



МОСКОВСКИЙ
ФИЗИКО-ТЕХНИЧЕСКИЙ
ИНСТИТУТ

ОЛИМПИАДА "ФИЗТЕХ"
ПО МАТЕМАТИКЕ

10 КЛАСС. Вариант 8



1. [4 балла] Ненулевые числа x, y, z удовлетворяют системе уравнений

$$\begin{cases} xy = -6z + z^2, \\ yz = -6x + x^2, \\ zx = -6y + y^2. \end{cases}$$

Найдите все возможные значения выражения $(x - 6)^2 + (y - 6)^2 + (z - 6)^2$, если известно, что система имеет хотя бы одно решение в ненулевых числах.

2. [2 балла] Десятичная запись натурального числа n состоит из 20 001 девятки. Сколько девяток содержит десятичная запись числа n^3 ?
3. [5 баллов] Окружность ω с диаметром AB пересекает сторону BC остроугольного треугольника ABC в точке D . Точка F выбрана на отрезке AC так, что $DF \perp AC$, а E — точка пересечения отрезка DF с окружностью ω , отличная от D . Найдите AF , если $AC = 20$, $AB = 10$, $BE = 9$.
4. [4 балла] В телеигре ведущий берет несколько коробок и ровно в три из них кладет по одному шарик. Игрок может указать на пять коробок и открыть их. Если в этих коробках лежат все три шарика, то игрок выигрывает. Игроку разрешили открыть девять коробок. Во сколько раз увеличилась вероятность выигрыша игрока?
5. [5 баллов] Найдите все значения параметра a , при которых корни уравнения $x^2 - (a^2 - 4a)x + a^2 - 6a + 4 = 0$ являются шестым и седьмым членами некоторой непостоянной арифметической прогрессии, а корни уравнения $5x^2 - (a^3 - 4a^2)x - 2a^3 - 6a - 15 = 0$ являются пятым и восьмым членами этой прогрессии.
6. [5 баллов] На координатной плоскости построена фигура Φ , состоящая из всех точек, координаты $(x; y)$ которых удовлетворяют неравенству $\left|y - 20 + \frac{x}{2\sqrt{3}}\right| + \left|y - 20 - \frac{x}{2\sqrt{3}}\right| \leq 8$. Фигуру Φ непрерывно повернули вокруг начала координат на угол π против часовой стрелки. Найдите площадь множества M , которое замела фигура Φ при этом повороте.
7. [6 баллов] На гипотенузе BC прямоугольного треугольника ABC выбраны точки P и Q так, что $AB = BP$, $AC = CQ$. Внутри треугольника ABC выбрана точка D , для которой $DP = DQ$, а $\angle PDQ = 90^\circ$. Найдите $\angle DCB$, если известно, что $\angle CBA = 46^\circ$.



На одной странице можно оформлять **только одну** задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.

1 2 3 4 5 6 7

СТРАНИЦА
1 ИЗ 1

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

$$\begin{cases} xy = -6z + z^2 \\ yz = -6x + x^2 \\ zx = -6y + y^2 \end{cases}$$

Поменяем x на y , а y на x ,
получим:

$$\begin{cases} yx = -6z + z^2 \\ xz = -6y + y^2 \\ zy = -6x + x^2 \end{cases}$$

Эта система полностью эквивалентна исходной, значит $x=y$ ~~и т.д.~~

С точностью до циклического сдвига, то

$$x^2 = -6z + z^2$$

$$xz = -6x + x^2 \Rightarrow z = x - 6$$

при $x \neq 0, 9$

или рассматриваем
иногда решаем в нулевых
случаях

$$\Rightarrow x^2 - 6x + 36 + x^2 - 12x + 36$$

$$18x = 36 \cdot 2$$

$$x = 4$$

$$y = 4$$

$$z = x - 6 = -2$$

Таким образом можно циклически сдвинуть...

$$(x-6)^2 + (y-6)^2 + (z-6)^2 = (4-6)^2 + (4-6)^2 + (-2-6)^2$$

$$= 4 + 4 + 64 = 72 \text{ при любых ненулевых корнях}$$

Ответ: 72.



На одной странице можно оформлять только одну задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.

1 2 3 4 5 6 7

СТРАНИЦА
1 из 1

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

Возведем число $99 \dots 99$ в квадрат

$$\begin{array}{r} 9999 \dots 9999 \\ \times 9999 \dots 9999 \\ \hline 89999 \dots 99991 \\ 899999 \dots 999910 \\ \vdots \\ 9980000 \dots 001 \end{array}$$

Здесь видно что

$$\underbrace{99 \dots 99}_n^2 = \underbrace{999}_{n-1} \underbrace{8000}_{n-1} \underbrace{1}_{n-1}$$

$$9980000 \dots 001$$

Умножим еще раз.

$$\begin{array}{r} 999 \dots 999 \quad 8000 \dots 0001 \\ \times 999 \dots 999 \\ \hline 8999 \dots 99982000 \dots 0009 \\ 8999 \dots 999820 \dots 0090 \\ 8999 \dots 99982000 \dots 0900 \\ \vdots \\ 997000 \dots 000299 \dots 999 \end{array}$$

Т.е. девяток всего $2n-1$ при $n=20001$

$$2 \cdot 20001 - 1 = 40002 - 1 = 40001$$

Ответ: 40001



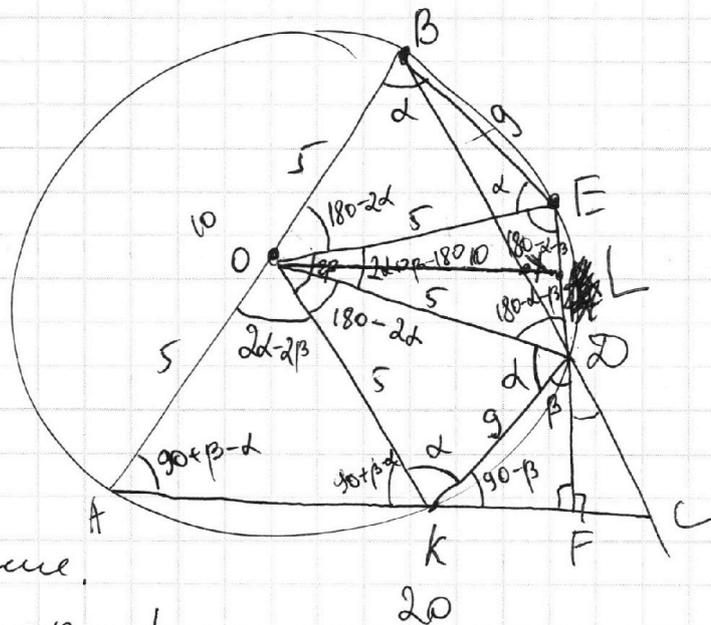
На одной странице можно оформлять только одну задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.

1 2 3 4 5 6 7

СТРАНИЦА

1 из 2

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!



Дано.

$$AC = 20$$

$$AB = 10$$

$$BE = 9$$

$$AF = ?$$

Решение.

$$1) HO = OB = \frac{1}{2} AB = 5$$

20

$$OE = OD = OK = 5 \text{ радиуса.}$$

$$2) 81 = 25 + 25 - 2 \cdot 5 \cdot 5 \cdot \cos \angle BOE$$

$$81 = 50 - 50 \cdot \cos \angle BOE$$

$$\cos \angle BOE = -$$

Вычисляем углы.

Пусть $\angle OKD = \alpha$, $\angle KDF = \beta$, то см. чертёж

$$3) \triangle KOD \cong \triangle BOB \text{ по 2 сторонам и углу между ними.} \Rightarrow KD = 9$$

$$4) BK \perp AC, \text{ т.к. отрается на диаметре, значит } DF \parallel BK$$

$$5) \text{ И проведём среднюю линию OMI окажется сим-ной } \angle EOD \text{ и всевозможности углов } (\angle BAE = \angle BOX) = 90 + \beta - \alpha$$



На одной странице можно оформлять **только одну** задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.

1 2 3 4 5 6 7

СТРАНИЦА
(из)

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

Пусть x — кол-во вариантов до выбора 5 коробок;
 y — вариантов выбора 5 коробок среди которых 3 с шариками.

x' , y' — аналогично, но 9 коробок. Пусть n — всего коробок, то

$$x = \frac{n!}{(n-5)! \cdot 5!}$$

$$y = \frac{(n-3)!}{(n-3-2)! \cdot 2!}$$

В первых 5 коробках уже есть 3 коробки, остается выбрать 2 из $n-3$ оставшихся. η_1 — вероятность для

1 случай

$$\eta_1 = \frac{y}{x} = \frac{(n-3)! \cdot (n-5)! \cdot 5!}{(n-5)! \cdot 2! \cdot n!} = \frac{(n-3)!}{n!} \cdot 5 \cdot 4 \cdot 3$$

$$x' = \frac{n!}{(n-9)! \cdot 9!}$$

$$y' = \frac{(n-3)!}{(n-3-6)! \cdot 6!}$$

$$\eta_2 = \frac{(n-3)! \cdot (n-9)! \cdot 9!}{(n-9)! \cdot 6! \cdot n!} = \frac{(n-3)!}{n!} \cdot 9 \cdot 8 \cdot 7$$

$$\frac{\eta_2}{\eta_1} = \frac{(n-3)! \cdot 9 \cdot 8 \cdot 7 \cdot n!}{n! \cdot (n-3)! \cdot 5 \cdot 4 \cdot 3} = \frac{9 \cdot 8 \cdot 7}{5 \cdot 4 \cdot 3} = \frac{42}{5} = \frac{84}{10} = 8,4$$

Ответ: в 8,4 раза.



На одной странице можно оформлять **только одну** задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.

1 2 3 4 5 6 7

СТРАНИЦА
2 из 2

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Печка QR-кода недопустима!

$$x_2' = a = 2,5 - 1,5\sqrt{29}, \text{ что равно } p_2 - q_2 \text{ у прео. системы}$$

$$x_1' = a + 3d = 2,5 + 1,5\sqrt{29}$$

$$2,5 - 1,5\sqrt{29} + 3\sqrt{29} = 2,5 + 1,5\sqrt{29} \quad \text{, все сходится, значит}$$

корень $a = 2,5$ подходит.

Еще $a = 4,70$.

$$(1) x^2 - 4 = 0$$

$$x = \pm 2$$

$$a + d = 2$$

$$a + 2d = -2$$

$$a + d = 4$$

$$a = b$$

$$\cdot a + 2d = 2$$

$$a + d = -2$$

$$d = 4$$

$$a = b$$

$$(2) 5x^2 - 167 = 0$$

$$5x^2 = 167$$

$$x = \pm \sqrt{\frac{167}{5}}$$

корни не целые, хотя a и d целые у ур. (1),

значит такой случай невозможен, корень 4 не подходит.

Ответ. 5.



На одной странице можно оформлять **только одну** задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.

1 2 3 4 5 6 7

СТРАНИЦА
1 из 2

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

$$(1) x^2 - (a^2 - 4a)x + a^2 - 6a + 4 = 0$$

$$(2) 5x^2 - (a^3 - 4a^2)x - 2a^3 - 6a - 15 = 0$$

Пусть пятый член арифм. прогрессии a , то шестой $a+d$, седьмой $a+2d$, восьмой $a+3d$.

Т.е корни первого ур-я: $a+d$ и $a+2d$

корни второго ур-я: a и $a+3d$.

Заметим, что сумма корней в обоих случаях равна $2a+3d$, тогда по i. Виета:

$$\frac{a^2 - 4a}{1} = \frac{a^3 - 4a^2}{5} \quad \text{если } a=0, \text{ то ур-е (1) имеет}$$

$$a - 4 = \frac{a^2 - 4a}{5}$$

$$5a - 20 = a^2 - 4a$$

$$a^2 - 9a + 20 = 0$$

$$\textcircled{1} = 81 - 80 = 1$$

$$a_1 = \frac{9+1}{2} = 5$$

$$a_2 = \frac{9-1}{2} = 4$$

При $a=5$

$$(1) x^2 - 5x - 1 = 0 \quad \begin{cases} x_1 = \frac{5 + \sqrt{29}}{2} \\ x_2 = \frac{5 - \sqrt{29}}{2} \end{cases}$$

$$(2) x^2 - 5x - 59 = 0 \quad \begin{cases} x'_2 = \frac{5 - 3\sqrt{29}}{2} \\ x'_1 = \frac{5 + 3\sqrt{29}}{2} \end{cases}$$

Пусть $x_2 = a+d$, то $x_2 = a+2d = \frac{5 - \sqrt{29}}{2}$

$$\frac{5 + \sqrt{29}}{2}$$

$$\Rightarrow d = \sqrt{29} \quad a = 2,5 - 1,5\sqrt{29}$$



На одной странице можно оформлять только одну задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.

1 2 3 4 5 6 7

СТРАНИЦА
3 из 3

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

$$R = \sqrt{24^2 + (8\sqrt{3})^2} = \sqrt{768} = 16\sqrt{3}$$

$$\frac{a}{b} = \frac{8}{16} = \frac{1}{2} \text{ (подобные треугольники)}$$

$$\frac{b}{a} = 2 \quad b = 2a.$$

$$3a = 8\sqrt{3}$$

$$a = \frac{8\sqrt{3}}{3} \quad b = \frac{16\sqrt{3}}{3}$$

$$\cos \alpha = \frac{8\sqrt{3}}{16\sqrt{3}} = \frac{1}{2} \quad \alpha = \frac{\pi}{6} = 30^\circ$$

Множеств найдем, как множеств круга

радиуса $16\sqrt{3}$ минус множеств сектора угла 60° +

множеств ^{для прямых сторон:} Треуг. $8 \cdot a$ — 2 Треуг. ^{прямая} сторона 2

сторона b и 16 .

$$S = \pi \cdot R^2 - \frac{1}{3} \pi R^2 + a \cdot 8 - 16 \cdot b =$$

$$= \frac{2}{3} \pi R^2 + 8a - 32a = \frac{2}{3} \pi R^2 - 24a =$$

$$= \frac{2}{3} \cdot \pi \cdot 16^2 \cdot 3 - \frac{24 \cdot 8\sqrt{3}}{3} = 512\pi - 64\sqrt{3}$$

Ответ. $512\pi - 64\sqrt{3}$.

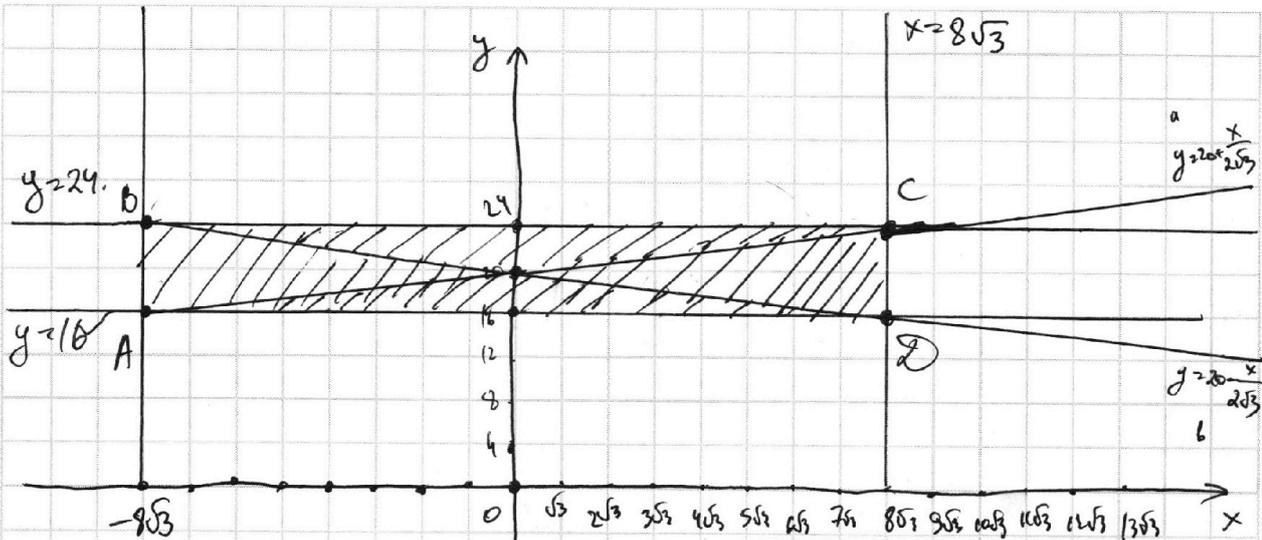


На одной странице можно оформлять только одну задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.

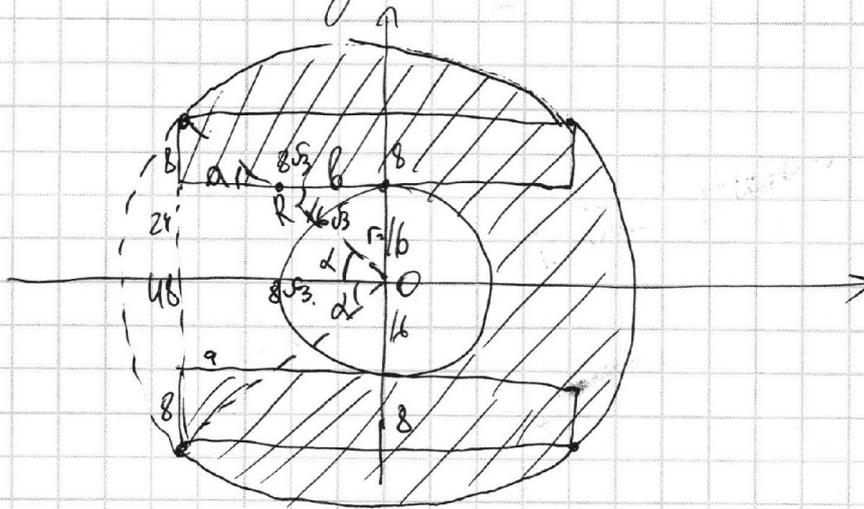
- 1 2 3 4 5 6 7

СТРАНИЦА
2 из 3

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!



Когда будет совершаться поворот, то каждая точка тела вращается вокруг центра. Максимум OB - максимальный радиус вращения. Посмотрим на замечание скемабично:





На одной странице можно оформлять только одну задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.

1 2 3 4 5 6 7

СТРАНИЦА
1 из 3

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

$$\underbrace{\left|y - 20 + \frac{x}{2\sqrt{3}}\right|}_a + \underbrace{\left|y - 20 - \frac{x}{2\sqrt{3}}\right|}_b \leq 8.$$

$$1) \ y - 20 + \frac{x}{2\sqrt{3}} > 0 \quad 2) \ y - 20 - \frac{x}{2\sqrt{3}} > 0$$
$$y > 20 - \frac{x}{2\sqrt{3}} \quad y > 20 + \frac{x}{2\sqrt{3}}$$

1) Для $a > 0, b > 0$

$$y - 20 + \frac{x}{2\sqrt{3}} + y - 20 - \frac{x}{2\sqrt{3}} \leq 8$$
$$y \leq 24$$

2) Для $a > 0, b < 0$:

$$y - 20 + \frac{x}{2\sqrt{3}} - y + 20 + \frac{x}{2\sqrt{3}} \leq 8$$
$$x \leq 8\sqrt{3}$$

3) Для $a < 0, b > 0$

$$-y + 20 - \frac{x}{2\sqrt{3}} + y - 20 - \frac{x}{2\sqrt{3}} \leq 8$$
$$-\frac{x}{\sqrt{3}} \leq 8 \quad -x \leq 8\sqrt{3}$$
$$x \geq -8\sqrt{3} \quad x \geq -8\sqrt{3}$$

4) Для $a < 0, b < 0$

$$-y + 20 - \frac{x}{2\sqrt{3}} - y + 20 + \frac{x}{2\sqrt{3}} \leq 8$$
$$-2y + 40 \leq 8$$
$$-2y \leq -32$$
$$y \geq 16$$



На одной странице можно оформлять **только одну** задачу. Отметьте **крестиком** номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в **решении каждой задачи отдельно**.

1 2 3 4 5 6 7

СТРАНИЦА
2 из 2

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

$$6) OX = \frac{AC}{2} = 10$$

$$OL > OX = 10$$

$OL \perp ED$, т.к. EOD - равнобедренный ($OE = OD$)

Тогда шнотенуза меньше гипотенузы, т.е. такой конструкции не существует.



На одной странице можно оформлять **только одну** задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи **отдельно**.

1 2 3 4 5 6 7

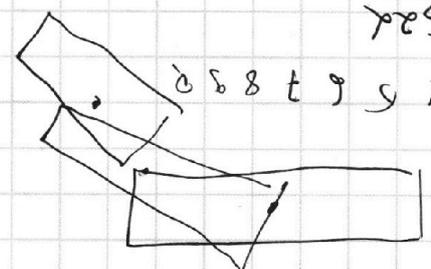
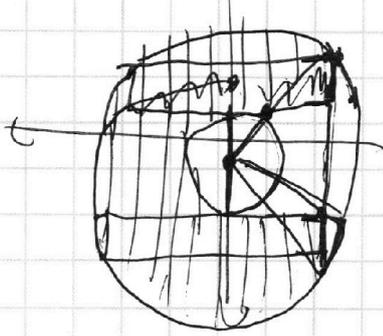
СТРАНИЦА
__ ИЗ __

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются **отдельно**. Порча QR-кода недопустима!

$$C_2 = \frac{n!}{(n-k)! \cdot k!} = \frac{n!}{(n-5)! \cdot 5!} = \frac{n \cdot (n-1) \cdot (n-2) \cdot (n-3) \cdot (n-4)}{5 \cdot 4 \cdot 3 \cdot 2 \cdot 1} = \frac{(n-3)!}{(n-5)! \cdot 2!} = \frac{(n-3)!}{(n-5)! \cdot 6!} = \frac{(n-3)!}{(n-5)! \cdot 60}$$

$$C_1 = \frac{(n-3)! \cdot (n-5)! \cdot 5!}{(n-5)! \cdot 2! \cdot n!} = \frac{5 \cdot 4 \cdot 3}{n(n-1)(n-2)} = \frac{5 \cdot 4 \cdot 3}{n(n-1)(n-2)}$$

$$C_2 = \frac{(n-3)! \cdot (n-5)! \cdot 5!}{(n-5)! \cdot 6! \cdot n!} = \frac{(n-5)(n-6)(n-7)(n-8) \cdot n \cdot (n-1) \cdot (n-2)}{n(n-1)(n-2) \cdot 5 \cdot 4 \cdot 3} = \frac{(n-5)!}{(n-5)! \cdot 60}$$



$$\frac{2}{1 + \cos \alpha} = \frac{2}{1 + \cos \alpha}$$

$$1 \cdot 2 \cdot 3 \cdot 4 \cdot 5 \cdot 6 \cdot 7 \cdot 8 \cdot 9$$

$$803 \cdot 24$$



На одной странице можно оформлять **только одну** задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении **каждой** задачи отдельно.

1 2 3 4 5 6 7

СТРАНИЦА
__ ИЗ __

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

$$x^2 - (a^2 - 4a)x + a^2 - (a+4) = 0 \quad 67 \quad a+d \quad \frac{2a+d}{a+2d}$$

$$5x^2 - (a^3 - 4a^2)x - 2a^3 - 6a - 15 = 0 \quad 68 \quad a \quad a+3d$$

$$a \quad a+d \quad x_{1,2} = \frac{-b \pm \sqrt{D}}{2a} \quad 90 \quad \beta-d \quad \frac{2a+d}{2a+d}$$

$$x_2 = \frac{-b - \sqrt{D}}{2a} \quad 180 - 2d + x_2 = 90 + \beta - d$$

$$a^2 - 4a = \frac{a^3 - 4a^2}{5}$$

$$x_1 + x_2 = \frac{-b + \sqrt{D} - b - \sqrt{D}}{2a} = \frac{-b}{a} \quad x_2 = -90 + d + \beta$$

$$a \neq 0$$

$$\frac{a^2 - 4a}{5} = \frac{a^3 - 4a^2}{5}$$

$$a - 4 = \frac{a^2 - 4a}{5} \quad \frac{8}{29} \quad \frac{1}{9}$$

$$5a - 20 = a^2 - 4a \quad \frac{261}{261}$$

$$a^2 - 9a - 20 = 0$$

$$D = 81 + 80 = 161$$

$$x^2 + 4x = 0$$

$$a - 4 = \frac{a^2 - 4a}{5}$$

$$5a - 20 = a^2 - 4a$$

$$a^2 - 9a + 20 = 0$$

$$D = 81 - 80 = 1$$

$$a_1 = \frac{9+1}{2} = 5$$

$$a_2 = \frac{9-1}{2} = 4 \quad 81+71$$

$$x^2 - 5x - 120 = 0 \quad D = 25 + 480 = 505$$

$$5x^2 - 25x - 295 = 0$$

$$x^2 - 5x - 59 = 0$$

$$D = 25 + 236 = 261$$

$$= 29 \cdot 9$$

$$x_2 = \frac{5 + \sqrt{236}}{2} \quad x_1 = \frac{5 - \sqrt{236}}{2}$$

$$\frac{295}{5} = 59$$

$$\frac{3}{5} \cdot 9 = 27$$

$$+ 236 = 261$$

$$25 - 4 \cdot 5 = 5$$

$$25 - 6 \cdot 5 = -5$$

$$125 - 4 \cdot 25 = 25$$

$$-45 \cdot 81 = 3645$$



На одной странице можно оформлять **только одну** задачу. Отметьте **крестиком** номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении **каждой** задачи **отдельно**.

1 2 3 4 5 6 7

СТРАНИЦА
__ ИЗ __

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

$$a+2d = \frac{5+\sqrt{29}}{2} = 2,5 + \frac{\sqrt{29}}{2}$$

$$a+d = \frac{5-\sqrt{29}}{2} = 2,5 - \frac{\sqrt{29}}{2} \quad a = 2,5 - \frac{\sqrt{29}}{2} - \sqrt{29} = 2,5 - 1,5\sqrt{29}$$

$$d = \sqrt{29}$$

$$a+3d = \frac{5+3\sqrt{29}}{2} = 2,5 + 1,5\sqrt{29}$$

$$a = \frac{5-3\sqrt{29}}{2} \quad a = 5 \text{ по условию}$$

$$1) x^2 - 420 \quad x^2 \pm 2$$

$$2) 5x^2 - 16720$$

$$a+d = 2$$

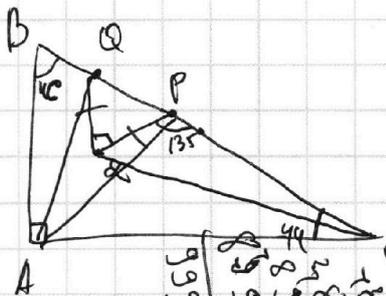
$$a+d = 2 \quad d = -2-4 = -6$$

$$d = 4$$

$$-2 \cdot 64 - 6 \cdot 4 - 15$$

Handwritten calculations for the quadratic equations, including long division and factoring attempts.

Handwritten long division and arithmetic calculations, including a small diagram of a rectangle with a circle inside.



$$94 \cdot (9 + 9 \cdot 10 + 9 \cdot 100 + 9 \cdot 1000 + 9 \cdot 10000 \dots) \cdot 9 \cdot 9 \cdot 10 +$$

Handwritten long division and arithmetic calculations, including a sum of powers of 10.

Handwritten long division and arithmetic calculations.