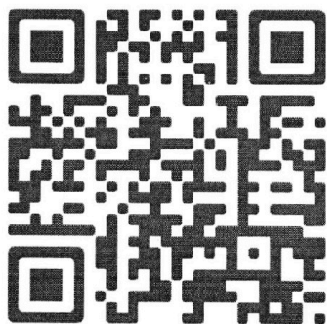




МОСКОВСКИЙ
ФИЗИКО-ТЕХНИЧЕСКИЙ
ИНСТИТУТ

ОЛИМПИАДА "ФИЗТЕХ"
ПО МАТЕМАТИКЕ

10 КЛАСС. Вариант 5



1. [4 балла] Ненулевые числа x, y, z удовлетворяют системе уравнений

$$\begin{cases} xy = 3z + z^2, \\ yz = 3x + x^2, \\ zx = 3y + y^2. \end{cases}$$

Найдите все возможные значения выражения $(x+3)^2 + (y+3)^2 + (z+3)^2$, если известно, что система имеет хотя бы одно решение в ненулевых числах.

2. [2 балла] Десятичная запись натурального числа n состоит из 40 000 девяток. Сколько девяток содержит десятичная запись числа n^3 ?
3. [5 баллов] Окружность ω с диаметром AB пересекает сторону BC остроугольного треугольника ABC в точке D . Точка F выбрана на отрезке AC так, что $DF \perp AC$, а E — точка пересечения отрезка DF с окружностью ω , отличная от D . Найдите AF , если $AC = 10$, $AB = 6$, $BE = 5$.
4. [4 балла] В телеигре ведущий берет несколько коробок и ровно в три из них кладет по одному шарiku. Игрок может указать на пять коробок и открыть их. Если в этих коробках лежат все три шарика, то игрок выигрывает. Игроку разрешили открыть шесть коробок. Во сколько раз увеличилась вероятность выигрыша игрока?
5. [5 баллов] Найдите все значения параметра a , при которых корни уравнения $x^2 - (a^2 - a)x + a - 5 = 0$ являются пятым и шестым членами некоторой непостоянной арифметической прогрессии, а корни уравнения $4x^2 - (a^3 - a^2)x + 2a^4 + 2a^2 - a^6 - 4 = 0$ являются третьим и восьмым членами этой прогрессии.
6. [5 баллов] На координатной плоскости построена фигура Φ , состоящая из всех точек, координаты $(x; y)$ которых удовлетворяют неравенству $\left|x - \frac{15}{2} + \frac{y}{6\sqrt{3}}\right| + \left|x - \frac{15}{2} - \frac{y}{6\sqrt{3}}\right| \leq 3$. Фигуру Φ непрерывно повернули вокруг начала координат на угол π против часовой стрелки. Найдите площадь фигуры, которую замела фигура Φ при этом повороте.
7. [6 баллов] На гипотенузе BC прямоугольного треугольника ABC выбраны точки P и Q так, что $AB = BP$, $AC = CQ$. Внутри треугольника ABC выбрана точка D , для которой $DP = DQ$, а $\angle PDQ = 90^\circ$. Найдите $\angle DBC$, если известно, что $\angle DCB = 20^\circ$.



На одной странице можно оформлять только одну задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.

1 2 3 4 5 6 7
☒ ☐ ☐ ☐ ☐ ☐ ☐

СТРАНИЦА
2 из 2

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

$$\Rightarrow x + y + z = -3.$$

Потому сложим

$$(1) + (2) + (3):$$

$$(4) \quad xy + yz + zx = 3(x + y + z) + x^2 + y^2 + z^2$$

Потому заменим, что

$$(x + y + z)^2 = x^2 + y^2 + z^2 + 2(xy + yz + zx)$$

$$\Rightarrow xy + yz + zx = \frac{(x + y + z)^2 - (x^2 + y^2 + z^2)}{2} =$$

$$= \frac{(-3)^2 - (x^2 + y^2 + z^2)}{2} = \frac{9 - (x^2 + y^2 + z^2)}{2}$$

Подставим это в (4):

$$\frac{9 - (x^2 + y^2 + z^2)}{2} = 3 \cdot (-3) + x^2 + y^2 + z^2 \quad | \cdot 2$$

$$\Rightarrow 9 - (x^2 + y^2 + z^2) = -18 + 2(x^2 + y^2 + z^2)$$

$$\Rightarrow 3(x^2 + y^2 + z^2) = 27$$

$$x^2 + y^2 + z^2 = 9$$

Исканное выражение

$$(x+3)^2 + (y+3)^2 + (z+3)^2 = x^2 + y^2 + z^2 + 6(x+y+z) + 27 = 9 + 6 \cdot (-3) + 27 = 18$$

Ответ. 18



На одной странице можно оформлять **только одну** задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.

1 ☒ 2 ☐ 3 ☐ 4 ☐ 5 ☐ 6 ☐ 7 ☐

СТРАНИЦА
1 из 2

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

№ 1.

$$\begin{cases} xy = 3z + z^2 & ① \\ y^2 = 3x + x^2 & ② \\ xz = 3y + y^2 & ③ \end{cases}$$

② - ①: ~~(x-z)(x+y)~~

~~(x-z)(x+y)~~ + 3(x-z)(x+z) - 3(x-z) = y(z-x)

$$\Rightarrow (x-z)(x+z+3+y) = 0$$

② - ③: (x-y)(x+y) + 3(x-y) = 2(y-x)

$$(x-y)(x+y+3+z) = 0$$

Имеем систему:

$$\begin{cases} x = z \\ x+y+2 = -3 \\ x = y \\ x+y+2 = -3 \end{cases}$$

Если $x+y+2 \neq -3$,
то
 $x=z$ и $x=y$

$$\Rightarrow x=y=z=t$$

(пусть они все равны t)

$$\Rightarrow ① \quad t^2 = 3t + t^2$$

$t=0 \Rightarrow x=0=y=z$,
что противоречит условию.



На одной странице можно оформлять **только одну** задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.

1 ☐ 2 ☐ 3 ☒ 4 ☐ 5 ☐ 6 ☐ 7 ☐

СТРАНИЦА
1 из 3

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

Пт.к. AB - диаметр

$$r = \frac{AB}{2} = 3$$

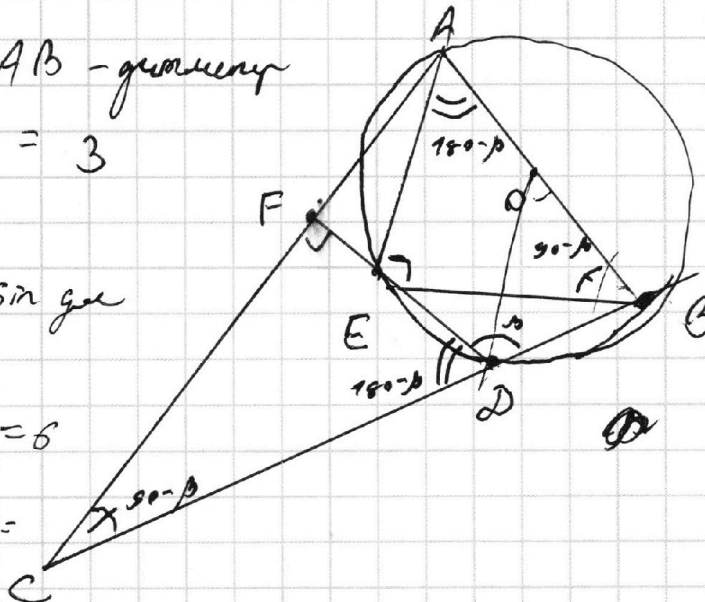
(по условию)

По т. синусов

$\triangle ABE$

$$\frac{BE}{\sin \beta} = 2r = 6$$

$$\Rightarrow \sin \beta = \frac{BE}{6} = \frac{5}{6}$$



$$\begin{aligned} \cos \beta &= \sqrt{1 - \frac{5^2}{6^2}} = \\ &= \sqrt{\frac{36 - 25}{36}} = \\ &= \frac{\sqrt{11}}{6} \end{aligned}$$

1. Обозначим $\angle EDB = \beta$.

Пт.к. по т. синусов для $\triangle ABE$

$$\angle EAB = 180 - \beta$$

По т. синусов

$$\angle CDF = 180 - \beta$$

$$\begin{aligned} \angle CDF &= \\ &= 180 - \beta. \end{aligned}$$

(или)

$$\angle AEB = 90^\circ$$

2. $\angle AEB = 90^\circ$, т.к. AB - диаметр.

$$\angle CFD = 90^\circ, \text{ т.к. } DF \perp AC. \quad (\angle DFC)$$

3. $\Rightarrow$ для подобных $\triangle$:

$$\triangle CDF \sim \triangle BAE$$



На одной странице можно оформлять только одну задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.

1 ☐ 2 ☐ 3 ☒ 4 ☐ 5 ☐ 6 ☐ 7 ☐

СТРАНИЦА
3 из 3

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

П.к. мы знаем
AC, AB и $\angle ACB$ или $\angle ABC$,
найдем BC.

из т. cos

$$BC^2 + AC^2 - 2 \cdot BC \cdot AC \cdot \cos(90^\circ - \beta) = AB^2$$

$$\Rightarrow BC^2 - 2 \cdot 10 \cdot \frac{5}{6} \cdot BC + 100 - 36 = 0 \quad (1.3)$$

$$3BC^2 - 50BC + 192 = 0$$

$$\Rightarrow BC = \frac{25 \pm 7}{3} = \left[\begin{array}{l} \frac{32}{3} \\ 6 \end{array} \right]$$

Заметим:

$$CD = BC - BD = BC - BD = \left[\begin{array}{l} \frac{44}{9} \\ \frac{89}{9} \end{array} \right]$$

$$CF = CD \cdot \cos(90^\circ - \beta) = CD \cdot \frac{5}{6} = \left[\begin{array}{l} \frac{235}{54} \\ \frac{445}{6} \end{array} \right]$$

$$AF = AC - CF = 10 - CD \cdot \frac{5}{6} =$$

$$\text{Заметим: } \left[\begin{array}{l} 10 - \frac{235}{54} = \frac{305}{54} \\ 10 - \frac{445}{6} = \frac{95}{54} \end{array} \right]$$

П.к. если $BC = 6$,
то нужен угол, для ответа

$$\sqrt{\frac{305}{54}}$$



На одной странице можно оформлять **только одну** задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.

1 ☐ 2 ☐ 3 ☒ 4 ☐ 5 ☐ 6 ☐ 7 ☐

СТРАНИЦА
2 ИЗ 2

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

$$\text{М-К. } \angle FCD = 90^\circ - \beta$$

$$\text{По т. син } \text{треугольника } ABC$$

$$\frac{AC}{\sin \angle ABC} = \frac{AB}{\sin(90^\circ - \beta)}$$

$$\Rightarrow \sin \angle ABC = \frac{AC \cdot \cos \beta}{AB} = \frac{10}{6} \cdot \frac{\sqrt{11}}{6} = \frac{10\sqrt{11}}{36}$$

$$\Rightarrow \text{в } \triangle BOD:$$

$$(\text{по т. син } \angle ABC = \gamma)$$

$$\text{По т. син } \angle$$

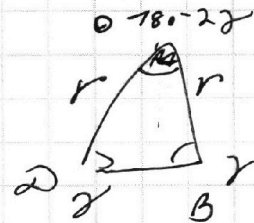
$$\frac{BD}{\sin(90^\circ - 2\gamma)} = \frac{r}{\sin \gamma}$$

$$\Rightarrow BD = \frac{r \cdot \sin 2\gamma}{\sin \gamma} = 2r \cos \gamma =$$

$$= 2 \cdot 3 \cdot \sqrt{1 - \frac{100 \cdot 11}{36^2}} = 6 \cdot \sqrt{\frac{36^2 - 100 \cdot 11}{36^2}} =$$

$$= \frac{\sqrt{36^2 - 100 \cdot 11} \cdot \left(\frac{1}{4}\right)}{36} = \sqrt{\frac{16^2 - 25 \cdot 11}{9}} =$$

$$= \frac{\sqrt{49}}{9} = \frac{7}{9}$$





На одной странице можно оформлять **только одну** задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.

1	2	3	4	5	6	7
☐	☐	☐	☒	☐	☐	☐

СТРАНИЦА
1 из 2

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

$$= \frac{\text{Вероятность выигрыша} = \text{кол-во способов верно выбрать шары}}{\text{кол-во способов выбрать шары}}$$

Если выбираем (указываем по) k шаров, а всего шаров n , то кол-во способов выбрать k шаров C_n^k . Кол-во способов

верно выбрать будет C_{n-3}^{k-3}

(т.к. при верном выборе всегда выбраны три верных шара и какие-то $k-3$ шара из оставшихся $n-3$ шаров)

$\Rightarrow$ при выборе $k = 5$ будет вер-ть

$$\frac{C_{n-3}^2}{C_n^5} \quad \text{при } k=6 \quad \frac{C_{n-3}^3}{C_n^6}$$

аналогично вер-ть: $\frac{C_{n-3}^3}{C_n^6} \cdot \frac{C_{n-3}^2}{C_n^5} \cdot \frac{C_{n-3}^1}{C_n^4} \cdot \frac{C_{n-3}^0}{C_n^3} = \frac{C_{n-3}^3 \cdot C_{n-3}^2 \cdot C_{n-3}^1 \cdot C_{n-3}^0}{C_n^6 \cdot C_n^5 \cdot C_n^4 \cdot C_n^3} = \frac{1}{2! \cdot 3! \cdot 4! \cdot 5!} = \frac{1}{2880}$



На одной странице можно оформлять только одну задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.

1	2	3	4	5	6	7
☐	☐	☐	☒	☐	☐	☐

СТРАНИЦА
2 ИЗ 2

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

Отношение вер-тей:

$$\frac{C_{n-3}^3}{C_n^6} \cdot \frac{C_{n-2}^5}{C_{n-3}^2} =$$
$$= \frac{(n-3)!}{3! \cdot (n-6)!} \cdot \frac{2! \cdot (n-5)!}{(n-3)!} \cdot \frac{n!}{(n-5)! \cdot 5!} \cdot \frac{(n-6)! \cdot 6!}{2!} =$$
$$= \frac{1}{3} \cdot 6 = 2$$

Ответ. в 2 раза.



На одной странице можно оформлять только одну задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.

1 ☐ 2 ☐ 3 ☐ 4 ☐ 5 ☒ 6 ☐ 7 ☐

СТРАНИЦА
2 из 3

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

$$(2) \quad x^2 + 1 - 5 = 0 \Rightarrow d = \pm 4$$

$$x = \pm 2$$

$$4x^2 + 2 + 2 - 1 - 4 = 0$$

$$x = \pm \frac{1}{2}$$

$$5d = \pm \frac{1}{2}$$

$$d = \pm \frac{1}{10}$$

Не подходит (d прыжки)

(3)

$$x^2 - 72x + 4 - 5 = 0$$

$$x^2 - 72x - 1 = 0$$

$$4x^2 - 48x + 2 \cdot 4^4 + 2 \cdot 4^2 - 4^6 - 4 = 0 \quad | \cdot \frac{1}{4}$$

$$x^2 - 72x + 2 \cdot 4^3 + 2 \cdot 4 - 4^5 - 1 = 0$$

$$x^2 - 72x - 889 = 0$$

Для уравнения вида

$$x^2 + bx + c$$

различия корней (большин - меньший) по модулю

$$\text{будем} \quad \frac{-b + \sqrt{D}}{2} - \frac{-b - \sqrt{D}}{2} = \sqrt{D}$$

$$\Rightarrow \text{Для } x^2 - 72x - 1 \quad | \quad \text{Для } x^2 - 72x - 889$$

$$|d| = \sqrt{744 + 4} = \sqrt{748} \quad |d| = \sqrt{744 + 4 \cdot 889}$$



На одной странице можно оформлять только одну задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.

1 ☐ 2 ☐ 3 ☐ 4 ☐ 5 ☒ 6 ☐ 7 ☐

СТРАНИЦА
1 из 3

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

$\{b\}_n$ — прогрессия с b_1 и d — разность.

Кривые b_5 и b_6

$$x^2 - (a^2 - a)x + a - 5 = 0$$

Кривые b_3 и b_8

$$4x^2 - (a^3 - a^2)x + 2a^4 + 2a^2 - a^6 - 4 = 0$$

по +, Виетова

$$\begin{cases} b_5 + b_6 = a^2 - a \\ b_3 + b_8 = \frac{a^3 - a^2}{4} \end{cases}$$

$$(b_5 - b_3) + (b_6 - b_8) = a(a-1) - \frac{a^2(a-1)}{4}$$

$$2d - 2d = a(a-1) \left(1 - \frac{a}{4}\right) = 0$$

$$\Rightarrow \begin{cases} 1) a=0 \\ 2) a=1 \\ 3) a=4 \end{cases}$$

Посмотрим эти значения и подставим.

1): $x^2 - 5 = 0 \Rightarrow x = \pm\sqrt{5}$

$4x^2 - 4 = 0 \Rightarrow x = \pm 1$

$\Rightarrow d = \pm 2\sqrt{5} \quad (d = b_6 - b_3)$

$\Rightarrow 5d = \pm 2 \quad (5d = b_8 - b_3)$

теперь найдем d правильно



На одной странице можно оформлять только одну задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.

1	2	3	4	5	6	7
☐	☐	☐	☐	☒	☐	☐

СТРАНИЦА

3 из 3

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

$$\Rightarrow \sqrt{15d} \sqrt{15d} = 2 \sqrt{925} = 10 \sqrt{37}$$

$$a \quad |d| = 2 \sqrt{37} \quad (d \text{ будет } \pm 2 \sqrt{37})$$

Все сходится

интервал.

$\Rightarrow$ при $a=4$ это состав.
число арифм. прогрессии

$$a=4$$



На одной странице можно оформлять только одну задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.

1 ☐ 2 ☐ 3 ☐ 4 ☐ 5 ☐ 6 ☒ 7 ☐

СТРАНИЦА

4 из 4

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

5 ③

$$OC = R = 18$$

$$OH = 9$$

$$\Rightarrow S_{CHKD} = S_{OCK} - S_{OCK}$$

Найдем угол $\angle COD$!

$$\text{tg } \frac{\angle COD}{2} = \sqrt{3} \Rightarrow \frac{\angle COD}{2} = 60^\circ$$

$$\angle COD = 120^\circ = \frac{2\pi}{3}$$

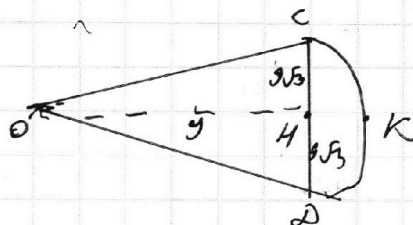
$$\Rightarrow S_{CHKD} = \pi R^2 \cdot \frac{1}{3} - 18\sqrt{3} \cdot 9 \cdot \frac{1}{2} =$$
$$= \frac{\pi \cdot 18^2}{3} - 81\sqrt{3} = 108\pi - 81\sqrt{3}$$

$$\Rightarrow S = S_1 + S_2 + S_3 =$$

$$= 288\pi + \frac{27}{2}\sqrt{3} + 108\pi - 81\sqrt{3} =$$

$$= 396\pi - \frac{135}{2}\sqrt{3}$$

Ответ. $S = 396\pi - \frac{135}{2}\sqrt{3}$





На одной странице можно оформлять **только одну** задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении **каждой задачи** отдельно.

1 ☐ 2 ☐ 3 ☐ 4 ☐ 5 ☐ 6 ☒ 7 ☐

СТРАНИЦА
1 из 4

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

Предположим, это ~~минимум~~ ^{максимум} ~~максимум~~ ^{максимум}.
Найдем ~~максимум~~ его ~~максимум~~ ^{максимум}.

Рассмотрим возможные раскрытия модуля:

~~$x - \frac{15}{2} + \frac{4}{6\sqrt{3}}$~~ $|x - \frac{15}{2} + \frac{4}{6\sqrt{3}}| + |x - \frac{15}{2} - \frac{4}{6\sqrt{3}}| \leq 3$

Раскроем модуль:

$2x - 15 \leq 3$ $2x \leq 18$

$x \leq 9$

условие:
 $\begin{cases} x - \frac{15}{2} > -\frac{4}{6\sqrt{3}} \\ x - \frac{15}{2} > \frac{4}{6\sqrt{3}} \end{cases}$

$\Rightarrow \begin{cases} y \geq -6\sqrt{3}x + 45\sqrt{3} \\ y < 6\sqrt{3}x - 45\sqrt{3} \end{cases}$

~~$x - \frac{15}{2} + \frac{4}{6\sqrt{3}}$~~ $-x + \frac{15}{2} + \frac{4}{6\sqrt{3}} \leq 3$

$\Rightarrow \frac{4}{3\sqrt{3}} \leq 3$ $y \leq 9\sqrt{3}$

$\begin{cases} y \geq -6\sqrt{3}x + 45\sqrt{3} \\ y \geq 6\sqrt{3}x - 45\sqrt{3} \end{cases} \Rightarrow y > 0$

$-x + \frac{15}{2} - \frac{4}{6\sqrt{3}} + x - \frac{15}{2} - \frac{4}{6\sqrt{3}} \leq 3$

$-\frac{4}{3\sqrt{3}} \leq 3$

$\frac{4}{3\sqrt{3}} \geq 3$

$y \geq 9\sqrt{3}$

$\Rightarrow y < 0$

$\begin{cases} x - \frac{15}{2} < -\frac{4}{6\sqrt{3}} \\ x - \frac{15}{2} > \frac{4}{6\sqrt{3}} \end{cases}$

$\begin{cases} y < -6\sqrt{3}x + 45\sqrt{3} \\ y < 6\sqrt{3}x - 45\sqrt{3} \end{cases}$

$-x + \frac{15}{2} - \frac{4}{6\sqrt{3}} - x + \frac{15}{2} + \frac{4}{6\sqrt{3}} \leq 3$

$-2x + 15 \leq 3$

$2x \geq 12$
 $x \geq 6$

$\begin{cases} x - \frac{15}{2} < -\frac{4}{6\sqrt{3}} \\ x - \frac{15}{2} < \frac{4}{6\sqrt{3}} \end{cases}$

$\begin{cases} y < -6\sqrt{3}x + 45\sqrt{3} \\ y \geq 6\sqrt{3}x - 45\sqrt{3} \end{cases}$



На одной странице можно оформлять только одну задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.

1 ☐ 2 ☐ 3 ☐ 4 ☐ 5 ☐ 6 ☒ 7 ☐

СТРАНИЦА

2 из 4

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

две прямые:

$$y = 6\sqrt{3}x - 45\sqrt{3}$$

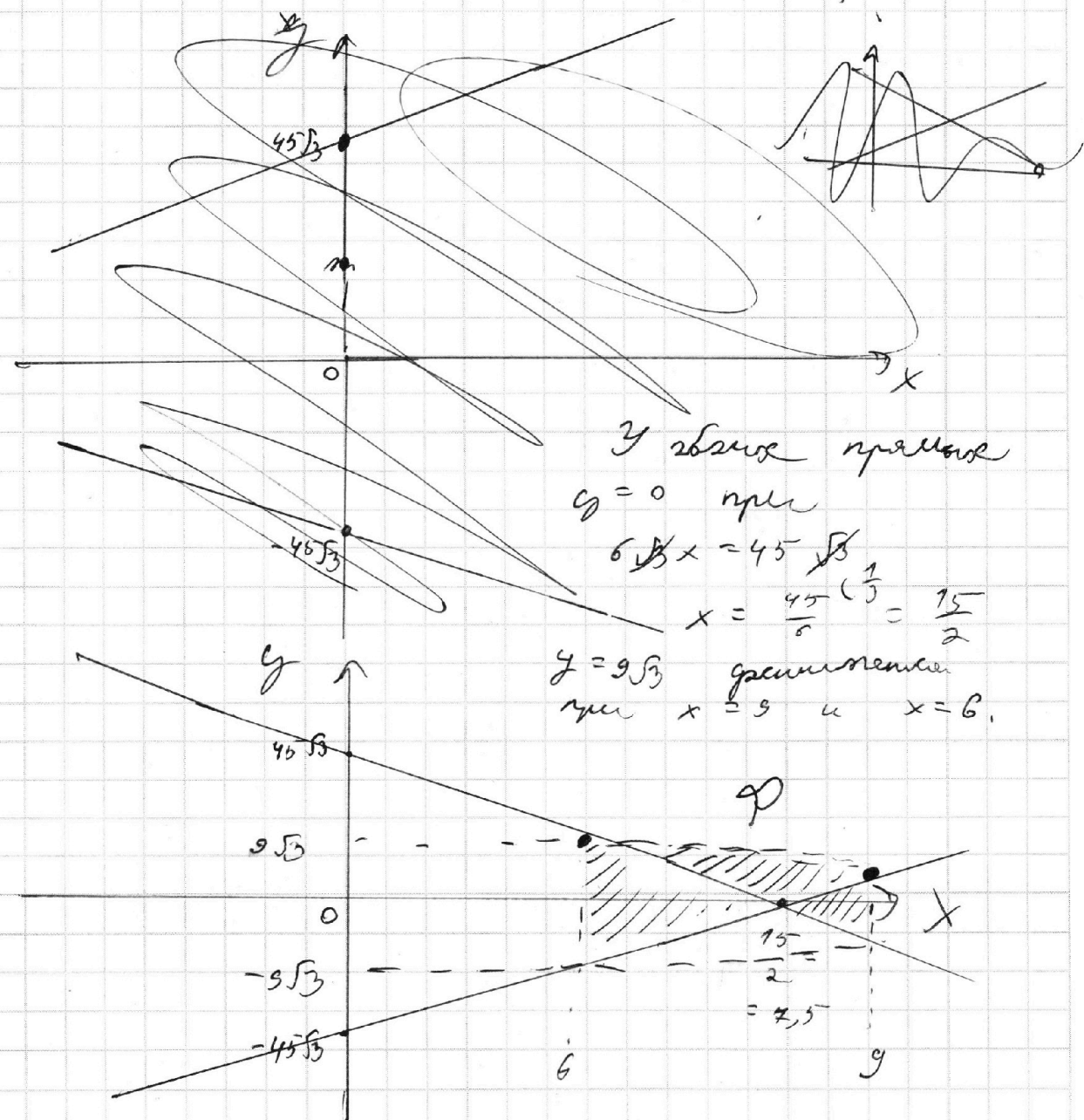
и

$$y = -6\sqrt{3}x + 45\sqrt{3}$$

В случае раскрывания
- + приращивания

$y \geq 9\sqrt{3}$ и $y < 0 \Rightarrow$ если
не рассматривать!

Примеры построения φ :





На одной странице можно оформлять **только одну** задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении **каждой** задачи отдельно.

1 ☒ 2 ☒ 3 ☒ 4 ☒ 5 ☒ 6 ☒ 7 ☒

СТРАНИЦА
__ ИЗ __

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

$$\frac{CD}{AB} = \frac{BE}{CF} = \frac{AE}{CD}$$

$$CF = \frac{AD \cdot BE}{CD}$$

$$CF = \frac{BE \cdot CD}{AE}$$

$$90 - (180 - \beta) =$$

$$= \beta - 90$$

$$\frac{BE}{\sin \beta} = 2r = 6$$

$$\sin \beta = \frac{BE}{6} =$$

$$= \frac{5}{6}$$

$$\sin(180 - \beta) =$$

$$= \sin(\beta) =$$

$$= \sin(\beta) =$$

$$= \sin(180 - \beta) =$$

$$= \sin(\beta) =$$

$$= \sin(180 - \beta) =$$

$$= \sin(\beta) =$$

$$= \sin(\beta) =$$

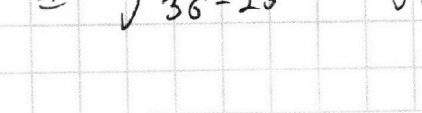
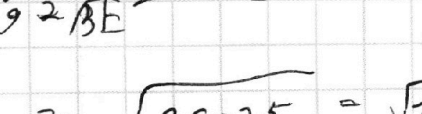
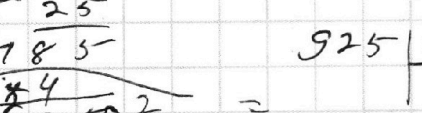
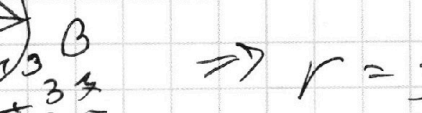
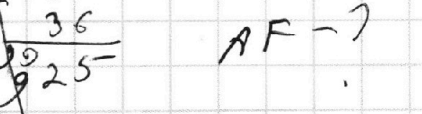
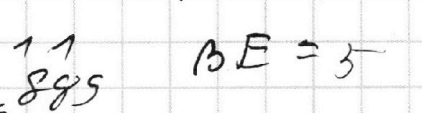
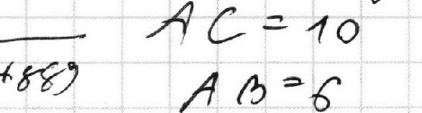
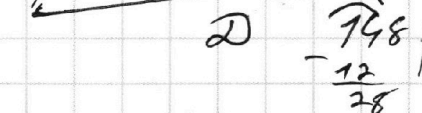
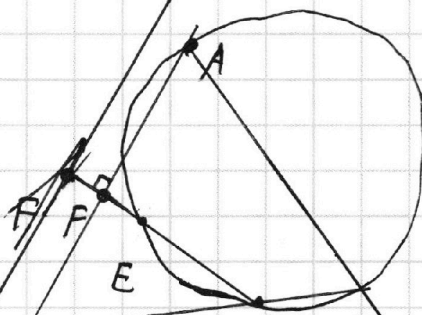
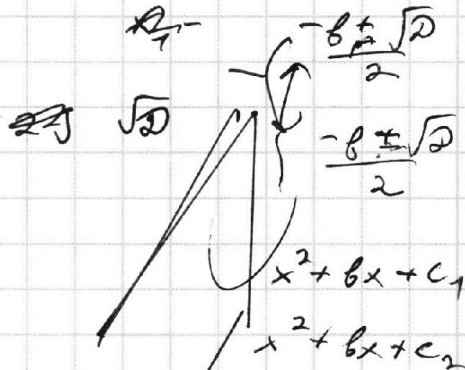
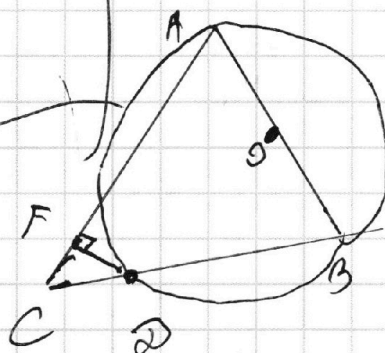
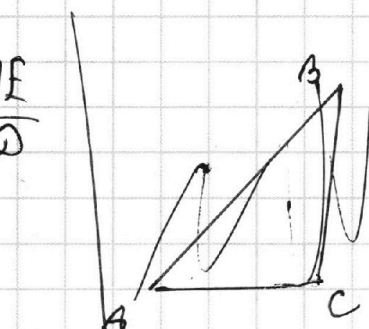
$$= \sin(\beta) =$$

$$= \sin(\beta) =$$

$$= \sin(\beta) =$$

$$= \sin(\beta) =$$

$$= \sin(\beta) =$$



$$AC = 10$$

$$AB = 6$$

$$BE = 5$$

$$AF = ?$$

$$\Rightarrow r = 3$$

$$925 \mid 25$$

$$AE = \sqrt{AB^2 - BE^2}$$

$$= \sqrt{6^2 - 5^2} = \sqrt{36 - 25} = \sqrt{11}$$

$$= \sqrt{36 - 25} = \sqrt{11}$$

$$= \sqrt{36 - 25} = \sqrt{11}$$

$$= \sqrt{36 - 25} = \sqrt{11}$$

$$= \sqrt{36 - 25} = \sqrt{11}$$

$$= \sqrt{36 - 25} = \sqrt{11}$$

$$= \sqrt{36 - 25} = \sqrt{11}$$



На одной странице можно оформлять **только одну** задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в **решении каждой задачи отдельно**.

1 2 3 4 5 6 7
☐ ☐ ☐ ☐ ☐ ☐ ☐

СТРАНИЦА
 _ ИЗ _

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

$$(x-1)(x-2)=0$$

$$x-1=0 \quad x-2=0$$

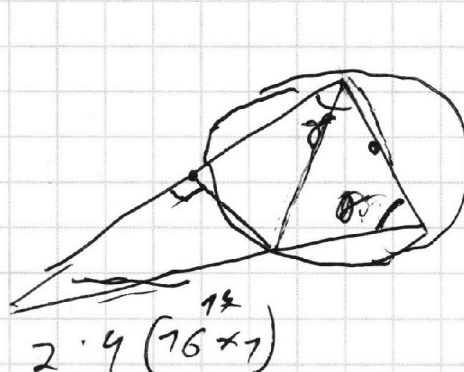
$$x=1 \quad x=2$$

$$x_1 + x_2 = -\frac{b}{a}$$

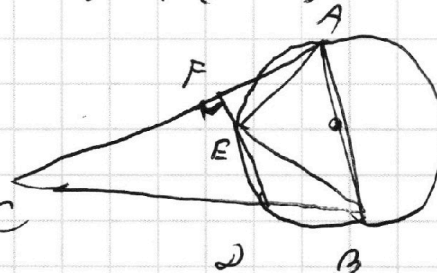
$$x_1 x_2 = \frac{c}{a}$$

$$45 = (2^3)^5 = 2^{10} = 1024$$

$$4^3(2-4^2)$$



$$\frac{BD}{\sin \alpha} = 6$$



$$\frac{FE}{\sin \alpha} = AE$$

$$64 \cdot (-14) + 14$$

$$FE = \frac{AE \cdot BD}{\sin \alpha}$$

$$x^2 - (a^2 - a)x + a - 5 = 0$$

$$4x^2 - (a^3 - a^2)x + 2a^4 + 2a^2 - a^6 - 4 = 0$$

$$b_3 \text{ и } b_6 \quad 4b_3 + 2d + 3d + 5d = 9$$

$$b_5 + b_6 = a^2 - a$$

$$b_3 + b_8 = \frac{a^3 - a^2}{4}$$

$$-2d + 2d = a(a^2 - a^2(a-1)) - a(a-1) = 0$$

$$a(a-1) \left(\frac{a}{4} - 1 \right) = 0$$

$$\begin{cases} a=0 \\ a=1 \\ a=4 \end{cases}$$

$$\frac{1}{a(a-1)}$$

(если $a \neq 0$ и $a \neq 1$)



На одной странице можно оформлять **только одну** задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.

1 ☒ 2 ☒ 3 ☒ 4 ☒ 5 ☒ 6 ☒ 7 ☒

СТРАНИЦА
__ ИЗ __

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

$$(x-2)(x+y) + 3(x-2) = 2(y-x)$$

$$(x-2)(x+y+3+2) = 0$$

$$(x-2)(x+y+5) = 0$$

$$(x-2)(x+y+5) = 0$$

$$\begin{array}{r} 5.2 \\ 8.2 \\ 6.3 \\ 0.2 \end{array}$$

$$\begin{cases} x=y \\ x+y+5 = -3 \end{cases}$$

$$\begin{cases} x=2 \\ x+y+5 = -3 \end{cases}$$

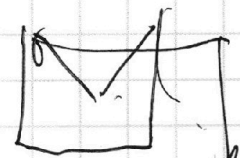
$$\begin{cases} x+y+5 = -3 \\ x=y \end{cases}$$

$$\Rightarrow x=y=2$$

$$x^2 + 3x = x^2$$

$$x=0 \Rightarrow \text{все корни}$$

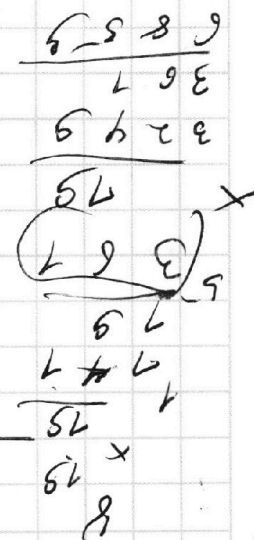
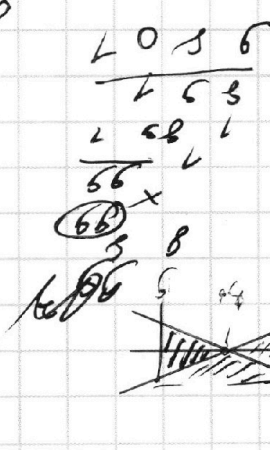
$$\Rightarrow x+y+5 = -3$$



$$5.2 = 3$$

$$(5.2 = 3)$$

$$2.2 = 3$$





На одной странице можно оформлять только одну задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.

1
☒

2
☒

3
☒

4
☒

5
☒

6
☒

7
☒

СТРАНИЦА
__ ИЗ __

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

$$(x+3)^2 + (y+3)^2 + (z+3)^2 = 9 + 6 \cdot (-3) + 24$$

$$= x^2 + 6x + 9 + y^2 + 6y + 9 + z^2 + 6z + 9 = 9 - 18 + 24 = 15$$

$$= x^2 + y^2 + z^2 + 6(x+y+z) + 24 = a + 6b + 24$$

$$\begin{cases} xy = 3z + z^2 \\ yz = 3x + x^2 \\ zx = 3y + y^2 \end{cases}$$

$$x^2 + y^2 + z^2 + 3(x+y+z) =$$

$$= xy + yz + zx$$

$$(x+y+z)(x+y+z) = x^2 + x(y+z) + y^2 + y(x+z) + z^2 + z(x+y) =$$

$$= x^2 + y^2 + z^2 + (xy + xz + zy)$$

$$x^2 + y^2 + z^2 + 3(x+y+z) = \frac{(x+y+z)^2 - (x^2 + y^2 + z^2)}{2}$$

$$2x^2 + 2y^2 + 2z^2 + 6(x+y+z) = (x+y+z)^2 - (x^2 + y^2 + z^2)$$

$$3(x^2 + y^2 + z^2) = (x+y+z)^2 - 6(x+y+z)$$

$$1) x+y+z = b$$

$$x^2 + y^2 + z^2 = a$$

$$b^2 - 6b - 3a = 0$$

$$3 \pm \sqrt{9 + 4 \cdot 3} = 3 \pm 6$$

$$b = \pm \sqrt{9 + 12a}$$

$$\frac{6 \pm \sqrt{36 + 12a}}{2}$$

$$= 3 \pm \sqrt{9 + 3a}$$

$$3 \pm \sqrt{9 + 3 \cdot 0}$$

$$\begin{matrix} +3 \\ \text{или} \\ -3 \end{matrix}$$

$$- \frac{24}{9}$$



На одной странице можно оформлять только одну задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.

1 ☒ 2 ☒ 3 ☒ 4 ☒ 5 ☒ 6 ☒ 7 ☒

СТРАНИЦА
__ ИЗ __

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

Можем найти BC:

$$\cos(\beta - 90) = \sin \beta = \frac{5}{6}$$

$$\cos(\beta - 90) = \cos(90 - \beta) = \sin \beta$$

$$10^2 + BC^2 - 2 \cdot 10 \cdot BC \cdot \frac{5}{6} = 6^2 \quad | \cdot 3$$

$$BC^2 - 20 BC + 64 = 0$$

$$BC = \frac{20 \pm \sqrt{400 - 256}}{2}$$

$$\frac{D}{4} = 100 - 64 = 36$$

$$BC = \frac{20 \pm 6}{2} = \begin{cases} 16 \\ 4 \end{cases}$$

16 не подходит по нерав. 1

$$AC + AB \geq BC$$

$$BC = 4$$

Проверим:

$$10^2 - 20 \cdot 14 + 6^2 = 100 - 280 + 36 = -144$$

$$4^2 - 20 \cdot 10 + 6^2 = 16 - 200 + 36 = -148$$

$$4^2 - 20 \cdot 4 + 64 = 16 - 80 + 64 = 0$$

$$BC = 4$$

$$\begin{array}{r} 152 \\ \times 12 \\ \hline \end{array}$$

$$\begin{array}{r} 1520 \\ \times 384 \\ \hline 2304 \end{array}$$

$$\frac{-b \pm \sqrt{b^2 - 4ac}}{2a} = \frac{-\frac{b}{2} \pm \sqrt{\frac{D}{4}}}{a}$$

$$3BC^2 - 50BC + 152 = 0$$

$$\frac{D}{4} = 25^2 - 4 \cdot 3 \cdot 152 = 625 - 1824 = -1569$$

$$BC = 4$$

625



На одной странице можно оформлять **только одну** задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.

1 ☒ 2 ☒ 3 ☒ 4 ☒ 5 ☒ 6 ☒ 7 ☒

СТРАНИЦА
__ ИЗ __

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

$$y = 6\sqrt{3}x - 3\sqrt{3} \cdot 152 = y$$

$$y > 45\sqrt{3} - 6\sqrt{3}x$$

$$36 = 100 + BC^2 - 2 \cdot 70 \cdot BC \cdot \frac{5}{6} =$$
$$0 = 64 + BC^2 - \frac{50}{3} BC \quad | \cdot 3$$

$$3BC^2 - 50BC + 192 = 0$$

Верных 3
книг, всего
4 вер. 3

$$D = 50^2 - 4 \cdot 3 \cdot 192$$

$$\frac{D}{4} = 25^2 - 3 \cdot 192 =$$

$$C_n^k = \frac{n!}{k! \cdot (n-k)!}$$

$$\begin{array}{r} 192 \\ \times 3 \\ \hline 576 \end{array}$$

$$\begin{array}{r} 10 \cdot 10 \\ - 625 \\ \hline 575 \\ \hline 19 \end{array}$$

$$C_2^7 = 49 \quad \frac{2}{1 \cdot 1} = 2$$

$$\begin{array}{r} 10 \\ - 25 \\ \hline 18 \end{array} \quad \frac{32}{3}$$

$$BC = \frac{25 \pm 4}{3} = \left[\frac{32}{3} = 10 \frac{2}{3} \right]$$

$$\frac{3!}{3! \cdot (n-3)!} \cdot \frac{n! \cdot (n-3-2)!}{(n-3)!} \cdot \frac{n!}{(n-5)! \cdot 5!} \cdot \frac{6! \cdot (n-6)!}{n!} =$$

$$\frac{1}{3} \cdot \frac{(n-5)}{(n-5)} \cdot \frac{1}{1} \cdot 6 = \frac{n}{2}$$

Вер - 76
②
 C_2^5

В кни-во упроб:
3 книг можно
и к-345
сильнее,
кратче
 $9\sqrt{3} = 6\sqrt{3}x - 15$
 $3 = 2x - 15$

$$y > 6\sqrt{3}x$$

Вер - 76
②
 $\frac{C_{n-3}^2}{C_n^5}$

$$\frac{C_n^6}{C_n^3} = \frac{C_{n-3}^3}{C_n^6}$$

$9 = 6x + 15$
 $3 = 2x + 15$
 $2x = 12$
 $x = 6$

$$\frac{C_{n-3}^3}{C_{n-3}^2} \cdot \frac{C_n^5}{C_n^6} =$$



На одной странице можно оформлять **только одну** задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении **каждой** задачи отдельно.

1
☒

2
☒

3
☒

4
☒

5
☒

6
☒

7
☒

СТРАНИЦА
__ ИЗ __

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

$$\Rightarrow \frac{CF}{BE} =$$

$$6 - \frac{3}{9} = \frac{54 - 3}{9} = \frac{49}{9}$$

$$6 \cdot \frac{32}{3} - \frac{4}{9} = \frac{96 - 4}{9} = \frac{89}{9}$$

$$\underline{32 \cdot 3}$$

96

$$\frac{49}{9} \cdot \frac{5}{6}$$

$$\frac{89}{9} \cdot \frac{5}{6}$$

$$\frac{89}{9} \cdot \frac{5}{6}$$

$$\begin{array}{r} 3 \\ 49 \\ \times 5 \\ \hline 235 \end{array}$$

$$\begin{array}{r} 4 \\ 89 \\ \times 5 \\ \hline 445 \end{array}$$

$$\begin{array}{r} -10 \\ 540 \\ -235 \\ \hline 305 \end{array}$$

$$\begin{array}{r} -10 \cdot 10 \\ 540 \\ -445 \\ \hline 95 \end{array}$$



На одной странице можно оформлять **только одну** задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в **решении каждой задачи отдельно**.

1
☐

2
☐

3
☐

4
☐

5
☐

6
☐

7
☐

СТРАНИЦА
__ ИЗ __

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

