



МОСКОВСКИЙ
ФИЗИКО-ТЕХНИЧЕСКИЙ
ИНСТИТУТ

ОЛИМПИАДА "ФИЗТЕХ"
ПО МАТЕМАТИКЕ



10 КЛАСС. Вариант 8

1. [4 балла] Ненулевые числа x, y, z удовлетворяют системе уравнений

$$\begin{cases} xy = -6z + z^2, \\ yz = -6x + x^2, \\ zx = -6y + y^2. \end{cases}$$

Найдите все возможные значения выражения $(x - 6)^2 + (y - 6)^2 + (z - 6)^2$, если известно, что система имеет хотя бы одно решение в ненулевых числах.

2. [2 балла] Десятичная запись натурального числа n состоит из 20 001 девятки. Сколько девяток содержит десятичная запись числа n^3 ?
3. [5 баллов] Окружность ω с диаметром AB пересекает сторону BC остроугольного треугольника ABC в точке D . Точка F выбрана на отрезке AC так, что $DF \perp AC$, а E — точка пересечения отрезка DF с окружностью ω , отличная от D . Найдите AF , если $AC = 20$, $AB = 10$, $BE = 9$.
4. [4 балла] В теленгре ведущий берет несколько коробок и ровно в три из них кладет по одному шарику. Игрок может указать на пять коробок и открыть их. Если в этих коробках лежат все три шарика, то игрок выигрывает. Игроку разрешили открыть девять коробок. Во сколько раз увеличилась вероятность выигрыша игрока?
5. [5 баллов] Найдите все значения параметра a , при которых корни уравнения $x^2 - (a^2 - 4a)x + a^2 - 6a + 4 = 0$ являются шестым и седьмым членами некоторой непостоянной арифметической прогрессии, а корни уравнения $5x^2 - (a^3 - 4a^2)x - 2a^3 - 6a - 15 = 0$ являются пятым и восьмым членами этой прогрессии.
6. [5 баллов] На координатной плоскости построена фигура Φ , состоящая из всех точек, координаты $(x; y)$ которых удовлетворяют неравенству $\left|y - 20 + \frac{x}{2\sqrt{3}}\right| + \left|y - 20 - \frac{x}{2\sqrt{3}}\right| \leqslant 8$. Фигуру Φ непрерывно повернули вокруг начала координат на угол π против часовой стрелки. Найдите площадь множества M , которое замела фигура Φ при этом повороте.
7. [6 баллов] На гипотенузе BC прямоугольного треугольника ABC выбраны точки P и Q так, что $AB = BP$, $AC = CQ$. Внутри треугольника ABC выбрана точка D , для которой $DP = DQ$, а $\angle PDQ = 90^\circ$. Найдите $\angle DCB$, если известно, что $\angle CBA = 46^\circ$.



На одной странице можно оформлять только одну задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.

- | | | | | | | |
|---|---|---|---|---|---|---|
| 1 | 2 | 3 | 4 | 5 | 6 | 7 |
|---|---|---|---|---|---|---|

СТРАНИЦА
1 ИЗ 2

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

1. Пусть ученики имели x, y, z начальных руб
заработали 200

$$\begin{aligned}
 & xy - yz = z^2 - 6z - x^2 + 6x = \\
 & = y(x-z) = (2-x)(2+x) + 6(x-2) \\
 & \text{путь ученики имели } x, y, z \text{ начальных } \text{руб} \\
 & \text{заработали } 200 \quad x-2 \neq 0 \quad \text{если } x=2 \\
 & \text{то путь } x=2. \text{ Тогда } x^2 - 6x + 6x = yx = s \\
 & = s \quad x-6-y. \quad \text{Тогда } xz = x^2 = \\
 & = y^2 - 6y = (y-6)^2 - 6(y-6). \text{ Тогда} \\
 & (x-6)^2 - 6(x+0) - x^2 = 0 = \\
 & \Rightarrow x^2 - 12x + 36 - 6x + 36 - x^2 = \\
 & = -18x + 36 = 0 \Rightarrow s = 2 = 2.
 \end{aligned}$$

Из уравнения $y^2 - 6y - 4$ имеем
две корни, пренебрежем. Тогда
 $y(x-2) = (2-x)(2+x) + 6(x-2) = s$

$$\Rightarrow y = -2 - x + 6. \quad \text{Абсолютно}$$

$$\begin{aligned}
 & x = 6 - y - 2, \quad y = 6 - x - 2 = 2 - x = \\
 & = 6 - x - y. \quad \text{Тогда } (x+y+2)^2 = \\
 & = x^2 + y^2 + 2^2 + 2xy + 2xz + 2zy = 22 - 12
 \end{aligned}$$



На одной странице можно оформлять только одну задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.

- | | | | | | | |
|-------------------------------------|--------------------------|--------------------------|--------------------------|--------------------------|--------------------------|--------------------------|
| 1 | 2 | 3 | 4 | 5 | 6 | 7 |
| <input checked="" type="checkbox"/> | <input type="checkbox"/> |

СТРАНИЦА
2 ИЗ 2

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

1.

$$x^2 + y^2 + z^2 + 2z^2 - (2z + 2y^2) = 12y + \\ + 2x^2 - 17x = 3(x^2 + y^2 - 12) - \\ - 12(x + y + z) = 36. \text{ Решение}$$

$$3(x^2 + y^2 + z^2) = 36 + 12(x + y + z) -$$

$$= 36 + 12 \cdot 6 = 36 + 72 = 88. \text{ Решение}$$

$$x^2 + y^2 + z^2 = 36. (x - 6)^2 + (y - 6)^2 +$$

$$+ (z - 6)^2 = x^2 + y^2 + z^2 - 12x - 12y -$$

$$- 12z + 36 \cdot 3 = 36 - 42 + 36 \cdot 3 -$$

$$= 36 \cdot 2 = 72.$$

Если все $x = y = z$, то $xy = -6z^2 + z^2 =$

$$\Rightarrow x^2 = -6x^2 + x^2 \Rightarrow -6x^2 = 0 = 5$$

$\Rightarrow x = 0$ (противоречие с условием)

Ответ: 72

На одной странице можно оформлять только одну задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.

1

2

3

4

5

6

7

СТРАНИЦА
1 ИЗ 1

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

2

Задача, чо число, складуючи

щ 20001 з 10001 ще 10

10²⁰⁰⁰¹ - 1. Розв'яз 10 ще

6 дуже розв'яз $(10^{20001} - 1)^3 =$

= $10^{20001 \cdot 3} - 3 \cdot 10^{20001 \cdot 2} + 3 \cdot 10^{20001} -$

- 1. Задача, що 10²⁰⁰⁰¹ -

- $3 \cdot 10^{20001 \cdot 2} = 8888 \cdot 8 \cdot 1000000$

200098888 10001 \cdot 2 \cdot 6

При цілі сума має приблизно 8

тисяч чи то що $3 \cdot 10^{20001}$, що

аб 10002 рази менше за 100000000

найменших дробів (та і більш чисел

10), а первісні 10001 чиїм дробів

бувають їхніми членами. І, числа

що належать дробам 1, 00 первісні 2000

членів чиїв дробів превеликі б 8, 8

10002 чи то б 2. 8000 8

40000

Ось: 40000

На одной странице можно оформлять **только одну** задачу. Отметьте **крестиком** номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в **решении каждой задачи отдельно**.



- 1 2 3 4 5 6 7

СТРАНИЦА
2 ИЗ 2

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

($\angle CDF = \angle DAC = 90^\circ - \angle ADB$). $\triangle AEB \sim \triangle ADC$,

так как в них прописаны

рассматриваемые. Поэтому

$$\frac{CD}{BE} = \frac{AC}{AB} = \frac{10}{10} = 1. \text{ Так как } BE = 9, \text{ то}$$

$CD = 9$. По теореме Пифагора

$$AE^2 + EB^2 = AB^2 \text{ или } AE^2 + 9^2 = 10^2 \Rightarrow$$

$\Rightarrow AE = \sqrt{18}$. Тогда $AD = 2\sqrt{18}$ (периметр

треугольников). Заметим, что $\triangle AFD \sim \triangle ADE$ так как в них прописаны

$\angle FAD$ общий, $\angle AFD = \angle ADE = 90^\circ$.

Тогда $\triangle AFD \sim \triangle AEB$. Тогда

$$\frac{AD}{AB} = \frac{AF}{AE} \Rightarrow AF = \frac{AD}{AB} \cdot AE = \frac{2\sqrt{18}}{10} \cdot \sqrt{18} =$$

$$= \frac{2 \cdot 18}{10} = \frac{18}{5} = 3,6$$

Отв: 3,6



На одной странице можно оформлять **только одну** задачу. Отметьте **крестиком** номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в **решении каждой задачи отдельно**.

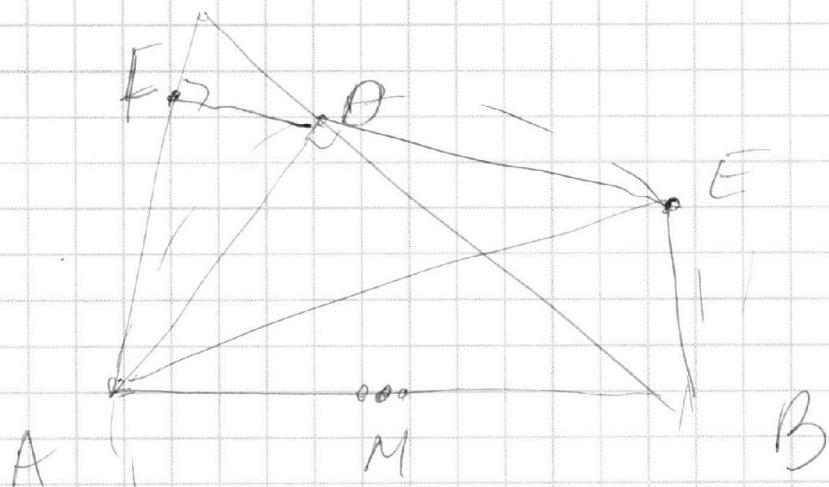
- 1 2 3 4 5 6 7

СТРАНИЦА
1 ИЗ 2

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по **каждой из задач** **нумеруются отдельно**. Порча QR-кода недопустима!

3.

C



$$BE = 8$$

$$AB = 10$$

$$AE = 20$$

Нужно M-середина перпендикуляр AB. Задано, что по условию M-середина W. Задано, что MD=MA=MB, тогда в $\triangle ADB$ является радиус пополам штатива, т.к. $\angle ADB=90^\circ$. Тогда все вершины A, D, E, B лежат на окружности, то $\angle AEB=90^\circ$, задано, что $\angle EAB=\angle EDB$ (вспомогательные гипотезы), т.к. $\angle CDE \cong \angle DAC$

На одной странице можно оформлять **только одну** задачу. Отметьте **крестиком** номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в **решении каждой задачи отдельно**.

- | | | | | | | |
|--------------------------|--------------------------|--------------------------|-------------------------------------|--------------------------|--------------------------|--------------------------|
| 1 | 2 | 3 | 4 | 5 | 6 | 7 |
| <input type="checkbox"/> | <input type="checkbox"/> | <input type="checkbox"/> | <input checked="" type="checkbox"/> | <input type="checkbox"/> | <input type="checkbox"/> | <input type="checkbox"/> |

СТРАНИЦА
2 из 2

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

4.

Посчитаем сколько раз нужно
переключать переключатель
в каждом из 8 способов. Заметим, что сколько раз
переключатели в этом случае можно

$$\frac{6}{n-3} \quad (n-6 \text{ - это изображено в } n)$$

8 способах, которые можно сократить.

$\frac{6}{n-3}$ - это количество способов
(запишем запомнили в позорных сл-
щих запомнили + 6 добавлено из
 $n-3$). $\frac{6}{n-3} = (n-3)(n-4)(n-5)$

$$(n-3)(n-4)(n-5)(n-6)(n-7)(n-8) \quad 8!$$

$$= 6! \quad 6!(n-1)(n-2)(n-3)(n-4)(n-5)(n-6)(n-7)(n-8) =$$

$\frac{7 \cdot 8 \cdot 9}{7 \cdot 6 \cdot 5} \cdot$ Поэтому сколько раз

переключатели упоминали $\frac{7 \cdot 8 \cdot 9}{7 \cdot 6 \cdot 5} =$

$$= \frac{3 \cdot 2 \cdot 4}{5} = \frac{48}{5} = 8,4 \text{ раза}$$

Ответ: 8,4 раза



На одной странице можно оформлять **только одну** задачу. Отметьте **крестиком** номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении **каждой** задачи **отдельно**.

- | | | | | | | |
|----------------------------|----------------------------|----------------------------|---------------------------------------|----------------------------|----------------------------|----------------------------|
| <input type="checkbox"/> 1 | <input type="checkbox"/> 2 | <input type="checkbox"/> 3 | <input checked="" type="checkbox"/> 4 | <input type="checkbox"/> 5 | <input type="checkbox"/> 6 | <input type="checkbox"/> 7 |
|----------------------------|----------------------------|----------------------------|---------------------------------------|----------------------------|----------------------------|----------------------------|

СТРАНИЦА
1 из 2

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач **нумеруются отдельно**. Порча QR-кода недопустима!

4.

За Погодину бросились в гирлянду 5 городов (ищущий шарик зайдёт в город).
Придя бросивший прыжок в город.
Всего падают из 5 городов
погорелые погоньи. Тогда из них C_n^5 с 5 падают из них при-
ступают три погорелые погони C_{n-3}^2
(здесь зайдёт 3 города в
которых лежат погорелые + 2
из оставшихся $n-3$). Тогда бросавший
браслет в конец гирлянды падет

$$\frac{C_n^5}{C_{n-3}^2} = \frac{(n-3)(n-4)}{2} \cdot \frac{n(n-1)(n-2)(n-3)(n-4)}{1 \cdot 2 \cdot 3 \cdot 4 \cdot 5}$$

$$= \frac{(n-3)(n-4)}{2} \cdot \frac{n(n-1)(n-2)(n-3)(n-4)}{1 \cdot 2 \cdot 3 \cdot 4 \cdot 5}$$

$$= \frac{3 \cdot 4 \cdot 5}{n(n-1)(n-2)}$$

I-



На одной странице можно оформлять только одну задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.

- | | | | | | | |
|--------------------------|--------------------------|--------------------------|--------------------------|-------------------------------------|--------------------------|--------------------------|
| 1 | 2 | 3 | 4 | 5 | 6 | 7 |
| <input type="checkbox"/> | <input type="checkbox"/> | <input type="checkbox"/> | <input type="checkbox"/> | <input checked="" type="checkbox"/> | <input type="checkbox"/> | <input type="checkbox"/> |

СТРАНИЦА
1 ИЗ 4

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

5. Пусть первым числом арифметической прогрессии является x , тогда пусть вторым числом прогрессии является y .

Несколько 6-ое числа получим xy , т.е. $x+2y$, 8-ое — $x+3y$. Заметим, что $x+x+3y = x+y+x+2y$ (т.е. сумма первого и второго чисел арифметической прогрессии, равная сумме четвёртого и первого чисел). Так как 6-ое и 7-ое числа арифметической прогрессии — первые уравнения

$$x^2 - (q^2 - 48)x + q^2 - 6q + 4 = 0, \text{ т.е.}$$

по Георгию Веневитинову суммы корней

из $\frac{-b}{a} = q^2 - 48$. 8-ое и 5-ое числа определяются по формуле — первые

$$уравнений 5x^2 - (q^3 - 48q)x - q^3 - 6q - 15 = 0,$$

тогда по Георгию Веневитинову суммы корней

$$\frac{-b}{a} = q^3 - 48q.$$

I-

I-

На одной странице можно оформлять только одну задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.

- | | | | | | | |
|--------------------------|--------------------------|--------------------------|--------------------------|-------------------------------------|--------------------------|--------------------------|
| 1 | 2 | 3 | 4 | 5 | 6 | 7 |
| <input type="checkbox"/> | <input type="checkbox"/> | <input type="checkbox"/> | <input type="checkbox"/> | <input checked="" type="checkbox"/> | <input type="checkbox"/> | <input type="checkbox"/> |

СТРАНИЦА
2 ИЗ 9

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

5.

Решение $\frac{Q^3 - 4Q^2}{5} = Q^2 - 4Q$. Задачи №1, 2, 3, 4.
О т о , ищем уравнение $x^2 - (Q^2 - 4Q)x +$
 $+ Q^2 - 6Q + 4 = x^2 + 4$ (не имеет корней).
Решение $\frac{Q^2 - 4Q}{5} - Q - 4 \Rightarrow Q^2 - 4Q = 5Q - 4$
 $Q^2 - 9Q + 20$ (корни этого уравнения
числа 5 и 4 (тесный вид)). Решение
ошибко равно 5, либо равно 4.
Пусть $Q=4$, тогда $x^2 - (Q^2 - 4Q)x +$
 $+ Q^2 - 6Q + 4 = x^2 - 4$ (корни
этого уравнения - числа
 ± 2 ($(x-2)(x+2) = 0$)). Решение
прические делимые равны 8
либо 4, либо 4 (разница между
числами и следующими числами уро-
внения - разность прогрессии). Реше-
ние 4 и 8 либо арифметическая
прогрессия - целое число. Задачи №1,



На одной странице можно оформлять только одну задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.

- | | | | | | | |
|--------------------------|--------------------------|--------------------------|--------------------------|-------------------------------------|--------------------------|--------------------------|
| 1 | 2 | 3 | 4 | 5 | 6 | 7 |
| <input type="checkbox"/> | <input type="checkbox"/> | <input type="checkbox"/> | <input type="checkbox"/> | <input checked="" type="checkbox"/> | <input type="checkbox"/> | <input type="checkbox"/> |

СТРАНИЦА
4 ИЗ 9

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

$$58 \cdot 4 = 236 + 27 = 261. \text{ Решение}$$

использовано для упрощения

известных чисел

$$x_3 = \frac{5 - 3\sqrt{28}}{2} \quad x_4 = \frac{5 + 3\sqrt{28}}{2}$$

Заметим, что если $x_3 = 5$ подходит, то в
нее x_3, x_2, x_1, x_4 - арифметическая
прогрессия.

$$\text{Ответ: } 8 = 5$$

I-



На одной странице можно оформлять только одну задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.

- | | | | | | | |
|--------------------------|--------------------------|--------------------------|--------------------------|-------------------------------------|--------------------------|--------------------------|
| 1 | 2 | 3 | 4 | 5 | 6 | 7 |
| <input type="checkbox"/> | <input type="checkbox"/> | <input type="checkbox"/> | <input type="checkbox"/> | <input checked="" type="checkbox"/> | <input type="checkbox"/> | <input type="checkbox"/> |

СТРАНИЦА
3 ИЗ 4

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

5.

$$\text{Что при } \alpha=4 \quad 5x^2 - (\alpha^3 - 4\alpha^2)x - \\ - 2\alpha^3 - 6\alpha - 15 = 0 \quad 5x^2 - 16x = 0.$$

Что я понимаю, что если при подстановке
значения α в уравнение $5x^2 - 16x = 0$ получим
одно из корней $x = 16/5$ то это
значение α и $x = 16/5$ должны быть

Все делим на 5, и получим
 $0 : 5, \quad 5x^2 : 5; \quad$ тогда $x = 16/5$
должно получиться из $x = 5/2$, т.к.
иначе). Поэтому $\alpha \neq 4$. Решим
 $\alpha = 5, \quad 5x^2 - (\alpha^3 - 4\alpha^2)x + \alpha^2 - 6\alpha + 4 = \\ = x^2 - 5x + 1.$ Решим это

$$\text{в уравнении } x^2 - 5x + 1 = \\ = \frac{5 + \sqrt{28}}{2}, \quad x_2 = \frac{5 - \sqrt{28}}{2}. \quad \text{При}$$

$$\text{таким уравнением } 5x^2 - (\alpha^3 - 4\alpha^2)x - \\ - 2\alpha^3 - 6\alpha - 15 = 0 \quad 5x^2 - 25x - \\ - 25 = 0 \quad (\text{поделим все на 5 и получим}) \\ x^2 - 5x - 5 = 0 \quad D = 5^2 - 4 \cdot 5 \cdot (-5) = 25 +$$

I-

I-



На одной странице можно оформлять только одну задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.

- | | | | | | | |
|--------------------------|--------------------------|--------------------------|--------------------------|--------------------------|--------------------------|-------------------------------------|
| 1 | 2 | 3 | 4 | 5 | 6 | 7 |
| <input type="checkbox"/> | <input checked="" type="checkbox"/> |

СТРАНИЦА
3 ИЗ 3

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

1. из широкой из отверстие РВ с серединами приведенных к обрезу РВ (таких было 2, что они, следовательно, являются прямыми) можно выбрать одно из них и сформировать треугольник, другую же выбрать). Тогда $\angle A(B=90-\angle ABC=90-46=44^\circ)$. Тогда $\angle DCB = 22^\circ$
Отв: 22°

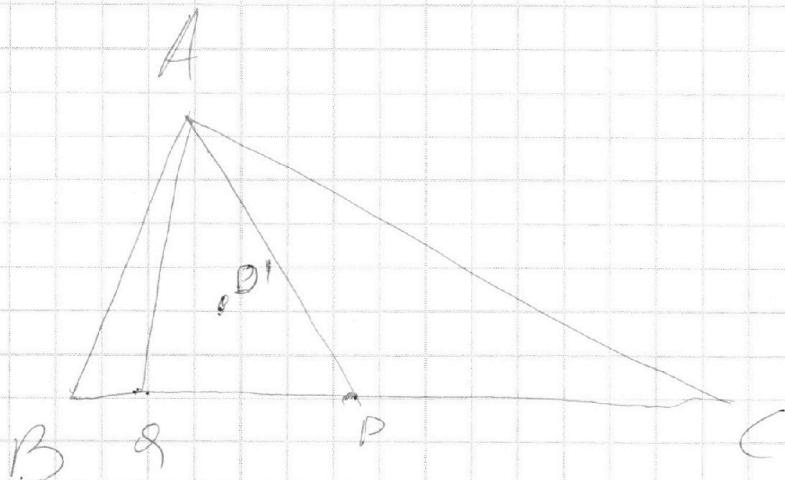
На одной странице можно оформлять только одну задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.

- | | | | | | | |
|--------------------------|--------------------------|--------------------------|--------------------------|--------------------------|--------------------------|-------------------------------------|
| 1 | 2 | 3 | 4 | 5 | 6 | 7 |
| <input type="checkbox"/> | <input checked="" type="checkbox"/> |

СТРАНИЦА
1 из 3

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

7.



Пусть D' - ищем $\angle ABD$. Доподлинно, $\angle D' = D$. Значит, $\angle A D' C = 80 + \frac{\angle ABC}{2}$
 $(\angle A D' C = 180 - \frac{\angle BAC}{2} - \frac{\angle ACB}{2}) =$
 $= 180 - (80 - \frac{\angle ABC}{2}) = 80 + \frac{\angle ABC}{2}$

При этом т.к. $\triangle APB$ равнобедренный, $80 - \frac{\angle ABC}{2} = \frac{80 - \angle ABC}{2}$, при этом $\angle APC = 180 - \angle APB = 80 + \frac{\angle ABC}{2}$.

Тогда получим $\angle ADC = \angle APC = 80 + \frac{\angle ABC}{2}$, то есть A, D', P ,

то есть A, D', P лежат на одной окружности, описанной около точки A, D', P .

L



На одной странице можно оформлять только одну задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.

1

2

3

4

5

6

7

СТРАНИЦА
2 ИЗ 3

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

№ 7.

Начертите окружность с центром D' . Рассмотрим $\angle QD'P$. Так как D' - биссектриса $\angle A(B, D)$, то $\angle QD'P = \angle D'AQ$. Аналогично $\angle D'Q = \angle D'A$. Тогда $\angle QD'P = \angle D'AQ$. Заметим, что $\angle QD'P = \angle BD'C - (\angle BD'Q + \angle CD'P) = 80^\circ - \angle BAC - (\angle BD'Q + \angle CD') = 135^\circ - (\angle BD'Q + \angle CD'P)$. Заметим, что $\angle BD'Q = \angle BAC = 80^\circ - \angle BAC = 80^\circ - (90^\circ - \frac{\angle ACB}{2}) = \frac{\angle ACB}{2}$ (угол BAC - прямой). Аналогично $\angle CD'P = \frac{\angle ABC}{2}$. Тогда $\angle QD'P = 135^\circ - (\frac{\angle ABC + \angle ACB}{2}) = 135^\circ - 90^\circ = 45^\circ$. Так как $D' = D$ (точка D однозначно определена как центр окружности (пересечение двух прямых окружности, построенных

L

L



На одной странице можно оформлять **только одну** задачу. Отметьте **крестиком** номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в **решении каждой задачи отдельно**.

- | | | | | | | |
|----------------------------|----------------------------|----------------------------|----------------------------|----------------------------|----------------------------|----------------------------|
| <input type="checkbox"/> 1 | <input type="checkbox"/> 2 | <input type="checkbox"/> 3 | <input type="checkbox"/> 4 | <input type="checkbox"/> 5 | <input type="checkbox"/> 6 | <input type="checkbox"/> 7 |
|----------------------------|----------------------------|----------------------------|----------------------------|----------------------------|----------------------------|----------------------------|

СТРАНИЦА
ИЗ

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

$$\begin{aligned}
 & \text{Handwritten calculations and formulas:} \\
 & 10^{(20001)3} \quad 3 \cdot 10^{(20001)2+3 \cdot 10^{20001}} \\
 & (2 \cdot 10^3)^3 = 8 \cdot 10^9 \\
 & 7^2 - 67 + 3^2 = 1 \\
 & \frac{x^2 y^2 z^2}{x^2 y^2 z^2} = 1 \\
 & \text{non} \quad \text{под} \quad x^2 y^2 z^2 \\
 & x^2 y^2 z^2 \\
 & 20001 - 1 + \\
 & + 20001 = \\
 & = 40001 \\
 & (660 \times 88) \\
 & \frac{74y^2}{2} \quad 88208 \\
 & \underline{2} \quad 60038208 \\
 & 1266 \quad 870288 \\
 & 600 \quad 1000000 \\
 & \quad 30000 \\
 & \quad 840000 \\
 & \text{non} \quad \text{под} \quad x^2 y^2 z^2 \\
 & \quad x^2 y^2 z^2 \\
 & \quad 70030000000 \\
 & \quad 10^6 - 3 \cdot 10^4 + 3 \cdot 10^2 - 1 \\
 & \quad 10000000 - \\
 & \quad 30000 + \\
 & + 300 - 1 \\
 & g \frac{(6-6)(6-6)}{(6-6)(6-6)} \\
 & \frac{n(n-1)(n-2)}{6} \\
 & n(n-1)(n-2) \\
 & R^n(n-1)(n-2)(n-3)(n-4)(n-5) \\
 & C_{n-3}^2 \\
 & C_n^6
 \end{aligned}$$



На одной странице можно оформлять **только одну** задачу. Отметьте **крестиком** номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в **решении каждой задачи отдельно**.

- | | | | | | | |
|----------------------------|----------------------------|----------------------------|----------------------------|----------------------------|----------------------------|----------------------------|
| <input type="checkbox"/> 1 | <input type="checkbox"/> 2 | <input type="checkbox"/> 3 | <input type="checkbox"/> 4 | <input type="checkbox"/> 5 | <input type="checkbox"/> 6 | <input type="checkbox"/> 7 |
|----------------------------|----------------------------|----------------------------|----------------------------|----------------------------|----------------------------|----------------------------|

СТРАНИЦА
ИЗ

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач **нумеруются отдельно**. Порча QR-кода недопустима!

$$x^2 - 18x + 36 \quad \text{ты}^2 - 18y + 36 + 2^2 - 18^2 + 36 =$$

$$1. - xy$$

$$x^2 - 6y$$

$$xy - 62$$

$$2400001$$

$$3. 8$$

$$11 - 18^2 - x^2$$

$$238y$$

$$2x - y^2$$

$$xy - 2^2$$

$$xy + y^2 + 2x - 6x - 6y - 62$$

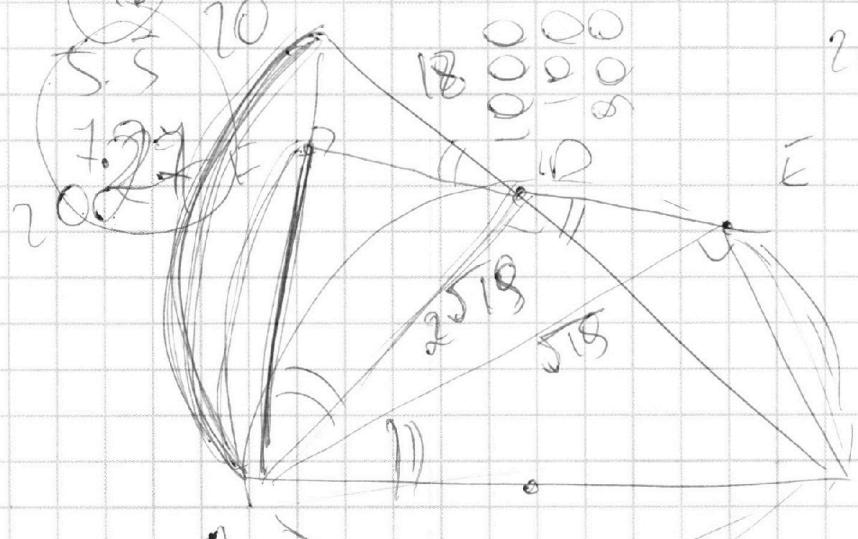
$$20^2 - 18^2 =$$

$$= (20 + 18)(20 - 18) =$$

$$= 38 \cdot 2 =$$

$$= 18 \cdot 2 =$$

$$= 2\sqrt{18}$$



A

B

$$\frac{19}{100} \quad \frac{5}{5} \quad 100$$

$$(x-y)^3 =$$

$$= x^3 -$$

$$(x^2 - 2xy + y^2)(x - y) =$$

$$\begin{array}{r} 8 \\ 88 \\ \times 88 \\ \hline 881 \end{array}$$

$$3x^2y +$$

$$= x^3 - (2x^2y + y^2x) + 3y^2x - y^3$$

$$x^2y + 2xy^2 - y^3$$

$$(100-1)^3 =$$

$$= 100^3 - 3 \cdot 100^2 \cdot 1^3 \cdot 100$$



На одной странице можно оформлять **только одну** задачу. Отметьте **крестиком** номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в **решении каждой задачи отдельно**.

1

2

3

4

5

6

7

СТРАНИЦА
ИЗ

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. **Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно.** Порча QR-кода недопустима!

$$\begin{aligned}x^2 - 12x + 36 \\y^2 - 12y \\z^2 - 12z\end{aligned}$$

$$\begin{aligned}y = 6 - x - z \\x = 6 - y - z \\z = 6 - x - y\end{aligned}$$

$$xy - yz = z^2 - 6z - x^2 + 6x$$

$$y(x-z) = (z-x)(z+x) + 6(x-z)$$

$$x^2 - 12x + 36$$

$$x+y+z=6$$

$$\begin{aligned}y - x &= 6 - x - z \\2(x-y) &= 6 - z\end{aligned}$$

$$\begin{aligned}(x+y+z)^2 - xy - yz - xz &= \\-xy + yz &= x^2 + y^2 + z^2\end{aligned}$$



На одной странице можно оформлять **только одну** задачу. Отметьте **крестиком** номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в **решении каждой задачи отдельно**.

- | | | | | | | |
|--------------------------|--------------------------|--------------------------|--------------------------|--------------------------|--------------------------|--------------------------|
| 1 | 2 | 3 | 4 | 5 | 6 | 7 |
| <input type="checkbox"/> |

СТРАНИЦА
_ ИЗ _

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по **каждой из задач** нумеруются **отдельно**. Порча QR-кода недопустима!

$$\underline{x^2 - 12x + 36} \quad - \frac{xy}{2} + 2 = 6$$

$$2xy - 6x + 36$$

$$2xy + x^2 + 36 + 2y^2 \\ \rightarrow 22*$$

$$2(xy + y^2 + 2x) - x^2 - 2^2 - y^2 + 36 = 36 - 3 \\ x+y+2 \\ \rightarrow x=6$$

$$(x+y+2-12)^2 - 2(x-6)(y-6)$$

$$xy - y^2 = 2^2 - 6^2 - x^2 + 6x$$

$$xy(x/2) = (2-x)(2+x) + 6(x-2)$$

$$y = -x - 2 + 6$$

$$x^2 + 2y^2 + 2^2 - 7xy - 7x^2 + 72$$



На одной странице можно оформлять **только одну** задачу. Отметьте **крестиком** номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в **решении каждой задачи отдельно**.

- | | | | | | | |
|----------------------------|----------------------------|----------------------------|----------------------------|----------------------------|----------------------------|----------------------------|
| <input type="checkbox"/> 1 | <input type="checkbox"/> 2 | <input type="checkbox"/> 3 | <input type="checkbox"/> 4 | <input type="checkbox"/> 5 | <input type="checkbox"/> 6 | <input type="checkbox"/> 7 |
|----------------------------|----------------------------|----------------------------|----------------------------|----------------------------|----------------------------|----------------------------|

СТРАНИЦА
_ ИЗ _

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач **нумеруются отдельно**. Порча QR-кода недопустима!

$$(n-3)(n-4)(n-5)(n-6)(n-7)(n-8)(n-9)$$

~~$$(n-3)(n-4)(n-5)(n-6)(n-7)(n-8) \quad 1 \cdot 2 \cdot 3 \cdot 4 \cdot 5 \cdot 6$$~~

~~$$1 \cdot 2 \cdot 3 \cdot 4 \cdot 5 \cdot 6 \quad n(n-1)(n-2)(n-3)(n-4)(n-5)(n-6)(n-7)(n-8)$$~~

$$\frac{n(n-1)(n-3)}{1 \cdot 2 \cdot 3} = \frac{7 \cdot 8 \cdot 9}{n(n-1)(n-2)}$$

$$\frac{3 \cdot 4 \cdot 5}{n(n-1)(n-2)}$$

$$80 - \frac{x}{2} \quad 80 - \frac{y}{2} \quad - 80$$

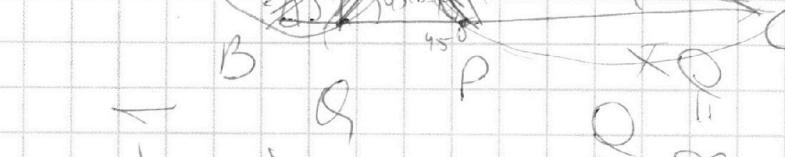
$$80 - 80 - 80 +$$

$$+\frac{x}{2} + \frac{y}{2} =$$

$$x^2 - 5x + 4y - 10 = 0$$

$$1 =$$

$$+1$$





На одной странице можно оформлять **только одну** задачу. Отметьте **крестиком** номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в **решении каждой задачи отдельно**.

- | | | | | | | |
|----------------------------|----------------------------|----------------------------|----------------------------|----------------------------|----------------------------|----------------------------|
| <input type="checkbox"/> 1 | <input type="checkbox"/> 2 | <input type="checkbox"/> 3 | <input type="checkbox"/> 4 | <input type="checkbox"/> 5 | <input type="checkbox"/> 6 | <input type="checkbox"/> 7 |
|----------------------------|----------------------------|----------------------------|----------------------------|----------------------------|----------------------------|----------------------------|

СТРАНИЦА
ИЗ

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач **нумеруются отдельно**. Порча QR-кода недопустима!

$$\begin{array}{l} 36 - 2xy + z^2 \\ \hline (2-6) = xy \\ \frac{(xy)}{2} + \frac{(2x)}{y} + \frac{(yz)}{x} \\ -264 - 8 \cdot 4 - 15 \\ -118 - 24 \cdot (xy) + (x^2 + 2x)^2 \\ x^2 - 4 = 0 \\ x = \pm 2 \\ (x-2)(x+2) = 0 \\ -150 + 2 \cdot 48 = \frac{9348}{5} \\ 5x^2 - 30 - 15 = \\ = -187 \\ 8-4 = \frac{4^2-48}{5} \\ x^2 - 5x + 10 = 0 \\ x^2 - 5x - 18 = 0 \\ 8-88+20=0 \\ 0=0 \\ 8-5 \\ 3x^2 - 25x - 18 = 0 \\ 187 \end{array}$$