



МОСКОВСКИЙ  
ФИЗИКО-ТЕХНИЧЕСКИЙ  
ИНСТИТУТ

ОЛИМПИАДА "ФИЗТЕХ"  
ПО МАТЕМАТИКЕ

10 КЛАСС. Вариант 7



1. [4 балла] Ненулевые числа  $x, y, z$  удовлетворяют системе уравнений

$$\begin{cases} xy = 4z + z^2, \\ yz = 4x + x^2, \\ zx = 4y + y^2. \end{cases}$$

Найдите все возможные значения выражения  $(x+4)^2 + (y+4)^2 + (z+4)^2$ , если известно, что система имеет хотя бы одно решение в ненулевых числах.

2. [2 балла] Десятичная запись натурального числа  $n$  состоит из 25 000 девяток. Сколько девяток содержит десятичная запись числа  $n^3$ ?
3. [5 баллов] Окружность  $\omega$  с диаметром  $AB$  пересекает сторону  $BC$  остроугольного треугольника  $ABC$  в точке  $D$ . Точка  $F$  выбрана на отрезке  $AC$  так, что  $DF \perp AC$ , а  $E$  — точка пересечения отрезка  $DF$  с окружностью  $\omega$ , отличная от  $D$ . Найдите  $AF$ , если  $AC = 20$ ,  $AB = 15$ ,  $BE = 10$ .
4. [4 балла] В теленгра ведущий берет несколько коробок и ровно в три из них кладет по одному шарику. Игрок может указать на пять коробок и открыть их. Если в этих коробках лежат все три шарика, то игрок выигрывает. Игроку разрешили открыть восемь коробок. Во сколько раз увеличилась вероятность выигрыша игрока?
5. [5 баллов] Найдите все значения параметра  $a$ , при которых корни уравнения  $x^2 - (a^2 - a)x + \frac{2-a^3}{3} = 0$  являются четвертым и пятым членами некоторой непостоянной арифметической прогрессии, а корни уравнения  $2x^2 - (a^3 - a^2)x - 2a^6 - 8a - 4 = 0$  являются вторым и седьмым членами этой прогрессии.
6. [5 баллов] На координатной плоскости построена фигура  $\Phi$ , состоящая из всех точек, координаты  $(x; y)$  которых удовлетворяют неравенству  $\left|y - 15 + \frac{x}{6\sqrt{3}}\right| + \left|y - 15 - \frac{x}{6\sqrt{3}}\right| \leqslant 6$ . Фигуру  $\Phi$  непрерывно повернули вокруг начала координат на угол  $\pi$  по часовой стрелке. Найдите площадь множества  $M$ , которое замела фигура  $\Phi$  при этом повороте.
7. [6 баллов] На гипotenузе  $BC$  прямоугольного треугольника  $ABC$  выбраны точки  $P$  и  $Q$  так, что  $AB = BP$ ,  $AC = CQ$ . Внутри треугольника  $ABC$  выбрана точка  $D$ , для которой  $DP = DQ$ , а  $\angle PDQ = 90^\circ$ . Найдите  $\angle DCB$ , если известно, что  $\angle DBC = 35^\circ$ .

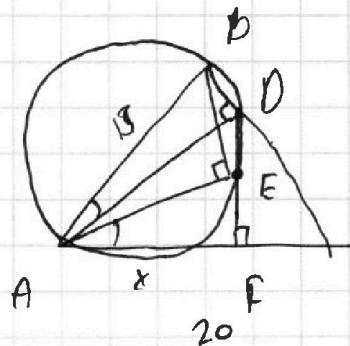


На одной странице можно оформлять **только одну** задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.

- |                            |                            |                                       |                            |                            |                            |                            |
|----------------------------|----------------------------|---------------------------------------|----------------------------|----------------------------|----------------------------|----------------------------|
| <input type="checkbox"/> 1 | <input type="checkbox"/> 2 | <input checked="" type="checkbox"/> 3 | <input type="checkbox"/> 4 | <input type="checkbox"/> 5 | <input type="checkbox"/> 6 | <input type="checkbox"/> 7 |
|----------------------------|----------------------------|---------------------------------------|----------------------------|----------------------------|----------------------------|----------------------------|

СТРАНИЦА  
1 из 1

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!



$$\left. \begin{array}{l} AC=20 \\ AB=15 \\ BE=10 \\ AF=x-? \end{array} \right\} \begin{array}{l} \angle AEB=\angle ADB=90^\circ \text{ (онгл. на гип.)} \\ \angle ABE=\angle ADE \text{ (на общирю тупог.)} \Rightarrow \\ \Rightarrow \angle BAE=\angle DAF \Rightarrow \angle BAD=\angle EAF \\ (\angle DAE - \text{общий}) \end{array}$$

$\triangle ABD \sim \triangle AEF$  (по 2. умн)  $\Rightarrow$

$$\Rightarrow \frac{AB}{AE} = \frac{AD}{AF} \quad AE \text{ по } \text{т. Биофокус} = \sqrt{55} \quad (\angle AEB \text{ прямогузий})$$

$$\frac{15}{\sqrt{55}} = \frac{AD}{x} \quad . \quad \text{т.к. } \angle ADC=90^\circ, \text{ по } DF-\text{бисект} \Rightarrow \triangle ADF \sim \triangle ACF$$

$$\Rightarrow \frac{AD}{AC} = \frac{AF}{AD} \Rightarrow AD^2 = x \cdot 20$$

Решим систему:

$$\begin{cases} 15x = 555AD \\ AD^2 = x \cdot 20 \end{cases} \quad x = \frac{100}{9}$$

Отв:  $\frac{100}{9}$



На одной странице можно оформлять **только одну** задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в **решении каждой задачи отдельно**.

- |                          |                          |                          |                                     |                          |                          |                          |
|--------------------------|--------------------------|--------------------------|-------------------------------------|--------------------------|--------------------------|--------------------------|
| 1                        | 2                        | 3                        | 4                                   | 5                        | 6                        | 7                        |
| <input type="checkbox"/> | <input type="checkbox"/> | <input type="checkbox"/> | <input checked="" type="checkbox"/> | <input type="checkbox"/> | <input type="checkbox"/> | <input type="checkbox"/> |

СТРАНИЦА  
1 из 1

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

Лучше с картами всего, тогда можно выиграть в первый раз:

$$\frac{C_{x-3}^2}{C_x^5} \quad \leftarrow \text{Во второй раз: } \frac{C_{x-3}^5}{C_x^8}$$

$\leftarrow$  нужно нам

$\leftarrow$  всего способов

$$\text{Тогда наше значение: } \frac{C_{x-3}^5}{C_x^8} \cdot \frac{C_x^5}{C_{x-3}^2} =$$

$$= \frac{\cancel{(x-3)!}}{\cancel{x!} \cdot \cancel{(x-8)!} \cdot 8!} \cdot \frac{\cancel{x!}}{\cancel{(x-3)!} \cdot \cancel{(x-5)!} \cdot 2!} = \frac{1}{5!} \cdot \frac{8!}{1} \cdot \frac{1}{5!} \cdot \frac{2!}{1} = \frac{28}{5} = 5,6$$

Ответ: в 5,6 раз



На одной странице можно оформлять только одну задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.

- |                          |                          |                          |                          |                                     |                          |                          |
|--------------------------|--------------------------|--------------------------|--------------------------|-------------------------------------|--------------------------|--------------------------|
| 1                        | 2                        | 3                        | 4                        | 5                                   | 6                        | 7                        |
| <input type="checkbox"/> | <input type="checkbox"/> | <input type="checkbox"/> | <input type="checkbox"/> | <input checked="" type="checkbox"/> | <input type="checkbox"/> | <input type="checkbox"/> |

СТРАНИЦА  
1 из 1

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

Если корни первого уравнения это  $b_4$  и  $b_5$  ( $b_1$  - первый член прогрессии из условия), а корни второго  $b_2$  и  $b_7$  ~~и  $b_3$~~  и  $b_2 + b_7 = b_4 + b_5$  ( $b_1 + d + b_1 + 6d = b_1 + 3d + b_1 + 4d$ )  
то  $x_1 + x_2 = x_3 + x_4$ . Где т. Виетта  $\frac{a^3 - a^2}{2} = a^2 - a$

$$a^3 - 3a^2 + 2a = 0 \Rightarrow \begin{cases} a=0 \\ a=1 \\ a=2 \end{cases}$$

Только при ~~таких~~  $a$  может осуществляться задуманное

$$(1) a=0 \Rightarrow x^2 + \frac{2}{3} = 0 \text{ нет реш.}$$

$$(2) a=1 \Rightarrow x^2 + \frac{1}{3} = 0 \text{ нет реш.}$$

$$(3) a=2 \Rightarrow x^2 - 2x - 2 = 0 \Rightarrow x_1 = \frac{2+\sqrt{12}}{2} \quad x_2 = \frac{2-\sqrt{12}}{2}$$

$$x^2 - 2x - 74 = 0 \Rightarrow x_3 = \frac{2+10\sqrt{3}}{2} \quad x_4 = \frac{2-10\sqrt{3}}{2}$$

✓

Ответ:  $a = 2$



На одной странице можно оформлять только одну задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.

- 1  2  3  4  5  6  7

СТРАНИЦА  
1 из 1

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

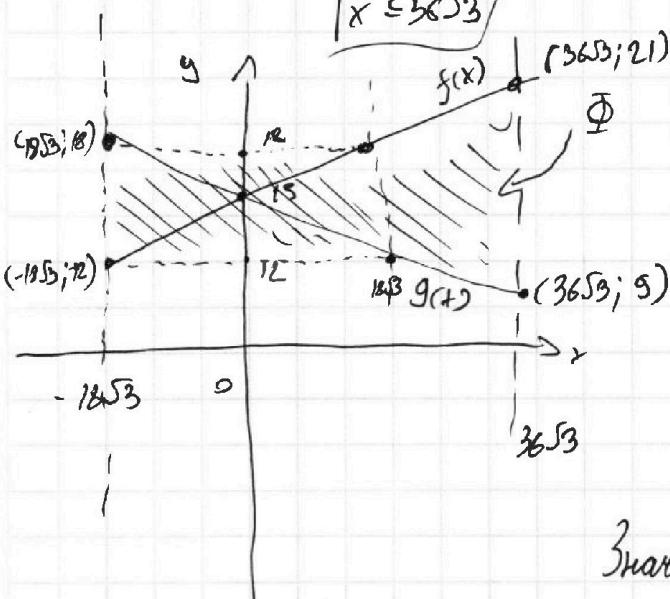
$$\text{I} \quad \left\{ \begin{array}{l} y \geq 15 + \frac{x}{6\sqrt{3}} \\ y \leq 15 - \frac{x}{6\sqrt{3}} \end{array} \right. \quad \text{II} \quad \left\{ \begin{array}{l} y \geq 15 + \frac{x}{6\sqrt{3}} \\ y \leq 15 - \frac{x}{6\sqrt{3}} \end{array} \right. \quad \text{III} \quad \left\{ \begin{array}{l} y \geq 15 + \frac{x}{6\sqrt{3}} \\ y \leq 15 - \frac{x}{6\sqrt{3}} \end{array} \right. \quad \text{IV} \quad \left\{ \begin{array}{l} y \geq 15 + \frac{x}{6\sqrt{3}} \\ y \leq 15 - \frac{x}{6\sqrt{3}} \end{array} \right.$$

$$\text{I} \quad \left\{ \begin{array}{l} \text{I} \geq 0 \\ \text{II} \geq 0 \end{array} \right. \Leftrightarrow \left\{ \begin{array}{l} y \geq 15 - \frac{x}{6\sqrt{3}} \\ y \geq 15 + \frac{x}{6\sqrt{3}} \end{array} \right. \quad \boxed{y \leq 18}$$

$$\text{III} \quad \left\{ \begin{array}{l} \text{I} \geq 0 \\ \text{II} \geq 0 \end{array} \right. \Leftrightarrow \left\{ \begin{array}{l} y \leq 15 - \frac{x}{6\sqrt{3}} \\ y \geq 15 + \frac{x}{6\sqrt{3}} \end{array} \right. \quad \boxed{y \geq -18\sqrt{3}}$$

$$\text{II} \quad \left\{ \begin{array}{l} \text{I} \geq 0 \\ \text{II} < 0 \end{array} \right. \Leftrightarrow \left\{ \begin{array}{l} y \geq 15 - \frac{x}{6\sqrt{3}} \\ y < 15 + \frac{x}{6\sqrt{3}} \end{array} \right. \quad \boxed{x \leq 36\sqrt{3}}$$

$$\text{IV} \quad \left\{ \begin{array}{l} \text{I} < 0 \\ \text{II} < 0 \end{array} \right. \Leftrightarrow \left\{ \begin{array}{l} y < 15 - \frac{x}{6\sqrt{3}} \\ y < 15 + \frac{x}{6\sqrt{3}} \end{array} \right. \quad \boxed{y \geq 12}$$



$$f(x) = 15 + \frac{x}{6\sqrt{3}}$$

$$g(x) = 15 - \frac{x}{6\sqrt{3}}$$

$f(x)$

$\downarrow$

После трансформации:  $f(x) \rightarrow -g(-x) = \text{---}$

$g(x) \rightarrow -f(x) = \text{---}$

$\downarrow$

$g(x) \cap f(x) = (-90\sqrt{3}, \dots)$

Значит  $\Phi$  и  $M$  не пересекаются.

Значит  $\Phi$  замкнуто всю свою пищадь

$$S_{\Phi} = (18-12) \cdot (36\sqrt{3}) + 18\sqrt{3} \cdot \frac{6+21-9}{2} = 540\sqrt{3}$$

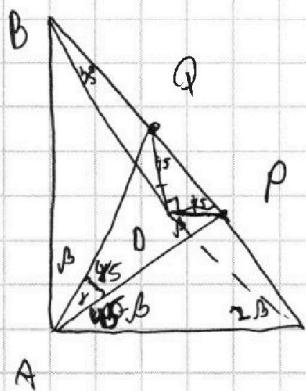
Ответ:  $540\sqrt{3}$

На одной странице можно оформлять только одну задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.

- |                          |                          |                          |                          |                          |                          |                                     |
|--------------------------|--------------------------|--------------------------|--------------------------|--------------------------|--------------------------|-------------------------------------|
| 1                        | 2                        | 3                        | 4                        | 5                        | 6                        | 7                                   |
| <input type="checkbox"/> | <input checked="" type="checkbox"/> |

СТРАНИЦА  
1 из 1

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!



$$\angle QAP = \gamma \Rightarrow \angle AQP + \angle QPA = 180 - \gamma = \angle BAP + \angle QAC$$

$$(\text{по условию}) \quad \angle BAP + \angle QAC - \gamma = 90^\circ \Rightarrow$$

$$\Rightarrow 180 - \gamma - \gamma = 90^\circ \Rightarrow \gamma = 45^\circ$$

$$\angle BAC = \beta \Rightarrow \angle PAC = 45^\circ - \beta \Rightarrow \angle QAD = 45^\circ - \beta$$

$$\angle APD = 45^\circ - \beta$$

$$\angle ABD + \angle BAQ = \angle ACD + \angle BDQ \Rightarrow \beta + \angle ABD = 45^\circ - \beta + 10 \Rightarrow$$

$$\angle ABD = 55 - 2\beta \Rightarrow \angle ACB = 2\beta, \text{ Заметим, что } \angle QAP = 45^\circ$$

$$= 2 \cdot \angle QDP \quad * \text{ и } D \text{- лежит на срединном перпен. к}$$

$$QP, (\angle QDP = \angle QAP) \Rightarrow D \text{- центр. опис. окр } \angle AQP \Rightarrow$$

$$\angle ADP + \angle ADQ = 180^\circ - \beta \Rightarrow \angle ADP = 180^\circ - 2\beta \Rightarrow$$

$$ADPC \text{ - смс. } \Rightarrow \angle DAP = 45^\circ \Rightarrow AD \text{ - бис. } \angle BAC.$$

$$\angle BDC = 10 + 90 + 45 - \beta \Rightarrow \angle CDP = 45 - \beta \Rightarrow \angle DCP = \beta \Rightarrow$$

$$\Rightarrow CD \text{ - бис. } \angle PCA \Rightarrow P \text{ - точка пересечения бис.} \Rightarrow$$

$$\Rightarrow BD \text{ - бис.} \Rightarrow \angle ABD = 35^\circ = 55 - 2\beta \Rightarrow \beta = 10 \Rightarrow \angle BDC = 135^\circ$$

$$\angle DCB = \beta$$

$$\text{Отсюда: } 10 = \cancel{\angle QAP} = \angle DCB$$

На одной странице можно оформлять только одну задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.



- |                          |                          |                          |                          |                          |                          |                          |
|--------------------------|--------------------------|--------------------------|--------------------------|--------------------------|--------------------------|--------------------------|
| <input type="checkbox"/> |
|--------------------------|--------------------------|--------------------------|--------------------------|--------------------------|--------------------------|--------------------------|

СТРАНИЦА  
ИЗ

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

9  
9  
.

$$9^3 = 729$$

$$99^3 = 8970299$$

$$\begin{array}{r} 99 \\ \times 99 \\ \hline 991 \end{array}$$

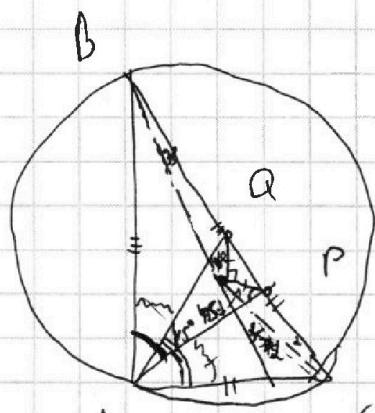
$$\begin{array}{r} 99 \\ \times 99 \\ \hline 991 \end{array}$$

$$\begin{array}{r} 999 \\ \times 999 \\ \hline 8991 \end{array}$$

$$\begin{array}{r} 891 \\ \times 891 \\ \hline 88209 \\ 88209 \\ \hline 970299 \end{array}$$

$$\begin{array}{r} 8991 \\ \times 98901 \\ \hline 8991 \\ 8991 \\ \hline 890109 \end{array}$$

$$\begin{array}{r} 890109 \\ + 890109 \\ \hline 17802099 \end{array}$$



$$180 - 100 - 135 + \alpha$$

$$\alpha = 180 - 100 - 135 + \beta = -55 + \beta$$

$$\beta - 55 = 35 + \gamma$$

$$45 - \gamma$$

$$180 - 100 - 45 + \delta = \beta + \gamma$$

$$180 - 2\beta - 45 - \gamma + \beta$$

$$135 - \beta$$

$$180 - \gamma - \gamma - 90 =$$

$$\gamma = 45^\circ$$

$$45 - \gamma + \delta = 55 - \gamma + \delta$$

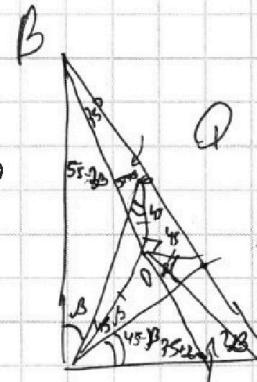
$$\delta = 2)$$

$$180 - 35 - 55 + \beta =$$

$$90 - \beta$$

$$180 - 90 + \beta - 35 - 2\beta$$

$$55 - \beta$$



$$180 - \beta = 100 - \beta$$

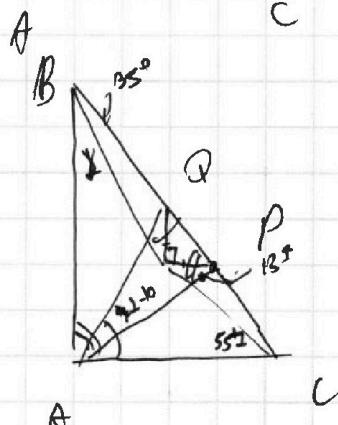
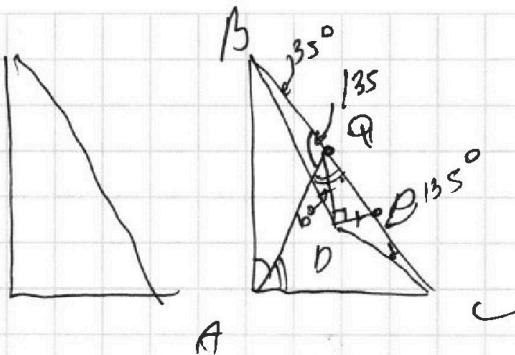
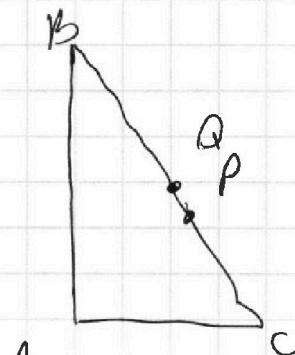
$$145 - \beta$$

На одной странице можно оформлять только одну задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решением которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.

- |                            |                            |                            |                            |                            |                            |                            |
|----------------------------|----------------------------|----------------------------|----------------------------|----------------------------|----------------------------|----------------------------|
| <input type="checkbox"/> 1 | <input type="checkbox"/> 2 | <input type="checkbox"/> 3 | <input type="checkbox"/> 4 | <input type="checkbox"/> 5 | <input type="checkbox"/> 6 | <input type="checkbox"/> 7 |
|----------------------------|----------------------------|----------------------------|----------------------------|----------------------------|----------------------------|----------------------------|

СТРАНИЦА  
ИЗ

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!



$$\frac{180 - 2 - 35}{2} = 90 \frac{1+35}{2}$$

$$90 - 2 + 35 \\ 55 - 2$$

$$180 + 2 - 55$$

$$90 + \frac{55 - 2}{2}$$

$$180 + \frac{55 - 2 - 2 - 35}{2} = 180 + 10 - 22$$

22-10

$$90 - \frac{2 + 35}{2} + 90 + \frac{55 - 2}{2} - 22 + 10 = 90$$

$$90 + \frac{55 - 2 - 2 + 35}{2} - 22 + 10 = 0$$

$$90 - 2 + 10 - 2 + 10 = 0$$

$$22 = 110$$

$$2 = 55$$

$$\text{I } 2y - 3x \leq 0$$

$$\boxed{y \leq 18}$$

$$\begin{cases} y - 15 + \frac{x}{6\sqrt{3}} \geq 0 \\ y - 15 - \frac{x}{6\sqrt{3}} \geq 0 \end{cases}$$

$$y \geq 15$$

$$\begin{cases} y \geq 15 - \frac{x}{6\sqrt{3}} \\ y \leq 15 + \frac{x}{6\sqrt{3}} \end{cases}$$

$$\text{II } y - 15 + \frac{x}{6\sqrt{3}} - y + 15 + \frac{x}{6\sqrt{3}} \leq 0$$

$$\frac{x}{6\sqrt{3}} \leq 36\sqrt{3}$$

$$\begin{cases} y - 15 + \frac{x}{6\sqrt{3}} \geq 0 \\ y - 15 - \frac{x}{6\sqrt{3}} \leq 0 \end{cases}$$



На одной странице можно оформлять только одну задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.



- 1  2  3  4  5  6  7

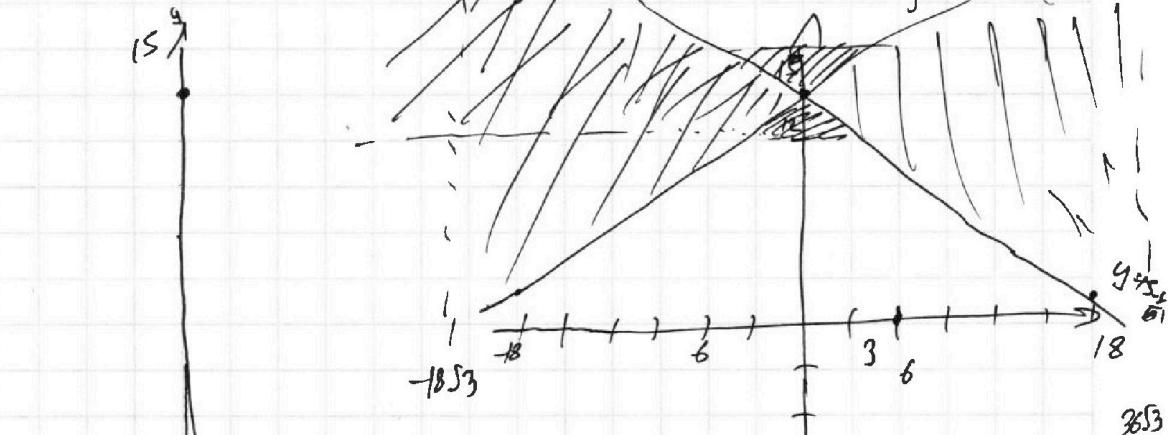
СТРАНИЦА  
ИЗ

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

$$\text{III} \quad -y + 15 - \frac{x}{6\sqrt{3}} + y - 15 - \frac{x}{6\sqrt{3}} - 6 \leq 0 \quad \left\{ \begin{array}{l} y - 15 + \frac{x}{6\sqrt{3}} \geq 0 \\ y - 15 - \frac{x}{6\sqrt{3}} \geq 0 \end{array} \right. \Rightarrow \begin{cases} y < 15 - \frac{x}{6\sqrt{3}} \\ 2y \geq 15 + \frac{x}{6\sqrt{3}} \end{cases}$$

$$\frac{x}{3\sqrt{3}} \geq -6 \quad x \geq -18\sqrt{3}$$

$$\text{IV} \quad -2y \leq -24 \quad \left\{ \begin{array}{l} y \leq 15 - \frac{x}{6\sqrt{3}} \\ y \geq 15 + \frac{x}{6\sqrt{3}} \end{array} \right. \quad y = 15 - \frac{x}{6\sqrt{3}}$$



$$\frac{28 \cdot 7 \cdot 6}{54 \cdot 3} \approx \frac{28}{5}$$

$$-18$$

$$x \frac{16}{15}$$

$$3\sqrt{3}$$

$$t = 15 \cdot 6\sqrt{3} = 90\sqrt{3}$$

$$y = -15 - \frac{x}{6\sqrt{3}}$$

$$y = 15 - \frac{36\sqrt{3}}{6\sqrt{3}} = 9$$

$$15 + 6 = 2$$

$$\frac{x}{3\sqrt{3}} = -30 \quad x = -90\sqrt{3}$$

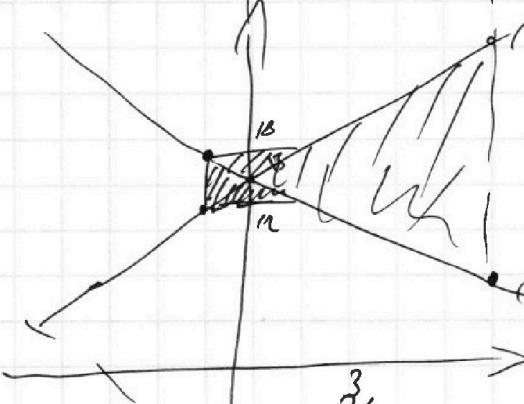
$$y = 15 + \frac{12\sqrt{3}}{6\sqrt{3}} = 18$$

$$-18\sqrt{3}$$

$$6 \cdot 36\sqrt{3} + 18\sqrt{3} \cdot 18 = 6^3\sqrt{3} + 18^2\sqrt{3} = 36\sqrt{3}(6+9) = 36\sqrt{3} \cdot 15 = 540$$

$$3\sqrt{3}, 21$$

$$36\sqrt{3}, 18$$



$$540$$



На одной странице можно оформлять только одну задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.

- |                            |                            |                            |                            |                            |                            |                            |
|----------------------------|----------------------------|----------------------------|----------------------------|----------------------------|----------------------------|----------------------------|
| <input type="checkbox"/> 1 | <input type="checkbox"/> 2 | <input type="checkbox"/> 3 | <input type="checkbox"/> 4 | <input type="checkbox"/> 5 | <input type="checkbox"/> 6 | <input type="checkbox"/> 7 |
|----------------------------|----------------------------|----------------------------|----------------------------|----------------------------|----------------------------|----------------------------|

СТРАНИЦА  
ИЗ

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

25000

$$\begin{array}{r} 99 \dots 99 \\ 99 \dots 99 \\ 99 \dots 99 \\ \hline 25000 \end{array}$$

$$g^3 = \frac{100}{9} = 72\cancel{9}$$

$$729$$

$$g \cdot k + 1 + k - 1 = \cancel{10}k$$

$$g \cdot k + 1 + k - 1 = 10k$$

$$g \cdot k + 1 + k - 1 = 10k$$

$$1 + 8 + 9 \cdot 24999 + 25000 = 25000$$

$$8 + 9 \cdot 24998 + 1,25000 = 89 \dots 91$$

$$8 \cdot 24999 + 25000$$

$$g \cdot g \cdot 01$$

$$25000$$

$$\begin{array}{r} 89 \dots 9991 \\ 899 \dots 991 \\ 91 \\ \hline 89 \dots 991 \\ .00001 \end{array}$$

$$8 + 9 \cdot 10 = \cancel{90}$$

$$9 + 9 \cdot 10 + 1 = 109$$

$$10 + 9 \cdot 12 + 1 = 119$$

$$109$$

$$K - 2 + g \cdot k + 1 = \cancel{9}$$

$$K + g \cdot k - 1 = \cancel{9}$$

$$10 \cdot k - 1 = \cancel{9}$$

$$24999$$

$$25000 - 25000 - k$$

$$25000 - 25000 - k$$

$$25000 - (k - 25000) = 50000 - k$$

$$8 + 9 \cdot (50000 - k) + 1 + (50000 - k - 1)$$

$$9 \cdot (50000 - k)$$



На одной странице можно оформлять только одну задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.

- |                          |                          |                          |                          |                          |                          |                          |
|--------------------------|--------------------------|--------------------------|--------------------------|--------------------------|--------------------------|--------------------------|
| 1                        | 2                        | 3                        | 4                        | 5                        | 6                        | 7                        |
| <input type="checkbox"/> |

СТРАНИЦА  
ИЗ

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

$$\begin{array}{r}
 1500 \\
 \begin{array}{r}
 899999 \\
 \times 999999 \\
 \hline
 899999999999
 \end{array}
 \end{array}$$

$$\begin{array}{r}
 890999999 \\
 \times 999999999 \\
 \hline
 0001
 \end{array}$$

$$g \cdot k + 1 + (k-1) = 0$$

$$8+9 \cdot 249999 + 25000 = 2500000 - 249999$$

$$8+9 \cdot (50000-k) + (50000-k+1) = 9+10.$$

$$8+9 \cdot 249998 + 24999 = 24999910 - 1 = 249999 - 1 = 249989$$

$$8+9+8+9 = -2+(-1)+(-2)-1 = -1 = 9$$

$$8+9 \cdot (50000k-1) + 50000-k$$

$$8+9 \cdot (50000$$

$$-9+9 \cdot (50000k) + 50000-k$$

$$8+0+(50000-(1/4)500000) = 8$$

$$-1+10(5000-k) = 9$$

$$\begin{array}{r}
 24999 \\
 \overline{89} \\
 \begin{array}{r}
 89 \\
 \times 99999999 \\
 \hline
 8099999999999999
 \end{array}
 \end{array}$$



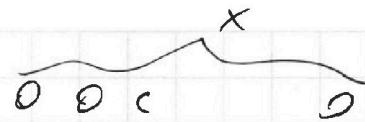
На одной странице можно оформлять только одну задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.

- |                            |                            |                            |                            |                            |                            |                            |
|----------------------------|----------------------------|----------------------------|----------------------------|----------------------------|----------------------------|----------------------------|
| <input type="checkbox"/> 1 | <input type="checkbox"/> 2 | <input type="checkbox"/> 3 | <input type="checkbox"/> 4 | <input type="checkbox"/> 5 | <input type="checkbox"/> 6 | <input type="checkbox"/> 7 |
|----------------------------|----------------------------|----------------------------|----------------------------|----------------------------|----------------------------|----------------------------|

СТРАНИЦА  
ИЗ

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

X



$$x^2 - (a^2 - a)x + \frac{2-a^3}{3} = 0$$

$$2x^2 - (a^3 - a^2)x + 2a^6 - 8a^4 - 4 = 0$$

$$\begin{matrix} d \\ a_2 \\ a_4 \\ a_6 \end{matrix} \quad \begin{matrix} d \\ a_3 \\ a_5 \\ a_7 \end{matrix}$$

$$a_4 + a_5 = a_2 + a_7$$

$$a^2 - a = \frac{a^3 - a^2}{2} \Rightarrow a^3 - 2a^2 - a^2 + 2a = 0$$

$$a^3 - 3a^2 + 2a = 0$$

$$\begin{cases} a=0 \\ a^2 - 3a + 2 = 0 \end{cases} \quad a_1 = +2 \quad a_2 = +1$$

$$a=0 \quad a=1 \quad a=2$$

$$a=0 \Rightarrow x^2 + \frac{2}{3} = 0 \quad x^2 + \frac{2}{3} = 0 \quad 5! \cdot 5! \cdot 8! \cdot 2!$$

~~$$0 = 1 - \frac{8}{3} \neq 0$$~~

$$a=1 \Rightarrow x^2 + \frac{1}{3} = 0 \quad \text{нет реш} \quad \frac{(x-3)!}{5!(x-8)!} \cdot \frac{x!}{8!(x-8)!} \cdot \frac{\cancel{x!}}{\cancel{(x-8)!}}$$

$$a=2 \Rightarrow x^2 - 2x + 2 = 0$$

$$D = 4 + 8 = 12 \quad x_1 = \frac{2 + \sqrt{12}}{2} \quad x_2 = \frac{2 - \sqrt{12}}{2}$$

$$x^2 - 2x - 64 - 8 - 2 = 0$$

$$x^2 - 2x - 74 = 0$$

$$D = 4 + 280 + 16 = 300$$

$$x_3 = \frac{2 + 10\sqrt{3}}{2} \quad x_4 = \frac{2 - 10\sqrt{3}}{2}$$

$$1 + \sqrt{3} \quad 1 - \sqrt{3}$$

$$1 + 5\sqrt{3} \quad 1 - 5\sqrt{3}$$



На одной странице можно оформлять только одну задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.

- |                            |                            |                            |                            |                            |                            |                            |
|----------------------------|----------------------------|----------------------------|----------------------------|----------------------------|----------------------------|----------------------------|
| <input type="checkbox"/> 1 | <input type="checkbox"/> 2 | <input type="checkbox"/> 3 | <input type="checkbox"/> 4 | <input type="checkbox"/> 5 | <input type="checkbox"/> 6 | <input type="checkbox"/> 7 |
|----------------------------|----------------------------|----------------------------|----------------------------|----------------------------|----------------------------|----------------------------|

СТРАНИЦА  
ИЗ

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

$$\begin{cases} xy^2 = z^2(z+4)^2 \\ yz^2 = x(x+4)^2 \\ zx^2 = y(y+4)^2 \end{cases}$$

$$xyz^2 = xyz(z+4)(x+4)(y+4)$$

$$xyz = (z+4)(x+4)(y+4)$$

$$\begin{cases} AD^2 = 20x \\ 355AD = 15x \\ AD^2 = 10x \end{cases}$$

$$125AD^2 = \frac{225x^2}{125}$$

$$\frac{225x^2}{125} = 20x = 0$$

$$(z+4)(y+4)(x+4) = z^2(z+4) \quad z^2 = (y+4)(x+4)$$

$$y^2 = (x+4)(z+4)$$

$$x^2 = (y+4)(z+4) \quad x\left(\frac{9x}{5} - 20\right) = 0$$

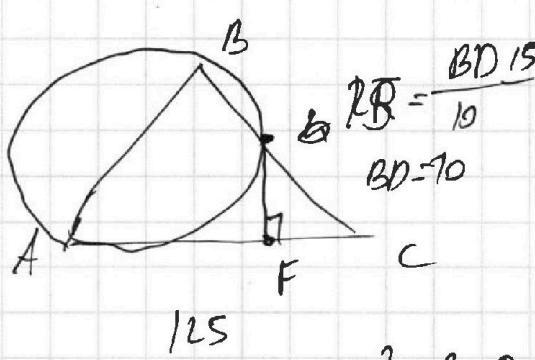
$$xy + yz + zx = 4$$

$$xy^2z^2 + x^2z^2 = z^2(z+4)^2 + x^2(x+4)^2 + y^2(y+4)^2$$

$$x^2(y^2 - (z+4)^2) + y^2(z^2 - (x+4)^2) + z^2(x^2 - (y+4)^2) = 0$$

$$(y+4)(z+4 - y+4) = (y+4)(z-y)$$

$$z^2(z+4)(x-z) + x^2(x+4)(y-x) + y^2(y+4)(z-y) = 0$$



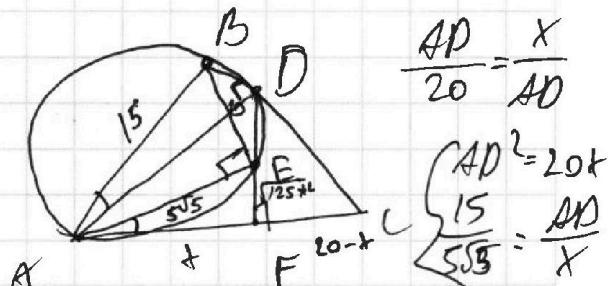
$$x^2 = \sqrt{125 - z^2} \cdot DF$$

$$\frac{AB}{AD} = \frac{AE}{AF} = \frac{BE}{DF}$$

$$z^2 + x^2 = 9$$

$$x^2 = 5$$

$$x = \sqrt{5}$$



$$x^2 + EF^2 = 25 \cdot 5$$

$$EF = \sqrt{125 - x^2}$$

$$\frac{15}{55} =$$

$$\frac{15}{55} =$$

$$\frac{15}{55} =$$