

МОСКОВСКИЙ
ФИЗИКО-ТЕХНИЧЕСКИЙ
ИНСТИТУТ

ОЛИМПИАДА "ФИЗТЕХ"
ПО МАТЕМАТИКЕ

10 КЛАСС. Вариант 5



1. [4 балла] Ненулевые числа x, y, z удовлетворяют системе уравнений

$$\begin{cases} xy = 3z + z^2, \\ yz = 3x + x^2, \\ zx = 3y + y^2. \end{cases}$$

Найдите все возможные значения выражения $(x+3)^2 + (y+3)^2 + (z+3)^2$, если известно, что система имеет хотя бы одно решение в ненулевых числах.

2. [2 балла] Десятичная запись натурального числа n состоит из 40 000 девяток. Сколько девяток содержит десятичная запись числа n^3 ?
3. [5 баллов] Окружность ω с диаметром AB пересекает сторону BC остроугольного треугольника ABC в точке D . Точка F выбрана на отрезке AC так, что $DF \perp AC$, а E — точка пересечения отрезка DF с окружностью ω , отличная от D . Найдите AF , если $AC = 10$, $AB = 6$, $BE = 5$.
4. [4 балла] В теленгра ведущий берет несколько коробок и ровно в три из них кладет по одному шарику. Игрок может указать на пять коробок и открыть их. Если в этих коробках лежат все три шарика, то игрок выигрывает. Игроку разрешили открыть шесть коробок. Во сколько раз увеличилась вероятность выигрыша игрока?
5. [5 баллов] Найдите все значения параметра a , при которых корни уравнения $x^2 - (a^2 - a)x + a - 5 = 0$ являются пятым и шестым членами некоторой непостоянной арифметической прогрессии, а корни уравнения $4x^2 - (a^3 - a^2)x + 2a^4 + 2a^2 - a^6 - 4 = 0$ являются третьим и восьмым членами этой прогрессии.
6. [5 баллов] На координатной плоскости построена фигура Φ , состоящая из всех точек, координаты $(x; y)$ которых удовлетворяют неравенству $\left|x - \frac{15}{2} + \frac{y}{6\sqrt{3}}\right| + \left|x - \frac{15}{2} - \frac{y}{6\sqrt{3}}\right| \leqslant 3$. Фигуру Φ непрерывно повернули вокруг начала координат на угол π против часовой стрелки. Найдите площадь фигуры, которую замела фигура Φ при этом повороте.
7. [6 баллов] На гипotenузе BC прямоугольного треугольника ABC выбраны точки P и Q так, что $AB = BP$, $AC = CQ$. Внутри треугольника ABC выбрана точка D , для которой $DP = DQ$, а $\angle PDQ = 90^\circ$. Найдите $\angle DBC$, если известно, что $\angle DCB = 20^\circ$.



На одной странице можно оформлять **только одну** задачу. Отметьте **крестиком** номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в **решении каждой задачи отдельно**.

- | | | | | | | |
|---------------------------------------|----------------------------|----------------------------|----------------------------|----------------------------|----------------------------|----------------------------|
| <input checked="" type="checkbox"/> 1 | <input type="checkbox"/> 2 | <input type="checkbox"/> 3 | <input type="checkbox"/> 4 | <input type="checkbox"/> 5 | <input type="checkbox"/> 6 | <input type="checkbox"/> 7 |
|---------------------------------------|----------------------------|----------------------------|----------------------------|----------------------------|----------------------------|----------------------------|

СТРАНИЦА
2 ИЗ 2

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

$$\Rightarrow x+y+2 = -3.$$

Проверь скажем

(1) + (2) + (3):

$$(4) xy+yz+zx = 3(x+y+2) + x^2+y^2+z^2$$

Последнее выражение, что

$$(x+y+2)^2 = x^2+y^2+z^2 + 2(xy+xz+yz)$$

$$\Rightarrow xy+xz+yz = \frac{(x+y+2)^2 - (x^2+y^2+z^2)}{2} =$$

$$= \frac{(-3)^2 - (x^2+y^2+z^2)}{2} = 9 - \frac{(x^2+y^2+z^2)}{2}$$

Проверка это 8 (4):

$$9 - \frac{(x^2+y^2+z^2)}{2} = 3 \cdot (-3) + x^2+y^2+z^2 \mid \cdot 2$$

$$\Rightarrow 8 \neq 9 - (x^2+y^2+z^2) = \frac{-18}{20} + 2(x^2+y^2+z^2)$$

$$\Rightarrow 3(x^2+y^2+z^2) = 24$$

$$x^2+y^2+z^2 = 8$$

Несколько выражение

$$(x+3)^2 + (y+3)^2 + (z+3)^2 = x^2+y^2+z^2 + 6(xy+xz+yz) +$$

$$+ 27 = 9 + 6 \cdot (-3) + 27 = 18$$

Ответ. 18



На одной странице можно оформлять **только одну** задачу. Отметьте **крестиком** номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в **решении каждой задачи отдельно**.

- | | | | | | | |
|---------------------------------------|----------------------------|----------------------------|----------------------------|----------------------------|----------------------------|----------------------------|
| <input checked="" type="checkbox"/> 1 | <input type="checkbox"/> 2 | <input type="checkbox"/> 3 | <input type="checkbox"/> 4 | <input type="checkbox"/> 5 | <input type="checkbox"/> 6 | <input type="checkbox"/> 7 |
|---------------------------------------|----------------------------|----------------------------|----------------------------|----------------------------|----------------------------|----------------------------|

СТРАНИЦА
1 из 2

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач **нумеруются отдельно**. Порча QR-кода недопустима!

N 1.

$$\begin{cases} xy = 3z + 2^2 & (1) \\ y^2 = 3x + 2^2 & (2) \\ x^2 = 3y + 5^2 & (3) \end{cases}$$

$$(2) - (1): \quad (\cancel{x-2}) (\cancel{x+y})$$

$$\cancel{(x-2)} + 3(x-2)(x+y) - 3(x-2) = y(z-x)$$

$$\Rightarrow (x-2)(x+2+3+y) = 0$$

$$(2) - (3): \quad (x-y)(x+y) + 3(x-y) = 2(y-x)$$

$$(x-y)(x+y+3+2) = 0$$

Имеем систему:

$$\begin{cases} x = z \\ x+y+2 = -3 \\ x=y \\ x+y+2 = -3 \end{cases}$$

Если $x+y+2 \neq -3$,
то $x = 2$ и $x = y$

$$\Rightarrow x = y = z = t$$

(пускай все все равны t)

$$\Rightarrow \textcircled{1} \quad t^2 = 3t + t^2$$

$$t = 0. \Rightarrow x = 0 = y = z,$$

что противоречит условию.



На одной странице можно оформлять **только одну** задачу. Отметьте **крестиком** номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи **отдельно**.

- | | | | | | | |
|----------------------------|----------------------------|---------------------------------------|----------------------------|----------------------------|----------------------------|----------------------------|
| <input type="checkbox"/> 1 | <input type="checkbox"/> 2 | <input checked="" type="checkbox"/> 3 | <input type="checkbox"/> 4 | <input type="checkbox"/> 5 | <input type="checkbox"/> 6 | <input type="checkbox"/> 7 |
|----------------------------|----------------------------|---------------------------------------|----------------------------|----------------------------|----------------------------|----------------------------|

СТРАНИЦА
1 из 3

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач **нумеруются отдельно**. Порча QR-кода недопустима!

Задача. AB - диаметр

$$V = \frac{12}{2} = 3$$

(подсчит.)

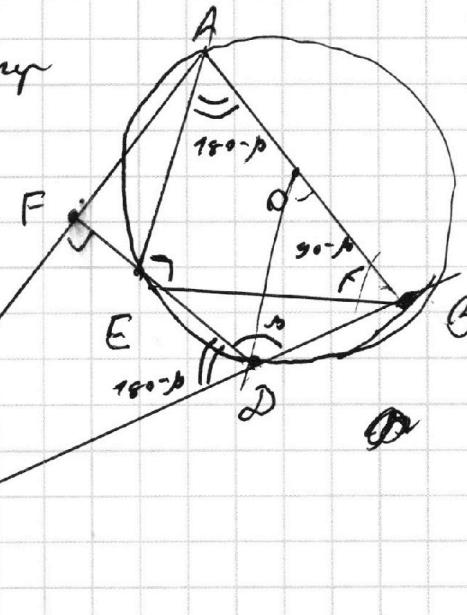
По т. $\sin \alpha = \frac{r}{6}$

$\alpha \beta \delta$

$$\frac{BF}{\sin \beta} = 2V = 6$$

$$\Rightarrow \sin \beta = \frac{BF}{6} =$$

$$= \frac{5}{6}$$



$$\begin{aligned} \cos \beta &= \\ &= \sqrt{1 - \frac{5^2}{6^2}} = \\ &= \sqrt{\frac{36 - 25}{36}} = \\ &= \frac{\sqrt{11}}{6} \end{aligned}$$

1. Доказательство $\angle EDB = \beta$.

Прич. $\angle EDB$ с-бы вписанный
неподвзаимно-доп. для $ABDE$

$$\angle EAB = 180 - \beta.$$

Прич. из-за симметрии

$$\angle CDF = 180 - \beta.$$

$$\begin{aligned} \angle CDF &= \\ &= 180 - \beta. \end{aligned}$$

(использовано)

$$\angle AEB = 90^\circ$$

(из-за диаметра)

$$\angle CFD = 90^\circ$$

($DF \perp AC$)

$$2. \angle AEB = 90^\circ,$$

из-за диаметра.

$$\angle CFD = 90^\circ, \text{ т.к.}$$

3. \Rightarrow из-за подобных

$$\angle CDF \sim \angle BAE$$

Δ :



На одной странице можно оформлять только одну задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.

- | | | | | | | |
|--------------------------|--------------------------|-------------------------------------|--------------------------|--------------------------|--------------------------|--------------------------|
| 1 | 2 | 3 | 4 | 5 | 6 | 7 |
| <input type="checkbox"/> | <input type="checkbox"/> | <input checked="" type="checkbox"/> | <input type="checkbox"/> | <input type="checkbox"/> | <input type="checkbox"/> | <input type="checkbox"/> |

СТРАНИЦА
3 из 3

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

П.к. мы знаем
 AC , AB и $\angle ACD$ или $\angle ABC$,
 находим BC .

из т. \cos

$$BC^2 + AC^2 - 2 \cdot BC \cdot AC \cdot \cos(30^\circ - \beta) = AB^2$$

$$\Rightarrow BC^2 - 2 \cdot 10 \cdot \frac{5}{6} \cdot BC + 100 - 36 = 0 \quad | \cdot 3$$

$$3BC^2 - 50BC + 182 = 0$$

$$\Rightarrow BC = \frac{25 \pm 4}{3} = \left[\begin{array}{l} \frac{32}{3} \\ 6 \end{array} \right]$$

Затем:

$$CD = BC - \cancel{BD} = BC - BD = \left[\begin{array}{l} \frac{44}{9} \\ \frac{89}{9} \end{array} \right]$$

$$CF = CD \cdot \cos(30^\circ - \beta) = CD \cdot \frac{5}{6} = \left[\begin{array}{l} \frac{235}{54} \\ \frac{445}{6} \end{array} \right]$$

$$AF = AC - CF \approx 10 - CD \cdot \frac{5}{6} \approx$$

$$\text{Затем: } \left[\begin{array}{l} 10 - \frac{235}{54} \\ 10 - \frac{445}{54} \end{array} \right] = \left[\begin{array}{l} \frac{305}{54} \\ \frac{95}{54} \end{array} \right]$$

П.к. если $BC = 6$,
 то находим AC , где $AC = \sqrt{\frac{305}{54}}$

$$\sqrt{\frac{305}{54}}$$



На одной странице можно оформлять **только одну** задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи **отдельно**.

 1 2 3 4 5 6 7СТРАНИЦА
2 ИЗ 3

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач **нумеруются отдельно**. Порча QR-кода недопустима!

$$\text{М.-к. } \angle FCD = 90^\circ - \beta$$

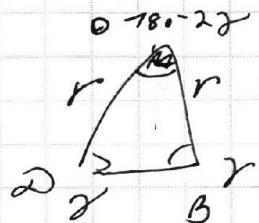
По т. \sin для $\triangle ABC$

$$\frac{AC}{\sin \angle ABC} = \frac{AB}{\sin(60^\circ - \beta)}$$

$$\Rightarrow \sin \angle ABC = \frac{AC \cdot \cos \beta}{AB} = \frac{10}{6} \cdot \frac{\sqrt{11}}{6} = \frac{10\sqrt{11}}{36}$$

$\Rightarrow \angle B = \angle BOD$:

(известно $\angle ABC = \gamma$)



По т. \sin &

$$\frac{BD}{\sin(180^\circ - 2\gamma)} = \frac{r}{\sin \gamma}$$

$$\Rightarrow BD = \frac{r \cdot \sin 2\gamma}{\sin \gamma} = 2r \cos \gamma =$$

$$= 2 \cdot 3 \cdot \sqrt{1 - \frac{100 \cdot 11}{36^2}} = 6 \cdot \sqrt{36^2 - 100 \cdot 11} =$$

$$= \sqrt{\frac{36^2 - 100 \cdot 11}{36}} \left(\frac{1}{4}\right) = \sqrt{\frac{18^2 - 25 \cdot 11}{9}} =$$

$$= \frac{\sqrt{49}}{9} = \frac{7}{9}$$



На одной странице можно оформлять только одну задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.

- | | | | | | | |
|--------------------------|--------------------------|--------------------------|-------------------------------------|--------------------------|--------------------------|--------------------------|
| 1 | 2 | 3 | 4 | 5 | 6 | 7 |
| <input type="checkbox"/> | <input type="checkbox"/> | <input type="checkbox"/> | <input checked="" type="checkbox"/> | <input type="checkbox"/> | <input type="checkbox"/> | <input type="checkbox"/> |

СТРАНИЦА
1 ИЗ 2

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

=

Задача 1. Вероятность
как-то споделать верно выборочную выборку
как-то споделать выборочную выборку

Если выборочная (указываемая) из k выборок, из всех выборок n ,
то как-то споделать выборочную из C_n^k . Как-то споделать
верно выборочную будем C_{n-3}^{k-3}
(т.к. при выборке из n всегда
выбирают три верных выборки и
оставшиеся $n-3$ выборки из оставшихся
 $n-3$ выборок)

\Rightarrow при выборке $k = 5$ будем

вернуться к:

$$\frac{C_{n-3}^2}{C_n^5}$$

$$\frac{C_{n-3}^3}{C_n^5}$$

анализируя вероятности:
 $\frac{C_3^3}{C_{n-3}^5} \cdot \frac{C_{n-3}^5}{C_n^5} \cdot \frac{C_2^2}{C_{n-2}^5}$



На одной странице можно оформлять **только одну** задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи **отдельно**.

- | | | | | | | |
|--------------------------|--------------------------|--------------------------|-------------------------------------|--------------------------|--------------------------|--------------------------|
| 1 | 2 | 3 | 4 | 5 | 6 | 7 |
| <input type="checkbox"/> | <input type="checkbox"/> | <input type="checkbox"/> | <input checked="" type="checkbox"/> | <input type="checkbox"/> | <input type="checkbox"/> | <input type="checkbox"/> |

СТРАНИЦА
2 ИЗ 2

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач **нумеруются отдельно**. Порча QR-кода недопустима!

Отложение бер-тей.

$$\begin{aligned} & \frac{\binom{n-3}{3}}{\binom{n}{6}} \cdot \frac{\binom{n}{5}}{\binom{n-2}{2}} = \\ & = \frac{(n-3)!}{3! \cdot (n-6)!} \cdot \frac{2! \cdot (n-5)!}{(n-3)!} \cdot \frac{n!}{(n-5)! \cdot 5!} \cdot \frac{(n-6)! \cdot 6!}{5!} = \\ & = \frac{1}{3} \cdot 6 = 2 \end{aligned}$$

Ответ. в 2 раза.



На одной странице можно оформлять только одну задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.

- | | | | | | | |
|--------------------------|--------------------------|--------------------------|--------------------------|-------------------------------------|--------------------------|--------------------------|
| 1 | 2 | 3 | 4 | 5 | 6 | 7 |
| <input type="checkbox"/> | <input type="checkbox"/> | <input type="checkbox"/> | <input type="checkbox"/> | <input checked="" type="checkbox"/> | <input type="checkbox"/> | <input type="checkbox"/> |

СТРАНИЦА
2 ИЗ 3

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

$$\textcircled{2} \quad x^2 + 7 - 5 = 0 \Rightarrow d = \pm 4 \\ x = \pm 2$$

$$4x^2 + 2x + 2 - 1 - 4 = 0 \\ x = \pm \frac{1}{2} \quad 5d = \pm \frac{1}{2} \\ d = \pm \frac{1}{10}$$

Не подходит (d рациональ)

$$\textcircled{3} \quad x^2 - 72x + 4 - 5 = 0 \\ x^2 - 72x - 1 = 0$$

$$4x^2 - 48x + 2 \cdot 4^4 + 2 \cdot 4^2 - 4^6 - 4 = 0 \quad (-\frac{1}{4})$$

$$x^2 - 72x + 2 \cdot 4^3 + 2 \cdot 4 - 4^5 - 1 = 0$$

$$x^2 - 72x - 889 = 0$$

Две уравнения вида

$x^2 + bx + c$ по методу
подстановки корней [больший - меньший]

$$\text{дискриминант } \frac{-b + \sqrt{\Delta}}{2} - \frac{-b - \sqrt{\Delta}}{2} = \sqrt{\Delta}.$$

$$\Rightarrow \text{дискриминант } x^2 - 72x - 1; \quad \int \text{дискриминант } x^2 - 12x - 889$$

$$|\Delta| = \sqrt{744 + 4} = \sqrt{748} \quad |\Delta'| = \sqrt{744 + 4 \cdot 889}$$



На одной странице можно оформлять только одну задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.

- | | | | | | | |
|--------------------------|--------------------------|--------------------------|--------------------------|-------------------------------------|--------------------------|--------------------------|
| 1 | 2 | 3 | 4 | 5 | 6 | 7 |
| <input type="checkbox"/> | <input type="checkbox"/> | <input type="checkbox"/> | <input type="checkbox"/> | <input checked="" type="checkbox"/> | <input type="checkbox"/> | <input type="checkbox"/> |

СТРАНИЦА
1 ИЗ 3

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

$\{B_3\}_n - x^2 - (a^2 - a)x + a - 5 = 0$
 процесс
 с B_1 и d / корни B_5 и B_6
 получено / $4x^2 - (a^3 - a^2)x + 2a^4 + 2a^2 - a^6 - 4 = 0$
 / - корни B_3 и B_8
 получено /
 т.к. $+ -$ Всем

$$\begin{cases} B_5 + B_6 = a^2 - a \\ B_3 + B_8 = \frac{a^3 - a^2}{4} \end{cases}$$

$$(B_5 - B_3) + (B_6 - B_8) = a(a-1) \quad \cancel{\frac{a^2(a-1)}{4}}$$

$$2d - 2d = a(a-1) \left(1 \cancel{\frac{a}{4}}\right) = 0$$

$$\Rightarrow \begin{cases} a=0 \\ a=1 \\ a=4 \end{cases}$$

Падение эти
значения и ожидание

$\textcircled{1}: x^2 - 5 = 0 \Rightarrow B_3 \sim B_6$
 $\Rightarrow x = \pm \sqrt{5} \Rightarrow d = \pm 2\sqrt{5} (d = B_6 - B_3)$
 $4x^2 - 4 = 0$
 $\Rightarrow x = \pm 1$
 $\Rightarrow 5d = \pm 2$
 где d разделим (d не равно)



На одной странице можно оформлять **только** одну задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.

- | | | | | | | |
|--------------------------|--------------------------|--------------------------|--------------------------|-------------------------------------|--------------------------|--------------------------|
| 1 | 2 | 3 | 4 | 5 | 6 | 7 |
| <input type="checkbox"/> | <input type="checkbox"/> | <input type="checkbox"/> | <input type="checkbox"/> | <input checked="" type="checkbox"/> | <input type="checkbox"/> | <input type="checkbox"/> |

СТРАНИЦА
3 из 3

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

$$\Rightarrow 15d \cdot |15d| = 2 \sqrt{925} = \\ = 10 \sqrt{37}$$

$$a \cdot |d| = 2\sqrt{37}. \quad \left(\begin{array}{l} \text{для} \\ d \neq 0 \end{array} \right) \pm 2\sqrt{37}$$

Все смысль

отметим.

\Rightarrow при $\boxed{a=9}$ это смыл.
такои арифм. прогрессии

$$a=4$$

На одной странице можно оформлять только одну задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.

- | | | | | | | |
|----------------------------|----------------------------|----------------------------|----------------------------|----------------------------|---------------------------------------|----------------------------|
| <input type="checkbox"/> 1 | <input type="checkbox"/> 2 | <input type="checkbox"/> 3 | <input type="checkbox"/> 4 | <input type="checkbox"/> 5 | <input checked="" type="checkbox"/> 6 | <input type="checkbox"/> 7 |
|----------------------------|----------------------------|----------------------------|----------------------------|----------------------------|---------------------------------------|----------------------------|

СТРАНИЦА
4 ИЗ 4

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

5 ③

$$OC = R = 18$$

$$OH = 9$$

$$\Rightarrow S_{\text{чко}} = S_{\text{oed}} - S_{\text{oed}}$$

Найдем угол $\angle COD$:

$$\tan \frac{\angle COD}{2} = \sqrt{3} \Rightarrow \frac{\angle COD}{2} = 60^\circ$$

$$\angle COD = 120^\circ = \frac{2\pi}{3}$$

$$\Rightarrow S_{\text{чко}} = \pi R^2 \cdot \frac{1}{3} - 18\sqrt{3} \cdot 9 \cdot \frac{1}{2} = \\ = \frac{\pi \cdot 18^2}{3} - 81\sqrt{3} = 108\pi - 81\sqrt{3}$$

$$\Rightarrow S = S_1 + S_2 + S_3 =$$

$$= 288\pi + \frac{27\sqrt{3}}{2} + 108\pi - 81\sqrt{3} =$$

$$= 396\pi - \cancel{27\sqrt{3}} - \frac{135}{2}\sqrt{3}$$

Ответ. $S = 396\pi - \frac{135}{2}\sqrt{3}$

~~27\sqrt{3}~~

~~- 135/2 \sqrt{3}~~

~~27\sqrt{3}~~



На одной странице можно оформлять только одну задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.

- | | | | | | | |
|----------------------------|----------------------------|----------------------------|----------------------------|----------------------------|---------------------------------------|----------------------------|
| <input type="checkbox"/> 1 | <input type="checkbox"/> 2 | <input type="checkbox"/> 3 | <input type="checkbox"/> 4 | <input type="checkbox"/> 5 | <input checked="" type="checkbox"/> 6 | <input type="checkbox"/> 7 |
|----------------------------|----------------------------|----------------------------|----------------------------|----------------------------|---------------------------------------|----------------------------|

СТРАНИЦА
1 ИЗ 4

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

Предположим, это ~~задача~~ ~~изложена~~ ~~изложены~~ ~~изложены~~ изложены.
Найдем ~~решение~~ ~~решения~~ ~~решения~~ ~~решения~~ изложены.

Посмотрим возможные раскрытия изложены:

$$\cancel{x^2} \quad |x - \frac{15}{2} + \frac{y}{6\sqrt{3}}| + |x - \frac{15}{2} - \frac{y}{6\sqrt{3}}| \leq 3$$

Раскрытие изложены: усложни!

$$+ \quad + \quad \Rightarrow x - \frac{15}{2} > -\frac{y}{6\sqrt{3}}$$

$$2x - 15 \leq 3 \quad 2x \leq 18$$

$$x \leq 9$$

$$\Rightarrow \begin{cases} y \geq 6\sqrt{3}x + 45\sqrt{3} \\ y \leq 6\sqrt{3}x - 45\sqrt{3} \end{cases}$$

$$+ \quad - \quad \left\{ \begin{array}{l} x - \frac{15}{2} > -\frac{y}{6\sqrt{3}} \\ x - \frac{15}{2} < \frac{y}{6\sqrt{3}} \end{array} \right.$$

$$\cancel{x^2} + \frac{y}{6\sqrt{3}} = \cancel{x^2} + \frac{15}{2} + \frac{y}{6\sqrt{3}} \leq 3$$

$$\Rightarrow \frac{y}{3\sqrt{3}} \leq 3 \quad y \leq 9\sqrt{3}$$

$$\begin{cases} y \geq 6\sqrt{3}x + 45\sqrt{3} \\ y \leq 6\sqrt{3}x - 45\sqrt{3} \end{cases} \Rightarrow y > 0$$

$$- \quad +$$

$$-x + \frac{15}{2} - \frac{y}{6\sqrt{3}} + x - \frac{15}{2} - \frac{y}{6\sqrt{3}} \leq 3$$

$$\left\{ \begin{array}{l} x - \frac{15}{2} < -\frac{y}{6\sqrt{3}} \\ x - \frac{15}{2} > \frac{y}{6\sqrt{3}} \end{array} \right.$$

$$-\frac{y}{3\sqrt{3}} \leq 3$$

$$\frac{y}{3\sqrt{3}} \geq 3$$

$$\begin{cases} y \leq -6\sqrt{3}x + 45\sqrt{3} \\ y \geq 6\sqrt{3}x - 45\sqrt{3} \end{cases} \Rightarrow y < 0$$

$$- \quad -$$

$$-x + \frac{15}{2} - \frac{y}{6\sqrt{3}} - x + \frac{15}{2} + \frac{y}{6\sqrt{3}} \leq 3$$

$$\left\{ \begin{array}{l} x - \frac{15}{2} < -\frac{y}{6\sqrt{3}} \\ x - \frac{15}{2} > \frac{y}{6\sqrt{3}} \end{array} \right.$$

$$-2x + 15 \leq 3$$

$$\begin{cases} 2x \geq 12 \\ x \geq 6 \end{cases}$$

$$\begin{cases} y < -6\sqrt{3}x + 45\sqrt{3} \\ y \geq 6\sqrt{3}x - 45\sqrt{3} \end{cases}$$



На одной странице можно оформлять только одну задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.

- | | | | | | | |
|----------------------------|----------------------------|----------------------------|----------------------------|----------------------------|---------------------------------------|----------------------------|
| <input type="checkbox"/> 1 | <input type="checkbox"/> 2 | <input type="checkbox"/> 3 | <input type="checkbox"/> 4 | <input type="checkbox"/> 5 | <input checked="" type="checkbox"/> 6 | <input type="checkbox"/> 7 |
|----------------------------|----------------------------|----------------------------|----------------------------|----------------------------|---------------------------------------|----------------------------|

СТРАНИЦА
2 ИЗ 4

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

где прямые:

$$y = 6\sqrt{3}x - 45\sqrt{3}$$

$$y = -6\sqrt{3}x + 45\sqrt{3}$$

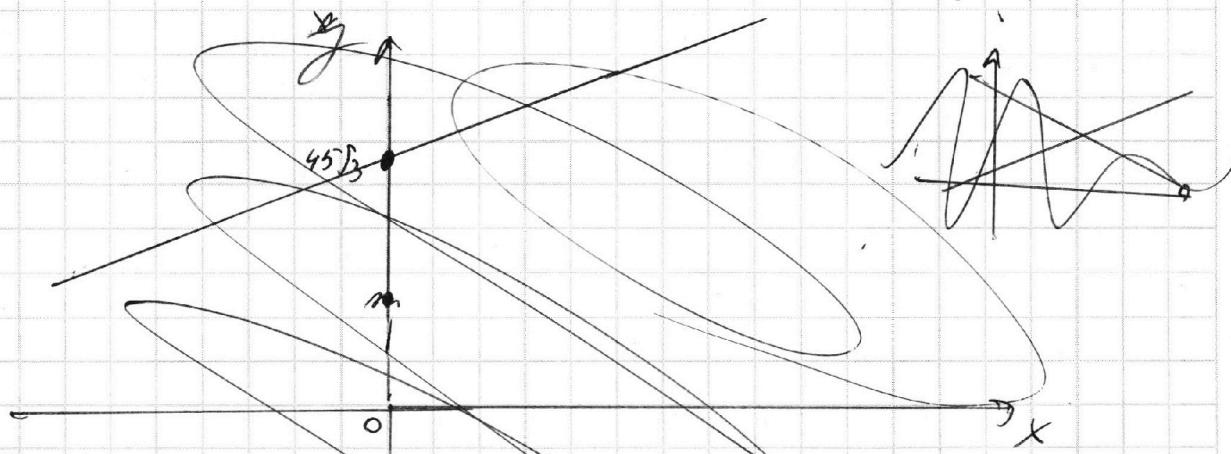
В сущем расположение

-+ противоположные

$$y \geq 9\sqrt{3} \text{ и } y \leq 0 \Rightarrow \text{если}$$

расположение

Применяю неравнозначность



У зважих прямих

$$y = 0 \text{ при}$$

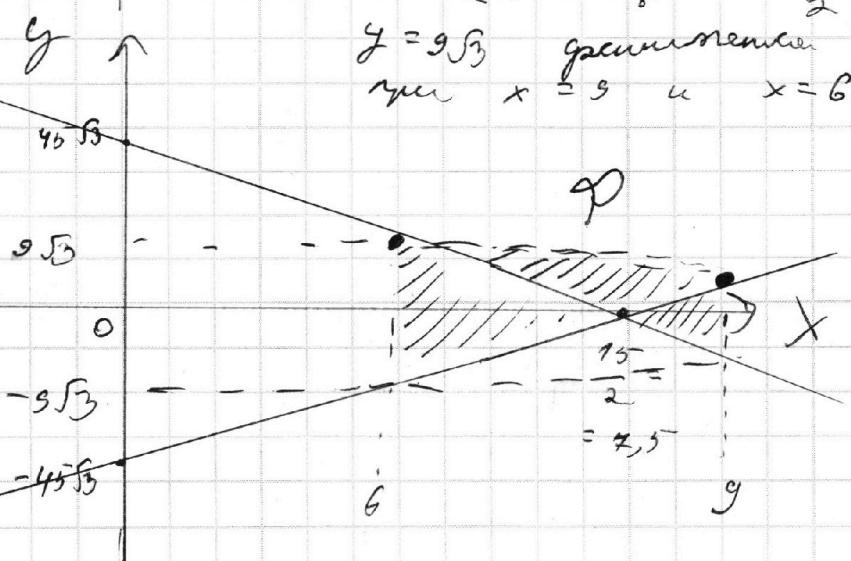
$$6\sqrt{3}x = 45\sqrt{3}$$

$$x = \frac{45}{6} \cdot \frac{1}{\sqrt{3}} = \frac{15}{2}$$

$$y = 9\sqrt{3} \text{ граничение}$$

при $x = 9$ и $x = 6$.

зр



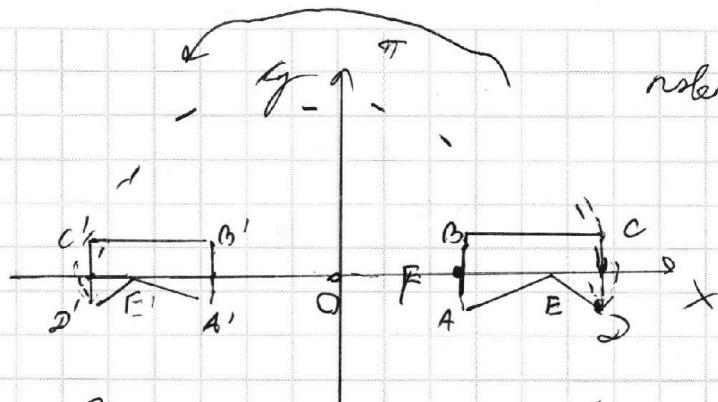


На одной странице можно оформлять **только одну** задачу. Отметьте **крестиком** номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в **решении каждой задачи отдельно**.

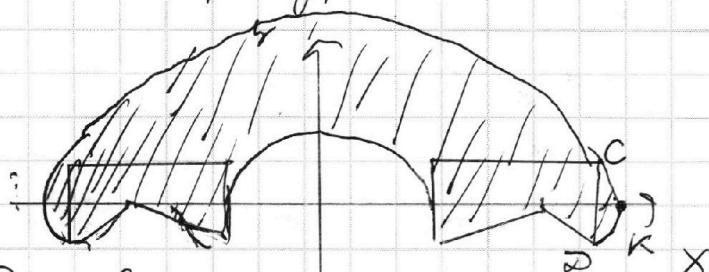
- | | | | | | | |
|--------------------------|--------------------------|--------------------------|--------------------------|--------------------------|-------------------------------------|--------------------------|
| 1 | 2 | 3 | 4 | 5 | 6 | 7 |
| <input type="checkbox"/> | <input checked="" type="checkbox"/> | <input type="checkbox"/> |

СТРАНИЦА
3 из 4

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!



Слово, не имеющее прямого
смысла в концепции прогресса,
такое F - концепция - заменено
новой термином:



Droga do celu jest najdłuższa

2



- ~~new~~ ^{old} form

2



u (3) — ~~cetacean~~ ceteacean cetus

АКД (нареконе места и способа упоминания
однозначно ясно \Rightarrow ремонтка 1 сезона)

$$\text{For } \textcircled{1} \text{ diameter } R = \sqrt{(9\sqrt{3})^2 + 9^2} = 9\sqrt{4} = 18 \\ \text{radius } r = 6$$

$$\Rightarrow S \text{ } ① = \pi (R^2 - r^2) = \pi (18^2 - 6^2) = \pi \cdot 36 \cdot (9-1)^2$$

$$ST = 288 \cdot S(2) = \frac{1}{2} \cdot 2\pi \sqrt{3} \cdot 7,5 + \frac{1}{2} \cdot 2\pi \sqrt{3} \cdot 7,5 = \\ = 2\pi \sqrt{3} \cdot \frac{3}{2} = \frac{2\pi}{2} \sqrt{3} = \frac{\pi}{2} \sqrt{3}$$



На одной странице можно оформлять **только одну** задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.

- | | | | | | | |
|----------------------------|----------------------------|----------------------------|----------------------------|----------------------------|----------------------------|----------------------------|
| <input type="checkbox"/> 1 | <input type="checkbox"/> 2 | <input type="checkbox"/> 3 | <input type="checkbox"/> 4 | <input type="checkbox"/> 5 | <input type="checkbox"/> 6 | <input type="checkbox"/> 7 |
|----------------------------|----------------------------|----------------------------|----------------------------|----------------------------|----------------------------|----------------------------|

СТРАНИЦА
ИЗ

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

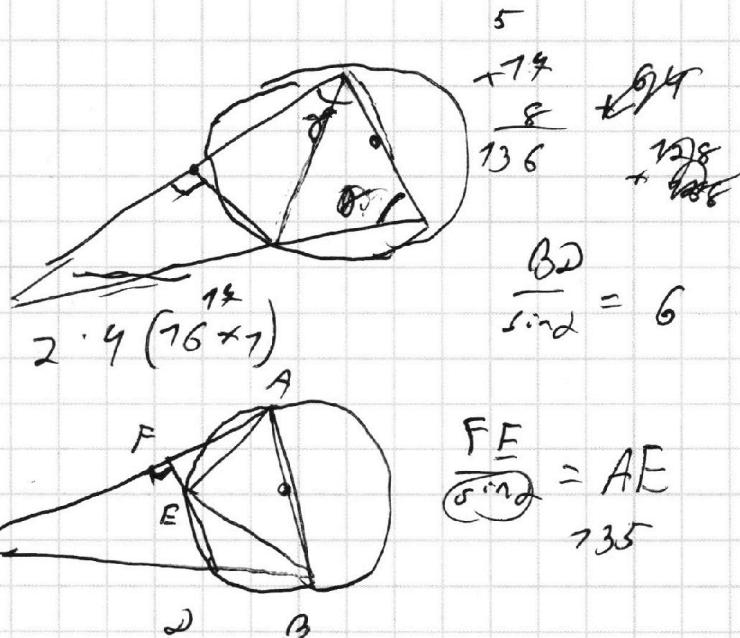
$$(x-3)(x-2) = 0$$

$$x_1 + x_2 = -\frac{b}{a}$$

$$x_1 x_2 = \frac{c}{a}$$

$$4^5 = (2^2)^5 = 2^{10} = 1024$$

$$4^3(2-4^2)$$



$$\begin{array}{r} 5 \\ + 14 \\ \hline 19 \end{array}$$

$$\begin{array}{r} 8 \\ + 136 \\ \hline 144 \end{array}$$

$$\begin{array}{r} 12 \\ + 128 \\ \hline 256 \end{array}$$

$$\frac{BD}{\sin \alpha} = 6$$

$$\frac{FE}{\sin \alpha} = AE$$

$$735$$

$$64 \cdot (-14) + 14 \quad \text{or} \quad FE = \frac{AE \cdot BD}{\sin \alpha}$$

$$\begin{array}{r} 64 \\ \times 14 \\ \hline 889 \end{array}$$

$$\begin{array}{r} 14 \\ \times 135 \\ \hline 889 \end{array}$$

$$\begin{array}{r} 10 \\ - 10 \\ \hline 0 \end{array} - b^2 - a^2)x + a - 5 = 0$$

$$\begin{array}{r} 329 \\ - 250 \\ \hline 79 \end{array}$$

$$k \text{ задачи} = \frac{64}{889} \text{ задачи}$$

$$b_5 \text{ и } b_6$$

$$4x^2 - (a^3 - a^2)x + 2a^4 + 2a^2 - a^6 - 4 = 0$$

$$\begin{array}{r} 25 \\ \times 17 \\ \hline 85 \end{array}$$

$$b_3 \text{ и } b_8 \quad b_3 + b_8 = \frac{250}{25} = 10$$

$$b_5 + b_6 = a^2 - a$$

$$b_3 + b_8 = \frac{a^3 - a^2}{4}$$

$$\begin{array}{r} 78 \\ \times 18 \\ \hline 144 \\ 18 \\ \hline 329 \end{array}$$

$$b_n = b_1 + (n-1)d =$$

$$= b_0 + nd$$

$$-2d + 2d = a(a^2 - a^2)(a-1) - a(a-1) = 0 \quad 1 \cdot \frac{1}{a(a-1)}$$

$$a(a-1) \left(\frac{a}{4} - 1 \right) = 0$$

$$\begin{cases} a=0 \\ a=1 \\ a=4 \end{cases}$$

$$\begin{array}{l} (\text{если } a \neq 0) \\ \text{и } a \neq 1 \end{array}$$



На одной странице можно оформлять **только одну** задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в **решении каждой задачи отдельно**.

- 1 2 3 4 5 6 7

СТРАНИЦА
— ИЗ —

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

$$(x-y)(x+y) + 3(x-y) = 2(y-x)$$

$$\begin{array}{r} 870 \\ \times 3 \\ \hline 2610 \end{array}$$

$$(x-y)(x+y+3+2) = 0 \quad \frac{x-y}{x+y+3+2} = 0 \Rightarrow x-y = 0 \Rightarrow x = y$$

$$(x-2)(x+y) + 3(x-2) = 0 \quad \frac{x-2}{x+y} = 0 \Rightarrow x-2 = 0 \Rightarrow x = 2$$

$$(x-2)(x+2+3+y) = 0$$

$$\begin{aligned}
 & \text{Satz 1: } x = y \\
 & \text{Satz 2: } x + y + z = -3 \\
 & \text{Satz 3: } x = z \\
 & \text{Satz 4: } x + y + z = -3 \\
 & \text{Satz 5: } x = y \\
 & \text{Satz 6: } x = z \\
 & \text{Satz 7: } x = y = z \\
 & \Rightarrow x = y = z = -\frac{\sqrt{5} + \sqrt{5}}{2} = -\frac{5 + 5}{2} = -5
 \end{aligned}$$

$$t^2 + 3t = t^2 \cancel{+ 6} - = \cancel{t^2} - 6t$$

$$t=0 \Rightarrow \text{See Figure} \frac{50}{40}$$

$$\Rightarrow x + y \cancel{+ 6x^2} - 4y^2 = 3$$

LOS G

$$\begin{array}{r} 658 \\ \times 3 \\ \hline 198 \end{array}$$

6428

(198)

~~6 L~~

52

59

$$\overline{BC} = \sqrt{3}$$

(60690)

NEA



На одной странице можно оформлять только одну задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.

- | | | | | | | |
|---------------------------------------|---------------------------------------|---------------------------------------|---------------------------------------|---------------------------------------|---------------------------------------|---------------------------------------|
| <input checked="" type="checkbox"/> 1 | <input checked="" type="checkbox"/> 2 | <input checked="" type="checkbox"/> 3 | <input checked="" type="checkbox"/> 4 | <input checked="" type="checkbox"/> 5 | <input checked="" type="checkbox"/> 6 | <input checked="" type="checkbox"/> 7 |
|---------------------------------------|---------------------------------------|---------------------------------------|---------------------------------------|---------------------------------------|---------------------------------------|---------------------------------------|

СТРАНИЦА
ИЗ

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

$$(x+3)^2 + (y+3)^2 + (z+3)^2 = \frac{9+6 \cdot (-3) + 24}{9-76+24-27-5} =$$

$$= x^2 + 6x + 9 + y^2 + 6y + 9 + z^2 + 6z + 9 =$$

$$= x^2 + y^2 + z^2 + 6(x+y+z) + 24 = a + 6b + 24$$

$$\begin{cases} xy = 3z + 2^2 \\ y^2 = 3x + x^2 \\ zx = 3y + y^2 \end{cases} \quad \leftarrow \quad x^2 + y^2 + z^2 + 3(x+y+z) =$$

$$= xy + yz + zx$$

$$(x+y+z)(x+y+z) = x^2 + \cancel{x(y+2)} + y^2 + \cancel{y(x+2)} +$$

$$+ z^2 + \cancel{z(x+y)} =$$

$$= x^2 + y^2 + z^2 + xy + xz + yz$$

$$x^2 + y^2 + z^2 + 3(x+y+z) = \frac{(x+y+z)^2 - (x^2 + y^2 + z^2)}{2}$$

$$x^2 + y^2 + z^2 + 6(x+y+z) = (x+y+z)^2 - (x^2 + y^2 + z^2)$$

$$3(x^2 + y^2 + z^2) = (x+y+z)^2 - 6(x+y+z)$$

$$x+y+z = b$$

$$x^2 + y^2 + z^2 = a$$

$$\frac{9+18}{2} = 24$$

$$b^2 - 6b - 3a = 0$$

$$3 \pm \sqrt{81+4 \cdot 9} = 3 \pm 6$$

$$b = \pm \sqrt{81+4 \cdot 9}$$

$$= 3 \pm \sqrt{9+3a}$$

$$\frac{6 \pm \sqrt{36+12a}}{2}$$

$$3 \pm \sqrt{9+3a}$$

$$\begin{array}{|c|} \hline +3 \\ \text{или} \\ -3 \\ \hline \end{array}$$

$$-\frac{24}{9}$$



На одной странице можно оформлять только одну задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.

- | | | | | | | |
|---------------------------------------|---------------------------------------|---------------------------------------|---------------------------------------|---------------------------------------|---------------------------------------|---------------------------------------|
| <input checked="" type="checkbox"/> 1 | <input checked="" type="checkbox"/> 2 | <input checked="" type="checkbox"/> 3 | <input checked="" type="checkbox"/> 4 | <input checked="" type="checkbox"/> 5 | <input checked="" type="checkbox"/> 6 | <input checked="" type="checkbox"/> 7 |
|---------------------------------------|---------------------------------------|---------------------------------------|---------------------------------------|---------------------------------------|---------------------------------------|---------------------------------------|

СТРАНИЦА
ИЗ

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

$$\text{Можем найти } BC : \cos(\beta - 90^\circ) = \sin \beta = \frac{5}{6}$$

$$\begin{array}{r} 1 \\ \times \frac{64}{3} \\ \hline 192 \end{array}$$

$$\cos(\beta - 90^\circ) = \cos(90^\circ - \beta) = \sin \beta$$

$$10^2 + BC^2 - 2 \cdot 10 \cdot BC \cdot \frac{5}{6} = 6^2 \quad | \cdot 3$$

$$BC^2 - 20BC + 84 = 0$$

$$BC = \frac{-b \pm \sqrt{D}}{2a} = \frac{20 \pm \sqrt{400 - 336}}{2} = \frac{20 \pm \sqrt{64}}{2} = \frac{20 \pm 8}{2} = 16 \text{ или } 4$$

$$\begin{aligned} -b &= -20 \pm 2\sqrt{\frac{D}{4}} \\ &= -\frac{b}{2} \pm \sqrt{\frac{D}{4}} \end{aligned}$$

$$\frac{D}{4} = 100 - 64 = 36$$

$$BC = \frac{20 \pm 6}{2} = \frac{14}{2} = 7$$

16 нельзя по перв - 1

$$AC^2 = AB^2 - BC^2$$

$$BC = \sqrt{16} = 4$$

$$3BC^2 - 50BC + 152 = 0$$

Реш.:

$$16^2 - 20 \cdot 4 + 64 = 16 - 80 + 64 \neq 0$$

$$\frac{D}{4} = 25^2 -$$

$$4^2 - 20 \cdot 4 + 64 = 16 - 80 + 64 \neq 0$$

$$BC = 4 \Rightarrow \text{предположение}$$

$$\begin{array}{r} 152 \\ - 12 \\ \hline 32 \\ \times 384 \\ \hline 120 \\ 2304 \end{array}$$

$$625$$

На одной странице можно оформлять только одну задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.

- | | | | | | | |
|-------------------------------------|-------------------------------------|-------------------------------------|-------------------------------------|-------------------------------------|-------------------------------------|-------------------------------------|
| <input checked="" type="checkbox"/> |
|-------------------------------------|-------------------------------------|-------------------------------------|-------------------------------------|-------------------------------------|-------------------------------------|-------------------------------------|

СТРАНИЦА
ИЗ

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!



$$y > 6\sqrt{3}x - 3\sqrt{3} \cdot 15 \Rightarrow y$$

$$36 = 100 + BC^2 - 2 \cdot 70 \cdot BC \cdot \frac{5}{6} = 100$$

$$0 = 100 + BC^2 - \frac{50}{3} BC \cdot 13$$

$$3BC^2 - 50BC + 152 = 0$$

$$\Delta = 30^2 - 4 \cdot 3 \cdot 152 \quad \frac{\partial}{\partial} = 25^2 - 3 \cdot 152 =$$

$$C_n^k = \frac{n!}{(n-k)! \cdot k!}$$

$$\frac{752}{3}$$

$$\begin{array}{r} .10 \\ - 625 \\ \hline 526 \\ \hline 19 \end{array}$$

$$C_2^7 = 7 \cdot 2 = 14$$

$$\begin{array}{r} .10 \\ - 25 \\ \hline 32 \\ \hline 3 \end{array}$$

$$BC = \frac{25 \pm 4}{3} = \begin{cases} 6 \\ \frac{32}{3} = 10 \frac{2}{3} \end{cases}$$

$$(n-k)! \cdot k!$$

$$2 \frac{(n-3)!}{3!(n-3)!} \cdot \frac{n!}{(n-2)!} \cdot \frac{2!}{1!} \cdot \frac{6!}{(n-6)!} =$$

$$= \frac{1}{3} \cdot \frac{(n-5)!}{(n-5)!} \cdot \frac{1}{(n-5)!} \cdot \frac{6}{(n-5)!} = \frac{n}{2}$$

$$6 \cdot 7 \cdot 15$$

$$3 \text{ кол-во узлов: } \frac{1}{3} \cdot 2x = 18 \quad x = 54$$

$$y > 6\sqrt{3}x$$

$$\text{Бер-Tb}$$

(2)

$$\frac{C_{n-3}^2}{C_n^5}$$

?

$$\frac{C_n^6}{C_{n-3}^3}$$

$$6 \cdot 7 \cdot 15$$

$$\begin{aligned} 3 &= 6x + 15 \\ 2x &= 12 \\ &\vdots \\ &\frac{C_{n-3}^3}{C_{n-3}^2} \cdot \frac{C_n^5}{C_n^6} \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} 3 &= 6 \cdot 5x - 15 \\ 3 &= 2x - 15 \\ &\vdots \\ &\frac{C_{n-3}^3}{C_{n-3}^2} \cdot \frac{C_n^5}{C_n^6} \end{aligned}$$



На одной странице можно оформлять **только одну** задачу. Отметьте **крестиком** номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в **решении каждой задачи отдельно**.

1

2

3

4

5

6

7

СТРАНИЦА
ИЗ

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач **нумеруются отдельно**. Порча QR-кода недопустима!

$$\Rightarrow \frac{CF}{BE} =$$

$$6 - \frac{3}{9} = 5 \frac{4}{9} - \frac{3}{9} = \frac{47}{9}$$

$$6 - \frac{32}{3} - \frac{4}{3} = \frac{96 - 4}{9} = \frac{82}{9}$$

$$\frac{32 \cdot 3}{96}$$

$$\frac{47}{9} \cdot \frac{5}{6}$$

$$\begin{array}{r} 3 \\ \times 47 \\ \hline 142 \\ + 120 \\ \hline 235 \end{array}$$

$$\frac{89}{9} \cdot \frac{5}{6}$$

$$\begin{array}{r} 4 \\ \times 89 \\ \hline 356 \\ + 320 \\ \hline 448 \end{array}$$

$$\begin{array}{r} 10 \\ 5740 \\ - 235 \\ \hline 305 \end{array}$$

$$\begin{array}{r} 10 \\ 5740 \\ - 445 \\ \hline 95 \end{array}$$



На одной странице можно оформлять только одну задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.

1

2

3

4

5

6

7

СТРАНИЦА

ИЗ

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

