



МОСКОВСКИЙ
ФИЗИКО-ТЕХНИЧЕСКИЙ
ИНСТИТУТ

ОЛИМПИАДА "ФИЗТЕХ"
ПО МАТЕМАТИКЕ

10 КЛАСС. Вариант 5



1. [4 балла] Ненулевые числа x, y, z удовлетворяют системе уравнений

$$\begin{cases} xy = 3z + z^2, \\ yz = 3x + x^2, \\ zx = 3y + y^2. \end{cases}$$

Найдите все возможные значения выражения $(x+3)^2 + (y+3)^2 + (z+3)^2$, если известно, что система имеет хотя бы одно решение в ненулевых числах.

2. [2 балла] Десятичная запись натурального числа n состоит из 40 000 девяток. Сколько девяток содержит десятичная запись числа n^3 ?
3. [5 баллов] Окружность ω с диаметром AB пересекает сторону BC остроугольного треугольника ABC в точке D . Точка F выбрана на отрезке AC так, что $DF \perp AC$, а E — точка пересечения отрезка DF с окружностью ω , отличная от D . Найдите AF , если $AC = 10$, $AB = 6$, $BE = 5$.
4. [4 балла] В телеигре ведущий берет несколько коробок и ровно в три из них кладет по одному шару. Игрок может указать на пять коробок и открыть их. Если в этих коробках лежат все три шарика, то игрок выигрывает. Игроку разрешили открыть шесть коробок. Во сколько раз увеличилась вероятность выигрыша игрока?
5. [5 баллов] Найдите все значения параметра a , при которых корни уравнения $x^2 - (a^2 - a)x + a - 5 = 0$ являются пятым и шестым членами некоторой непостоянной арифметической прогрессии, а корни уравнения $4x^2 - (a^3 - a^2)x + 2a^4 + 2a^2 - a^6 - 4 = 0$ являются третьим и восьмым членами этой прогрессии.
6. [5 баллов] На координатной плоскости построена фигура Φ , состоящая из всех точек, координаты $(x; y)$ которых удовлетворяют неравенству $\left|x - \frac{15}{2} + \frac{y}{6\sqrt{3}}\right| + \left|x - \frac{15}{2} - \frac{y}{6\sqrt{3}}\right| \leq 3$. Фигуру Φ непрерывно повернули вокруг начала координат на угол π против часовой стрелки. Найдите площадь фигуры, которую замела фигура Φ при этом повороте.
7. [6 баллов] На гипотенузе BC прямоугольного треугольника ABC выбраны точки P и Q так, что $AB = BP$, $AC = CQ$. Внутри треугольника ABC выбрана точка D , для которой $DP = DQ$, а $\angle PDQ = 90^\circ$. Найдите $\angle DBC$, если известно, что $\angle DCB = 20^\circ$.



На одной странице можно оформлять только одну задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.

1 2 3 4 5 6 7



СТРАНИЦА

2 из 2

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

Даны ^{матрицы} X, Y, Z

$$\begin{cases} xy = 3z + z^2 \\ yz = 3x + x^2 \\ zx = 3y + y^2 \end{cases}$$

$$y(z-x) = 3(z-x) + (z-x)(z+x) \quad | : (z-x)$$

$$-y = 3 + z + x$$

$$y = -3 - z - x$$

по аналогии мы можем вычислить x из 2-ого уравнения и y из 3-его

получаем:

$$\begin{cases} x = -3 - z - y \\ y = -3 - x - z \\ z = -3 - x - y \end{cases}$$

$$x + y + z = -3 - 2(x + y + z)$$

$$(x + y + z) = -3$$

$$\begin{cases} xy = 3z + z^2 \quad | \cdot 2 \\ yz = 3x + x^2 \quad | \cdot 2 \\ zx = 3y + y^2 \quad | \cdot 2 \end{cases}$$

$$2xy + 2yz + 2zx = 6x + 6y + 6z + x^2 + y^2 + z^2 \quad | + 27$$

$$27 = (x+3)^2 + (y+3)^2 + (z+3)^2 + (x-3)^2 + (y-3)^2 + (z-3)^2$$

(с другой стороны) $3 \cdot (-3) = -9$, $(-3)^2 = 9$

$$xy + yz + zx = 3(x+y+z) + (x+y+z)^2 - 2(xy + yz + zx)$$

$$xy + yz + zx = 0 \Rightarrow -2(xy + yz + zx) = 2(xy + yz + zx)$$

$$27 = (x+3)^2 + (y+3)^2 + (z+3)^2 + x^2 + y^2 + z^2 - 2(xy + yz + zx)$$

$$27 = 5 + (x+y+z)^2 \Rightarrow 5 = 27 - 9 = 18$$

ответ: 18; 27

пр. примера
достигается



На одной странице можно оформлять только одну задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.

1 ☒ 2 ☐ 3 ☐ 4 ☐ 5 ☐ 6 ☐ 7 ☐

СТРАНИЦА
1 из 2

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

$$\begin{cases} xy = 3z + z^2 \\ yz = 3x + x^2 \\ zx = 3y + y^2 \end{cases} \quad \text{Заметим, что } (0; 0; 0) - \text{решение} \Rightarrow$$

$$\Rightarrow (x+3)^2 + (y+3)^2 + (z+3)^2 = 3 \cdot 3^2 = 27$$

$$\Rightarrow S = (x+3)^2 + (y+3)^2 + (z+3)^2$$

Нужно $x=y$ и $y \neq z$ (Иначе $y^2 = 3y + y^2 \Rightarrow x=y=z=0$;
а мы знаем, что есть ещё
целые решения,

$$\begin{cases} y^2 = 3z + z^2 \\ yz = 3y + y^2 \end{cases}$$

$$y(y-z) = 3(z-y) + (z-y)(z+y)$$

$$(y+3+z+y)(y-z) = 0$$

$$y \neq z$$

$$2y = -z-3$$

$$y = \frac{-z-3}{2}$$

$\Downarrow$

$$4y^2 = z^2 + 6z + 9 = y \cdot (3z + z^2)$$

$$z^2 + 6z + 9 = 4z^2 + 12z$$

$$3z^2 + 6z - 9 = 0 \quad |:3$$

$$z^2 + 2z - 3 = 0$$

$$(z-1)(z+3) = 0$$

$$z_1 = 1 \quad z_2 = -3$$

$$x = y = \frac{-1-3}{2} = -2$$

$$\Rightarrow x = y = \frac{-3-3}{2} = -3$$

$$S = (-2+3)^2 + (-2+3)^2 + (1+3)^2 =$$

$$= 18$$

~~18~~

$$S = (0+3)^2 + (0+3)^2 + (-3+3)^2 = 18$$

на ~~трёх~~ тройке

$$(0; 0; -3)$$



На одной странице можно оформлять **только одну** задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.

1 ☐ 2 ☒ 3 ☐ 4 ☐ 5 ☐ 6 ☐ 7 ☐

СТРАНИЦА
1 из 1

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

Заметим, что
 $n = 10^{40000} - 1$

$$\text{Потому: } n^3 = (10^{40000} - 1)^3 = 10^{120000} - 3 \cdot 10^{80000} + 3 \cdot 10^{40000} - 1$$

Нам нужно считать последовательности.

$$10^{120000} - 1 = 9999 \dots 9$$

$$\begin{array}{r} 30000 \quad 210120000 \\ 9999 \dots 999 \\ - 3000 \dots 000 \\ \hline \end{array} = 10^{120000} - 1 - 3 \cdot 10^{80000}$$

$$\begin{array}{r} 119999 \\ 9999 \dots 969 \\ - 3000 \dots 000 \\ \hline \end{array}$$

$$\begin{array}{r} 119999 \\ + 9999 \dots 969 \\ - 3000 \dots 000 \\ \hline \end{array} = 10^{120000} - 1 - 3 \cdot 10^{80000} + 3 \cdot 10^{40000}$$

т.е. здесь происходит перекос через разряд и выше, где были 9 станут 0 до 6, т.е. $6+1=7$

Итого так в итоге число: $40000 + 39999 = 79999$

Ответ: 79999



На одной странице можно оформлять **только одну** задачу. Отметьте **крестиком** номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.

1 ☐ 2 ☐ 3 ☐ 4 ☒ 5 ☐ 6 ☐ 7 ☐

СТРАНИЦА
1 из 1

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

Пусть коробка-книжка
Заметим, что для выбора игрушки из этих k номеров ~~выбирает~~ выбирает 3 коробки с шариками и 2 оставшихся, тогда всего благоприятных событий:

$$C_3^3 \cdot C_{k-3}^2 - \text{кол-во способов выбрать оставшиеся 2}$$

кол-во способов выбрать 3 из 3 с шариками

Всего кол-во способов - C_k^5

$$\text{Тогда } P_1 = \frac{C_3^3 \cdot C_{k-3}^2}{C_k^5} = \frac{C_{k-3}^2}{C_k^5}$$

Какая стала: k осталось неизменным; теперь от
должны выбрать эти же 3 коробки с шариками и еще
3 из оставшихся $k-3$ коробок, тогда:

$$P_2 = \frac{C_3^3 \cdot C_{k-3}^3}{C_k^6} = \frac{C_{k-3}^3}{C_k^6}$$

$C_k \ll$ т.о. теперь выбираем из k в коробок

$$\frac{P_2}{P_1} = \frac{C_{k-3}^3 \cdot C_k^5}{C_{k-3}^2 \cdot C_k^6} = \frac{(k-3)(k-4)(k-5)}{6} \cdot \frac{(k)(k-1)(k-2)(k-3)(k-4)}{120}$$

$$= \frac{(k-5) \cdot 2 \cdot 720}{(k-5) \cdot 6 \cdot 120} = \frac{10}{6} = \left(\frac{5}{3}\right)$$

Ответ: $\frac{5}{3}$ раза = 2 раза



На одной странице можно оформлять только одну задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.

1 2 3 4 5 6 7
☐ ☐ ☐ ☐ ☒ ☐ ☐

СТРАНИЦА
1 из 3

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

$$x^2 - (a^2 - 9)x + (a - 5) = 0$$

x_5, x_6 его корни; пусть $b+d$ — 1-ый член арифм. прогрессии,
 $a_n = b + nd$
 номер члена в арифм. прогр.

Тогда:

$$x_5 = b + 5d$$

$$x_6 = b + 6d$$

по т. Виета:

$$\begin{cases} x_5 + x_6 = a^2 - 9 \\ x_5 x_6 = a - 5 \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} 2b + 11d = a^2 - 9 \\ (b + 5d)(b + 6d) = a - 5 \end{cases}$$

$$4x^2 - (a^3 - a^2)x + 2a^4 + 2a^2 - a^6 - 4 = 0$$

x_8, x_3 — корни этого уравнения, Тогда $x_8 = b + 8d, x_3 = b + 3d$

Тогда по т. Виета:

$$\begin{cases} x_3 + x_8 = \frac{a^3 - a^2}{4} \\ x_3 x_8 = \frac{2a^4 + 2a^2 - a^6 - 4}{4} \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} 2b + 11d = \frac{a^3 - a^2}{4} \\ (b + 3d)(b + 8d) = \frac{2a^4 + 2a^2 - a^6 - 4}{4} \end{cases}$$

Тогда:

$$a^2 - a = \frac{a^3 - a^2}{4}$$

$$a(a-1)(1 - \frac{a}{4}) = 0$$

$$a_1 = 0 \quad a_2 = 1 \quad a_3 = 4$$

Проверим:

$$1) a = 0$$

$$2b + 11d = 0$$

$$(b + 5d)(b + 6d) = -5$$

$$x^2 - ax - 5 = 0$$

$$x = \pm \sqrt{5}$$

Тогда есть 2 варианта:

$$I. \begin{cases} x_5 = \sqrt{5} \\ x_6 = -\sqrt{5} \end{cases}$$

$$4x^2 - 0 \cdot x - 4 = 0$$

$$x = \pm 1$$

$$II. \begin{cases} x_6 = \sqrt{5} \\ x_5 = -\sqrt{5} \end{cases}$$



На одной странице можно оформлять **только одну** задачу. Отметьте **крестиком** номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.

1 ☐ 2 ☐ 3 ☐ 4 ☐ 5 ☒ 6 ☐ 7 ☐

СТРАНИЦА
3 из 3

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

3). $a = 4$:

$$x^2 - 12x - 1$$

и

$$4x^2 - 4^2(4-1)x + 4(2 \cdot 4^3 + 2 \cdot 4 - 4^5 - 1) = 0 \quad | :4$$

$$x^2 - 12x - 889 = 0$$

$$\frac{D}{4} = 36 + 889 = 925$$

$$x_{3/8} = 6 \pm 5\sqrt{37}$$

$$\frac{D}{4} = 925$$

$$x_{3/8} = 6 \pm 5\sqrt{37}$$

$$x_3 = 6 - 5\sqrt{37}$$

$$b_5 = x_5 = 6 - \sqrt{37}$$

$$b_6 = x_6 = 6 + \sqrt{37}$$

$$b_7 = 6 + 2\sqrt{37}$$

$$x_8 = b_8 = 6 + 5\sqrt{37}$$

Тогда $a = 4$ нам подходит, т.е. числа $6 - 5\sqrt{37}$; $6 - \sqrt{37}$;

Ответ: $a = 4$

$$\begin{matrix} b_{3/8} & b_5 \\ 6 + \sqrt{37} & 6 + 5\sqrt{37} \\ b_6 & b_8 \end{matrix}$$

образуют
арифм. прогр.
при этом $d \neq 0$



На одной странице можно оформлять только одну задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.

1
☐

2
☐

3
☐

4
☐

5
☒

6
☐

7
☐

СТРАНИЦА
2 из 3

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

$$I. \begin{cases} b + 5d = \sqrt{5} \\ b + 6d = -\sqrt{5} \end{cases}$$

$$d = -2\sqrt{5}$$

$$\begin{aligned} b - 10\sqrt{5} &= \sqrt{5} \\ b &= 11\sqrt{5} \end{aligned}$$

Но так как ~~b_8~~ b_8 может равняться либо +1, либо -1, то:

$$b_8 = b + 7d = 11\sqrt{5} - 14\sqrt{5} = -3\sqrt{5} \neq \pm 1 \text{ — противоречие}$$

~~мало~~

$$II. \begin{cases} b + 6d = \sqrt{5} \\ b + 5d = -\sqrt{5} \end{cases}$$

$$d = 2\sqrt{5} \Rightarrow b = -11\sqrt{5} \Rightarrow b_8 = 3\sqrt{5} \neq \pm 1 \text{ — противоречие.}$$

$a \neq 0$

2). $a = 1$:

$$x^2 - 0 + 1 - 5 = 0$$

$$x = \pm 2$$

① ~~два значения~~

$$\begin{cases} b + 5d = -2 \\ b + 6d = 2 \end{cases}$$

$$d = 4 \Rightarrow b = -18$$

$$b_8 = b + 7d = -18 + 28 = 10 \neq \pm \frac{1}{2}, \text{ т.е. корни у 2-ого } \pm \frac{1}{2}$$

$$a \neq 1$$

$$u \quad 4x^2 - 0 + 2 + 2 - 1 - 1 = 0$$

$$x = \pm 1$$

$$\begin{cases} b + 5d = 2 \\ b + 6d = -2 \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} d = -4 \\ b = 18 \end{cases}$$

получим b_8 :

$$b_8 = b + 7d = -10 \neq \pm \frac{1}{2}$$



На одной странице можно оформлять только одну задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.

1 ☐ 2 ☐ 3 ☐ 4 ☐ 5 ☐ 6 ☒ 7 ☐

СТРАНИЦА
1 из 1

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

$$\left| x - \frac{15}{2} + \frac{y}{6\sqrt{3}} \right| + \left| x - \frac{15}{2} - \frac{y}{6\sqrt{3}} \right| \leq 3$$

~~$$\left| x - \frac{15}{2} + \frac{y}{6\sqrt{3}} \right| + \left| x - \frac{15}{2} - \frac{y}{6\sqrt{3}} \right| \leq 3$$~~

~~$$\left| x - \frac{15}{2} + \frac{y}{6\sqrt{3}} \right| \leq 3$$~~

~~$$\left| x - \frac{15}{2} - \frac{y}{6\sqrt{3}} \right| \leq 3$$~~

~~$$x - \frac{15}{2} + \frac{y}{6\sqrt{3}} \leq 3$$~~

~~$$x - \frac{15}{2} - \frac{y}{6\sqrt{3}} \leq 3$$~~

~~$$x - \frac{15}{2} + \frac{y}{6\sqrt{3}} \geq -3$$~~

~~$$x - \frac{15}{2} - \frac{y}{6\sqrt{3}} \geq -3$$~~

~~$$x - \frac{15}{2} + \frac{y}{6\sqrt{3}} \geq 3$$~~

~~$$x - \frac{15}{2} - \frac{y}{6\sqrt{3}} \geq 3$$~~

~~$$6 \leq x \leq 9$$~~

~~Анализ~~

Заметим, что при раскрытии модулей с разными знаками могут образовываться некор-

ре отграниченных промежутки то, что получили:

1. $x \leq 9$ (оба модуля с "+")
2. $x \geq 6$ (оба модуля с "-")
3. $y \leq 9\sqrt{3}$ (1-ый с "+", 2-ой с "-")
4. $y \geq -9\sqrt{3}$ (1-ый с "-", 2-ой с "+")



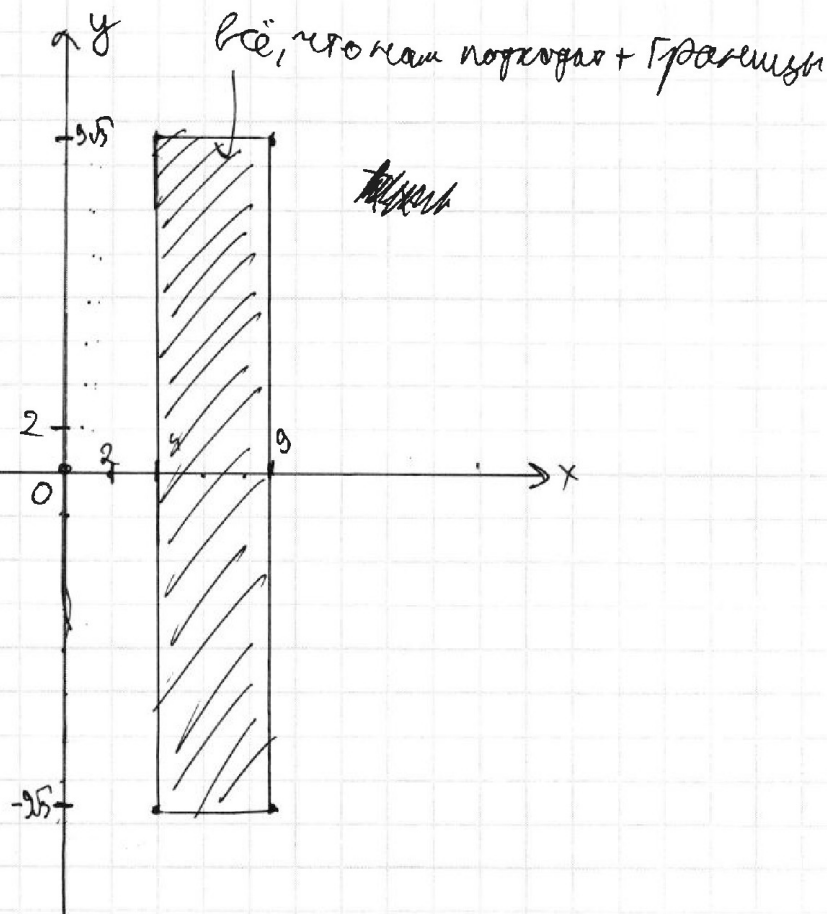
На одной странице можно оформлять **только одну** задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.

1	2	3	4	5	6	7
☐	☐	☐	☐	☐	☒	☐

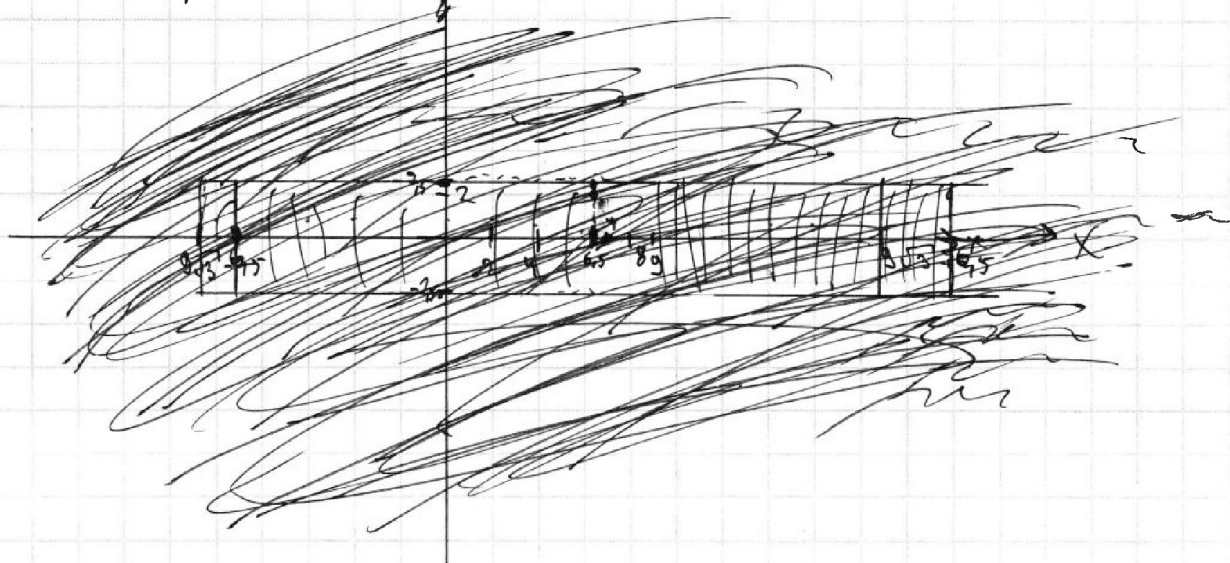
СТРАНИЦА

2 ИЗ 4

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!



но её перевернули и получили:





На одной странице можно оформлять только одну задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.

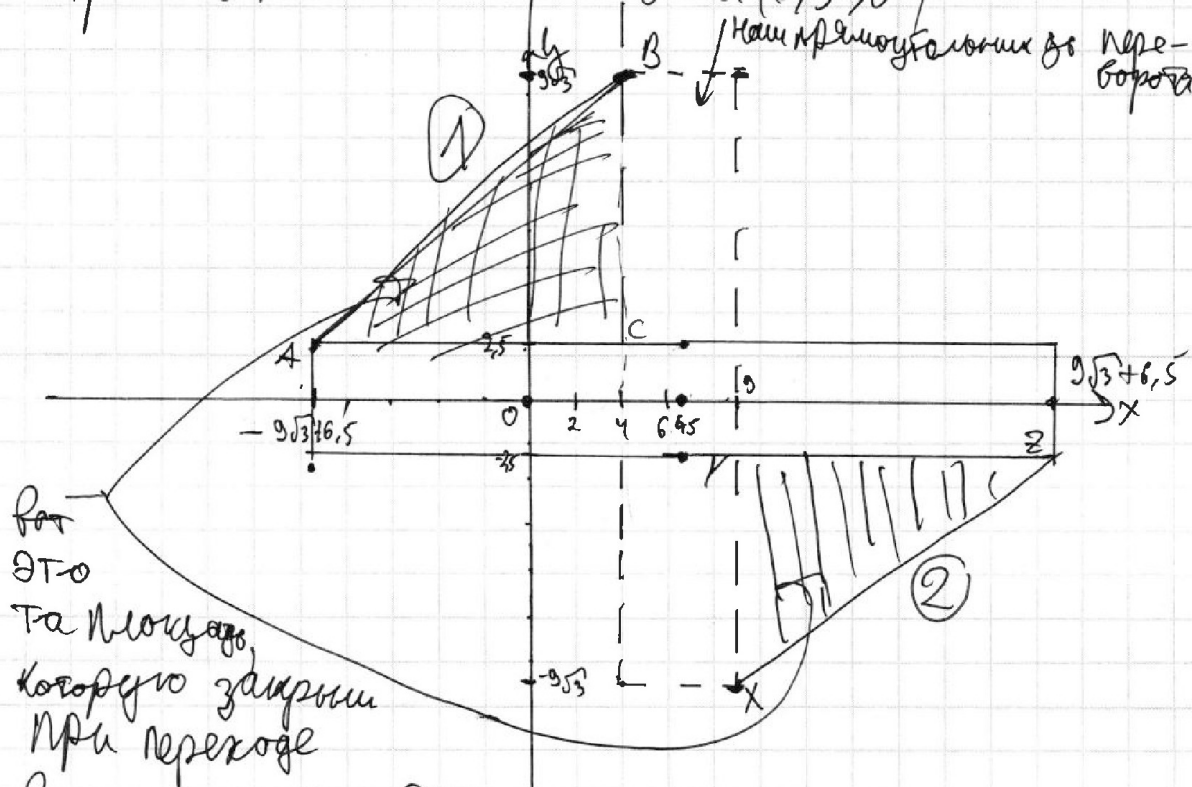
1 ☐ 2 ☐ 3 ☐ 4 ☐ 5 ☐ 6 ☒ 7 ☐

СТРАНИЦА

3 из 9

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

Наша фигура переворачивается на 180° против часовой стрелки относительно точки $(6,5; 0)$



Заметим, что это 2 прямоугольных треугольника; и первого.

$A(9\sqrt{3}+6,5; 2,5)$

$B(4; 9\sqrt{3})$

$C(4; 2,5)$

Координаты такие, т.е. мы повернули прямоугольник с центром в $(6,5; 0)$ на π против часовой стрелки

$$AC = \sqrt{(9\sqrt{3}-9\sqrt{3})^2 + 0} = 9\sqrt{3} - 10,5$$

$$BC = \sqrt{(10-4)^2 + (2,5-9\sqrt{3})^2} = 9\sqrt{3} - 2,5$$

$$S_{\triangle ABC} = \frac{1}{2} \cdot AC \cdot BC = \frac{1}{2} \cdot (9\sqrt{3} - 10,5) \cdot (9\sqrt{3} - 2,5)$$

$$AC = \sqrt{(9\sqrt{3}+2,5)^2 + 0}$$

$$= 9\sqrt{3} + 2,5$$

$$BC = \sqrt{(9\sqrt{3}-2,5)^2 + 0} =$$

$$= 9\sqrt{3} - 2,5$$

$$S_{\triangle ABC} = \frac{AC \cdot BC}{2} = \frac{(9\sqrt{3} - 10,5) \cdot (9\sqrt{3} - 2,5)}{2}$$



На одной странице можно оформлять **только одну** задачу. Отметьте **крестиком** номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.

1	2	3	4	5	6	7
☐	☐	☐	☐	☐	☒	☐

СТРАНИЦА

4 из 4

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

$$X(9; -9\sqrt{3})$$

$$Y(9; -2,5)$$

$$Z(9\sqrt{3}+6,5; -2,5)$$

$$XY = \sqrt{0 + (9\sqrt{3})^2} = 9\sqrt{3}$$

$$YZ = \sqrt{(9-9\sqrt{3}-6,5)^2 + 0} = 9\sqrt{3}-2,5$$

$$S_{XYZ} = \frac{1}{2} \cdot XY \cdot YZ = \frac{(9\sqrt{3}-2,5)^2}{2}$$

$$S_{общая} = S_{XYZ} + S_{ABC} = \frac{(9\sqrt{3}-2,5)^2}{2} = 249,25 - 45\sqrt{3}$$

$$\text{Ответ: } S = 249,25 - 45\sqrt{3}$$



На одной странице можно оформлять только одну задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.

1 2 3 4 5 6 7

СТРАНИЦА
__ ИЗ __

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

$$\begin{cases} x^2 = 3z + z^2 & 1.2 \\ y^2 = 3x + x^2 & 1.2 \\ z^2 = 3y + y^2 & 1.2 \end{cases}$$

$$\begin{aligned} 2 \cdot a & \\ 2 \cdot 4^3 + 2 \cdot 4 - 4^5 - 1 & \\ x=y=z & \text{прив} \end{aligned}$$

4.3

$$27 + 2xy + 2yz + 2zx = x^2 + 6x + 9 + x^2 + z^2 - 2zx + z^2 + 6z + 9 + y^2$$

$$y(x-z) = 3(z-x) + (z-x)(x+z) \quad | : (x-z)$$

$$27 = (x+3)^2 + (y+3)^2 + (z+3)^2 + (x-z)^2 + (z-y)^2 + (y-x)^2$$

$$S = 27 - ((x-z)^2 + (z-y)^2 + (y-x)^2)$$

$$2^7 + 2^3 - 2^{10} - 1 = 135 - 1024$$

$$\begin{aligned} 5.6 \\ x_1 + x_2 &= a^2 - a \\ x_1 x_2 &= a - 5 \\ a^4 - 2a^3 + a^2 - 4a + 20 & \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} 3.8 \\ x_3 + x_4 &= \frac{a^2}{4}(a-1) \\ x_3 x_4 &= 2a^4 + 2a^2 - a^6 - 4 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} a_n &= a + nd \\ 2a + 11d &= a^2 - a \\ 2a + 77d &= \frac{a^2}{4}(a-1) \\ a^2 - a &= \frac{a^2}{4}(a-1) \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} 3 \\ 100 & 3.100 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} a(a-1)(1-\frac{a}{4}) &= 0 \\ a=0 \quad a=1 \quad a=4 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} n &= 10 \\ n^2 &= 10^2 - 3 \cdot 10^4 + 9 \cdot 10^{40000} - 1 \end{aligned}$$

$$\begin{array}{r} 99 \\ \times 99 \\ \hline 1 \\ 1027 \\ 135 \\ \hline 889 \end{array}$$

$$(10^1 - 1)^3 = 729$$

$$x^2 + y^2 + z^2 = (x+y+z)^2 -$$

$$120000$$

$$119000$$

$$119999$$

$$x-y = x-y$$

$$k \text{ корабль}$$

$$\begin{aligned} 1 \cdot C_{k-3}^2 & \rightarrow 1 \cdot C_{k-3}^3 \\ C_k^5 & \\ C_k^6 \cdot 1 \cdot C_{k-3} & \end{aligned}$$

$$120000 - 80001$$



На одной странице можно оформлять только одну задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.

1 2 3 4 5 6 7
☐ ☐ ☐ ☐ ☐ ☐ ☐

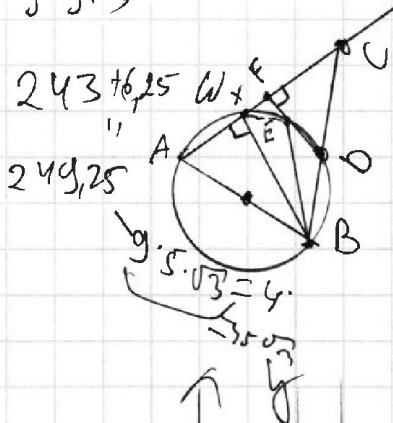
СТРАНИЦА
__ ИЗ __

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

$$xy + yz + zx = 3(xy + yz + zx) + (xy + yz + zx)^2 - 2(xy + yz + zx)$$

$$24 + 6,25 = 5,25$$

9.9.3



$$AC = 10$$

$$FC \cdot FA = CD \cdot DB$$

$$AB = 6$$

$$BF = 5$$

9.1

$$\begin{array}{r} 15,3 \\ \times 1,4 \\ \hline 15,3 \end{array}$$

$$BX \parallel DF$$

$$X = 0$$



$$-2X \leq 3-5$$

$$2X \leq 12$$

$$X \leq 6$$

$$y = 3\sqrt{3}$$

$$y =$$

$$\frac{y}{3\sqrt{3}} \leq 3$$

$$-\frac{y}{3\sqrt{3}} \leq 3$$

$$y \geq -9\sqrt{3}$$

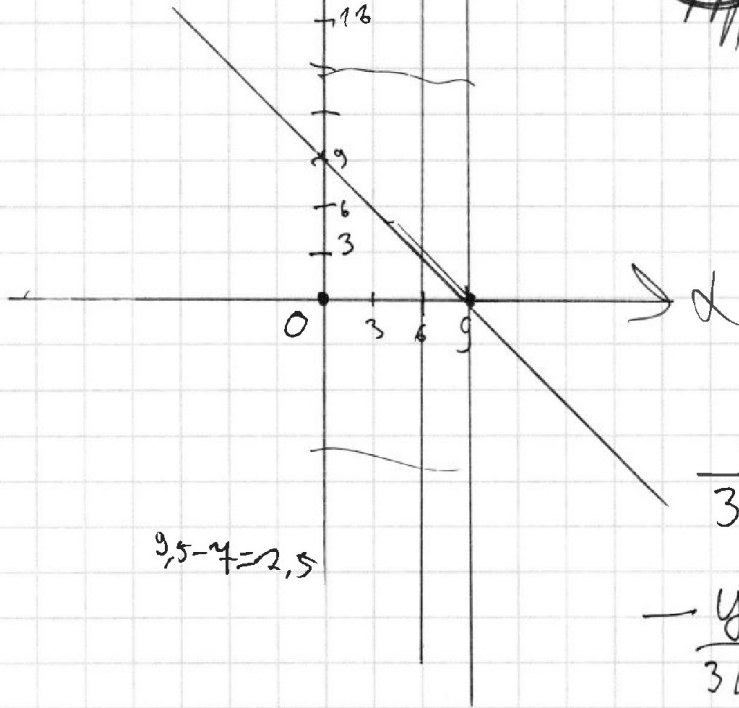
$$y \neq$$

$$5\sqrt{3}$$

$$\frac{9+1}{2} = \frac{10}{2} = 5$$

$$\frac{93}{2} = 46,5$$

$$9,5 - 7 = 2,5$$



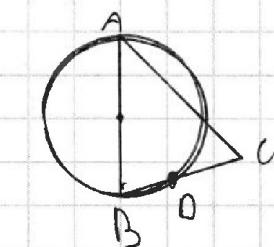


На одной странице можно оформлять только одну задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.

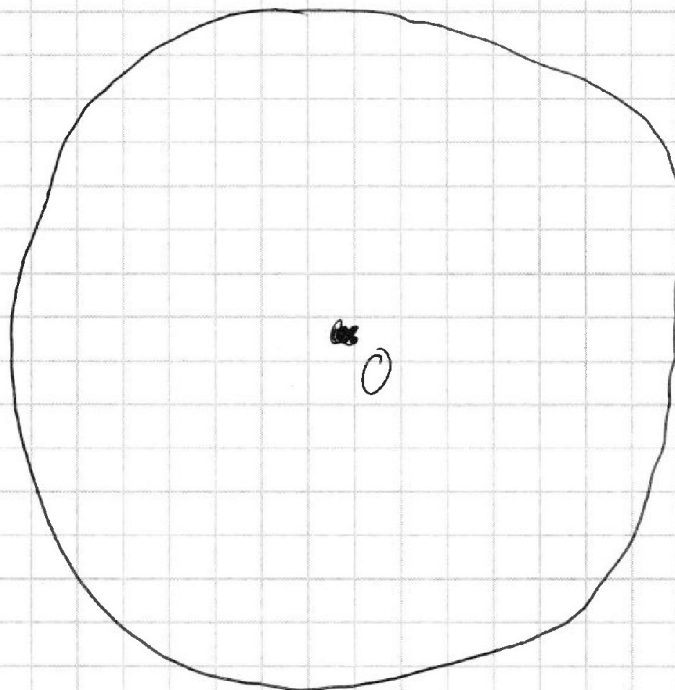
1	2	3	4	5	6	7
☐	☐	☐	☐	☐	☐	☐

СТРАНИЦА
__ ИЗ __

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!



$$\frac{\sqrt{a}}{6}$$





На одной странице можно оформлять **только одну задачу**. Отметьте **крестиком** номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в **решении каждой задачи отдельно**.

1
☐

2
☐

3
☐

4
☐

5
☐

6
☐

7
☐

СТРАНИЦА
__ ИЗ __

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

