 \dots 0 \quad 20 \dots 0 \quad 30 \dots 0 \quad 00 \\ \hline 30 \dots 000 \dots 01 \\ \hline \underbrace{99 \dots 9}_{20000} \quad \underbrace{9 \quad 70 \dots 0}_{1 \quad 20000} \quad \underbrace{2 \quad 9 \dots 9}_{1 \quad 20001} \end{array}$$

$60003 \qquad \qquad \qquad 20000 \quad 20000 \quad 20001$

Итак, т.е. n^3 вида: $9 \dots 9 \quad 70 \dots 0 \quad 2 \quad 9 \dots 9$
и содержит ровно $(20000 + 20001)$ девяток. Итого: 40001 .

Ответ: n^3 содержит 40001 девяток.



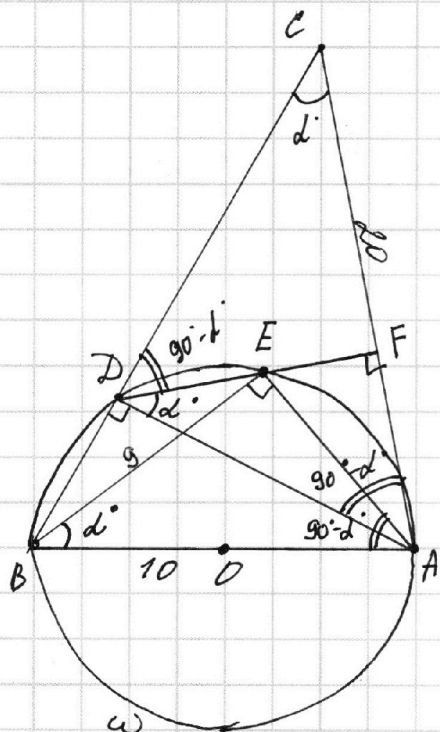
На одной странице можно оформлять только одну задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.

1 ☐ 2 ☐ 3 ☒ 4 ☐ 5 ☐ 6 ☐ 7 ☐

СТРАНИЦА
1 ИЗ 2

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

N = 3



Пусть O - центр окр-ти ω (середина AB). Так как $\triangle ABC$ - остроугольный, то $m. D$ будет лежать на отрезке BC (потому что D лежит на ω и $\angle BDA$ опирается на диаметр, значит $\angle BDA = 90^\circ$, а раз $AD \perp BC$, то скажем, что высота в остроугольном $\triangle$ падает на сторону, а значит D лежит на отрезке BC). III. F на отрезке AC - по условию. $\angle BEA = 90^\circ$, так как опирается на AB , как на диаметр, значит равен 90° .

Пусть $\angle ABE = 2^\circ$, тогда $\angle EDA = 2^\circ$ тоже, т.к. опирается на ту же дугу (на $\widehat{EA}$), что и $\angle ABE$.

В $\triangle AEB$ $\angle EAB = 180^\circ - \angle AEB - \angle ABE = 180^\circ - 90^\circ - 2^\circ = 90^\circ - 2^\circ$. Раз $AEDB$ - вписанный (все точки лежат на ω), то $\angle CDE = \angle EAB$ из вписанности.

Тогда $\angle DCF = 180^\circ - \angle DFC - \angle CDF = 180^\circ - 90^\circ - (90^\circ - 2^\circ) = 2^\circ$. Аналогично рассмотрим $\triangle DFA$, где $\angle FAD = 180^\circ - \angle AFD - \angle FDA = 90^\circ - 2^\circ$.

Тогда заметим, что $\triangle CDA \sim \triangle BEA \sim \triangle DFA$ по I пр - по 2-ым углам ($\angle CDA = \angle EBA = \angle FDA = 2^\circ$; $\angle CDA = \angle BEA = \angle DFA = 90^\circ$). Из подобия $\triangle$ следует:

$$\frac{AD}{AC} = \frac{AE}{AB} = \frac{AF}{AD} \quad (1) \quad (2)$$

(1): $AD = \frac{AC \cdot AE}{AB}$. Так $\triangle BEA$ - прямоугольный, то по т. Пифагора найдем EA :

$$EA = \sqrt{BA^2 - BE^2} = \sqrt{100 - 81} = \sqrt{19}$$

$$AD = \frac{AC \cdot AE}{AB} = \frac{20 \cdot \sqrt{19}}{10} = 2\sqrt{19}. \text{ (см. стр 2)}$$



На одной странице можно оформлять **только одну** задачу. Отметьте **крестиком** номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в **решении каждой задачи отдельно**.

1 2 3 4 5 6 7
☐ ☐ ☒ ☐ ☐ ☐ ☐

СТРАНИЦА
2 ИЗ 2

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

$$(2): AF = \frac{AD \cdot AE}{AB} = \frac{2\sqrt{19} \cdot \sqrt{19}}{10} = \frac{38}{10} = 3,8$$

Итак, зная, что $AC=20$, $AB=10$, $BE=9$ найдем $AF=3,8$.

Ответ: $AF=3,8$.



На одной странице можно оформлять **только одну** задачу. Отметьте **крестиком** номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.

1 ☐ 2 ☐ 3 ☐ 4 ☒ 5 ☐ 6 ☐ 7 ☐

СТРАНИЦА
1 ИЗ 1

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

N = 4

Пусть всего n коробок, тогда если ведущий кладёт 3 шара, а игрок открывает 5, то вероятность того, что во всех 5 шаров равна $\frac{C_{n-3}^2}{C_n^5}$, так как:

$P(3 \text{ шара в } 5 \text{ кор.}) = \frac{m}{n}$, где m - кол-во благоприятных случаев, а n - кол-во всевозможных событий.

m : Если он открывает 3 коробки с шариками и любые две из оставшихся $(n-3)$:

$$C_{n-3}^2$$

n : Если он выберет любые 5 из n : C_n^5 .

Если же игроку достается право на открытие 9, то $P(3 \text{ шара в } 9 \text{ кор.}) = \frac{C_{n-3}^6}{C_n^9}$, т.к.:

$P(3 \text{ шара в } 9 \text{ кор.}) = \frac{p}{q}$, где p - кол-во благоприят. соб., а q - кол-во всевозм. соб.

p : Если 3 коробки полные, а 6 - любые другие:

$$C_{n-3}^6$$

q : Если 9 карточек: C_n^9 .

$$\text{Тогда } \frac{P(3 \text{ шара из } 9 \text{ кор.})}{P(3 \text{ шара из } 5 \text{ кор.})} = \frac{C_{n-3}^6 \cdot C_n^5}{C_n^9 \cdot C_{n-3}^2} = \frac{(n-3)! \cdot n! \cdot (n-9)! \cdot 9! \cdot 2! \cdot (n-5)!}{(n-9)! \cdot (n-5)! \cdot (n-3)! \cdot 6! \cdot 5! \cdot n!} = \frac{9 \cdot 8 \cdot 7}{5 \cdot 4 \cdot 3} = \frac{84}{10} = 8,4. \quad \text{Ответ: в } 8,4 \text{ раза.}$$



На одной странице можно оформлять только одну задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.

1	2	3	4	5	6	7
☐	☐	☐	☐	☐	☒	☐

СТРАНИЦА
1 из 4

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

~~Рассмотрим~~ $N = 6$

Рассмотрим на промежутке $(-\infty; 0]$:

$$y - 20 + \frac{x}{2\sqrt{3}} \quad (-) \quad 20 + \frac{x}{2\sqrt{3}} \quad (-) \quad 20 - \frac{x}{2\sqrt{3}} \quad (+)$$

$$y - 20 - \frac{x}{2\sqrt{3}} \quad (-) \quad (+) \quad (+)$$

1 сл) $y \geq 20 - \frac{x}{2\sqrt{3}}$

$$y - 20 + \frac{x}{2\sqrt{3}} + y - 20 - \frac{x}{2\sqrt{3}} \leq 8$$

$$2y - 40 \geq 8, \text{ т.е. } y \leq 24, \text{ но } y \geq 20 - \frac{x}{2\sqrt{3}},$$

$$\text{т.е. } 20 - \frac{x}{2\sqrt{3}} \leq 24, \text{ т.е. } x \geq -8\sqrt{3}.$$

2 сл) $20 - \frac{x}{2\sqrt{3}} \leq y \leq 20 + \frac{x}{2\sqrt{3}}$ (т.е. y любая ~~от~~ $20 - \frac{x}{2\sqrt{3}}$ до $20 + \frac{x}{2\sqrt{3}}$)

$$y - 20 - \frac{x}{2\sqrt{3}} - y + 20 - \frac{x}{2\sqrt{3}} \leq 8$$

$$-\frac{x}{\sqrt{3}} \leq 8, \text{ т.е. } x \geq -8\sqrt{3}$$

3 сл) $y \leq 20 + \frac{x}{2\sqrt{3}}$

$$-y + 20 - \frac{x}{2\sqrt{3}} - y + 20 + \frac{x}{2\sqrt{3}} \leq 8$$

$$-2y + 40 \leq 8$$

$$y \geq 16, \text{ но т.к. } y \leq 20 + \frac{x}{2\sqrt{3}}, \text{ то}$$

$$20 + \frac{x}{2\sqrt{3}} \geq 16, \text{ значит}$$

$$x \geq -8\sqrt{3}.$$

Итак, ограничение x на промежутке $(-\infty; 0]$:
 $[-8\sqrt{3}; 0]$
 или $x \geq -8\sqrt{3}$.



На одной странице можно оформлять **только одну задачу**. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.

1 ☐ 2 ☐ 3 ☐ 4 ☐ 5 ☐ 6 ☒ 7 ☐

СТРАНИЦА
2 ИЗ 4

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

А напомним рассмотрим x на промеж $[0; \infty)$

$$\overbrace{y - 20 + \frac{x}{\sqrt{3}} \ominus 20 - \frac{x}{\sqrt{3}} \oplus 20 + \frac{x}{2\sqrt{3}} \oplus}^1$$

$$y - 20 - \frac{x}{2\sqrt{3}} \ominus \ominus \oplus$$

$$1 \text{ сл)} \quad y \geq 20 + \frac{x}{2\sqrt{3}}$$

$$2y - 40 \leq 8 \rightarrow \underline{y \leq 24}, \text{ но т.к. } y \geq 20 + \frac{x}{2\sqrt{3}},$$

$$\text{то } x \leq 8\sqrt{3}$$

$$2 \text{ сл)} \quad 20 - \frac{x}{\sqrt{3}} \leq y \leq 20 + \frac{x}{2\sqrt{3}}$$

$$y - 20 + \frac{x}{2\sqrt{3}} \oplus y + 20 + \frac{x}{2\sqrt{3}} \leq 8 \rightarrow x \leq 8\sqrt{3}$$

$$3 \text{ сл)} \quad y \leq 20 - \frac{x}{2\sqrt{3}} \quad \leftarrow \text{(т.е. любой от } 20 - \frac{x}{2\sqrt{3}} \text{ до } 20 + \frac{x}{2\sqrt{3}})$$

$$-y + 20 - \frac{x}{2\sqrt{3}} - y + 20 + \frac{x}{2\sqrt{3}} \leq 8$$

$$\ominus \underline{-2y \leq -32}, \text{ но т.к. } y \leq 20 - \frac{x}{2\sqrt{3}}$$

$$20 - \frac{x}{2\sqrt{3}} \geq 16 \rightarrow x \leq 8\sqrt{3}.$$

Т.е. на промеж. $x \in [-\infty; +\infty)$ ограничение до $x \in [0; 8\sqrt{3})$. ~~Далее~~

Теперь скажем, что если $x \in [-8\sqrt{3}; 0]$, то при x_0, y будет совокупностью ответов от 16 до 24 (вышес), т.к. (см. экран).



На одной странице можно оформлять только одну задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.

1 ☐ 2 ☐ 3 ☐ 4 ☐ 5 ☐ 6 ☒ 7 ☐

СТРАНИЦА
3 из 4

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

План как, если $y \geq 20 - \frac{x}{2\sqrt{3}}$, то $y \in [20 - \frac{x}{2\sqrt{3}}; 24]$

$y \in [20 - \frac{x}{2\sqrt{3}}; 24]$, если $20 + \frac{x}{2\sqrt{3}} \leq y \leq 20 - \frac{x}{2\sqrt{3}}$,

то $y \in [20 + \frac{x}{2\sqrt{3}}; 20 - \frac{x}{2\sqrt{3}}]$, если $y \leq 20 + \frac{x}{2\sqrt{3}}$,

то $y \in [20 + \frac{x}{2\sqrt{3}}; 16]$ (см. цел. на стр 1)

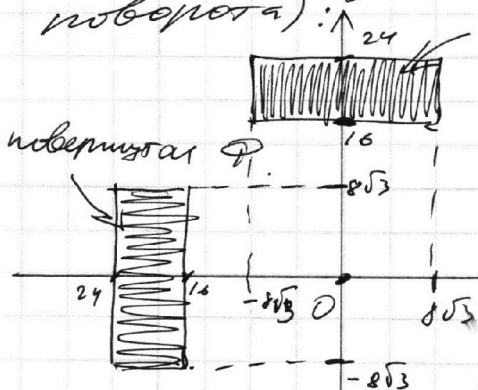
Аналогично для $x_0' \in [0; 8\sqrt{3}]$:

$y \in [16; 20 - \frac{x}{2\sqrt{3}}]$ при $y \leq 20 - \frac{x}{2\sqrt{3}}$

$y \in [20 - \frac{x}{2\sqrt{3}}; 20 + \frac{x}{2\sqrt{3}}]$ при $20 - \frac{x}{2\sqrt{3}} \leq y \leq 20 + \frac{x}{2\sqrt{3}}$,

$y \in [20 + \frac{x}{2\sqrt{3}}; 24]$ при $y \geq 20 + \frac{x}{2\sqrt{3}}$.

Итак, теперь изобр. график: фигуру Φ и повернутую фигуру Φ (без процесса поворота):



Теперь рассмотрим процесс поворота: для любой точки A_0 с координатами $(x_0; y_0)$

рассмотрим окружность с ц. в т. O и проходящую через A_0 .

Тогда процессом поворота будут являться все дуги таких окружностей от A_0 до A_0' . (см. след стр.)



На одной странице можно оформлять только одну задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.

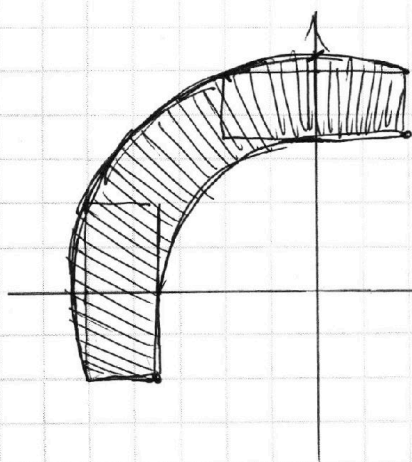
1
☐2
☐3
☐4
☐5
☐6
☒7
☐СТРАНИЦА
4 ИЗ 4

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

Рассмотрим наименьшую и наибольшую (т.е. с наименьшим и наибольшим радиусом).

С наименьшим радиусом будет опис. прохождение через $(0; 16)$, а с наиб. прох-ом через $(8\sqrt{3}; 24)$. Это наиб. и наим. опис-ые, т.е. рассматривая ^{прямую} ~~прямую~~ ^{вершины} ~~вершины~~ в O , $(0; 24)$, $(8\sqrt{3}; 24)$; $(8\sqrt{3}; 0)$ то по т. Вюр наименьшая точка и O будет опис-ой наим. опис. (радиус), а наиб. ^{тогда, мы} ~~длина~~ на диагонали, в противоп. вершине.

Рассмотрим общий график:



$$\begin{aligned} & \frac{1}{4} (\pi R_{\sqrt{384}}^2 - \pi R_{16}^2) + 2 \cdot S_{\square} + 2 \cdot S_{\Delta} = \\ & = \frac{2\pi R_{\sqrt{384}}^2 - 2\pi R_{16}^2}{4} + 2 \cdot 8 \cdot 4\sqrt{3} + \\ & + 2 \cdot \left(\frac{2 \cdot \arctg \frac{\sqrt{3}}{4}}{360^\circ} \cdot 2\pi R_{\sqrt{384}}^2 - 12 \cdot 16\sqrt{3} \right) = \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} & = \frac{2\pi \cdot 384 - 2\pi \cdot 256}{4} + 64\sqrt{3} + \\ & + \left(\frac{\arctg \frac{\sqrt{3}}{4}}{45^\circ} \cdot 2\pi \cdot 384 - 192\sqrt{3} \right) = \\ & = 64\pi + 64\sqrt{3} + 8 \cdot 384 \cdot \arctg \frac{\sqrt{3}}{4} - 192\sqrt{3} \end{aligned}$$

$$\text{Ответ: } 64\pi + 8 \cdot 384 \arctg \frac{\sqrt{3}}{4} - 128\sqrt{3}.$$



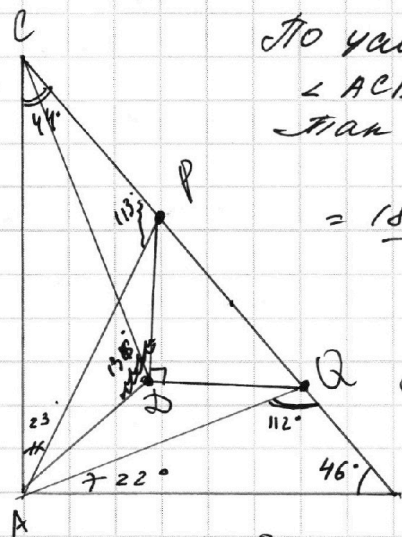
На одной странице можно оформлять только одну задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.

1 ☐ 2 ☐ 3 ☐ 4 ☐ 5 ☐ 6 ☐ 7 ☒

СТРАНИЦА
1 из 2

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

$$N = 7$$



По условию $\angle CBA = 46^\circ$, а $\angle A = 90^\circ$, значит $\angle ACB = 180^\circ - 90^\circ - 46^\circ = 44^\circ$.

Так как $AC = CQ$, то $\angle CAQ = \angle CQA = \frac{180^\circ - 44^\circ}{2} = 68^\circ$. Тогда $\angle AQB = 180^\circ - 68^\circ = 112^\circ$.

Аналогично для $\triangle ABP$, где $AB = BP$
 $\angle BPA = \angle PAB = 67^\circ$, т.е.
 $\angle CPA = 113^\circ$

Значит $\angle QAB = 22^\circ$, а $\angle CAP = 23^\circ$ из $\triangle AQB$ и $\triangle CAP$ соответственно.

Получается $\angle PAQ = 90^\circ - 22^\circ - 23^\circ = 45^\circ$. В

$\triangle APQ$ $\angle PQA = 90^\circ$, а $\angle PAQ = 45^\circ$. Значит

если мы опишем окружность около $\triangle APQ$, то м. D будет центром этой окр., т.к. центральный угол в 2 раза больше угла, опир. на эту же дугу (вн. угол).

Тогда зная, что $\angle APB = 67^\circ$, найдем $\angle ADQ$: $\angle ADQ = 2 \cdot 67^\circ = 134^\circ$. Аналогично

$\angle ADP = 2 \cdot 68^\circ = 136^\circ$. Рассмотрим 4-х угл.

$ACPD$: $\angle C = 44^\circ$, а $\angle ADP = 136^\circ$. Значит углы, лежащие напротив в сумме 180° , т.е. это вписанный четырёхугольник по признаку.

Тогда $\angle DCP = \angle DAP$, т.к. опирается на одну дугу (вдп). (см. следств.)



На одной странице можно оформлять **только одну** задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении **каждой** задачи отдельно.

1
☐

2
☐

3
☐

4
☐

5
☐

6
☐

7
☒

СТРАНИЦА
2 из 2

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

Из внешне-ги $\triangle DPC$ найдем $\angle CAD = \angle BPD = 45^\circ$,
так как $DP = DQ$, а $\angle PDQ = 90^\circ$, значит $\angle DPQ =$
 $= \angle DQP = 45^\circ$. Итак, $\angle CAP = 45^\circ$, значит

$\angle PAD = 45^\circ - 23^\circ = 22^\circ$. А раз $\angle DCP = \angle PAD$,
то $\angle DCP = 22^\circ$. Мы нашли $\angle DEB = 22^\circ$.

Ответ: 22° .

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

$$\begin{array}{r} 144 \\ \times 2.6 \\ \hline 864 \\ 2880 \\ \hline 384.0 \end{array}$$

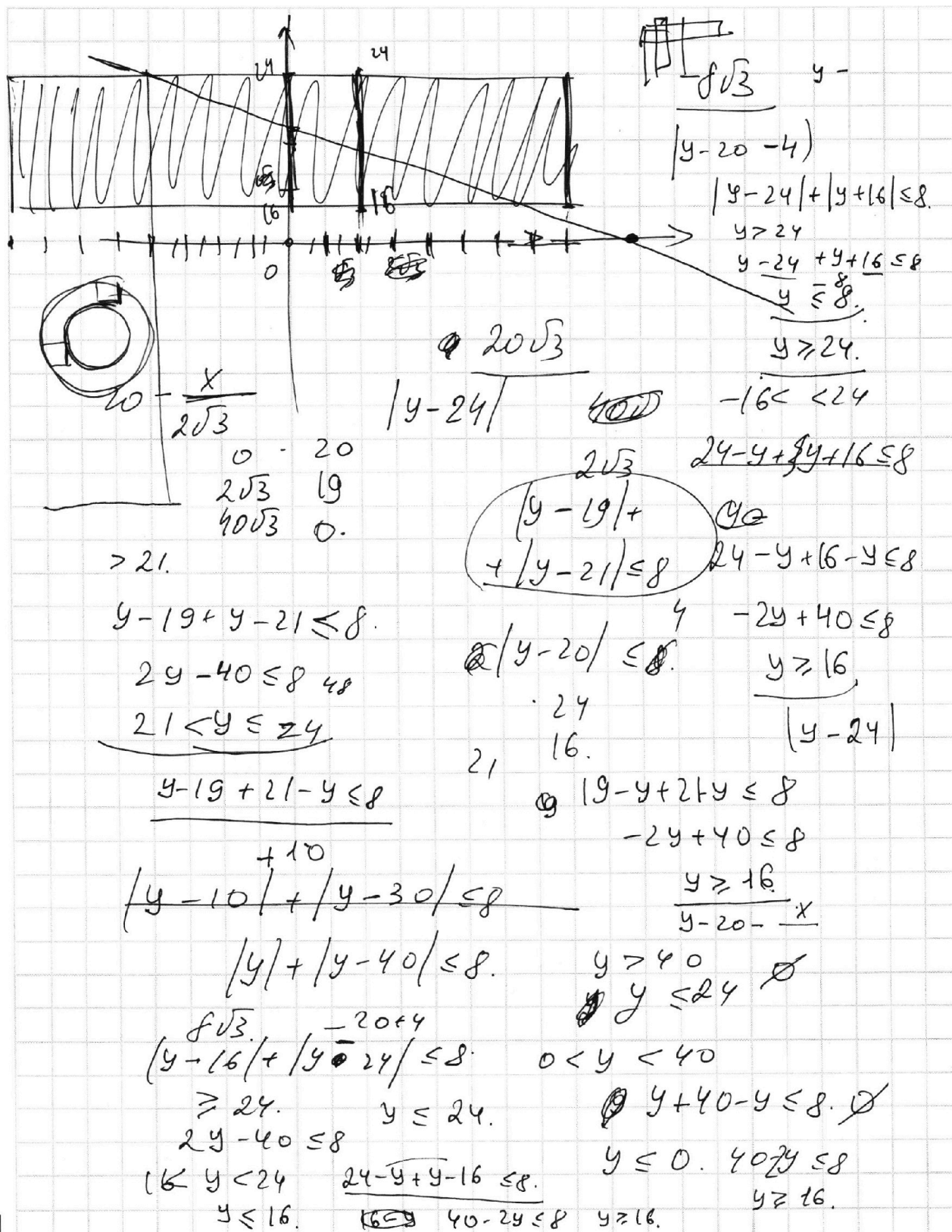


На одной странице можно оформлять только одну задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.

1 ☐ 2 ☐ 3 ☐ 4 ☐ 5 ☐ 6 ☐ 7 ☐

СТРАНИЦА
__ ИЗ __

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!





На одной странице можно оформлять только одну задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.

1 2 3 4 5 6 7
☐ ☐ ☐ ☐ ☐ ☐ ☐

СТРАНИЦА
__ ИЗ __

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

$$(2xy) + 2yz + 2xz = -12z \Rightarrow 12x + 12y - (2x^2 + 2y^2 + 2z^2)$$
$$(x^2 - 12x) + (x^2 - 2xy + y^2) + y^2 - 12y + (y^2 - 2yz + z^2) + (z^2 - 12z)$$
$$(x-y)^2 + (y-z)^2 + (z-x)^2 = 0$$

1) $\perp$. 2) или 3) ног

$$\begin{cases} x(x-6) = yz \\ y(y-6) = zx \\ z(z-6) = xy \end{cases}$$

Если $x=0$, то
 $-6 = yz$
 $y=6$ - не правда.
 $z=6$.

$$\frac{AD}{20} = \frac{EA}{10}$$

$$AD = 2\sqrt{19}$$

$$\frac{\sqrt{19}}{10} = \frac{AF}{2\sqrt{19}}$$

$$\frac{2 \cdot 19}{10} = AF$$

$$100 - 81 = 19$$

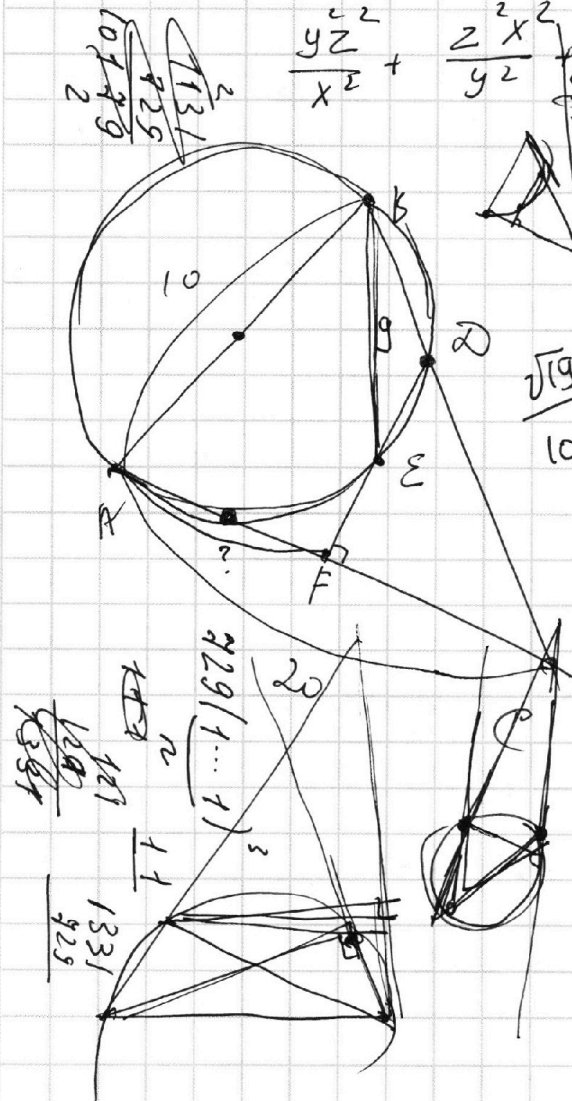
$$\frac{DA}{AC} = \frac{AF}{AD} = \frac{DF}{DC} = \frac{EA}{AB}$$

$$EA = \frac{8 \cdot 10}{20} = 4$$

$$DA = 2EA = 2\sqrt{19}$$

$$DA = 2\sqrt{19}$$

$$AF = \frac{4 \cdot 19}{20} = \frac{38}{10} = 3.8$$





На одной странице можно оформлять **только одну** задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.

1 2 3 4 5 6 7
☐ ☐ ☐ ☐ ☐ ☐ ☐

СТРАНИЦА
__ ИЗ __

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

6.7 $x^2 - (a^2 - 4a)x + a^2 - 6a + 4 = 0.$
5.8 $5x^2 - (a^3 - 4a^2)x - 2a^3 - 6a - 15 = 0.$
 $d \neq 0.$ 99 $9(1 \dots 1)^5$

$\frac{180 - 46}{2} = \frac{134}{2} = 67 - 45 = 22.$
6.7. $\frac{113}{23} = 4.913$
 $d < 0$

$x_1 - x_2 = \frac{1}{3}(x_1' - x_2')$
 $9 \quad 9 \cdot 9 = 81$
 $\frac{9}{9}$
 $8 \quad 8 \cdot 8 = 64$
 $\frac{8}{8}$
 $4 \quad 4 \cdot 4 = 16$
 $\frac{4}{4}$
 $1 \quad 1 \cdot 1 = 1$
 $\frac{1}{1}$
 891
 2891
 9801
 9
 81
 11
 999
 999
 91
 81

$q^3 \cdot 88209 = a^2(a-4)^2 - 4(a^2 - 6a + 4) =$
 $a^2 - 8a + 16$
 $(101) \cdot 88209 = a^4 - 8a^3 + 16a^2 - 4a^2 + 24a - 16$
 $2 \cdot 1 \cdot 88209 = a^4 - 8a^3 + 12a^2 + 24a - 16$
 $88209 \cdot 81 = a^4 - 8a^3 + 12a^2 + 24a - 16$
 $88209 \cdot 22 = a^4(a-4)^2 + 20(2a^3 + 6a + 15) =$
 $996002999 = a^6 - 8a^5 + 16a^4 + 40a^3 + 120a + 300 =$
 $(5) \quad a^6 - 8a^5 + 16a^4 + 40a^3 + 120a + 300 =$
 $88 = a^6 - 8a^5 + 16a^4 + 40a^3 + 11$
 $1 \quad 2 \quad 21 \quad 888$
 8991
 8991
 8991
 8991
 998001
 $1 \quad 1 \quad 8801$
 99
 88209
 88209
 870299
 (3)
 891
 81



На одной странице можно оформлять только одну задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.

1 2 3 4 5 6 7

СТРАНИЦА
__ ИЗ __

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

$$429(1 \dots 1)^3$$
$$\begin{array}{r} 121 \\ 11 \\ 121 \\ 121 \\ \hline 1331 \end{array}$$

$n=2$

$$\begin{array}{r} 11 \\ 11 \\ \hline \end{array}$$

$$\begin{array}{r} 1331 \\ 1229 \\ 11979 \\ 2862 \\ \hline 9374 \\ 970299 \end{array}$$

$n=3$

$$\begin{array}{r} 111 \\ 111 \\ 111 \\ \hline 111 \end{array}$$

$$\begin{array}{r} 12321 \\ 111 \\ \hline 12321 \end{array}$$

$$\begin{array}{r} 111 \\ 12321 \\ \hline 12321 \\ 1364631 \end{array}$$

$$\begin{array}{r} 121 \\ 81 \\ \hline 121 \\ 88209 \\ 968 \\ 9801 \\ \hline 970299 \\ 8991 \\ \hline 998001 \end{array}$$

$\times 81818181$

$$\begin{array}{r} 21 \\ 999 \\ \hline 28982009 \end{array}$$

$$\begin{array}{r} 8982009 \\ \hline 8982009 \end{array}$$

$$\begin{array}{r} 998002999 \\ 89991 \\ \hline 998002999 \end{array}$$

$$(10000 \dots 01)^3 =$$

$$= (10000 - 1)^3 =$$
$$= 10000^3 - 3 \cdot 10000^2 + 3 \cdot 10000 - 1 =$$
$$= 80001$$

$$\begin{array}{r} 888 \\ 9999 \\ 139999 \\ 3899991 \\ \hline 99991 \\ 99980001 \\ 321 \\ 8999820009 \\ 2899820009 \\ 899820009 \\ 899820009 \\ \hline 999400029999 \end{array}$$

③

$$\begin{array}{r} 9 \dots 9 \\ 9 \dots 9 \\ \hline \end{array}$$

$$9000 - 900 =$$

$$\begin{array}{r} 429 \\ = 8100000 \\ 16200000 \end{array}$$

$$9 \cdot 9 = 81$$

$$81 \cdot 9 = 729$$

$$99 \cdot 99 = 9801$$

$$9801 \cdot 99 = 970299$$

$$(9 \dots 0 + 9 \dots 0 + \dots + 9)^3 =$$

$$\begin{array}{r} 81 \\ 81 \\ \hline 182 \\ 891 \\ 891 \\ \hline 9801 \end{array}$$
$$99 = (81 \dots 0 + 81 \dots 0 + 81 \dots 0)$$
$$(9999)^2 = 99980001$$

$$999 \cdot 999 = 998001$$

$$\textcircled{3} 998001 \cdot 999 = 997002999$$

④

$$99980001$$

$$999700029999$$

$$n-1+n =$$

$$= 2n-1 =$$

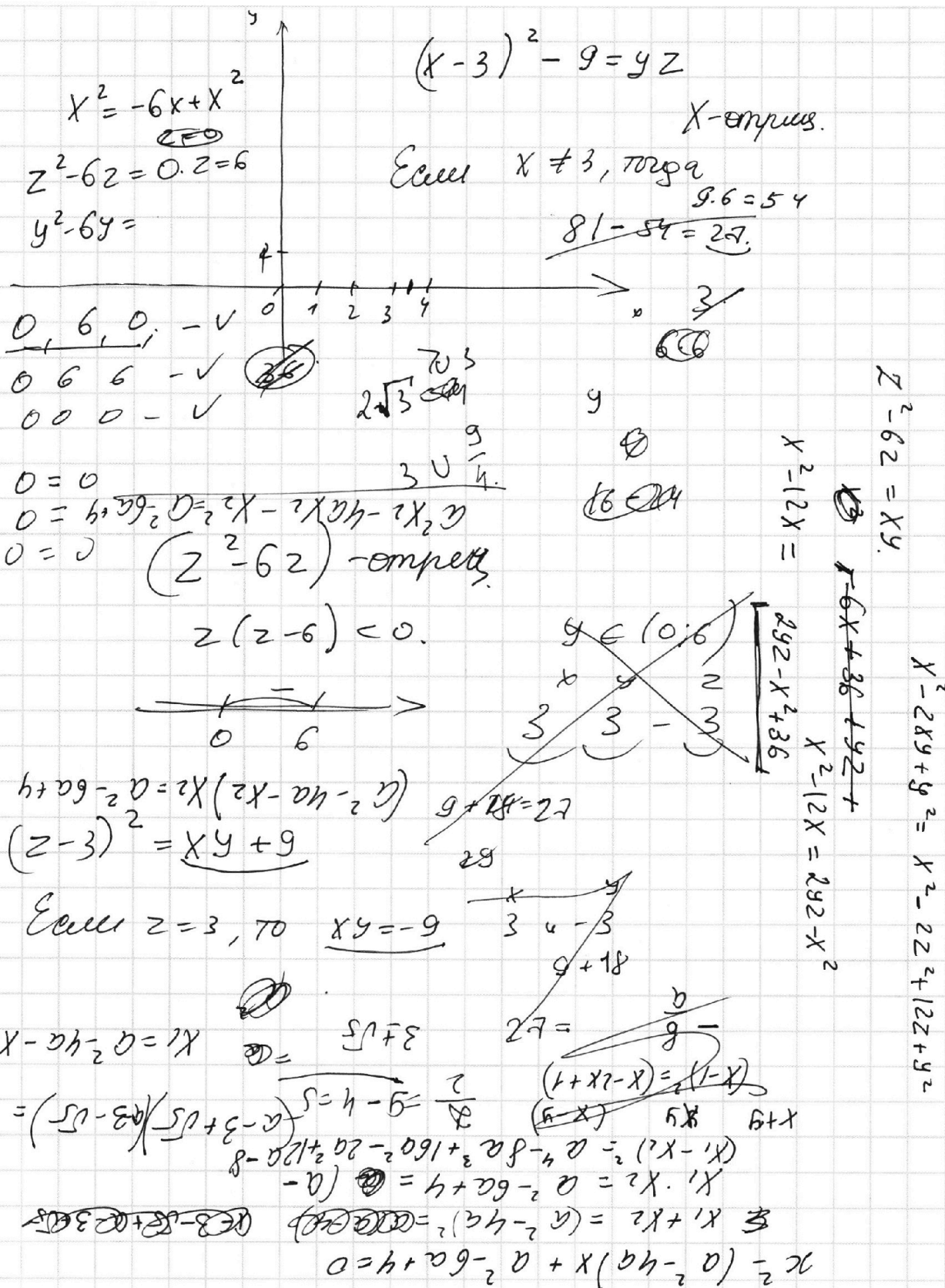
$$9000 + 900 + 90 +$$

$$\begin{array}{r} 81 \\ 81 \\ \hline \end{array}$$

$$81000000 + 20 + 17$$

$$+ 810000 + 8100 + 81$$

$$81$$





На одной странице можно оформлять **только одну** задачу. Отметьте **крестиком** номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в **решении каждой задачи отдельно**.

1 2 3 4 5 6 7

СТРАНИЦА
__ ИЗ __

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

$$(x^2 - 2xy + y^2) + \dots - 12x - 12z - 12y = 0$$

$$(x-y)^2 + (x-z)^2 + (y-z)^2 - 12x - 12z - 12y = 0.$$

$$(x^2 - 12x) + 36 + (y^2 - 12y) + 36 + (z^2 - 12z) + 36 =$$

$$= \frac{x^2 - 2xy + y^2 - 2yz + z^2 - 2xz}{x^2 - 2xy + y^2 - 2yz + z^2 - 2xz}$$

$$(x^2 - 12x) + (\quad) + (\quad) = 0. \quad x^2 + z^2 - 6x - 6z - 6xy - 6yz = 0$$

$$x^2 - 2xy + y^2 - 2yz + z^2 - 2xz + 36 \cdot 3$$

$$+ \frac{y^2 z^2}{x^2} \dots (x-6) = \frac{yz}{x} \quad (z-3)^2$$

$$\frac{y^2 z^2}{x^2} \dots \frac{x^2 - 12x + 36}{y^2 - 12y + 36} \quad g = \frac{3}{3}$$

$$\frac{z^2 - 12z + 36}{xy + yz + xz + 36 \cdot 3} \quad (-3)^2$$

$$\frac{xy + yz + xz + 36 \cdot 3}{5 \cdot 3}$$

$$(x-y)^2 + (y-z)^2 + \dots - 12(x+y+z) = 0$$

$$x^2 + 36 + (x-y)^2 + (x-z)^2 + (y-z)^2 - 12x - 12y - 12z = 0$$

$$\frac{2x^2 + 2y^2 + 2xy - 2xz - 12x - 12y - 2yz - 2xz}{(x-6)^2}$$

$$\frac{x^2 - 12x + 36}{x^2 - 12x + 36}$$

$$x^2 + z^2 + 2xz - 2xz - 12x + x^2 - 12z + z^2 - 2xy - 2yz = 0$$

$$(x-z)^2 + (x-6)^2 + (z-6)^2 - 36 - 36 - 2(xy + yz + xz) = 0$$

$$+ (x+y)^2 - 2yx + (x-6)^2 + (y-6)^2 - 36 - 36 - 2(\dots) = 0$$

$$+ (y+z)^2 + (y-6)^2 + (z-6)^2 - 36 - 36 - 2(\dots) = 0$$

$$36 \cdot 6 + 6(z-6)^2 - (x+2)^2 - \dots - (\quad)^2$$

$$29 - 5x + 69 - 2x + x9 - 25 = 7(9 - x)$$