МОСКОВСКИЙ
ФИЗИКО-ТЕХНИЧЕСКИЙ
ИНСТИТУТ

ОЛИМПИАДА "ФИЗТЕХ"
ПО МАТЕМАТИКЕ

10 КЛАСС. Вариант 8

1. [4 балла] Ненулевые числа x, y, z удовлетворяют системе уравнений

$$\begin{cases} xy = -6z + z^2, \\ yz = -6x + x^2, \\ zx = -6y + y^2. \end{cases}$$

Найдите все возможные значения выражения $(x-6)^2 + (y-6)^2 + (z-6)^2$, если известно, что система имеет хотя бы одно решение в ненулевых числах.

2. [2 балла] Десятичная запись натурального числа n состоит из 20 001 девятки. Сколько девяток содержит десятичная запись числа n^3?

3. [5 баллов] Окружность ω с диаметром AB пересекает сторону BC остроугольного треугольника ABC в точке D. Точка F выбрана на отрезке AC так, что $DF \perp AC$, а E — точка пересечения отрезка DF с окружностью ω, отличная от D. Найдите AF, если $AC = 20$, $AB = 10$, $BE = 9$.

4. [4 балла] В телеигре ведущий берет несколько коробок и ровно в три из них кладет по одному шарику. Игрок может указать на пять коробок и открыть их. Если в этих коробках лежат все три шарика, то игрок выигрывает. Игроку разрешили открыть девять коробок. Во сколько раз увеличилась вероятность выигрыша игрока?

5. [5 баллов] Найдите все значения параметра a, при которых корни уравнения $x^2 - (a^2 - 4a)x + a^2 - 6a + 4 = 0$ являются шестым и седьмым членами некоторой непостоянной арифметической прогрессии, а корни уравнения $5x^2 - (a^3 - 4a^2)x - 2a^3 - 6a - 15 = 0$ являются пятым и восьмым членами этой прогрессии.

6. [5 баллов] На координатной плоскости построена фигура Φ, состоящая из всех точек, координаты $(x;y)$ которых удовлетворяют неравенству $\left|y - 20 + \frac{x}{2\sqrt{3}}\right| + \left|y - 20 - \frac{x}{2\sqrt{3}}\right| \leqslant 8$. Фигуру Φ непрерывно повернули вокруг начала координат на угол π против часовой стрелки. Найдите площадь множества M, которое замела фигура Φ при этом повороте.

7. [6 баллов] На гипотенузе BC прямоугольного треугольника ABC выбраны точки P и Q так, что $AB = BP$, $AC = CQ$. Внутри треугольника ABC выбрана точка D, для которой $DP = DQ$, а $\angle PDQ = 90°$. Найдите $\angle DCB$, если известно, что $\angle CBA = 46°$.

На одной странице можно оформлять **только одну** задачу. Отметьте **крестиком** номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в **решении каждой задачи отдельно**.

1 ☐ 2 ☒ 3 ☐ 4 ☐ 5 ☐ 6 ☐ 7 ☐

СТРАНИЦА 1 ИЗ 1

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. **Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно.** Порча QR-кода недопустима!

№2

$$n = \underbrace{999\cdots 9\cdots 9}_{20001\ 9\text{-ка}} = 1\underbrace{0\cdots 0\cdots 0}_{20001\ \text{нуль}} - 1$$

$$n^3 = (10^{20001}-1)^3 = (10^{20001})^3 - 3\cdot(10^{20001})^2 +$$

$$+3\cdot 10^{20001} - 1 = (10^{60003} + 3\cdot 10^{20001}) - (3\cdot 10^{40002} + 1) =$$

$$= (1\underbrace{00\cdots}_{60003-20001-1=40001}\underbrace{3}_{1}\underbrace{0\cdots 0}_{20001}) - (3\underbrace{00\cdots 0}_{40002-1=40001}\underbrace{1}_{1})$$

Посмотрим разность:

$$\begin{array}{r} 9\cdots 9\,10\,10\cdots 10\,9\cdots 9\,10 \\ -\ 100\cdots 000\cdots 030\cdots 00 \\ 30\cdots 000\cdots 01 \\ \hline \underbrace{\underbrace{99\cdots 9}_{20000}\underbrace{7}_{1}\underbrace{0\cdots 0}_{20000}\underbrace{2}_{1}\underbrace{9\cdots 999}_{20001}}_{60003} \end{array}$$

Итак, т.е n^3 вида: $\overbrace{9\cdots 9}^{20000}7\overbrace{0\cdots 0}^{20000}2\overbrace{9\cdots 9}^{20001}$ и содержит ровно $(20000+20001)$ девятку. Итого: 40001.

Ответ: n^3 содержит 40001 девятку.

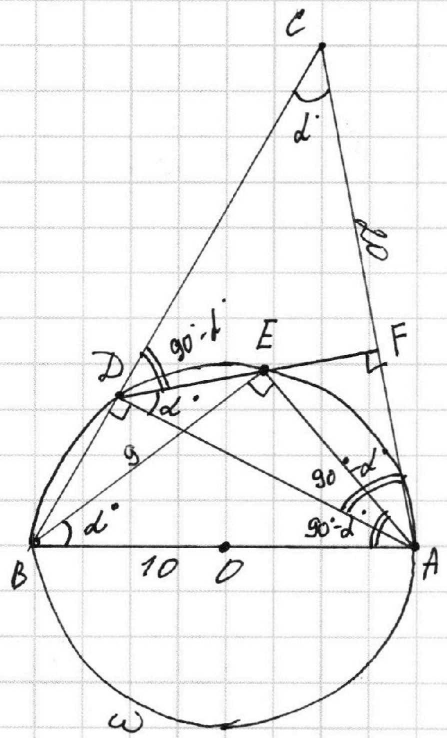
На одной странице можно оформлять **только одну** задачу. Отметьте **крестиком** номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в **решении каждой задачи отдельно**.

1	2	3	4	5	6	7
☐	☐	☒	☐	☐	☐	☐

СТРАНИЦА 1 ИЗ 2

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. **Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно.** Порча QR-кода недопустима!

№3



Пусть O - центр окр-ти ω (середина AB). Так как $\triangle ABC$ - остроугольный, то т. D будет лежать на отрезке BC (потому что D лежит на ω и $\angle BDA$ опирается на диаметр, значит $\angle BDA = 90^\circ$, а раз $AD \perp BC$, то скажем, что высота в остроугольном $\triangle$ падает на сторону, а значит D лежит на отрезке BC). Т. F на отрезке AC - по условию. $\angle BEA = 90^\circ$, так как опирается на AB, как на диаметр, значит равен 90°. Пусть $\angle ABE = \alpha^\circ$, тогда $\angle EDA = \alpha^\circ$ тоже, т.к опирается на ту же дугу (на $\smile EA$), что и $\angle ABE$. В $\triangle AEB$ $\angle EAB = 180^\circ - \angle AEB - \angle ABE = 180^\circ - 90^\circ - \alpha^\circ = 90^\circ - \alpha^\circ$. Раз AEDB - вписанный (все точки лежат на ω), то $\angle CDE = \angle EAB$ из вписанности. Тогда $\angle DCF = 180^\circ - \angle DFC - \angle CDF = 180^\circ - 90^\circ - (90^\circ - \alpha) = \alpha^\circ$. Аналогично рассмотрим $\triangle DFA$, где $\angle FAD = 180^\circ - \angle AFD - \angle FDA = 90^\circ - \alpha$.

Тогда заметим, что $\triangle CDA \sim \triangle BEA \sim \triangle DFA$ по I пр-ку 2-ум углам ($\angle DCA = \angle EBA = \angle FDA = \alpha^\circ$; $\angle CDA = \angle BFA = \angle DFA = 90^\circ$). Из подобия $\triangle\triangle$ следует:

$$\underbrace{\frac{AD}{AC} = \frac{AE}{AB}}_{(1)} \qquad \underbrace{\frac{AE}{AB} = \frac{AF}{AD}}_{(2)}$$

(1): $AD = \dfrac{AC \cdot AE}{AB}$. Т.к $\triangle BEA$ - прямоуг, то по т. Пифагора найдём EA:

$$EA = \sqrt{BA^2 - BE^2} = \sqrt{100 - 81} = \sqrt{19}.$$

$$AD = \frac{AC \cdot AE}{AB} = \frac{20 \cdot \sqrt{19}}{10} = 2\sqrt{19}.$$ (см. стр 2)

На одной странице можно оформлять **только одну** задачу. Отметьте **крестиком** номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в **решении каждой задачи отдельно**.

1 ☐ 2 ☐ 3 ☒ 4 ☐ 5 ☐ 6 ☐ 7 ☐

СТРАНИЦА 2 ИЗ 2

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. **Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно.** Порча QR-кода недопустима!

(2): $AF = \frac{AD \cdot AE}{AB} = \frac{2\sqrt{19} \cdot \sqrt{19}}{10} = \frac{38}{10} = 3{,}8.$

Итак, зная, что $AC = 20$, $AB = 10$, $BE = 9$ нашли $AF = 3{,}8$.

Ответ: $AF = 3{,}8$.

№ 4

Пусть всего n коробок, тогда если ведущий кладёт 3 шара, а игрок открывает 5, то вероятность того, что во всех в сумме 3 шара равна $\frac{C_{n-3}^{2}}{C_n^5}$, так как:

$P(3 \text{ шара в } 5 \text{ кор.}) = \frac{m}{n}$, где m - кол-во благоприятн. случаев, а n - кол-во всевозможных событий.

m: Если он откроет 3 коробки с шарами и любые две из оставшихся $(n-3)$:

C_{n-3}^{2}

n: Если он выберет любые 5 из n: C_n^5.

Если же игроку достаётся право на открытие 9, то $P(3 \text{ шара в } 9 \text{ кор}) = \frac{C_{n-3}^{6}}{C_n^9}$, т.к:

$P(3 \text{ шара в } 9 \text{ кор}) = \frac{p}{q}$, где p - кол-во благопр. соб, а q - кол-во всевозм. соб.

p: Если 3 коробки полные, а 6 - любые другие: C_{n-3}^{6}

q: Если 9 наугад: C_n^9

Тогда $\frac{P(3 \text{ шара из } 9 \text{ кор})}{P(3 \text{ шара из } 5 \text{ кор})} = \frac{C_{n-3}^{6} \cdot C_n^5}{C_n^9 \cdot C_{n-3}^{2}} = \frac{(n-3)! \cdot n! \cdot (n-9)! \cdot 9! \cdot 2! \cdot (n-5)!}{(n-9)! \cdot (n-5)! \cdot (n-3)! \cdot 6! \cdot 5! \cdot n!} =$

$= \frac{9 \cdot 8 \cdot 7}{5 \cdot 4 \cdot 3} = \frac{84}{10} = 8{,}4$. Ответ: в 8,4 раза.

На одной странице можно оформлять **только одну** задачу. Отметьте **крестиком** номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в **решении каждой задачи отдельно**.

1 ☐ 2 ☐ 3 ☐ 4 ☐ 5 ☐ 6 ☒ 7 ☐

СТРАНИЦА 1 ИЗ 4

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. **Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно.** Порча QR-кода недопустима!

~~Рассмотрим~~ № 6

Рассмотрим на промежутке $[-\infty; 0]$:

$y-20+\frac{x}{2\sqrt3}$ (−) $20+\frac{x}{2\sqrt3}$ (−) $20-\frac{x}{2\sqrt3}$ (+)

$y-20-\frac{x}{2\sqrt3}$ (−) (+) (+)

1 сл) $y \geq 20-\frac{x}{2\sqrt3}$

$y-20+\frac{x}{2\sqrt3}+y-20-\frac{x}{2\sqrt3} \leq 8$

$2y-40 \leq 8$, т.е $y \leq 24$, но $y \geq 20-\frac{x}{2\sqrt3}$,

т.е $20-\frac{x}{2\sqrt3} \leq 24$, т.е $x \geq -8\sqrt3$.

2 сл) $20-\frac{x}{2\sqrt3} < y \leq 20+\frac{x}{2\sqrt3}$ (т.е y любой от $20+\frac{x}{2\sqrt3}$ до $20-\frac{x}{2\sqrt3}$)

$y-20-\frac{x}{2\sqrt3}-y+20-\frac{x}{2\sqrt3} \leq 8$

$-\frac{x}{\sqrt3} \leq 8$, т.е $x \geq -8\sqrt3$

3 сл) $y \leq 20+\frac{x}{2\sqrt3}$

$-y+20-\frac{x}{2\sqrt3}-y+20+\frac{x}{2\sqrt3} \leq 8$

$-2y+40 \leq 8$

$y \geq 16$, но т.к. $y \leq 20+\frac{x}{2\sqrt3}$, то

$20+\frac{x}{2\sqrt3} \geq 16$, значит

$x \geq -8\sqrt3$.

Итак, ограничение x на пром $(-\infty; 0]$: $[-8\sqrt3; 0]$

см след стр.

На одной странице можно оформлять **только одну** задачу. Отметьте **крестиком** номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в **решении каждой задачи отдельно**.

1 ☐ 2 ☐ 3 ☐ 4 ☐ 5 ☐ 6 ☒ 7 ☐

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. **Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно.** Порча QR-кода недопустима!

А наконец рассмотрим x на пром $[0;\infty)$

$y-20+\frac{x}{2\sqrt3}$ ⊖ $20-\frac{x}{2\sqrt3}$ ⊕ $20+\frac{x}{2\sqrt3}$ ⊕

$y-20-\frac{x}{2\sqrt3}$ ⊖ ⊖ ⊕

1сл) $y \geq 20+\frac{x}{2\sqrt3}$

$2y-40 \leq 8 \to \underline{\underline{y \leq 24}}$, но т.к. $y \geq 20+\frac{x}{2\sqrt3}$,

то $x \leq 8\sqrt3$

2сл) $20-\frac{x}{2\sqrt3} \leq y \leq 20+\frac{x}{2\sqrt3}$

$y-20+\frac{x}{2\sqrt3} - y+20+\frac{x}{2\sqrt3} \leq 8 \to x \leq 8\sqrt3$

(т.е. любой от $20-\frac{x}{2\sqrt3}$ до $20+\frac{x}{2\sqrt3}$)

3сл) $y \leq 20-\frac{x}{2\sqrt3}$

$-y+20-\frac{x}{2\sqrt3} - y+20+\frac{x}{2\sqrt3} \leq 8$

$\underline{\underline{-2y \leq -32}}$, но т.к. $y \leq 20-\frac{x}{2\sqrt3}$

$20-\frac{x}{2\sqrt3} \geq 16 \to x \leq 8\sqrt3.$

Т.е на пром. $x \in [0;+\infty)$ ограничение до $x \in [0;8\sqrt3]$. ~~Далее~~

Теперь считаем, что если $x_0 \in [-8\sqrt3;0]$, то при x_0, y будет совокупностью ответов от 16 до 24 (вклюг), т.к (см. след).

На одной странице можно оформлять **только одну** задачу. Отметьте **крестиком** номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в **решении каждой задачи отдельно.**

1 ☐ 2 ☐ 3 ☐ 4 ☐ 5 ☐ 6 ☒ 7 ☐

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. **Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно.** Порча QR-кода недопустима!

Так как, если $y \geq 20 - \frac{x}{2\sqrt3}$, то ~~$y \in [20 - \frac{x}{2\sqrt3}$~~; $y \in [20 - \frac{x}{2\sqrt3}; 24]$, если $20 + \frac{x}{2\sqrt3} \leq y \leq 20 - \frac{x}{2\sqrt3}$, то $y \in [20 + \frac{x}{2\sqrt3}; 20 - \frac{x}{2\sqrt3}]$, если $y \leq 20 + \frac{x}{2\sqrt3}$, то $y \in [20 + \frac{x}{2\sqrt3}; 16]$ (см. исп. на стр 1).

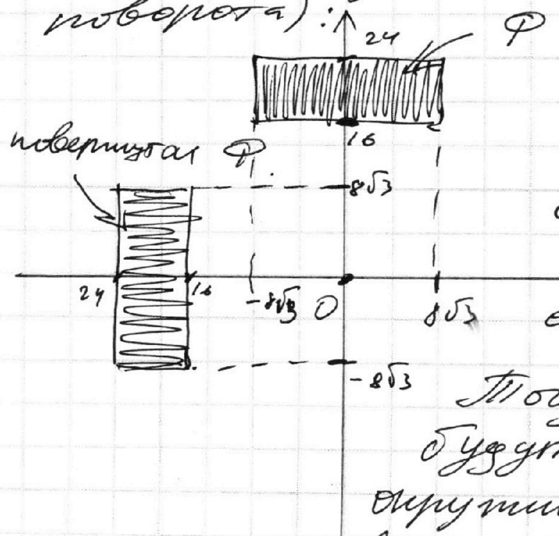
Аналогично для $x_0' \in [0; 8\sqrt3]$:

$y \in [16; 20 - \frac{x}{2\sqrt3}]$ при $y \leq 20 - \frac{x}{2\sqrt3}$

$y \in [20 - \frac{x}{2\sqrt3}; 20 + \frac{x}{2\sqrt3}]$ при $20 - \frac{x}{2\sqrt3} \leq y \leq 20 + \frac{x}{2\sqrt3}$,

$y \in [20 + \frac{x}{2\sqrt3}; 24]$ при $y \geq 20 + \frac{x}{2\sqrt3}$.

Итак, теперь изобр. условный график: фигуру Ф и повернутую фигуру Ф (без процесса поворота):



Теперь рассмотрим процесс поворота: для любой точки A_0 с координатами $(x_0; y_0)$ рассмотрим окружность с ц. в т. O и проход-ую через A_0. Тогда процессом поворота будут являться все дуги таких окружностей от A_0 до A_0'.

(см. след стр.)

На одной странице можно оформлять **только одну** задачу. Отметьте **крестиком** номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в **решении каждой задачи отдельно**.

1 ☐ 2 ☐ 3 ☐ 4 ☐ 5 ☐ 6 ☒ 7 ☐

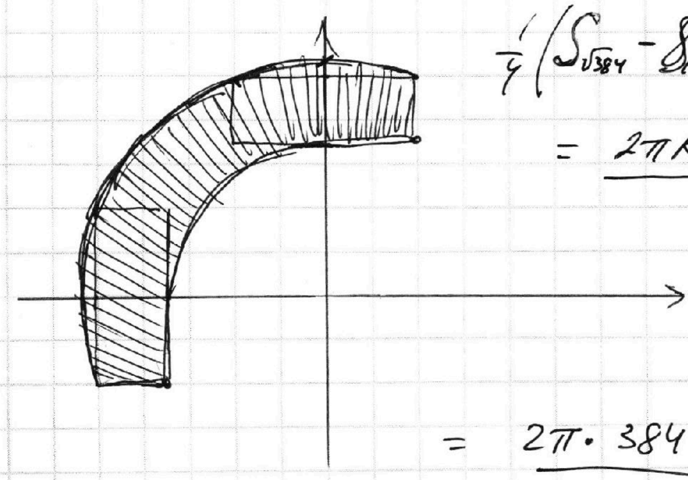
СТРАНИЦА 4 ИЗ 4

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. **Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно.** Порча QR-кода недопустима!

Рассмотрим наименьшую такую окружность и наибольшую (т.е с наим и наиб радиусом).

С наименьшим радиусом будет окр. проходящая через (0;16), а с наиб - прох-ая через $(8\sqrt{3};24)$. Это наиб и наим окр-ти, т.к. рассматривая прямоуг с вершинами в O, (0;24), $(8\sqrt{3};24)$; $(8\sqrt{3};0)$ то по т. Пиф наиближайшая точка и O будет обр-ть наим. отр (радиус), а наиб - точка лш на диагонали, в противоп. вершине.

Рассмотрим общий график:



$$\frac{1}{4}\left(S_{\sqrt{384}} - S_{16}\right) + 2\cdot S_{\square} + 2\cdot S_{\triangle} =$$

$$= \frac{2\pi R^2_{\sqrt{384}} - 2\pi R^2_{16}}{4} + 2\cdot 8\cdot 4\sqrt{3} + 2\cdot\left(\frac{2\cdot \operatorname{arctg}\frac{\sqrt{3}}{4}}{360^\circ}\cdot 2\pi R^2_{\sqrt{384}} - 12\cdot 16\sqrt{3}\right) =$$

$$= \frac{2\pi\cdot 384 - 2\pi\cdot 256}{4} + 64\sqrt{3} + \left(\frac{\operatorname{arctg}\frac{\sqrt{3}}{4}}{45^\circ}\cdot 2\pi\cdot 384 - 192\sqrt{3}\right) =$$

$$= 64\pi + 64\sqrt{3} + 8\cdot 384\cdot \operatorname{arctg}\frac{\sqrt{3}}{4} - 192\sqrt{3}$$

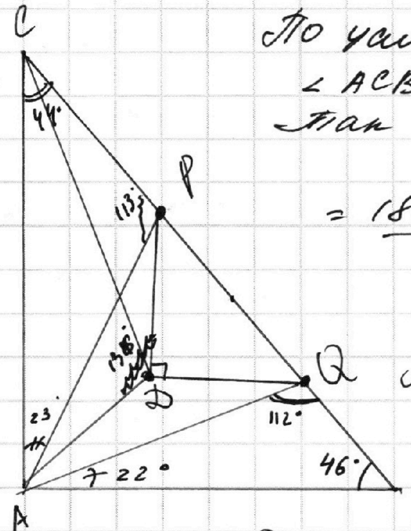
Ответ: $64\pi + 8\cdot 384 \operatorname{arctg}\frac{\sqrt{3}}{4} - 128\sqrt{3}$.

На одной странице можно оформлять **только одну** задачу. Отметьте **крестиком** номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в **решении каждой задачи отдельно**.

1 ☐ 2 ☐ 3 ☐ 4 ☐ 5 ☐ 6 ☐ 7 ☒

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. **Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно.** Порча QR-кода недопустима!

№ 7



По условию $\angle CBA = 46°$, а $\angle A = 90°$, значит $\angle ACB = 180° - 90° - 46° = 44°$.

Так как $AC = CQ$, то $\angle CAQ = \angle CQA = \frac{180° - 44°}{2} = 68°$. Тогда $\angle AQB = 180° - 68° = 112°$.

Аналогично для $\triangle ABP$, где $AB = BP$ $\angle BPA = \angle PAB = 67°$, т.е $\angle CPA = 113°$.

Значит $\angle QAB = 22°$, а $\angle CAP = 23°$ из $\triangle AQB$ и $\triangle CAP$ соответсвенно.

Получается $\angle PAQ = 90° - 22° - 23° = 45°$. В $\triangle APQ$ $\angle PDQ = 90°$, а $\angle PAQ = 45°$. Значит если мы опишем окружность ~~около~~ $\triangle APQ$, то т. D будет центром этой окр, т.к. центральный угол в 2 раза больше угла, опир. на эту же дугу (впис. угла).

Тогда зная, что ~~$\angle AQP$~~ $\angle APB = 67°$, найдём $\angle ADQ$: $\angle ADQ = 2 \cdot 67° = 134°$. Аналогично $\angle ADP = 2 \cdot 68° = 136°$. Рассмотрим 4-ёхуг-к $ACPD$: $\angle C = 44°$, а $\angle ADP = 136°$. Значит углы, лежащие напротив в сумме $180°$, т.е это вписанный четырёхугольник по признаку. Тогда $\angle DCP = \angle DAP$, т.к. опираются на одну дугу ($\cup DP$). (см. след стр)

На одной странице можно оформлять **только одну** задачу. Отметьте **крестиком** номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в **решении каждой задачи отдельно**.

1	2	3	4	5	6	7
☐	☐	☐	☐	☐	☐	☒

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. **Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно.** Порча QR-кода недопустима!

Из впис-ти $ADPC$ найдём $\angle CAD = \cancel{48}\ \angle BPD = 45^\circ$, так как $DP = DQ$, а $\angle PDQ = 90^\circ$, значит $\angle DPQ = \angle DQP = 45^\circ$. Итак, $\angle CAP = 45^\circ$, значит

$\angle PAD = 45^\circ - 23^\circ = 22^\circ$. А раз $\angle DCP = \angle PAD$, то $\angle DCP = 22^\circ$. Мы нашли $\angle DCB = 22^\circ$.

Ответ: 22°.

На одной странице можно оформлять **только одну** задачу. Отметьте **крестиком** номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в **решении каждой задачи отдельно**.

1 ☐ 2 ☐ 3 ☐ 4 ☐ 5 ☐ 6 ☐ 7 ☐ СТРАНИЦА __ ИЗ __

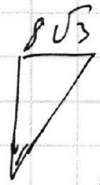
Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. **Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно.** Порча QR-кода недопустима!

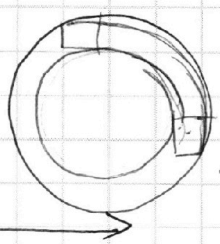
$3.\ 20-\frac{x}{2\sqrt3} \cup 20+\frac{x}{2\sqrt3}.$ $192-128$

$16\cdot16$ $\frac{128}{64}$

$\frac{16}{96}$ $8\sqrt3$ x - отриц.

1624 $-\frac{x}{2\sqrt3} \cup \frac{x}{2\sqrt3}.$





$2\cdot \operatorname{arctg}\frac{\sqrt3}{4}$ $y > 20-\frac{x}{2\sqrt3}$

$y-20+\frac{x}{2\sqrt3}$ $-$ $20+\frac{x}{2\sqrt3}$ $-$ $20-\frac{x}{2\sqrt3}$ $+$ $2y-40 \le 8$

12

$y-20-\frac{x}{2\sqrt3}$ $-$ $20-\frac{x}{2\sqrt3} < y \le 24$

192 64 $128.$

$y-20-\frac{x}{2\sqrt3}-y+20-\frac{x}{2\sqrt3} \le 8$ $\frac{-x}{2\sqrt3} \le 4$

$-\frac{2x}{2\sqrt3} \le 8$ $-x \le 8\sqrt3$ $-x \le 8\sqrt3$

$>^0 x \ge -8\sqrt3$ $0 \ge x \ge -8\sqrt3$

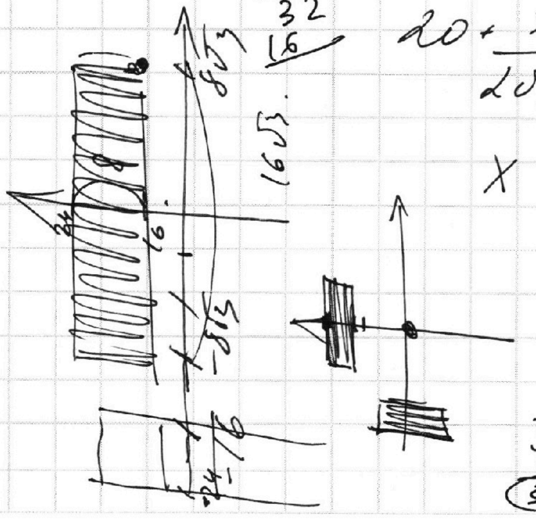
$8\sqrt3 \cdot \sqrt{16}$. $\sqrt3 \cup 4$

$16 \cdot 12$ 32 16 $20+\frac{x}{2\sqrt3} <$ $< 20-\frac{x}{2\sqrt3}$ $\le 20-\frac{x}{2\sqrt3}$

$20+\frac{x}{2\sqrt3} \ge -8\sqrt3 \ / \cdot 2\sqrt3$

$16\sqrt3$

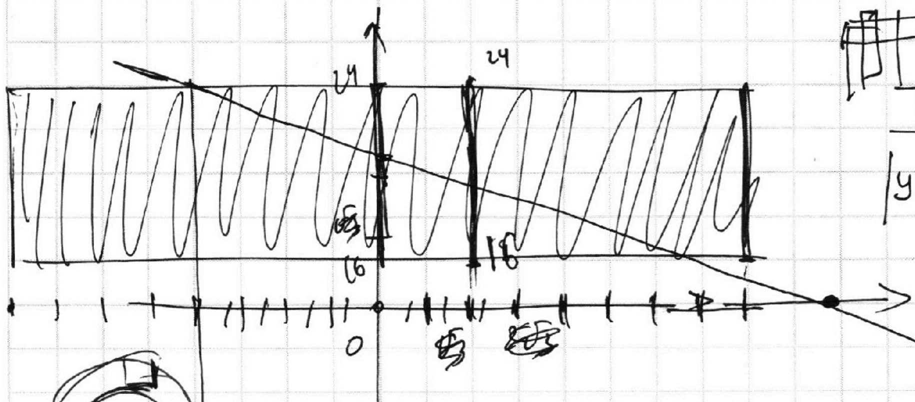
$x \ge -48-40\sqrt3$



$8\sqrt3 \cdot 24$ $y > \frac{x}{2\sqrt3}$

$144 \cdot 4$ $64 \cdot 3$ 192 18 $y \ge -16.$

576 192 384 $384.$



$8\sqrt{3}$ $y-$

$|y-20-4)$

$|y-24|+|y+16|\le 8.$

$y>24$

$y-24+y+16\le 8$

$y\le 8.$

$y\ge 24.$

$-16< <24$

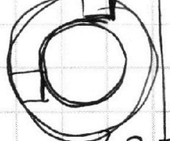
$24-y+y+16\le 8$

$24-y+16-y\le 8$

$-2y+40\le 8$

$y\ge 16$

$|y-24|$



$20\sqrt{3}$

$|y-24|$

$20-\dfrac{x}{2\sqrt{3}}$

$0 \quad 20$

$2\sqrt{3} \quad 19$

$40\sqrt{3} \quad 0.$

$2\sqrt{3}$

$|y-19|+$

$+|y-21|\le 8$

$>21.$

$y-19+y-21\le 8.$

$2y-40\le 8$ 48

$21<y\le 24$

$|y-20|\le 8.$

24

16.

21

$y-19+21-y\le 8$

$19-y+21-y\le 8$

$-2y+40\le 8$

$y\ge 16.$

$+10$

$\cancel{|y-10|+|y-30|\le 8}$

$y-20-\; x$

$|y|+|y-40|\le 8.$

$y>40$ $\varnothing$

$y\le 24$

$8\sqrt{3}.$ $-20+4$

$|y-16|+|y-24|\le 8.$

$0<y<40$

$\ge 24.$ $y\le 24.$

$y+40-y\le 8.$ $\varnothing$

$2y-40\le 8$

$y\le 0.$ $40-2y\le 8$

$16<y<24$ $24-y+y-16\le 8.$

$y\ge 16.$

$y\le 16.$ $40-2y\le 8$ $y\ge 16.$

На одной странице можно оформлять **только одну** задачу. Отметьте **крестиком** номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в **решении каждой задачи отдельно**.

1 2 3 4 5 6 7 СТРАНИЦА __ ИЗ __

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. **Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно.** Порча QR-кода недопустима!

$2xy+2yz+2xz=-12z-12x-12y-2x^2+2y^2+2z^2$

$(x^2-12x)+(x^2-2xy+y^2)+(y^2-12y)+(y^2-2yz+z^2)+(z^2-12z)$

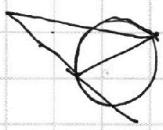
$(x-y)^2+(y-z)^2+(z-$

1) ⊥. 2) углы 3) под

$$\begin{cases} x(x-6)=yz \\ y(y-6)=zx \\ z(z-6)=xy \end{cases}$$

Если $x=0$, то
$-6=yz$
$y=6$
$z=6$. — не правда.

$\frac{AD}{20}=\frac{EA}{10}$ $\sqrt{19}$



$AD=2\sqrt{19}$

$(x-6)=\frac{yz}{x}$

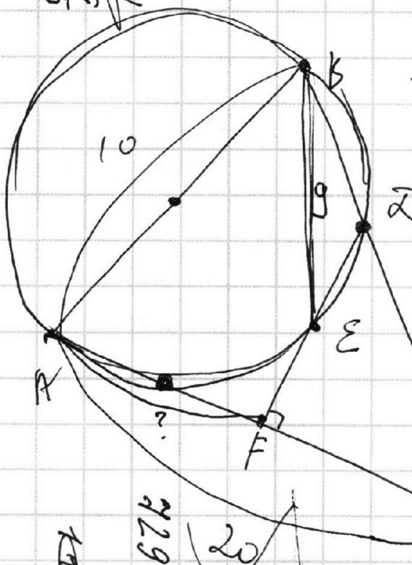
$\frac{y^2z^2}{x^2}+\frac{z^2x^2}{y^2}+\frac{x^2y^2}{z^2}$

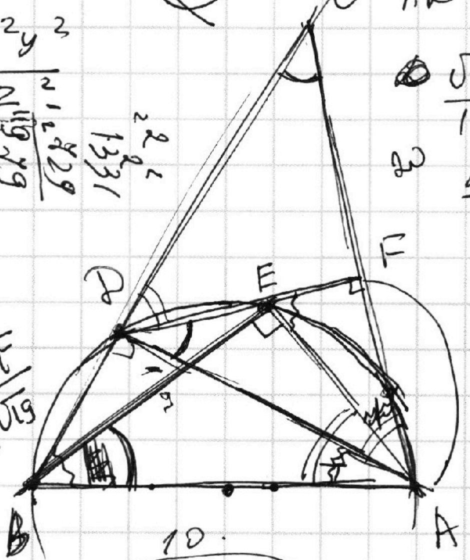
1331, 729

$\frac{\sqrt{19}}{10}=\frac{AF}{2\sqrt{19}}$

$\frac{2\cdot19}{10}=AF$

$100-81=19$





$\frac{\sqrt{19}}{10}=\frac{AF}{2\sqrt{19}}$

399

$\frac{DA}{AC}=\frac{AF}{AD}=\frac{DF}{DC}=\frac{EA}{AB}$

20 10

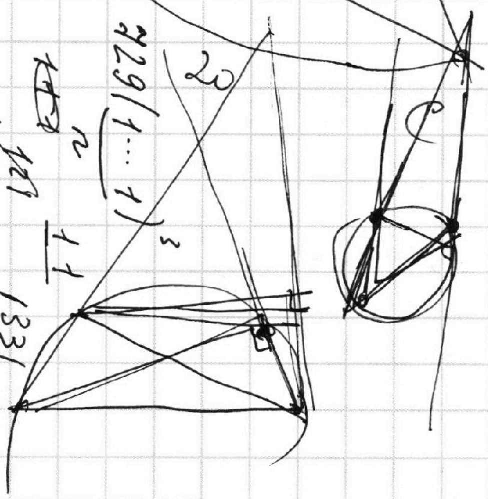
$EA=\cancel{\frac{9\cdot10}{20}=\frac{9}{2}}$

$DA=2EA=2\sqrt{19}$.

$DA=2\sqrt{19}$.

$AF=\frac{4\cdot19}{20}=\frac{38}{10}=3{,}8$

729, 121, 11, 1331



На одной странице можно оформлять **только одну** задачу. Отметьте **крестиком** номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в **решении каждой задачи отдельно**.

1 2 3 4 5 6 7

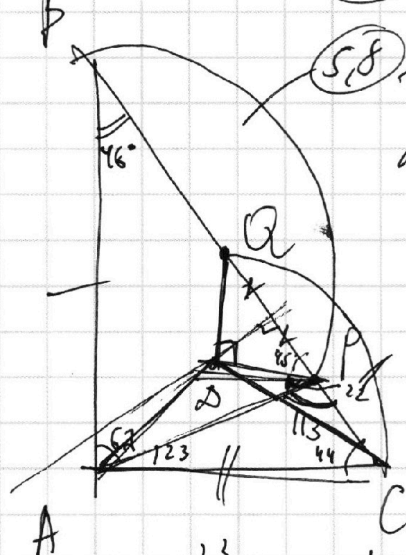
СТРАНИЦА __ ИЗ __

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. **Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно.** Порча QR-кода недопустима!

6,7 – $x^2-(a^2-4a)x+a^2-6a+4=0.$

5,8 – $5x^2-(a^3-4a^2)x-2a^3-6a-15=0.$

$d\neq 0.$ $\quad 99 \quad 9(1\dots1)^3$

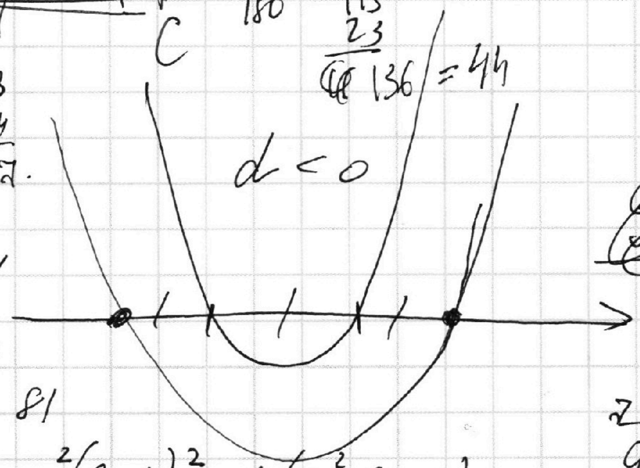


$\frac{180-46}{2}=\frac{134}{2}=67-45=22.$

67. 180 113 23 136 = 44

$x_1-x_2=\frac{1}{3}(x_1'-x_2')$

23 44 67.



$d<0$

9 $\quad 9\cdot 9=81$ 9 729

891 7891 9801 9 81

99 99 891 $729(111\dots1)^3$

891 9801 9 88209 (1) 81 11

$9^3=88209$ $D=a^2(a-4)^2-4(a^2-6a+4)=$

$a^2-8a+16$

$(10-1)$ 998001 999 8982009 81 $=a^4-8a^3+16a^2-4a^2+24a-16$

$=a^4-8a^3+12a^2+24a-16.$

8982009 8982009 996002999

$D_2=a^4(a-4)^2+20(2a^3+6a+15)=$ 30

999 999

(5) $=a^6-8a^5+16a^4+40a^3+120a+300=$ 91

$\cancel{=a^6-8a^5+16a^4+40a^3+11}$

88 999 1999 8991 8991 8991 998001

9801 99 88209 88209 (3) 970299

99 99 891 81

На одной странице можно оформлять **только одну** задачу. Отметьте **крестиком** номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в **решении каждой задачи отдельно**.

1 ☐ 2 ☐ 3 ☐ 4 ☐ 5 ☐ 6 ☐ 7 ☐

СТРАНИЦА __ ИЗ __

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. **Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно.** Порча QR-кода недопустима!

$99^3 = (100-1)^3 = (10000-1)^2(100-1) - (10000-200+1)(100-1) =$

$= (9801)\cdot(100-1)$

9800

$1000000 - 3\cdot 10000 + 3\cdot 100 - 1 =$

$= 1000000 - 30000 = 970000$

$970000 + 300 = 970300$

970299

$\frac{(n-3)!}{(n-6)!\,6!\,n!}$

$99-2$

10^2

$1000000 - 300$

$-(3\ldots0 + 1)$

$60003 - 20001 - 1 = 40001$

$30\ldots01$

$10\ldots0\ldots03000\ldots0$

$30\ldots00\ldots1$

$99702\ldots99$

$20000 \quad 20000 \quad 20001$

60003

$\frac{C_n^6}{C_{n-3}^6}$

$\frac{C_n^5}{C_{n-3}^2}$

$\frac{C_5^3}{C_3^2} = \frac{6}{3} = \frac{2}{1}$

На одной странице можно оформлять **только одну** задачу. Отметьте **крестиком** номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в **решении каждой задачи отдельно**.

1 ☐ 2 ☐ 3 ☐ 4 ☐ 5 ☐ 6 ☐ 7 ☐

СТРАНИЦА __ ИЗ __

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. **Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно.** Порча QR-кода недопустима!

$729\,(\underbrace{1\cdots1}_{n})^3$

$n=2$ $\quad 11 \cdot 11$ $\quad 121 \cdot 11 = 1331$ $\quad 1331 \cdot 729 = 970299$

$n=3$ $\quad 111 \cdot 111 = 12321$ $\quad 12321 \cdot 111 = 1367631$

$121 \cdot 81 = 9801$ $\quad 9801 \cdot 99 = 970299$ $\quad 999 \cdot 999 = 998001$ $\quad 998001 \cdot 999 = 997002999$

81818181

$9999 \cdot 9999 = 99980001$, $\quad 99980001 \cdot 9999 = 999700029999$

$(1000\cdots0-1)^3 =$

$= (10000-1)^3 =$

$= 100000 - 20000 + 1 =$

$= 80001$

(3). $\quad 9\cdots9 \cdot 9\cdots9$

$9000 \cdot 900 = 8100000$, 16200000

729

$9\cdot9=81$ (1).

$81\cdot9=729$.

$99\cdot99=9801$ (2)

$9801\cdot99=970299$

$(9\cdots0+9\cdots0+\cdots+9)^3 =$

3. $\quad 99 = (81\cdots0+81\cdots+9$.

$99 \cdot 99 = 9801$

$(9999)^2 = 9000+$

$999\cdot999=998001$

(3) $998001\cdot999=997002999$

(4). $\quad 99980001$

$\underbrace{999}7000\underbrace{29999}$

$n-1+n=$

$=2n-1=$

$9000+900+90+9$

81

81

$81000000+810000+8100+81.$ $\quad 20+17$

На одной странице можно оформлять **только одну** задачу. Отметьте **крестиком** номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в **решении каждой задачи отдельно**.

1 2 3 4 5 6 7

СТРАНИЦА __ ИЗ __

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. **Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно.** Порча QR-кода недопустима!

$x^2=-6x+x^2$

$z=0$

$z^2-6z=0.\ z=6$

$y^2-6y=$

$(x-3)^2-9=yz$

x - отриц.

Если $x\neq 3$, тогда

$9\cdot 6=54$

$\cancel{81-54=27}$

0 1 2 3 4

$0,6,0$ - ✓

$0\ 6\ 6$ - ✓

$0\ 0\ 0$ - ✓

36

$2\sqrt{3}$

$0=0$

$0=0$

(z^2-6z) - отриц.

$z(z-6)<0$

0 6

$y\in(0;6)$

x	y	z
3	3	-3

$9+18=27$

$(z-3)^2=\underline{xy+9}$

Если $z=3$, то $\underline{xy=-9}$

x	y	z
3	4	-3

$9+18$

$27=$

$z^2-6z=xy$

$x^2-12x=$

$\cancel{-6x+36+y^2}$

$2y^2-x^2+36$

$x^2-12x=2y^2-x^2$

$x^2-2xy+y^2=x^2-2z^2+12z+y^2$

$3+\sqrt{5}$

$x_1=a^2-4a-x_2$

$(x_1-x_2)^2=(x-1)^2$

$(a-3+\sqrt{5})(a-3-\sqrt{5})=$

$(x_1-x_2)^2=a^4-8a^3+16a^2-2a^2+12a-8$

$x_1\cdot x_2=a^2-6a+4$

$x_1+x_2=(a^2-4a)^2$

$x^2-(a^2-4a)x+a^2-6a+4=0$

На одной странице можно оформлять **только одну** задачу. Отметьте **крестиком** номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в **решении каждой задачи отдельно**.

1 2 3 4 5 6 7 СТРАНИЦА __ ИЗ __

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. **Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно.** Порча QR-кода недопустима!

$(x^2-2xy+y^2)+\dots \quad -12x-12z-12y=0$

$(x-y)^2+(x-z)^2+(y-z)^2-12x-12z-12y=0.$

$(x^2-12x)+36+(y^2-12y)+36+(z^2-12z)+36=$

$=x^2-2xy+y^2-2yz+z^2-2xz$

$(x^2-12x)+(\quad)(\quad)+ \quad =0.$

$x^2+z^2-6x-6z-$
$-2xy-yz=0$

$x^2-2xy+y^2-2yz+z^2-2xz+36\cdot 3$

$+(y^2-12)$ $\quad (x-6)=\frac{yz}{x}$ $\quad (z-3)^2$

$9=3.$

$\frac{y^2z^2}{x^2}\dots$

$x^2-12x+36$
$+\ y^2-12y+36$
$z^2-12z+36$

$(-3)^2$ $\quad (9\cdot 3)$

$xy+yz+xz+36\cdot 3$

$(x-y)^2+(y-z)^2\dots-12(x+y+z)=0.$

$x^2+36 \quad +(x-y)^2+(x-z)^2(y-z)^2$

$2x^2+2y^2+2xy-2xy$
$-12x-12y-2yz-2xz$

$(x-6)^2$

$\cancel{x^2-12x+36}$

$\cancel{x^2-3yz}$

$36\cdot 6+6(z\dots)-(x+z)^2\dots(\quad)^2$

$x^2+z^2+2xz-2xz-12x+x^2-12z+z^2-2xy-2yz=0$

$(x+z)^2+(x-6)^2+(z-6)^2-36-36-2(xy+yz+xz)=0$

$+\ (x+y)^2-2yx+(x-6)^2+(y-6)^2-36-36-2(\Sigma)=0$

$2.\ (y+z)^2+(y-6)^2+(z-6)^2-36-36-2(\cdot\Sigma)=0.$

На одной странице можно оформлять **только одну** задачу. Отметьте **крестиком** номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в **решении каждой задачи отдельно**.

1 ☐ 2 ☐ 3 ☐ 4 ☐ 5 ☐ 6 ☐ 7 ☐

СТРАНИЦА __ ИЗ __

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. **Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно.** Порча QR-кода недопустима!

$x^2-(a^2-4a)x+a^2-6a+4=0$ x_1 x_2

$5x^2-(a^3-4a^2)x-2a^3-6a-15=0$ y_1 y_2

$3|x_1-x_2|=|y_1-y_2|$

$9(x_1-x_2)^2=(y_1-y_2)^2$

$(x_1-x_2)^2=(x_1+x_2)^2-4x_1x_2=$

$=(a^2-4a)^2-4a^2+24a-16=$

$=a^4-8a^3+16a^2-4a^2+24a-16$

$\left(\frac{a^3-4a^2}{5}\right)^2+4\left(\frac{2a^3+6a+15}{5}\right)=$

$=\frac{1}{25}\left(a^6-8a^5+16a^4+40a^3+120a+300\right)$

$225(a^4-8a^3+12a^2+24a-16)=$

$=(a^6-8a^5+16a^4+40a^3+120a+300)$

$a^6-8a^5-209a^4+1840a^3-3700a^2-7280a+3900=0$

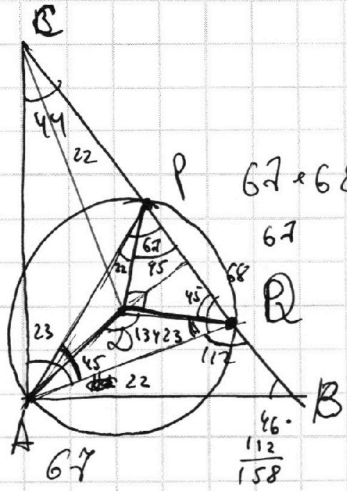
$-6+1=-5\cdot 1$

-18

На одной странице можно оформлять **только одну** задачу. Отметьте **крестиком** номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в **решении каждой задачи отдельно**.

1 ☐ 2 ☐ 3 ☐ 4 ☐ 5 ☐ 6 ☐ 7 ☐ СТРАНИЦА __ ИЗ __

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. **Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно.** Порча QR-кода недопустима!



$67+68=135$

67

$\underbrace{2+5}_{7}+\underbrace{4+6}_{10}=17$

$\underbrace{4+5+5}_{14}$

14.

$+17$

31

$68+44=112$

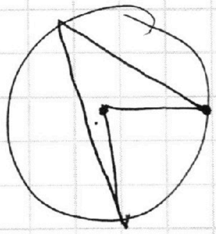
$180-46=134=67.$

136 68

67

$\frac{112}{158}$

22



134

$\frac{a^3-4a^2}{5}=x_1+x_2$

$-(a^2-4a)$

$-a^2+4a+a^2-6a+4=$

$=4-2a$

158

44 157

135

$\frac{-2a^3-6a-15}{5}=x_1\cdot x_2$

$-a^3+4a^2-$

$-2a^3-6a-15=$

$=-3a^3+4a^2-6a-15$

46 136.

$a^2-6a+4=$

a^2-4a

$=a^2-6a+9-5=$

$a^2-4a=a^2-4a+4-4\geq-4.$

$=\underbrace{(a+3)^2}_{\geq0}-5\geq-5.$