



МОСКОВСКИЙ
ФИЗИКО-ТЕХНИЧЕСКИЙ
ИНСТИТУТ

ОЛИМПИАДА "ФИЗТЕХ"
ПО МАТЕМАТИКЕ

10 КЛАСС. Вариант 7



1. [4 балла] Ненулевые числа x, y, z удовлетворяют системе уравнений

$$\begin{cases} xy = 4z + z^2, \\ yz = 4x + x^2, \\ zx = 4y + y^2. \end{cases}$$

Найдите все возможные значения выражения $(x+4)^2 + (y+4)^2 + (z+4)^2$, если известно, что система имеет хотя бы одно решение в ненулевых числах.

2. [2 балла] Десятичная запись натурального числа n состоит из 25 000 девяток. Сколько девяток содержит десятичная запись числа n^3 ?
3. [5 баллов] Окружность ω с диаметром AB пересекает сторону BC остроугольного треугольника ABC в точке D . Точка F выбрана на отрезке AC так, что $DF \perp AC$, а E — точка пересечения отрезка DF с окружностью ω , отличная от D . Найдите AF , если $AC = 20$, $AB = 15$, $BE = 10$.
4. [4 балла] В телеигре ведущий берет несколько коробок и ровно в три из них кладет по одному шару. Игрок может указать на пять коробок и открыть их. Если в этих коробках лежат все три шарика, то игрок выигрывает. Игроку разрешили открыть восемь коробок. Во сколько раз увеличилась вероятность выигрыша игрока?
5. [5 баллов] Найдите все значения параметра a , при которых корни уравнения $x^2 - (a^2 - a)x + \frac{2-a^3}{3} = 0$ являются четвертым и пятым членами некоторой непостоянной арифметической прогрессии, а корни уравнения $2x^2 - (a^3 - a^2)x - 2a^6 - 8a - 4 = 0$ являются вторым и седьмым членами этой прогрессии.
6. [5 баллов] На координатной плоскости построена фигура Φ , состоящая из всех точек, координаты $(x; y)$ которых удовлетворяют неравенству $\left|y - 15 + \frac{x}{6\sqrt{3}}\right| + \left|y - 15 - \frac{x}{6\sqrt{3}}\right| \leq 6$. Фигуру Φ непрерывно повернули вокруг начала координат на угол π по часовой стрелке. Найдите площадь множества M , которое замела фигура Φ при этом повороте.
7. [6 баллов] На гипотенузе BC прямоугольного треугольника ABC выбраны точки P и Q так, что $AB = BP$, $AC = CQ$. Внутри треугольника ABC выбрана точка D , для которой $DP = DQ$, а $\angle PDQ = 90^\circ$. Найдите $\angle DCB$, если известно, что $\angle DBC = 35^\circ$.



На одной странице можно оформлять **только одну** задачу. Отметьте **крестиком** номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в **решении** каждой задачи отдельно.

1
☐

2
☐

3
☐

4
☒

5
☐

6
☐

7
☐

СТРАНИЦА
1 из 1

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

Пусть x коробок всего, тогда можно выиграть 1 первый
раз: $\frac{C_{x-3}^2}{C_x^5}$ ← Во второй раз: $\frac{C_{x-3}^5}{C_x^8}$
← Вероятность →

Тогда искомое значение: $\frac{C_{x-3}^5}{C_x^8} \cdot \frac{C_x^5}{C_{x-3}^2} =$

$$= \frac{\frac{(x-3)!}{5!(x-8)!}}{\frac{x!}{(x-8)!8!}} \cdot \frac{\frac{x!}{5!(x-3)!}}{\frac{(x-3)!}{(x-5)!2!}} = \frac{1}{5!} \cdot \frac{8!}{1} \cdot \frac{1}{5!} \cdot \frac{2!}{1} = \frac{28}{5} = 5,6$$

Ответ: в 5,6 раз



На одной странице можно оформлять **только одну** задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.

1	2	3	4	5	6	7
☐	☐	☐	☐	☒	☐	☐

СТРАНИЦА
1 из 1

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

Если корни первого уравнения это b_4 и b_5
(b_1 - первый член прогрессии по условию), а корни второго
 b_2 и b_7 ~~то~~ $b_2 + b_7 = b_4 + b_5$ ($b_1 + d + b_1 + 6d = b_1 + 3d + b_1 + 4d$)
то $x_1 + x_2 = x_3 + x_4$. По т. Виетта $\frac{a^3 - a^2}{2} = a^2 - a$

$$a^3 - 3a^2 + 2a = 0 \Rightarrow \begin{cases} (1) a = 0 \\ (2) a = 1 \\ (3) a = 2 \end{cases}$$

Только при таких a может
осуществиться задуманное

(1) $a = 0 \Rightarrow x^2 + \frac{2}{3} = 0$ нет реш.

(2) $a = 1 \Rightarrow x^2 + \frac{1}{3} = 0$ нет реш.

(3) $a = 2 \Rightarrow x^2 - 2x - 2 = 0 \Rightarrow x_1 = \frac{2 + \sqrt{12}}{2} \quad x_2 = \frac{2 - \sqrt{12}}{2}$

$x^2 - 2x - 74 = 0 \Rightarrow x_3 = \frac{2 + \sqrt{292}}{2} \quad x_4 = \frac{2 - \sqrt{292}}{2}$



Ответ: $a = 2$



На одной странице можно оформлять **только одну** задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении **каждой** задачи отдельно.

1 ☐ 2 ☐ 3 ☐ 4 ☐ 5 ☐ 6 ☒ 7 ☐

СТРАНИЦА
1 из 1

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

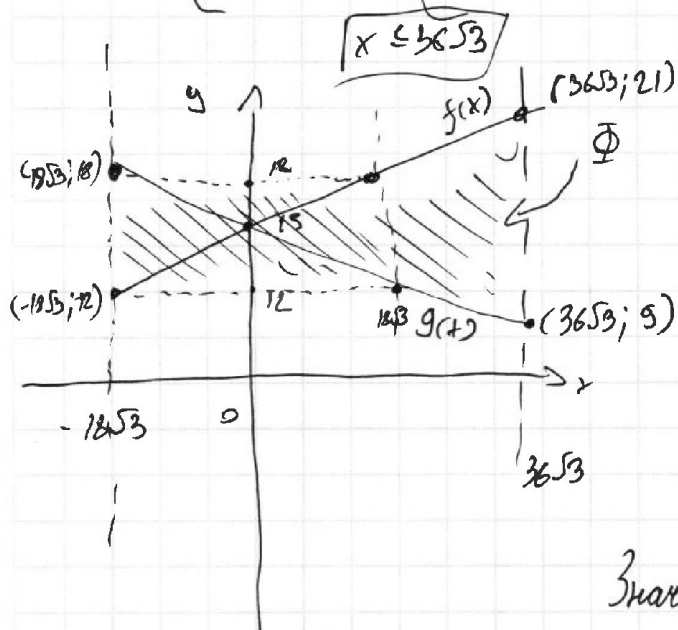
$$\text{I } \left\{ \begin{array}{l} y - 15 + \frac{x}{6\sqrt{3}} \geq 0 \\ y - 15 - \frac{x}{6\sqrt{3}} \leq 6 \end{array} \right. \Rightarrow \left\{ \begin{array}{l} y \geq 15 - \frac{x}{6\sqrt{3}} \\ y \leq 15 + \frac{x}{6\sqrt{3}} \end{array} \right.$$

$$\text{II } \left\{ \begin{array}{l} ① \geq 0 \\ ② \geq 0 \end{array} \right. \Rightarrow \left\{ \begin{array}{l} y \geq 15 - \frac{x}{6\sqrt{3}} \\ y \geq 15 + \frac{x}{6\sqrt{3}} \end{array} \right. \Rightarrow y \leq 18$$

$$\text{III } \left\{ \begin{array}{l} ① < 0 \\ ② \geq 0 \end{array} \right. \Rightarrow \left\{ \begin{array}{l} y < 15 - \frac{x}{6\sqrt{3}} \\ y \geq 15 + \frac{x}{6\sqrt{3}} \end{array} \right. \Rightarrow x \geq -18\sqrt{3}$$

$$\text{IV } \left\{ \begin{array}{l} ① \geq 0 \\ ② < 0 \end{array} \right. \Rightarrow \left\{ \begin{array}{l} y \geq 15 - \frac{x}{6\sqrt{3}} \\ y < 15 + \frac{x}{6\sqrt{3}} \end{array} \right. \Rightarrow y \geq 12$$

$$\text{V } \left\{ \begin{array}{l} ① < 0 \\ ② < 0 \end{array} \right. \Rightarrow \left\{ \begin{array}{l} y < 15 - \frac{x}{6\sqrt{3}} \\ y < 15 + \frac{x}{6\sqrt{3}} \end{array} \right. \Rightarrow y \geq 12$$



$$f(x) = 15 + \frac{x}{6\sqrt{3}}$$

$$g(x) = 15 - \frac{x}{6\sqrt{3}}$$

$$f(x)'$$

$$g(x)'$$

После замены: $f(x) \rightarrow -g(x) = -15 + \frac{x}{6\sqrt{3}}$

$g(x) \rightarrow f(x) = 15 + \frac{x}{6\sqrt{3}}$

$$g(x)' \cap f(x) = (-90\sqrt{3}; \dots)$$

Значит Φ и Ψ не пересекаются.

Значит Φ замкнуто всю свою площадь

$$S_{\Phi} = (18-12) \cdot (36\sqrt{3}) + 18\sqrt{3} \cdot \frac{6+21-9}{2} = 540\sqrt{3}$$

Ответ: $540\sqrt{3}$



На одной странице можно оформлять только одну задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.

1
☐

2
☐

3
☐

4
☐

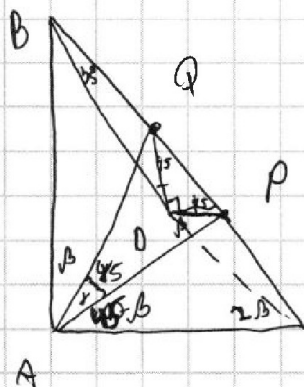
5
☐

6
☐

7
☒

СТРАНИЦА
1 из 1

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!



$$\angle QAP = \gamma \Rightarrow \angle AQP + \angle QPA = 180 - \gamma = \angle BAP + \angle QAC$$

$$(\text{т.е. упрощая}) \angle BAP + \angle QAC - \gamma = 90^\circ \Rightarrow$$

$$\Rightarrow 180 - \gamma - \gamma = 90^\circ \Rightarrow \gamma = 45^\circ$$

$$\angle BAQ = \beta \Rightarrow \angle PAC = 45 - \beta \Rightarrow \angle AQD = 45 - \beta$$

$$\angle APD = 45 - \beta$$

$$\angle BDQ = 180 - 35 - 135 = 10$$

$$\angle ABD + \angle BAQ = \angle AQD + \angle BDQ \Rightarrow \beta + \angle ABD = 45 - \beta + 10 \Rightarrow$$

$$\angle ABD = 55 - 2\beta \Rightarrow \angle ACB = 2\beta. \text{ Заметим, что } \angle QAP = 45^\circ$$

$$= 2 \cdot \angle QDP \text{ и } D - \text{лежит на серединном перпендикуляре к } QP$$

$$(\triangle QDP - \text{р/б}) \Rightarrow D - \text{центр опис. окруж. } \triangle AQP \Rightarrow$$

$$\triangle ADP \sim \triangle ADQ - \text{р/б.} \Rightarrow \angle ADP = 180 - 2\beta \Rightarrow$$

$$ADPC - \text{впис.} \Rightarrow \angle DAP = 45 \Rightarrow AD - \text{бис. } \angle BAC.$$

$$\angle BDC = 10 + 90 + 45 - \beta. \Rightarrow \angle CDP = 45 - \beta \Rightarrow \angle DCP = \beta \Rightarrow$$

$$\Rightarrow CD - \text{бис. } \angle PCA \Rightarrow P - \text{точка пересечения бис.} \Rightarrow$$

$$\Rightarrow BD - \text{бис.} \Rightarrow \angle ABD = 35 = 55 - 2\beta \Rightarrow \beta = 10 \Rightarrow \angle BDC = 135^\circ$$

$$\angle DCB = \beta$$

$$\text{Ответ: } 10 = \angle DCB$$



На одной странице можно оформлять только одну задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.

1 ☐ 2 ☐ 3 ☐ 4 ☐ 5 ☐ 6 ☐ 7 ☐

СТРАНИЦА
из

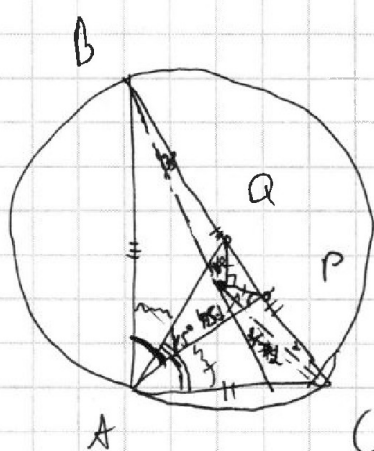
Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

$$9^3 = 729 \quad 99^3 = 970299$$

$$\begin{array}{r} 99 \\ 99 \\ 99 \\ \hline 891 \\ 891 \\ \hline 88209 \\ 88209 \\ \hline 970299 \end{array}$$

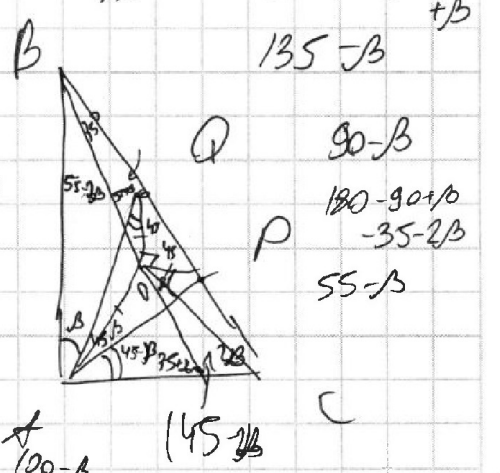
$$\begin{array}{r} 99 \\ 99 \\ \hline 891 \\ 891 \\ \hline 88209 \\ 88209 \\ \hline 970299 \end{array}$$

$$\begin{array}{r} 999 \\ 999 \\ \hline 8991 \\ 8991 \\ \hline 98901 \\ 98901 \\ \hline 98802099 \end{array}$$



$$\begin{aligned} 180 - 100 - 135 + 2 &= -55 + 2 \\ 180 - 100 - 135 + 2 &= -55 + 2 \\ 2 - 55 &= -53 + 2 \\ 45 - 2 &= 43 \\ 180 - 100 - 45 + 2 &= 35 + 2 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} 2 + \beta &> 90 \\ 2 + \beta + 180 - \alpha - \beta &= 180 \\ 180 - \gamma - \gamma &= 90 \\ \gamma &= 45 \\ 45 - 10 &= 35 - 2 + 1 \\ 180 - 35 - 55 + \beta &= 90 + \beta \\ 180 - 80 - \beta &= 100 - \beta \end{aligned}$$



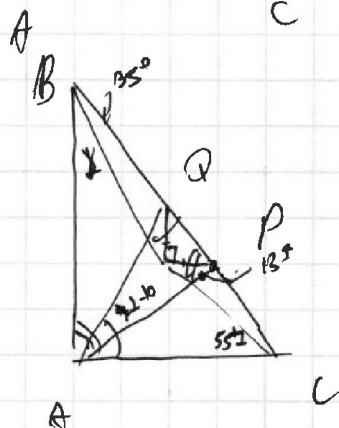
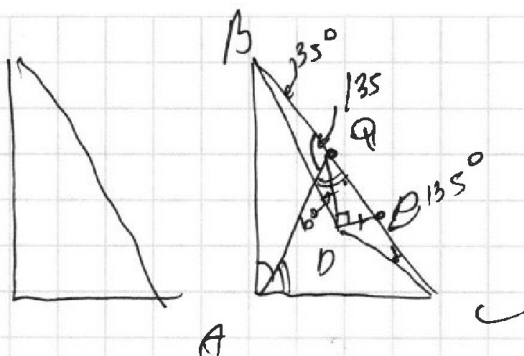
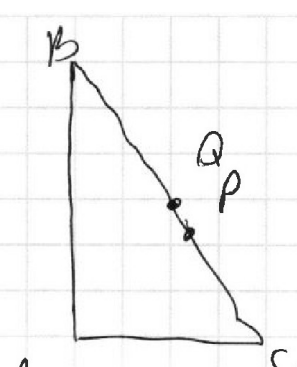


На одной странице можно оформлять только одну задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.

1 2 3 4 5 6 7

СТРАНИЦА
__ ИЗ __

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!



$$\frac{180 - 2 - 35}{2} = 90 - \frac{2 + 35}{2}$$

$$90 - 2 + 35$$

$$55 - 2$$

$$180 + 2 - 55$$

$$90 + \frac{55 - 2}{2}$$

$$180 + \frac{55 - 2 - 2 - 35}{2} = 180 + 10 - 22$$

$$22 = 10$$

$$90 - \frac{2 + 35}{2} + 90 + \frac{55 - 2}{2} - 22 + 10 = 90$$

$$90 + \frac{55 - 2 - 2 + 35}{2} - 22 + 10 = 0$$

$$90 + 2 + 10 - 2 + 10 = 0$$

$$22 = 10$$

$$2 = 55$$

$$I \quad 2y - 30 \leq 0$$

$$y \leq 18$$

$$\begin{cases} y - 15 + \frac{x}{6\sqrt{3}} \geq 0 \\ y - 55 - \frac{x}{6\sqrt{3}} \geq 0 \end{cases}$$

$$y \geq 15$$

$$y \geq 15 - \frac{x}{6\sqrt{3}}$$

$$y \geq 15 + \frac{x}{6\sqrt{3}}$$

$$II \quad y - 15 + \frac{x}{6\sqrt{3}} - y + 15 + \frac{x}{6\sqrt{3}} - 6 \leq 0$$

$$\frac{x}{6\sqrt{3}} \leq 6 \quad x \leq 36\sqrt{3}$$

$$\begin{cases} y - 15 + \frac{x}{6\sqrt{3}} \geq 0 \\ y - 15 - \frac{x}{6\sqrt{3}} \leq 0 \end{cases} \begin{cases} y \geq 15 - \frac{x}{6\sqrt{3}} \\ y \leq 15 + \frac{x}{6\sqrt{3}} \end{cases}$$



На одной странице можно оформлять **только одну** задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.

1 2 3 4 5 6 7
☐ ☐ ☐ ☐ ☐ ☐ ☐

СТРАНИЦА
__ ИЗ __

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

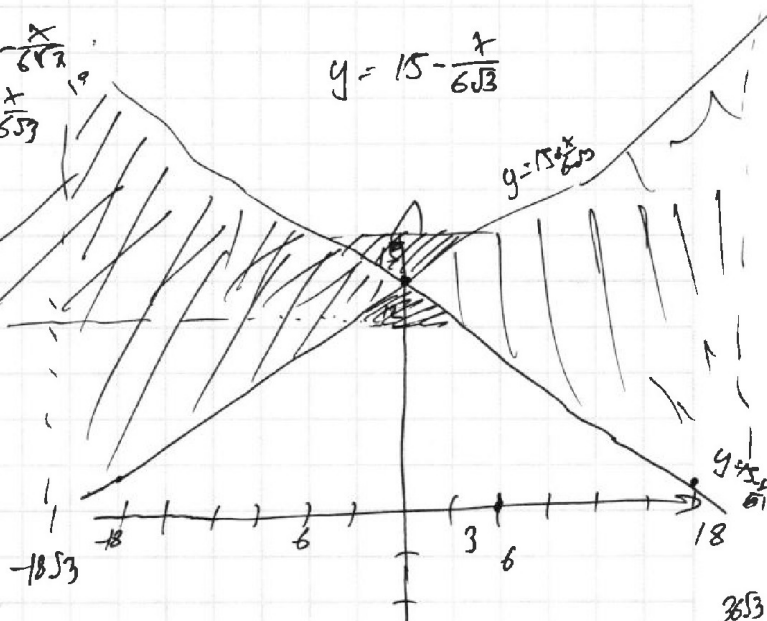
III $-y + 15 - \frac{x}{6\sqrt{3}} + y - 15 - \frac{x}{6\sqrt{3}} - 6 \leq 0 \Rightarrow y - 15 + \frac{x}{6\sqrt{3}} \leq 0 \Rightarrow y \leq 15 - \frac{x}{6\sqrt{3}}$
 $\frac{x}{3\sqrt{3}} \geq -6 \Rightarrow x \geq -18\sqrt{3}$
 $y - 15 - \frac{x}{6\sqrt{3}} \geq 0 \Rightarrow y \geq 15 + \frac{x}{6\sqrt{3}}$

IV $-2y \leq 24 - 24$
 $y \geq 12$

$\begin{cases} y \leq 15 - \frac{x}{6\sqrt{3}} \\ y \geq 15 + \frac{x}{6\sqrt{3}} \end{cases}$

$y = 15 - \frac{x}{6\sqrt{3}}$

$y = 15 + \frac{x}{6\sqrt{3}}$



$\frac{28 \cdot 7 \cdot 6 \cdot 2}{5 \cdot 4 \cdot 3} \cdot \frac{26}{5}$

-18

$x \cdot \frac{1}{18}$

$y = 15 - \frac{x}{6\sqrt{3}}$

$y = 15 + \frac{x}{6\sqrt{3}}$

$\frac{x}{3\sqrt{3}} = -30$

$x = -90\sqrt{3}$

$x = 15 \cdot 6\sqrt{3} = 90\sqrt{3}$

$y = 15 - \frac{36\sqrt{3}}{6\sqrt{3}} = 9$

$15 + 6 = 21$

$y = 15 + \frac{36\sqrt{3}}{6\sqrt{3}} = 21$

$-18\sqrt{3}$

$6 \cdot 36\sqrt{3} + 18\sqrt{3} \cdot 18$
 $6^2\sqrt{3} + 18^2\sqrt{3} \quad 36\sqrt{3}(6+9) \quad \frac{180}{36} \quad 540$



На одной странице можно оформлять только одну задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.

1 2 3 4 5 6 7

СТРАНИЦА
из

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

25000

99 ... 99

99 ... 99

99 ... 99

$$g \cdot k + 1 + \frac{n}{2} = 10$$

$$g \cdot k + 1 + k - 1 = 10k$$

$$1 + 8 + 9 \cdot 24999 + 2 \cdot 25000$$

$$8 + 9 \cdot 24998 + 1 + 25000$$

$$9 \cdot 24999 + 2 \cdot 25000$$

25001

89 ... 9991

899 ... 991

91

89 ... 991

00001

$$1 + 8 + 9 \cdot 24999 = 9 \cdot 25000$$

$$= 25000 \cdot 10 = 250000$$

$$1 + 8 + 9 \cdot 24999 + 25000 = 10$$

$$1 + 8 + 9 \cdot 24998 + 25001$$

$$+ k - 1 + g \cdot k + 1 = 10k$$

9 \cdot 24999

9 \cdot 9 + 1

$$k + 79(k-1) + 1$$

$$8 + 9 \cdot (50000 - k) + 1 + (50000 - (k-1))$$

$$9 \cdot (50000 -$$

$$g^3 = \frac{81}{9} = 729$$

2500

888

99 ... 99

99 ... 99

99 ... 99

99 ... 99

99 ... 99

99 ... 99

99 ... 99

99 ... 99

99 ... 99

99 ... 99

99 ... 99

99 ... 99

99 ... 99

99 ... 99

99 ... 99

99 ... 99

99 ... 99

99 ... 99

99 ... 99

99 ... 99

99 ... 99

99 ... 99

99 ... 99

99 ... 99

99 ... 99

99 ... 99

99 ... 99

$$g \cdot k + 1 + k - 1 = 10k$$

$$g \cdot k + 1 +$$

$$g \cdot (k+1) + 1 + k = 10k + 1$$

$$6 \cdot 9$$

$$7 \cdot 9 = 63 + 5$$

$$8 \cdot 9 = 72$$

$$9 + 9 \cdot 9 = 88$$

$$8 + 9 \cdot 10 = 98$$

$$9 + 9 \cdot 11 = 109$$

$$10 + 9 \cdot 12 = 119$$

$$109$$

$$k - 2 + g \cdot k + 1 = 9$$

$$k + g \cdot k - 1 = 9$$

$$10 \cdot k - 1 = 9$$

$$24999$$

$$g \cdot k + 1$$

$$25000 - k$$

$$25000$$

$$k - 25000$$

$$25000 - (25000 - k) = k$$

$$25000 - (k - 25000) = 50000 - k$$

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!



На одной странице можно оформлять только одну задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.

1 2 3 4 5 6 7

СТРАНИЦА
__ ИЗ __

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

X

$$x^2 - (a^2 + a)x + \frac{2 - a^3}{3} = 0$$

$$2x^2 - (a^3 + a^2)x + 2a^6 - 8a + 4 = 0$$

$$a_2 \quad a_4 \quad a_5 \quad a_7$$

$$a_4 + a_5 = a_2 + a_7$$

$$a^2 - a = \frac{a^3 - a^2}{2} \Rightarrow$$

$$a^3 - 2a^2 - a^2 + 2a = 0$$

$$a^3 - 3a^2 + 2a = 0$$

$$\begin{cases} a = 0 \\ a^2 - 3a + 2 = 0 \end{cases} \quad a_1 = +2 \quad a_2 = +1$$

$$a = 0 \Rightarrow x^2 - x + \frac{2}{3} = 0$$

$$D = 1 - \frac{8}{3} < 0$$

$$a = 1 \Rightarrow x^2 + \frac{1}{3} = 0$$

$$a = 2 \Rightarrow x^2 - 2x + 2 = 0$$

$$D = 4 - 8 = -4$$

$$x_1 = \frac{2 + \sqrt{12}}{2} \quad x_2 = \frac{2 - \sqrt{12}}{2}$$

$$x^2 - 2x - 64 - 8 - 2 = 0$$

$$x^2 - 2x - 74 = 0$$

$$D = 1 + 280 + 16 = 300$$

$$x_3 = \frac{2 + 10\sqrt{3}}{2}$$

$$x_4 = \frac{2 - 10\sqrt{3}}{2}$$

$$0 \quad 0 \quad c \quad 0$$

$$\frac{C_{x-3}^2}{C_x^5} \Rightarrow \frac{C_{x-3}^5}{C_x^8}$$

$$\frac{C_{x-3}^5}{C_x^8} \cdot \frac{C_x^5}{C_{x-3}^2}$$

$$\frac{(x-3)!}{5!(x-8)!}$$

$$\frac{x!}{5!(x-5)!}$$

$$8!(x-8)!$$

$$1 + \sqrt{3} \quad 1 - \sqrt{3}$$

$$1 + 5\sqrt{3} \quad 1 - 5\sqrt{3}$$



На одной странице можно оформлять только одну задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.

1 ☐ 2 ☐ 3 ☐ 4 ☐ 5 ☐ 6 ☐ 7 ☐

СТРАНИЦА
___ ИЗ ___

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

$$\begin{cases} xy^2 = z^2(z+4) \\ yz^2 = x^2(x+4) \\ zx^2 = y^2(y+4) \end{cases}$$

$$x^2 y^2 z^2 = xyz(z+4)(x+4)(y+4)$$

$$xyz = (z+4)(x+4)(y+4)$$

$$(z+4)(y+4)(x+4) = z^2(z+4) \quad z^2 = (y+4)(x+4)$$

$$y^2 = (x+4)(z+4)$$

$$x^2 = (y+4)(z+4)$$

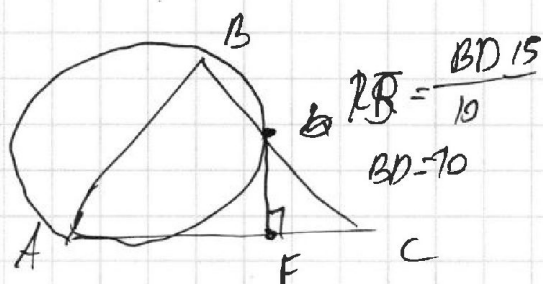
$$xy + yz + zx = 4$$

$$x^2 y^2 z^2 + x^2 z^2 = z^2(z+4)^2 + x^2(x+4)^2 + y^2(y+4)^2$$

$$z^2(y^2 - (z+4)^2) + x^2(z^2 - (x+4)^2) + y^2(x^2 - (y+4)^2) = 0$$

$$(y+4)(z+4 - y+4) = (y+4)(z-y)$$

$$z^2(z+4)(x-z) + x^2(x+4)(y-x) + y^2(y+4)(z-y) = 0$$



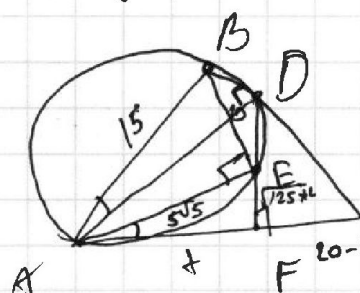
125

$$z^2 + x^2 = 9$$

$$x^2 = 5$$

$$x = \sqrt{5}$$

$$\frac{AB}{AD} = \frac{AE}{AF} = \frac{BE}{DF}$$



20

$$x^2 + EF^2 = 25 \cdot 5$$

$$EF = \sqrt{125 - x^2}$$

$$\frac{AD}{20} = \frac{x}{AD}$$

$$\begin{cases} AD^2 = 20x \\ 15 = \frac{AD}{x} \end{cases}$$

$$\frac{15}{\sqrt{5}} = \frac{15}{\sqrt{5}}$$

$$\frac{15}{\sqrt{5}} = \frac{15}{\sqrt{5}}$$