



МОСКОВСКИЙ
ФИЗИКО-ТЕХНИЧЕСКИЙ
ИНСТИТУТ

ОЛИМПИАДА "ФИЗТЕХ"
ПО МАТЕМАТИКЕ

10 КЛАСС. Вариант 7



1. [4 балла] Ненулевые числа x, y, z удовлетворяют системе уравнений

$$\begin{cases} xy = 4z + z^2, \\ yz = 4x + x^2, \\ zx = 4y + y^2. \end{cases}$$

Найдите все возможные значения выражения $(x+4)^2 + (y+4)^2 + (z+4)^2$, если известно, что система имеет хотя бы одно решение в ненулевых числах.

2. [2 балла] Десятичная запись натурального числа n состоит из 25 000 девяток. Сколько девяток содержит десятичная запись числа n^3 ?
3. [5 баллов] Окружность ω с диаметром AB пересекает сторону BC остроугольного треугольника ABC в точке D . Точка F выбрана на отрезке AC так, что $DF \perp AC$, а E — точка пересечения отрезка DF с окружностью ω , отличная от D . Найдите AF , если $AC = 20$, $AB = 15$, $BE = 10$.
4. [4 балла] В телеигре ведущий берет несколько коробок и ровно в три из них кладет по одному шарiku. Игрок может указать на пять коробок и открыть их. Если в этих коробках лежат все три шарика, то игрок выигрывает. Игроку разрешили открыть восемь коробок. Во сколько раз увеличилась вероятность выигрыша игрока?
5. [5 баллов] Найдите все значения параметра a , при которых корни уравнения $x^2 - (a^2 - a)x + \frac{2-a^3}{3} = 0$ являются четвертым и пятым членами некоторой непостоянной арифметической прогрессии, а корни уравнения $2x^2 - (a^3 - a^2)x - 2a^6 - 8a - 4 = 0$ являются вторым и седьмым членами этой прогрессии.
6. [5 баллов] На координатной плоскости построена фигура Φ , состоящая из всех точек, координаты $(x; y)$ которых удовлетворяют неравенству $\left|y - 15 + \frac{x}{6\sqrt{3}}\right| + \left|y - 15 - \frac{x}{6\sqrt{3}}\right| \leq 6$. Фигуру Φ непрерывно повернули вокруг начала координат на угол π по часовой стрелке. Найдите площадь множества M , которое замела фигура Φ при этом повороте.
7. [6 баллов] На гипотенузе BC прямоугольного треугольника ABC выбраны точки P и Q так, что $AB = BP$, $AC = CQ$. Внутри треугольника ABC выбрана точка D , для которой $DP = DQ$, а $\angle PDQ = 90^\circ$. Найдите $\angle DCB$, если известно, что $\angle DBC = 35^\circ$.



На одной странице можно оформлять **только одну** задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.

1 ☒ 2 ☐ 3 ☐ 4 ☐ 5 ☐ 6 ☐ 7 ☐

СТРАНИЦА

1 ИЗ 1

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

81

$$\begin{cases} xy = 4z + z^2 = z(z+4) \\ yz = 4x + x^2 = x(x+4) \\ zx = 4y + y^2 = y(y+4) \end{cases}$$

Из системы перемножив
получим

$$x^2 \cdot y^2 \cdot z^2 = xy \cdot yz \cdot zx = z(z+4) \cdot x(x+4) \cdot y(y+4)$$

т.к. x, y, z - ненулевые числа

$$x^2 y^2 z^2 = xyz(z+4)(y+4)(x+4) \Rightarrow xyz = (z+4)(y+4)(x+4)$$

$$(z+4)(y+4)(x+4) - xyz = 0$$

$$xyz + 4yx + 4xz + 4yz + 16x + 16y + 16z + 64 - xyz = 0$$

$$4yx + 4xz + 4yz + 16x + 16y + 16z + 64 = 0 \quad \text{из системы получим}$$

$$4(z^2 + 4z) + 4(y^2 + 4y) + 4(x^2 + 4x) + 16x + 16y + 16z + 64 = 0$$

$$4z^2 + 16z + 16z + 4z^2 + 32z + 4y^2 + 32y + 4x^2 + 32x + 64 = 0$$

$$4(z+4)^2 + 4(y+4)^2 + 4(x+4)^2 - 64 \cdot 3 + 64 = 0$$

$$4(z+4)^2 + 4(y+4)^2 + 4(x+4)^2 = 64 \cdot 2$$

$$(z+4)^2 + (y+4)^2 + (x+4)^2 = 16 \cdot 2 = 32$$

ч.т.д.



На одной странице можно оформлять **только одну** задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.

1 ☐ 2 ☒ 3 ☐ 4 ☐ 5 ☐ 6 ☐ 7 ☐

СТРАНИЦА
1 ИЗ 1

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

S_2

Заметим что $n+1 = 10^{25000}$ м.е. $n = 9...9$
 $n = 10^{25000} - 1$ $n^3 = (10^{25000} - 1)^3 = 10^{75000} - 3 \cdot 10^{50000} + 3 \cdot 10^{25000} - 1$

тогда рассмотрим два числа k, m
 $k = 10^{75000} - 3 \cdot 10^{50000}$ $m = 3 \cdot 10^{25000} - 1$
 $k + m = n^3$
 тогда число $k = 10^{50000} (10^{25000} - 3) = 10^{50000} (99...970...0)$
 м.е. это число вида
 $99...970...0$
 24999 50000
 аналогично $m = 2 \cdot 3 \cdot 10^{25000} - 1 = 29...9$ т.к.
 $2 \cdot 10^{25000} + (10^{25000} - 1)$
 24999
 последние 50000 цифр k являются нулями, а
 длина m 25000 то $n^3 = k + m =$
 $= 99...970...029...9$
 24999 25000 24999 25000
 м.е. n^3 будет иметь 2
 и 9999 - девятки в десятичной записи

m.e.



На одной странице можно оформлять только одну задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.

1	2	3	4	5	6	7
☐	☐	☐	☒	☐	☐	☐

СТРАНИЦА
1 ИЗ 1

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

Пусть S - кол-во коробок, тогда т.к. пронумерованы шарик от 1 до 3, тогда всего расстановок шариков от это 1ый шарик на одно из S мест II на одно из $(S-1)$ и III на одно из $(S-2)$, т.е. всего их $S(S-1)(S-2) = x$, тогда посчитаем кол-во случаев, что в выбранных S есть 3 шарика I на 5 мест II на 4 места, III на 3 места т.е. 5.4.3 т.е. его вероятность выигрыша составляет

$$\frac{5 \cdot 4 \cdot 3}{x}$$

аналогично посчитаем вероятность выигрыша для 8 коробок т.е. среди выбранных 8, 3 шарика ($S \geq 2$ т.е. взять 2 коробки или больше) т.е. I на 8 мест II на 7 III на 6 т.е. вероятность выигрыша $\frac{8 \cdot 7 \cdot 6}{x}$ т.е. вероятность увеличилась в

$$\frac{\frac{8 \cdot 7 \cdot 6}{x}}{\frac{5 \cdot 4 \cdot 3}{x}} = \frac{8 \cdot 7 \cdot 6}{5 \cdot 4 \cdot 3} = \frac{4 \cdot 7}{5} = \frac{28}{5} = \frac{56}{10} = 5,6 \text{ ч.т.д.}$$



На одной странице можно оформлять только одну задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.

1 ☐ 2 ☐ 3 ☐ 4 ☐ 5 ☒ 6 ☐ 7 ☐

СТРАНИЦА
3 из 3

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

55 предположение

$$25 \frac{(a+1)(3a^3-5a^2+8a-8)}{3} \approx 25$$

Т.к. $D_1 > 0$ $D_2 > 0$
 $(\sqrt{D_1})^2 = D_1$ $(\sqrt{D_2})^2 = D_2$

$$225 \frac{(3a^4-2a^3+23a^2-8)}{3} = a^6 - 2a^5 + a^4 + 16a^6 + 64a + 32 =$$

$$= 17a^6 - 2a^5 + a^4 + 64a + 32$$

$$75a^4 - 50a^3 + 75a^2 - 8 = 51a^6 - 6a^5 + 3a^4 + 192a + 32$$

$$P = 51a^6 - 6a^5 - 72a^4 - 50a^3 + 75a^2 + 192a + 32 = 0$$

Заметим что $\sqrt{32} \frac{3+\sqrt{5}}{2} > \frac{3+\sqrt{11}}{2} > 2.5$

$$51a^6 \geq 72a^4 \quad 18a^6 \geq 72a^4 \quad 7a^6 \geq \frac{50}{8}a^6 > 50a^3$$

$$5a^6 \geq 5 \cdot 2^4 \cdot a^2 > 80a^2 > 75a^2$$

$$192a + 32 > 0 \quad \text{т.е.}$$

$$a = P \geq 192a + 32 > 0 \quad \text{т.к.}$$

$$7+5+18+3 = 33 \text{ т.е.}$$

отсюда 0,0 - противоречие
т.е. такой a не существует
 $a \in \emptyset$



На одной странице можно оформлять только одну задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.

1 ☐ 2 ☐ 3 ☐ 4 ☐ 5 ☒ 6 ☐ 7 ☐

СТРАНИЦА
1 ИЗ 3

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

возьмем a из условия
замечаем что $f(x) = x^2 - (a^2 - a)x + a - a^3 = 0$
тогда $D_1 \neq 0$ дискриминант $0, 1$ $D_1 = (a^2 - a)^2 - 4 \cdot \frac{2 - a^3}{3}$
тогда у $f(x)$ 2 корня тогда и только тогда
когда $D_1 > 0$ и они имеют вид

$$\frac{\pm \sqrt{D_1} - (-(a^2 - a))}{2 - 1} = \frac{\pm \sqrt{D_1} + (a^2 - a)}{2} \text{ м.е. сумма}$$

a a_4 a_5 a_i - член прогрессии
тогда $a_i = a_0 + id$ м.е. $a_4 + a_5 = a_0 + 4d + a_0 + 5d = 2a_0 + 9d$

$= a_2 + a_7$ тогда мы посчитали $a_4 + a_5$ по
 $\frac{-\sqrt{D_1} + (a^2 - a)}{2} + \frac{-\sqrt{D_1} + (a^2 - a)}{2} = \frac{-2\sqrt{D_1} + 2(a^2 - a)}{2} = -\sqrt{D_1} + (a^2 - a)$ (необязательно в таком порядке)

$$g(x) = 2x^2 - (a^3 - a^2)x - 2a^6 - 8a - 4 = 0$$

D_2 - дискриминант / аналогично $D_2 > 0$
 $D_2 = (a^3 - a^2)^2 - 4 \cdot 2 \cdot (-2a^6 - 8a - 4) =$
 $= a^6 - 2a^5 + a^4 + 8(2a^6 + 8a + 4)$ тогда аналогично
 $a_2 + a_7 = \frac{-\sqrt{D_2} - (-(a^3 - a^2))}{2 \cdot 2} \neq \frac{\sqrt{D_2} - (a^3 - a^2)}{2 \cdot 2} = \frac{a^3 - a^2}{2}$
м.е. $\frac{a^3 - a^2}{2} = a^2 - a$ м.е. $a^3 - a^2 = 2a^2 - a$

$$a^3 - 3a^2 + a = 0 \quad a(a^2 - 3a + 1) = 0$$

$a = 0$
 $a^2 - 3a + 1 = 0$ м.е. корни
 $D = 3^2 - 4 \cdot 1 \cdot 1 = 5$ м.е. $\frac{\sqrt{5} + 3}{2}$
 $\frac{-\sqrt{5} + 3}{2}$
и $\frac{3 - \sqrt{5}}{2}$
см. продолжение



На одной странице можно оформлять **только одну** задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в **решении каждой задачи отдельно**.

1 ☐ 2 ☐ 3 ☐ 4 ☐ 5 ☒ 6 ☐ 7 ☐

СТРАНИЦА
2 ИЗ 3

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

Δ_5

$$\left[\begin{array}{l} a=0 \\ a=\frac{3-\sqrt{5}}{2} \\ a=\frac{3+\sqrt{5}}{2} \end{array} \right. \quad \text{При } a=0$$

$$0 < D_1 = a^4 - 2a^3 + a^2 - (8 - 4a^3) =$$

$$= \frac{3a^4 - 2a^3 + 3a^2 - 8}{3} = \frac{-8}{3} < 0$$

$0 < 0$ - противоречие т.е. $a=0$

$$3a^4 - 2a^3 + 3a^2 - 8 = (a+1)(3a^3 - 5a^2 + 8a - 8) \quad \text{т.е.}$$

$$D_1 = \frac{3(a+1)(3a^3 - 5a^2 + 8a - 8)}{3}$$

При $a = \frac{3-\sqrt{5}}{2}$ $a+1 = \frac{5-\sqrt{5}}{2}$ 3-пол. - пол.

$$3a^3 - 5a^2 + 8a - 8 = \frac{(3-\sqrt{5})^3 - 10(3-\sqrt{5})^2 + 32(3-\sqrt{5}) - 64}{8} =$$

$$= \frac{(27 - 27\sqrt{5} + 9 \cdot 5 - 5\sqrt{5}) - 10(9 - 2\sqrt{5} + 5) + 96 - 32\sqrt{5} - 64}{8} =$$

$$= \frac{27 + 45 - 32\sqrt{5} - 90 + 20\sqrt{5} + 96 - 32\sqrt{5} - 64}{8} =$$

$$= \frac{-44\sqrt{5} + 72 - 204 + 96}{8} = \frac{-36 - 44\sqrt{5}}{8} - \text{отр.}$$

пол. : отр. = отр. т.е. $0 > D_1 > 0$ - противоречие
пол. т.е. $a = \frac{3-\sqrt{5}}{2}$ - негод.

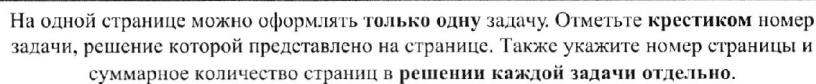
$$d = |a_4 - a_5| = 2\sqrt{D_1} \quad \text{т.е. } d = \frac{25}{30}d^2$$

$$s_d = |a_7 - a_2| = 2\sqrt{D_2}$$

т.е. $25 \quad 25$

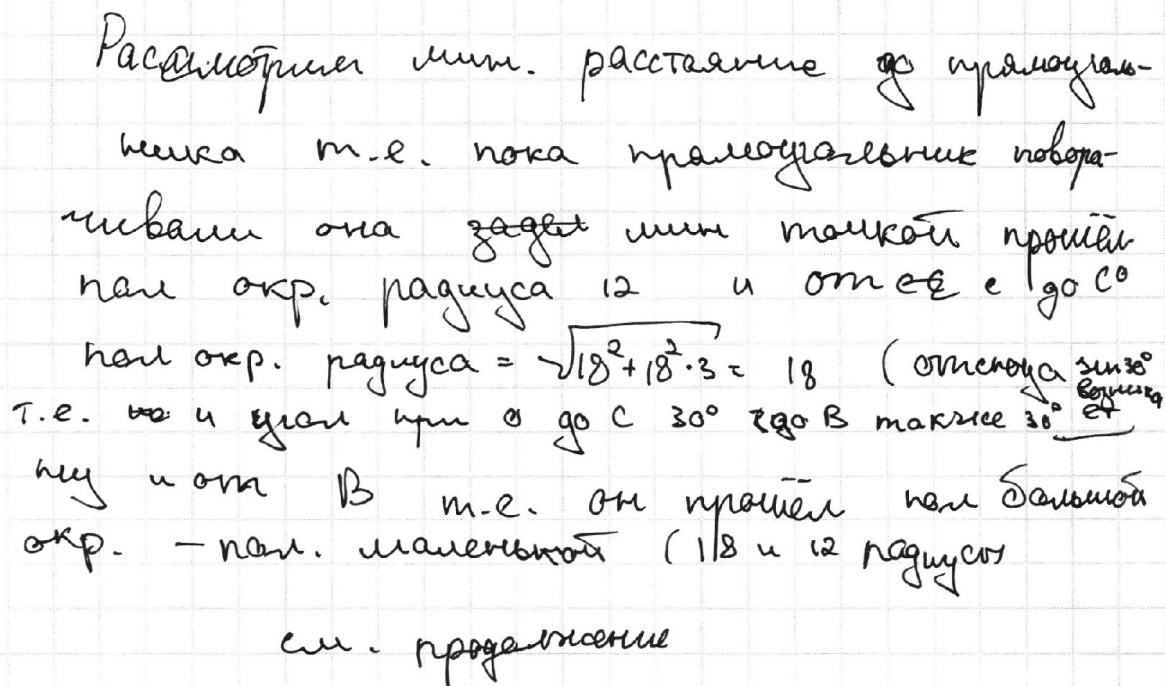
$$4D_2 = 25d^2 = 100D_1$$

$$D_2 = 25D_1$$



СТРАНИЦА
4 ИЗ 5

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!





На одной странице можно оформлять **только одну** задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в **решении каждой задачи отдельно**.

1
☐

2
☐

3
☐

4
☐

5
☐

6
☒

7
☐

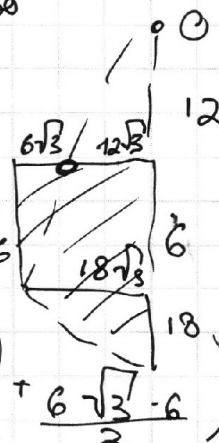
СТРАНИЦА
5 из 5

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

много 2 фигуры вот такого вида

а это сектор с углом 30°
т.к. $\tan = \sqrt{3}$ много

предположим что подобны
треугольник с к $\frac{2}{3}$ много
не считая треугольник
в прямоугольнике это



$$2 \left(\frac{30}{360} \cdot \pi \cdot 18^2 \cdot 4 - \left(\frac{4}{3} \cdot 18 \cdot 12 \cdot \frac{144\sqrt{3}}{2} \right) + \frac{6\sqrt{3} \cdot 6}{2} \right) =$$

$$= \frac{1}{6} \pi \cdot 6 \cdot 3 \cdot 18 \cdot 4 - 144\sqrt{3} + 36\sqrt{3} =$$

$$= \frac{18 \cdot 12 \pi}{2} - 108\sqrt{3} \quad \text{много дублик (пол италия окр - пол италия окр)}$$

$$-\pi \cdot 12^2 + \pi \cdot 18^2 = \pi \cdot 6 \cdot 30$$

$$180\pi + 216\pi - 108\sqrt{3} = 296\pi - 108\sqrt{3}$$



На одной странице можно оформлять **только одну** задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.

1 ☐ 2 ☐ 3 ☐ 4 ☐ 5 ☐ 6 ☒ 7 ☐

СТРАНИЦА
3 из 5

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

Сб продолжение

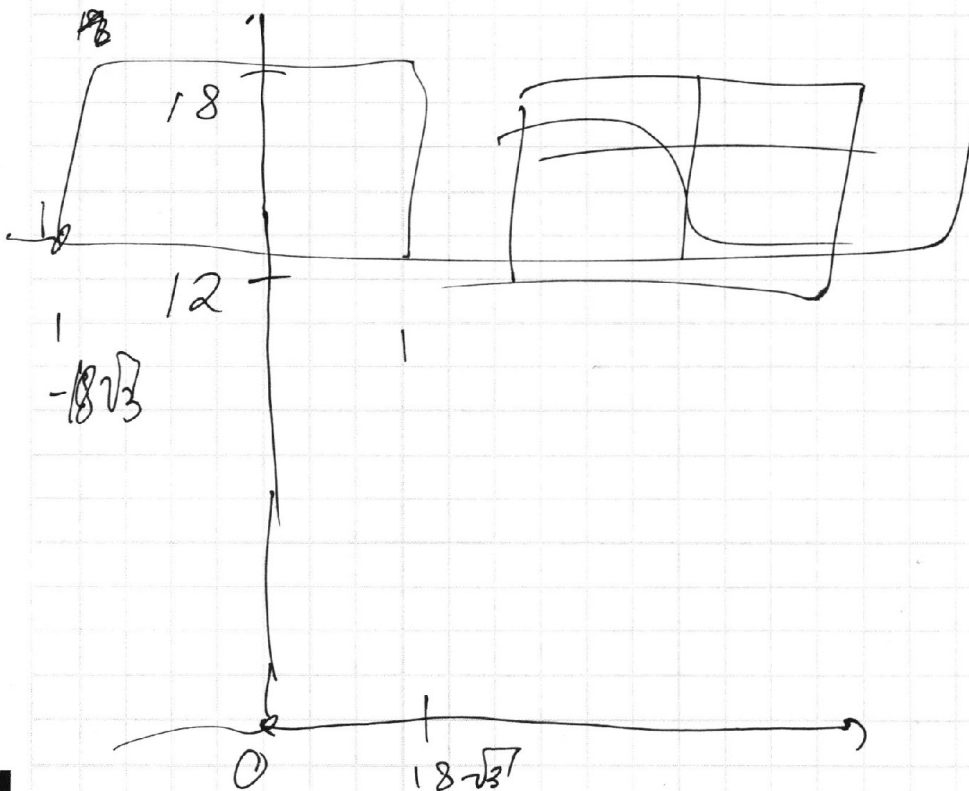
показать М, что такая фигура, сейчас
посчитаем $A \rightarrow C, B \rightarrow D, C \rightarrow A, D \rightarrow B$

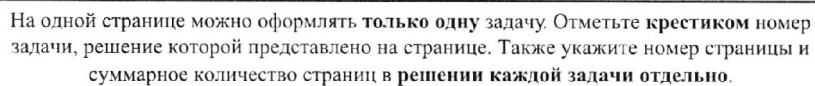
ну а тогда наиб. отрезки из $O \in F$ это
по теор. Агостони OA, OB, OC, OD они

~~равны т.к. прямоугольные т.е.~~

~~никаких точек дальние окр. с этим
радиусом~~

см. продолжение





СТРАНИЦА
2 ИЗ 5

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

m. r.

В $|x, -y|$ и $|x, +y|$ в одном из них
сумма модулей т.е. маж. знаки совпадают
а в другом разность т.е. с такими же знаком
что и в сумме остается тот модуль что больше
речь про разность и раскрытие больших модулей
а если модули это $|x, 1|$ и $|y, 1|$ т.е. если $x \neq y$
 $|x, 1| > |y, 1|$ то $2|x, 1| \leq 6$ т.е. $|x, 1| \leq 3$ т.е.
 $|y, 1| \leq |x, 1| \leq 3$, аналогично если $|y, 1| > |x, 1|$ то

37/4, 12/1, 1" m.e.

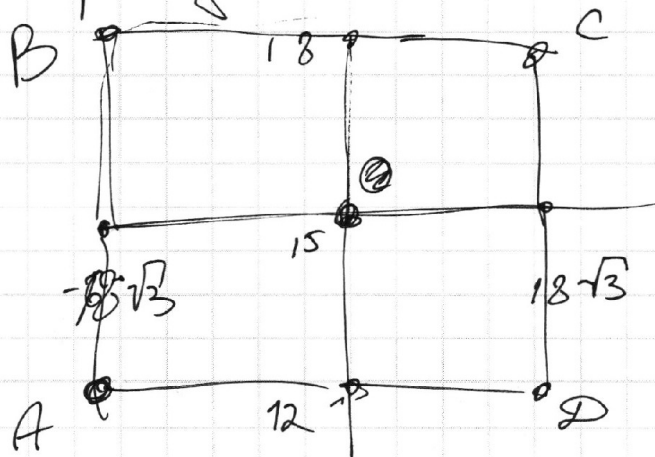
$$\begin{cases} |x_1| \leq 3 \\ |y_1| \leq 3 \end{cases} \quad \begin{cases} |x_2| \leq 3 \\ |y_2| \leq 3 \end{cases}$$

$$6\sqrt{3} \leq x \leq 18\sqrt{3}$$

$$12 \leq y \leq 18$$

т.е. у нас фигура

это правоустанавливает



См. предложение



На одной странице можно оформлять только одну задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.

☐ 1

☐ 2

☐ 3

☐ 4

☐ 5

☒ 6

☐ 7

СТРАНИЦА
1 из 5

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

S_6

$$y - 15 = y$$

$$\frac{x}{6\sqrt{3}} = x_1$$

тогда

тогда $|x_1 - y_1| + |x_1 + y_1| \leq 6$

~~Прав~~ т.к. левая часть модули то
неотр.
она ~~пав~~ ~~тогда~~ ~~она~~ ~~раскрывается~~ ~~однотонно~~

тогда рассмотрим случаи

$$x_1 - y_1 < 0 \quad x_1 + y_1 < 0 \quad \text{неотр.}$$

$$|x_1 - y_1| + |x_1 + y_1| = -2x_1 = |2x_1|$$

$$x_1 - y_1 < 0 \quad x_1 + y_1 \geq 0$$

$$|x_1 - y_1| + |x_1 + y_1| = -x_1 + y_1 + x_1 + y_1 = |2y_1| = 2|y_1| \quad \text{т.к. неотр.}$$

$$x_1 - y_1 \geq 0 \quad x_1 + y_1 < 0$$

$$|x_1 - y_1| + |x_1 + y_1| = |x_1 - y_1| - x_1 - y_1 = |2y_1|$$

$$x_1 - y_1 \geq 0 \quad x_1 + y_1 \geq 0$$

$$|x_1 - y_1| + |x_1 + y_1| = |x_1 - y_1| + x_1 + y_1 = |2x_1|$$

т.е. каждый раз получается

или $|2y_1|$ или $|2x_1|$ заметим что
 $|2y_1|$ получается тогда когда $|y_1| \geq |x_1|$ и
 $|2x_1|$ получается тогда, когда $|x_1| \geq |y_1|$
и. продолжим



На одной странице можно оформлять только одну задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.

1
☐

2
☐

3
☐

4
☐

5
☐

6
☐

7
☒

СТРАНИЦА
2 ИЗ 2

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

57 продолжение

тогда заметим что т.к. $DP=DQ$ то и $\angle QDP=90^\circ$ то
 $\triangle DPQ$ - р.б. т.е. $\angle DQP=\angle DPQ=\frac{180^\circ-90^\circ}{2}=45^\circ$ т.е.
т. D это пер. прямых $\angle QDP=90^\circ$ к BC
(она единственная), но заметим что т. O
также аналогично пересечения этих же
прямых т.е. O совпадает с D тогда D -
точка центр $\triangle ABC$ т.е. $\angle DBC=\angle DBA=35^\circ$
т.е. $\angle ABC=70^\circ$ т.е. $\angle ACB=180^\circ-90^\circ-70^\circ=20^\circ$
т.к. D - центр то $\angle DCB=\frac{1}{2} \cdot \angle ACB=10^\circ$ ч.т.д.
ответ: 10°



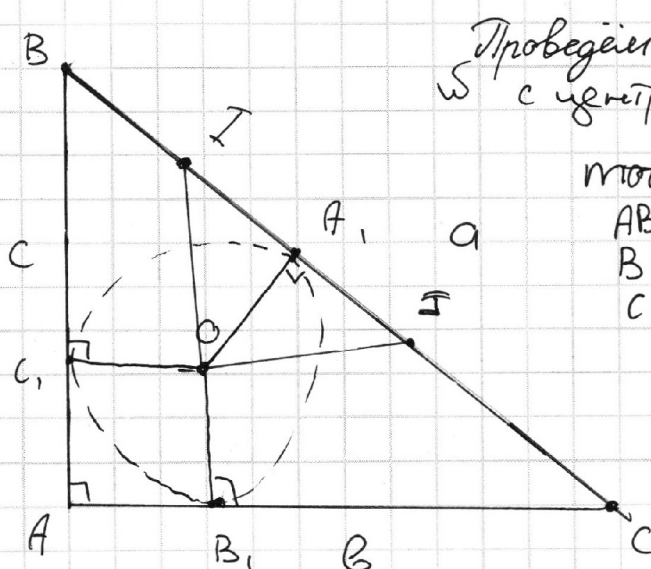
На одной странице можно оформлять только одну задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.

1 ☐ 2 ☐ 3 ☐ 4 ☐ 5 ☐ 6 ☐ 7 ☒

СТРАНИЦА
1 из 2

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

57



Проведем вписанную окр. $\triangle ABC$
с центром O
т.к. окр. впис. $\begin{matrix} AO \perp BC \\ OC \perp AB \\ OB \perp AC \end{matrix}$

тогда пусть Пусть

$$\begin{aligned} AB &= c \\ BC &= a \\ CA &= b \end{aligned}$$

тогда заметим что
 $OC, OB, = r$ - радиус вписанной
и

$$\begin{aligned} \angle OC_1A = \angle C_1AB_1 = \angle AB_1O = 90^\circ \\ \text{т.е. } \angle OB_1C = 360^\circ - 270^\circ = 90^\circ \end{aligned}$$

т.е. AC_1OB_1 - прямоугольник с

равными смежными сторонами т.е. квадрат
т.е. $OC_1 = OB_1 = AB_1 = AC_1$, но заметим т.к. B_1 и C_1
точки касания вписанной то $AC_1 = AB_1 = \frac{b+c-a}{2}$
т.е. $r = \frac{b+c-a}{2}$ т.е. $AB_1 = OC_1 = OA_1$

пусть $A_1I = A_1J = r = \frac{b+c-a}{2}$ J - на луче AC I на луче

$\triangle ABC$ тогда IOJ - прямоугольный треугольник

т.к. медиана равна половине стороны $OA_1 = IA_1 = JA_1$

также заметим что $OA_1 \perp BC$ т.е. OA_1 - высота и медиана
в $\triangle IOJ$ т.е. IOJ р.б. т.е. $IO = JO$ также

заметим т.к. точка A_1 это точка
касания с прямой BC , то $CA = \frac{a+b-c}{2}$, а

$$BA_1 = \frac{a+c-b}{2} \text{ тогда отрезки}$$

$$BJ = BA_1 + A_1J = \frac{a+c-b}{2} + r = \frac{a+c-b}{2} + \frac{b+c-a}{2} = c \text{ т.е.}$$

точка J совпадает с точкой P т.к.

$$BP = BA = BJ \text{ аналогично } CI = CA + A_1I =$$

$$= \frac{a+b-c}{2} + \frac{b+c-a}{2} = b \text{ т.е. } I \text{ совпадает с } Q$$

см. продолжение

$$\begin{array}{r} 10 + 6,2 - 7,8 \\ \hline 8,4 \\ 4,2 \end{array}$$



На одной странице можно оформлять **только одну** задачу. Отметьте **крестиком** номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в **решении каждой задачи отдельно**.

1 2 3 4 5 6 7

СТРАНИЦА
__ ИЗ __

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

S6 *Марина*

$$|y - 15 + \frac{x}{6\sqrt{3}}| + |y - 15 - \frac{x}{6\sqrt{3}}| \leq 6$$

$$|2(y - 15)| \leq 6 \quad \pm(y - 15) \leq 3 \quad \pm \frac{x}{6\sqrt{3}} \leq 3$$

202

400 — y

$$|y - 15| \leq 3$$

$$|\frac{x}{6\sqrt{3}}| \leq 3$$

$$CD^2 = AC^2 \cdot \sin 30^\circ = 400$$

$$AD^2 = AC^2 - CD^2$$

$$(AD - CD)(AD + CD)$$

$$\frac{2}{3} \left(\frac{1}{3} AC \right) \left(\frac{5}{3} AC \right) =$$

$$y, -x$$

$$y, +x$$

$$|x| \leq 6\sqrt{3}$$

$$|y - 15|$$

$$12 \quad 15 \quad 18$$

$$12 \leq y \leq 18$$

$$-6\sqrt{3} \leq x \leq 6\sqrt{3}$$



На одной странице можно оформлять **только одну** задачу. Отметьте **крестиком** номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении **каждой задачи отдельно**.

1 2 3 4 5 6 7
☐ ☐ ☐ ☐ ☐ ☐ ☐

СТРАНИЦА
__ ИЗ __

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

~~$xy = 4z + z^2$~~
$$\begin{cases} xy = 4z + z^2 = z(z+4) \\ yz = 4x + x^2 = x(x+4) \\ zx = 4y + y^2 = y(y+4) \end{cases}$$

Черновик

$$\begin{aligned} & 4(x^2 + 8x + 16) \\ & \begin{matrix} -2 \\ -2 \\ -2 \end{matrix} \\ & 4(x+4)^2 \\ & x^2 + 8x + 16 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} x^2 y^2 z^2 &= x y z (x+4)(y+4)(z+4) \\ x y z &= (x+4)(y+4)(z+4) \\ (x+4)^2 (y+4)^2 (z+4)^2 &= \dots \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} 4 \cdot (4x + x^2) &= 4x^2 + 16x \\ 4yz + 4yx + 4xz + 16z + 16y + 16x &= \dots \\ 4x^2 + 32x &= \dots \end{aligned}$$

$$\left(10^{25000} - 1 \right)^3 = \left(10^{75000} - 3 \cdot 10^{25000} + 3 \cdot 10^{25000} - 1 \right)$$

1 —————
15000 рублей

999 999 999 999 999 999
24999 50000
50001

999 999 999 999 999 999
24999 50000 50000
50001 25000
50001 25000



На одной странице можно оформлять **только одну** задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении **каждой задачи отдельно**.

1 2 3 4 5 6 7
☐ ☐ ☐ ☐ ☐ ☐ ☐

СТРАНИЦА
 _ ИЗ _

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

$$x^2 - (a^2 - a)x + \frac{2 - a^3}{3} = 0 \quad \text{С5} \quad -4\text{ч} \quad 45\text{мин}$$

$$2x^2 - (a^3 - a^2)x + (-2a^6 - 8a - 4) = 0 \quad -12\text{ч} \quad 70\text{мин}$$

$$D = a^4 - 2a^3 + a^2 - \frac{4(2 - a^3)}{3} = \frac{3a^4 - 6a^3 + a^2 - 8 - 4a^3}{3} = \frac{3a^4 - 10a^3 + a^2 - 8}{3}$$

$$= \frac{3a^4 - 10a^3 + a^2 - 8}{3} \quad 2a^4 - 2a^3 + 3a^2 - 8 > 0$$

$$\sqrt{D} = \sqrt{\frac{3a^4 - 10a^3 + a^2 - 8}{3}}$$

$$D_2 = (a^3 - a^2)^2 - 4(-2a^6 - 8a - 4) \cdot 2 = (a^6 - 2a^5 + a^4) + 16a^6 + 64a + 32$$

$$\frac{\pm \sqrt{D_2}}{2a} = \dots$$

$$\frac{-b \pm \sqrt{D}}{2a} = \frac{2(a^3 - a^2)}{2 \cdot 2} = \frac{2(a^2 - a)}{2}$$

$$a^3 - a^2 = 2a^2 - a$$

$$a(a^2 - 3a + 1) = 0$$

$$\begin{cases} a = 0 - \text{неяс.} \\ \frac{a + \sqrt{5} + 3}{2} \end{cases}$$

$$\frac{-\sqrt{5} + 3}{2}$$

$$\nearrow$$

$$D = 9 - 4 \div 5$$

$$\pm \sqrt{5}$$



На одной странице можно оформлять **только одну** задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении **каждой задачи отдельно**.

1
☐

2
☐

3
☐

4
☐

5
☐

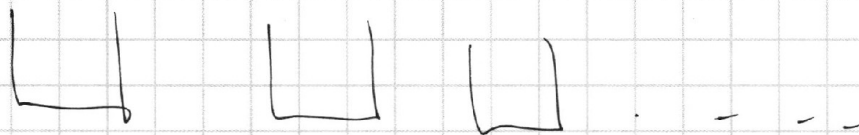
6
☐

7
☐

СТРАНИЦА
__ ИЗ __

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

S_n



S - кол.-во коробок

$$\hookrightarrow \frac{S(S-1)(S-2)}{3!} \text{ - все случаи}$$

$$\frac{5 \cdot 4 \cdot 3}{3!} \text{ - внутри 5}$$

$$\frac{8 \cdot 7 \cdot 6}{3!} \text{ - внутри}$$

$$\frac{8 \cdot 7 \cdot 6}{5 \cdot 4 \cdot 3} \text{ - ответ?}$$

$$= \frac{4 \cdot 7}{5} = \frac{28}{5} = 5,6$$