



МОСКОВСКИЙ
ФИЗИКО-ТЕХНИЧЕСКИЙ
ИНСТИТУТ

ОЛИМПИАДА "ФИЗТЕХ"
ПО МАТЕМАТИКЕ

10 КЛАСС. Вариант 8



1. [4 балла] Ненулевые числа x, y, z удовлетворяют системе уравнений

$$\begin{cases} xy = -6z + z^2, \\ yz = -6x + x^2, \\ zx = -6y + y^2. \end{cases}$$

Найдите все возможные значения выражения $(x - 6)^2 + (y - 6)^2 + (z - 6)^2$, если известно, что система имеет хотя бы одно решение в ненулевых числах.

2. [2 балла] Десятичная запись натурального числа n состоит из 20 001 девятки. Сколько девяток содержит десятичная запись числа n^3 ?
3. [5 баллов] Окружность ω с диаметром AB пересекает сторону BC остроугольного треугольника ABC в точке D . Точка F выбрана на отрезке AC так, что $DF \perp AC$, а E — точка пересечения отрезка DF с окружностью ω , отличная от D . Найдите AF , если $AC = 20$, $AB = 10$, $BE = 9$.
4. [4 балла] В теленгре ведущий берет несколько коробок и ровно в три из них кладет по одному шарику. Игрок может указать на пять коробок и открыть их. Если в этих коробках лежат все три шарика, то игрок выигрывает. Игроку разрешили открыть девять коробок. Во сколько раз увеличилась вероятность выигрыша игрока?
5. [5 баллов] Найдите все значения параметра a , при которых корни уравнения $x^2 - (a^2 - 4a)x + a^2 - 6a + 4 = 0$ являются шестым и седьмым членами некоторой непостоянной арифметической прогрессии, а корни уравнения $5x^2 - (a^3 - 4a^2)x - 2a^3 - 6a - 15 = 0$ являются пятым и восьмым членами этой прогрессии.
6. [5 баллов] На координатной плоскости построена фигура Φ , состоящая из всех точек, координаты $(x; y)$ которых удовлетворяют неравенству $\left|y - 20 + \frac{x}{2\sqrt{3}}\right| + \left|y - 20 - \frac{x}{2\sqrt{3}}\right| \leqslant 8$. Фигуру Φ непрерывно повернули вокруг начала координат на угол π против часовой стрелки. Найдите площадь множества M , которое замела фигура Φ при этом повороте.
7. [6 баллов] На гипотенузе BC прямоугольного треугольника ABC выбраны точки P и Q так, что $AB = BP$, $AC = CQ$. Внутри треугольника ABC выбрана точка D , для которой $DP = DQ$, а $\angle PDQ = 90^\circ$. Найдите $\angle DCB$, если известно, что $\angle CBA = 46^\circ$.



На одной странице можно оформлять только одну задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.

1

2

3

4

5

6

7

СТРАНИЦА
1 из 1

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

№1

$$\begin{cases} xy = -6z + z^2 \\ y^2 = -6x + x^2 \\ 2x = -6y + y^2 \end{cases}$$

1) HYO $x=y$

$$\begin{aligned} y^2 &= x^2 - 6x \\ x^2 &= y^2 + 6y \\ xy &= x^2 = z^2 - 6z \end{aligned}$$

$$(x-y)(x+y-6) \neq 0$$

$$2xz = 2x^2 - 12x$$

$$x^2 = x^2 - \frac{12}{6}x$$

$$x \neq 0 \Rightarrow z = x - \frac{12}{6}$$

$$\begin{cases} z = x - \frac{12}{6} \\ x^2 = z(z-6) \end{cases} \quad \begin{cases} z = x - \frac{12}{6} \\ x^2 = (x-\frac{12}{6})(x-\frac{12}{6}-6) \end{cases}$$

$$x^2 = x^2 - 18x + 72$$

$$72 = 18x \Rightarrow x = y = z = -2$$

Если (недостаточно) можно принять решения $x \neq y$, то значение $(x-6)^2 + (y-6)^2 + (z-6)^2$ не будет 0, т.к. это выражение равно сумме квадратов (x, y, z)

$$(x-6)^2 = 4; (y-6)^2 = 4; (z-6)^2 = 36$$

$$(x-6)^2 + (y-6)^2 + (z-6)^2 = 72$$

2) Несколько 2 числа не равные
Возьмем из первого ур-ния второе:

$$y(x-z) = (z-x)(z+x) + 6(x-z)$$

$$x \neq z \Rightarrow y = -z - x + 6$$

$$x+y+z=6$$

$$y = 6 - x - z$$

Сложим первое и второе

$$y(x+z) = x^2 + z^2 - 6x - 6z$$

$$y(x-y) = x^2 - 2xz - 6(6-y)$$

$$\begin{aligned} (6-y)(6+y) &= (6-y)^2 - 2y(y-6) \\ (x+y+z)^2 &= x^2 + y^2 + z^2 + 2(xy + yz + zx) = \\ &= x^2 + y^2 + z^2 + 2(x^2 - 6x + y^2 - 6y + z^2 - 6z) = \\ &= 3(x^2 + y^2 + z^2) - 12(x+y+z) \\ 12 \cdot 6 &= 72 \end{aligned}$$

$$3(x^2 + y^2 + z^2) = 108 \Rightarrow x^2 + y^2 + z^2 = 36$$

$$(x-6)^2 + (y-6)^2 + (z-6)^2 = x^2 + y^2 + z^2 - 12(x+y+z) + 36 =$$

$$36 - 12 \cdot 6 + 36 \cdot 3 = 72$$

Ответ: 72

На одной странице можно оформлять **только одну** задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.



- | | | | | | | |
|----------------------------|---------------------------------------|----------------------------|----------------------------|----------------------------|----------------------------|----------------------------|
| <input type="checkbox"/> 1 | <input checked="" type="checkbox"/> 2 | <input type="checkbox"/> 3 | <input type="checkbox"/> 4 | <input type="checkbox"/> 5 | <input type="checkbox"/> 6 | <input type="checkbox"/> 7 |
|----------------------------|---------------------------------------|----------------------------|----------------------------|----------------------------|----------------------------|----------------------------|

СТРАНИЦА
1 из 1

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

N2

$$h = 10^{20002} - 1 = \overbrace{9 \dots 9}^{20001}$$

$$h^3 = (10^{20002} - 1)^3 = 10^{60006} - 3 \cdot 10^{40004} + 3 \cdot 10^{20002} - 1 = 10^{60006} - 1 - 3 \cdot 10^{40004} + 3 \cdot 10^{20002}$$

$$10^{60006} - 1 = \overbrace{9 \dots 9}^{60005}$$

$$\overbrace{9 \dots 9}^{50005} - 3 \cdot 10^{40004} = \underbrace{9 \dots 9}_{20000} \underbrace{69 \dots 9}_{40004} \quad (\text{Просто вычитаю } 9 \text{ из } 9 \text{ в разряде})$$

$$\underbrace{9 \dots 9}_{20000} \underbrace{69 \dots 9}_{40004} + 3 \cdot 10^{20002} = \underbrace{9 \dots 9}_{20000} \underbrace{70 \dots 9}_{20001} \underbrace{\overset{2}{\cancel{0}} \dots 9}_{20002}$$

В последней действии мы прибавили 3 к 2003 разряду, т.к. сначала превратив 9 в 12. 2 пишется, а 1 ~~пишется~~ прибавляется к следующему разряду. Там стоял 9, $9+1=10$, 0 пишется, а 1 прибавляется к след. разряду. Така в след. разрядах 9, они будут превр. в 0. На 40005 разряде стоят 5, значит это превратится в 7 и процесс закончится. Получим $20002 + 20000 = 40002$ девятки

Ответ: 40002 девятки

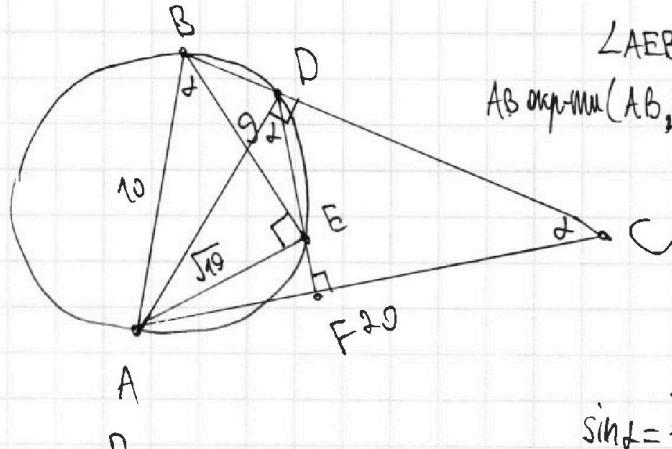


На одной странице можно оформлять только одну задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.

 1 2 3 4 5 6 7СТРАНИЦА
1 из 1

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

№3



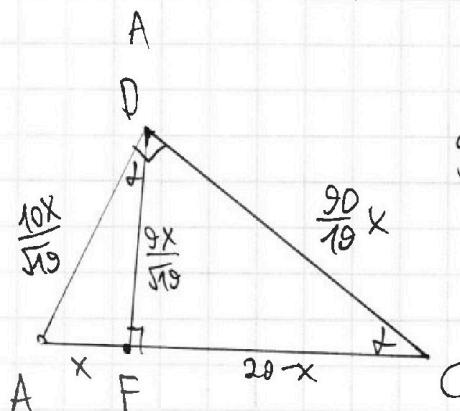
$\angle AEB = 90^\circ$, т.к. отмечено на диаграмме
AB окр-тии (AB, E) , аналогично $\angle ADC = 90^\circ = \angle ADB$
по Пт. Тибратора для $\triangle ABE$

$$AE = \sqrt{10^2 - 9^2} = \sqrt{19}$$

$\angle ABE = \angle ADE$ ($ABDE$ впис.)
 $\angle ADE = \angle ADF = \angle FCD$ ($\angle FDC = 90^\circ$)

$$\sin \alpha = \frac{\sqrt{19}}{10} \quad (\text{в } \triangle ABE)$$

$$\angle FCD = \alpha$$



Пусть $AF = x$, тогда $FC = 20 - x$

$$AD = \frac{x}{\sin \alpha} = \frac{10x}{\sqrt{19}}$$

$$DC = \frac{FD}{\sin \alpha} = \frac{9x}{\sqrt{19}} \cdot \frac{10}{\sqrt{19}} =$$

но в. м. Тибратора для $\triangle ADF$

$$DF = \sqrt{\frac{100}{19}x^2 + x^2} = x \cdot \frac{10}{\sqrt{19}}$$

$$= \frac{90}{19}x$$

но в. м. Тибратора для $\triangle ADC$

$$\frac{100}{19}x^2 + \frac{8100}{361}x^2 = \frac{10000}{361}x^2 = 20^2$$

$$\frac{100}{19}x^2 = 20^2$$

$$x = \frac{19}{5} = AF$$

Ответ: $AF = \frac{19}{5}$

На одной странице можно оформлять только одну задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.



СТРАНИЦА
1 из 1

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

Вероятность в начале: $\frac{C_{n-3}^2}{C_n^5}$ - кол-во способов забрать 2 коробки из 3 ^(нужных)_{из n-3} ^(использован)

Вероятность в конце: $\frac{C_{n-3}^5}{C_n^9}$ - кол-во способов забрать 5 коробок из 9 ^(нужных)_{из n-3} ^(использован)

C_n^9 - всего способов забрать девять коробок

$$\frac{\frac{C_{n-3}^2}{C_n^5}}{\frac{C_{n-3}^6}{C_n^9}} = \frac{\frac{(n-3)(n-4)}{2!}}{\frac{n(n-1)\dots(n-4)}{5!}} = \frac{\frac{5!}{2!}}{\frac{n(n-1)(n-2)}{9!}} = \frac{\frac{5! \cdot 6!}{9! \cdot 2!}}{\frac{6! \cdot n(n-1)(n-2)}{9!}} = \frac{5! \cdot 6!}{9! \cdot 2!} = \frac{5 \cdot 4 \cdot 3}{9 \cdot 8 \cdot 7}$$

$$= \frac{5}{6 \cdot 7} = \frac{5}{42} \Rightarrow \text{увеличилась в } \frac{42}{5} \text{ раза}$$

Ответ: увеличилась в $\frac{42}{5}$ раза



На одной странице можно оформлять только одну задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.

- | | | | | | | |
|----------------------------|----------------------------|----------------------------|----------------------------|---------------------------------------|----------------------------|----------------------------|
| <input type="checkbox"/> 1 | <input type="checkbox"/> 2 | <input type="checkbox"/> 3 | <input type="checkbox"/> 4 | <input checked="" type="checkbox"/> 5 | <input type="checkbox"/> 6 | <input type="checkbox"/> 7 |
|----------------------------|----------------------------|----------------------------|----------------------------|---------------------------------------|----------------------------|----------------------------|

СТРАНИЦА
1 из 2

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

N5

$$x^2 - (a^2 - 4a)x + a^2 - 6a + 4 = 0$$

x_1, x_2 — корни

$$5x^2 - (a^3 - 4a^2)x - 2a^3 - 6a^2 - 15 = 0$$

y_1, y_2 — корни

НУО

$x_1 = b_1 + 5d$	$x_1 + x_2 = 2b_1 + 11d$
$x_2 = b_1 + 6d$	
$y_1 = b_1 + 4d$	$y_1 + y_2 = 2b_1 + 11d$
$y_2 = b_1 + 7d$	

1) Если в этих уравнениях есть 2 различных корня, то $x_1 + x_2 = y_1 + y_2$.

По м. Велика $x_1 + x_2 = a^2 - 4a$ $a^2 - 4a = \frac{a^3 - 4a^2}{5}$

$$y_1 + y_2 = \frac{a^3 - 4a^2}{5} \quad 5a(a-4) = a^2(a-4)$$

$$a(a-4)(a-5) = 0$$

$$\begin{cases} a=0 & 1.1 \\ a=4 & 1.2 \\ a=5 & 1.3 \end{cases}$$

1.1) $a=0$

$x^2 + 4 = 0$

как корней ?!

1.2) $a=4$

$x^2 - (16 - 16)x + 16 - 24 + 4 = 0$

$x^2 - 4 = 0$

$\begin{cases} x=2 & \text{первый} \\ x=-2 & \text{второй} \end{cases}$

$5x^2 - (64 - 64)x - 128 - 24 - 15 = 0$

$5x^2 - 16x = 0$

$\begin{cases} x = \frac{16}{5} & \text{первый} \\ x = -\frac{16}{5} & \text{второй} \end{cases}$

В₁ — первый член числителя
д — разность числителей.

МДО $b_5 \leq b_6 \leq b_7 \leq b_8$

либо ~~$b_5 \geq b_6 \geq b_7 \geq b_8$~~

значит $b_5 = -\sqrt{\frac{167}{5}}$

$b_5 = -2$

$b_7 = 2$

$b_8 = \sqrt{\frac{167}{5}}$

$b_5 = \sqrt{\frac{167}{5}}$

$b_6 = 2$

$b_7 = -2$

$b_8 = -\sqrt{\frac{167}{5}}$

1

2

$b_6 - b_7 = b_7 - b_8$

$1 - 4 = 2 - \sqrt{\frac{167}{5}}$

$2 - 4 = -2 + \sqrt{\frac{167}{5}}$

$-2 + \sqrt{\frac{167}{5}} \neq 2 - 4$

значит первый числитель не

На одной странице можно оформлять **только одну** задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.

СТРАНИЦА
2 из 2

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

$$1.3) a=5$$

$$x^2 - 5x + (-1) = 0$$

$$x = \frac{5 \pm \sqrt{29}}{2}$$

шестой
и
седьмой

$$5x^2 - 25x - 250 - 30 - 15 = 0$$

$$x^2 - 5x - 59 = 0$$

$$x = \frac{5 \pm \sqrt{25+245}}{2} = \frac{5 \pm \sqrt{270}}{2}$$

пятый
и
шестой

мнж $b_5 > b_6 > b_4 > b_f$

мнж $b_5 < b_6 < b_7 < b_8$

$$0 < \frac{5+\sqrt{29}}{2} < \frac{5+\sqrt{270}}{2}$$

$$\frac{5-\sqrt{29}}{2} < \frac{5-\sqrt{29}}{2} < 0 \quad (5 < \sqrt{29})$$

Значит

$$\textcircled{1} \quad b_5 = \frac{5-\sqrt{29}}{2}, b_6 = \frac{5\sqrt{29}}{2}; b_7 > \frac{5+\sqrt{29}}{2}; b_f < \frac{5+\sqrt{29}}{2}$$

$$\textcircled{2} \quad b_5 = \frac{5\sqrt{29}}{2}, b_6 = \frac{5+\sqrt{29}}{2}; b_7 = \frac{5\sqrt{29}}{2}; b_f > \frac{5-\sqrt{29}}{2}$$

но тогда $b_5 - b_5$ должно быть $= b_4 - b_6$

$$\textcircled{1} \quad \frac{\sqrt{270}-\sqrt{29}}{2}$$

$$\textcircled{2} \quad \frac{\sqrt{29}-\sqrt{270}}{2}$$

$$\textcircled{1} \quad \sqrt{29}$$

$$\textcircled{2} \quad -\sqrt{29}$$

$$\text{но } \textcircled{1} \quad \sqrt{270} - \sqrt{29} \neq \sqrt{29}$$

~~$$\frac{\sqrt{29}-\sqrt{270}}{2} \neq \sqrt{29}$$~~

$$\textcircled{2} \quad \sqrt{29} - \sqrt{270} \neq -\sqrt{29}$$

$$116 = 29 \cdot 4 \neq 270$$

2) И какатель, если у каждого из этих трех ур-ий
крайние корни, то они будут являться
множниками дроби. Красивати, но не удастся?!

Ответ: $a \in \emptyset$

Значит никакой сокращения
не подходит

На одной странице можно оформлять только одну задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.



- 1 2 3 4 5 6 7

СТРАНИЦА
1 из 1

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

№

Задача, что если (x, y) удовлетворяет условию, то пара $(-x, y)$ тоже
также удовлетворяет условию.

Также задано, что точка, находящаяся от начала координат с радиусом $r = \text{расст. от этой точки до оси}$ и \angle с началом 0

также, находящаяся от начала координат находиться с радиусом $r = \text{расст. до оси}$ и \angle с началом 0.

Задача

Проведите прямые $y - 20 + \frac{x}{2\sqrt{3}} = 0$ ①

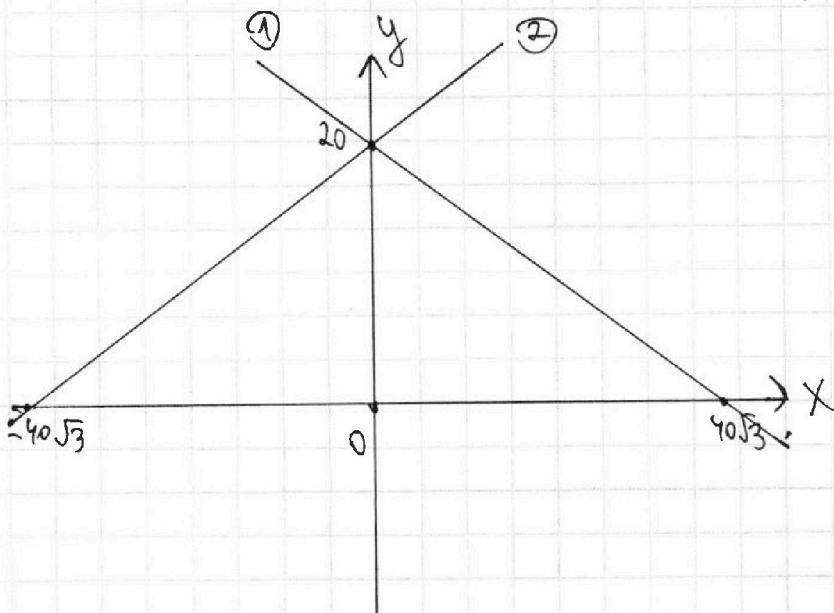
$$y - 20 - \frac{x}{2\sqrt{3}} = 0 \quad ②$$

$$x = 0 \Rightarrow y = 20$$

$$y = 0 \Rightarrow x = 40\sqrt{3}$$

$$x = 0 \Rightarrow y = 20$$

$$y = 0 \Rightarrow x = -40\sqrt{3}$$



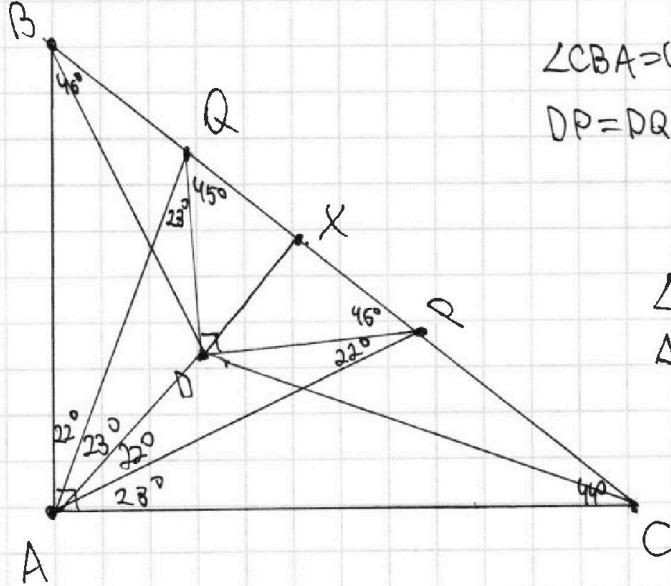


На одной странице можно оформлять только одну задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.

- | | | | | | | |
|----------------------------|----------------------------|----------------------------|----------------------------|----------------------------|----------------------------|---------------------------------------|
| <input type="checkbox"/> 1 | <input type="checkbox"/> 2 | <input type="checkbox"/> 3 | <input type="checkbox"/> 4 | <input type="checkbox"/> 5 | <input type="checkbox"/> 6 | <input checked="" type="checkbox"/> 7 |
|----------------------------|----------------------------|----------------------------|----------------------------|----------------------------|----------------------------|---------------------------------------|

СТРАНИЦА
1 из 1

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!



N7

$$\angle CBA = 46^\circ \Rightarrow \angle ACB = 44^\circ$$

$DP = DQ \Rightarrow \triangle DPQ \sim \sqrt{5}$ и кривые.

$$\angle DQP = \angle DPQ = 45^\circ$$

$\triangle ABP \sim \sqrt{5}$ ($AB = BP$)

$\triangle ACQ \sim \sqrt{5}$ ($AC = CQ$)

$$\angle APB = \angle BAP = 180^\circ - 46^\circ = 67^\circ$$

$$\angle CAQ = \angle CQA = \frac{180^\circ - 44^\circ}{2} = 68^\circ$$

$$\angle AQP = 68^\circ - 45^\circ = 23^\circ$$

$$\angle APD = 67^\circ - 45^\circ = 22^\circ$$

$$\angle BPAQ = \angle AQC - \angle ABQ = 22^\circ$$

$$68^\circ \quad 46^\circ$$

$$\text{аналогично } \angle PAC = 23^\circ$$

$$\angle QAP = 68^\circ - 23^\circ = 45^\circ$$

т.к. $m\angle QAP = m\angle PAC$

$$\frac{\sin 23^\circ}{\sin 15^\circ} \cdot \frac{\sin 45^\circ}{\sin 22^\circ} \cdot \frac{\sin B}{\sin 23^\circ} = 1$$

$$\frac{\sin B}{\sin 22^\circ} = \frac{\sin 23^\circ}{\sin 23^\circ}$$

$$A + B = 45^\circ$$

$$\frac{\sin(45^\circ - A)}{\sin A} = \frac{\sin(45^\circ - B)}{\sin B}$$

A - основной угол

$$\text{рас-ло } \frac{\sin(45^\circ - A)}{\sin A} = \frac{\sin(45^\circ - B)}{\sin B}$$

нашко, $\angle A = \angle B \Rightarrow A = 23^\circ$
по номинации

X - пересечение AD, C, BC

Если D, значит все $\triangle AQP$, но

ибо $\angle DPQ$, ибо $\angle DQP \geq 67^\circ$ ($\angle DPQ > \angle APB$)
 $\angle PQP > \angle AQP$
а отн 45° ?!

\Rightarrow значит точка D входит в $\triangle AQP$

$$\angle QAD = 23^\circ \Rightarrow \angle PAD = 22^\circ$$

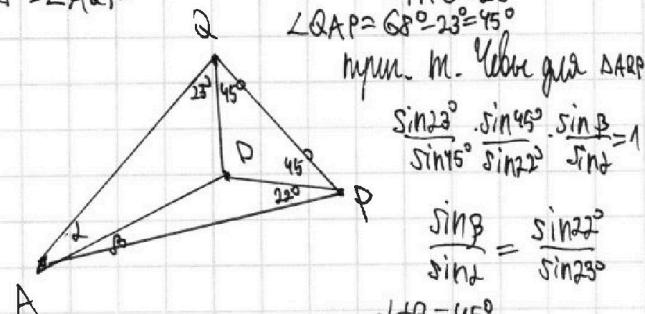
$$\angle ADP = 180^\circ - 44^\circ = 136^\circ$$

$$\angle ACP + \angle ADP = 136^\circ + 44^\circ = 180^\circ$$

ADPC - смс. симметричны

$\angle DAP = \angle DCB = 22^\circ$ но cb - by смс.
симметрич.

Очевидно: $\angle DCB = 22^\circ$



$\angle -$ основной угол

На одной странице можно оформлять **только одну** задачу. Отметьте **крестиком** номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в **решении каждой задачи отдельно**.

СТРАНИЦА
ИЗ



Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по **каждой из задач** нумеруются **отдельно**. Порча QR-кода недопустима!

$$\begin{aligned} xy &= z^2 - 6z \\ yz &= 16x^2 - 6x \\ xz &= y^2 - 6y \end{aligned}$$

$$xy = z(z-6)$$

$$\cancel{x^2} + \cancel{y^2} + \cancel{z^2} = 12(x+y+z) + 36 \cdot 3 =$$

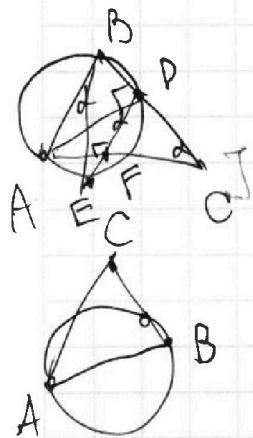
$$\frac{AF}{AD} = \frac{DF}{DC} = \frac{\sqrt{19}}{10}$$

$$x^2 + y^2 + z^2 - 12(x+y+z) + 36 \cdot 3 =$$

$$x^2 + y^2 + z^2 - 6(x+y+z) = xy + yz + xz$$

$$xy + yz + xz - 6(x+y+z) = 0.$$

$$12(x+y+z) = (x-y)^2 + (x-z)^2 + (y-z)^2$$

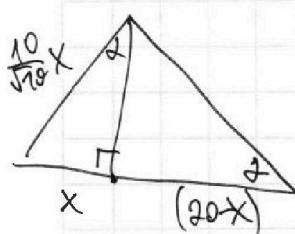


$$\begin{aligned} x, y, z &\neq 0 \\ x, y, z &> 0 \end{aligned}$$

$$x \geq y \geq z \quad \frac{19}{36} \quad \text{так как } z-6 \leq 0, \text{ то } z^2 - 6z \leq 0, \text{ а } xy > 0$$

$$z^2 - 6z = z(z-6) \leq 0$$

$$x^2 - (x-y)^2 = y(2x-y)$$



$$\begin{aligned} 2) \quad & xy > 0 \\ & x > 0 \\ & yz > 0 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} & xy < 0 \\ & z^2 - 6z > 0 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} 3) \quad & x < 0 \\ & yz > 0 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} & xy < 0 \\ & x(y-z) = xy - 6x, \text{ равносильно } x < 0 \\ & x(y-z) = y^2 + z^2 - 6y - 6z \\ & y^2 - xy - 6y + z^2 - xz - 6z \end{aligned}$$

$$y(x+z) = x^2 + z^2 - 6z - 6x$$

$$y = \frac{(x+z)^2 - 2xz}{x+z} - 6$$

$$y+6 = x+z - \frac{2xz}{x+z}$$

$$\begin{aligned} y(x-z) &= (z-x)(z+x) - 6(z-x) \\ -y &= z+x-6 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} -x &\neq 0 \quad 6-y = x+z \\ 6-y &= x+y+z \\ 6 &= x+y+z \end{aligned}$$

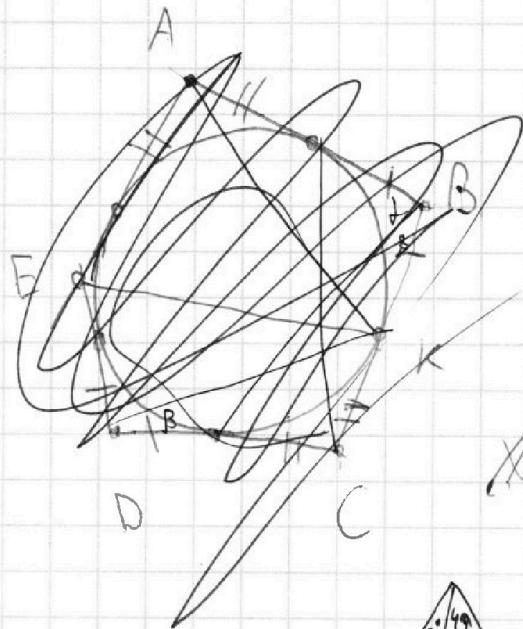
На одной странице можно оформлять **только одну** задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.



- | | | | | | | |
|--------------------------|--------------------------|--------------------------|--------------------------|--------------------------|--------------------------|--------------------------|
| <input type="checkbox"/> |
|--------------------------|--------------------------|--------------------------|--------------------------|--------------------------|--------------------------|--------------------------|

СТРАНИЦА
ИЗ

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!



$$(x-y)^2 + (y-z)^2 + (z-x)^2 = 12(x+y+z)$$

$$x^2 + y^2 + z^2 - 6(x+y+z) = xy + yz + zx$$

$$\begin{aligned} xy &= a \\ yz &= b \\ zx &= c \end{aligned}$$

$$a = \sqrt{-6\frac{b}{c}} + \frac{bc}{a}$$

$$\begin{aligned} x^2 y^2 &= -6xyz + z^2 xy \\ y^2 z^2 &= -6xyz + x^2 zy \\ x^2 z^2 &= -6xyz + y^2 zx \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} xy(x^2 - z^2) &= yz(y^2 - x^2) \\ x(x^2 - z^2) &= z(z^2 - x^2) \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} 2xy &= -12z + 2z^2 \\ 2yz &= -12x + 2x^2 \\ 2xz &= -12y + 2y^2 \end{aligned}$$

$$2xy + 2yz + 2xz + 36 \cdot 3 = x^2 + y^2 + z^2 + (x-6)^2 + (y-6)^2 + (z-6)^2$$

$$xy(x+z) = x^2 + z^2 - 6x - 6z$$

$$yz(6-y) = (x+z)^2 - 2xz - 6(6-y)$$

$$108 = 3(x^2 + y^2 + z^2)$$

$$36 =$$

$$36 = x^2 + y^2 + z^2 + 2(xy + yz + zx) = x^2 + y^2 + z^2 + 2(x^2 + y^2 + z^2 - 6x - 6y - 6z)$$

$$3(x^2 + y^2 + z^2) - 12(x + y + z)$$

На одной странице можно оформлять **только одну** задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.



- 1 2 3 4 5 6 7

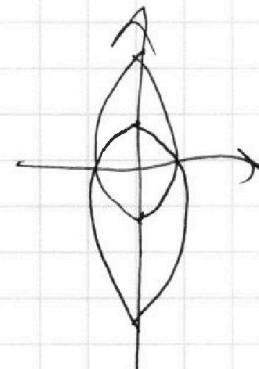
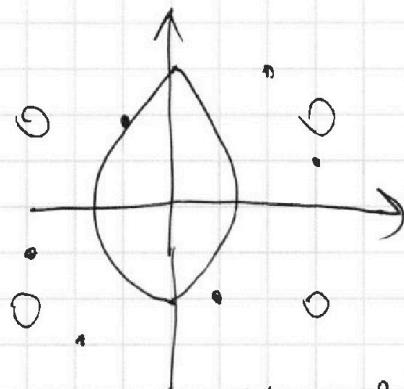
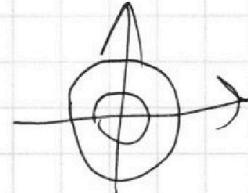
СТРАНИЦА
ИЗ

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

$$h = 10^{20002} - 1$$

$$h^3 = (10^x - 1)^3 = \underbrace{10^x - 1}_{3x-1} + 3 \cdot 10^{2x} + 3 \cdot 10^x$$

$$\underbrace{9 \dots 9}_{3x-1} - 3 \cdot 10^{2x} = \underbrace{9 \dots 9}_{x-1} \underbrace{6 \dots 9}_{2x} + 3 \cdot 10^x$$



$$\underbrace{9 \dots 9}_{x-2} \underbrace{6 \dots 9}_{x-1} \text{ remainder}$$

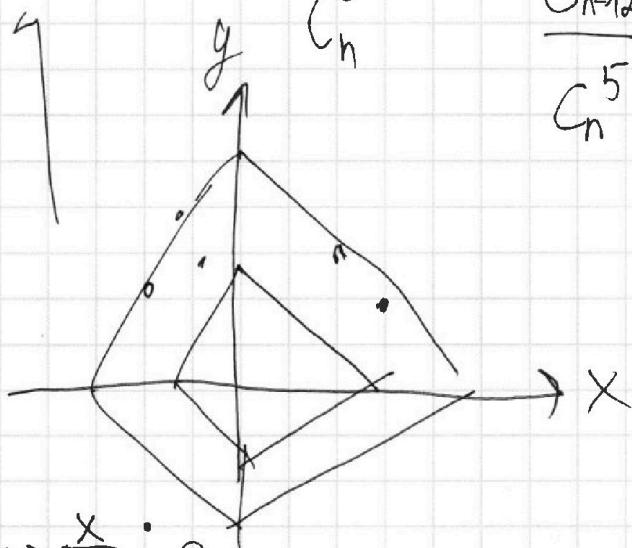
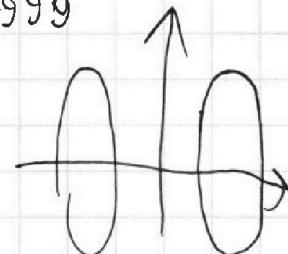


$$99999 + 3000$$

$$\begin{array}{r} 9999 \\ \times 3000 \\ \hline 102999 \end{array}$$

$$h = \frac{C_{n-3}^2}{C_n^5}$$

$$\frac{C_{n-2}^2 \cdot C}{C_n^5}$$

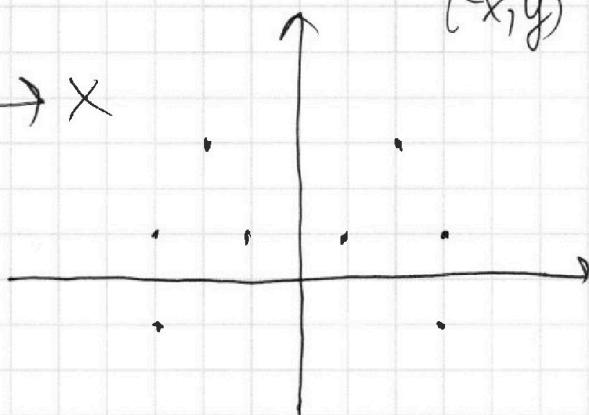


Если подсчитано число
 (x, y) , то число
 $(-x, y)$

$$y-20 \geq \frac{x}{2\sqrt{3}} \geq 0$$

$$y-20 + \frac{x}{2\sqrt{3}} + y-20 - \frac{x}{2\sqrt{3}} \leq 0$$

$$\begin{aligned} y-20 &\leq 0 \\ 20 \leq y &\leq 24 \\ x &\geq 0 \end{aligned}$$





На одной странице можно оформлять **только одну** задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.

1

2

3

4

5

6

7

СТРАНИЦА
_ ИЗ _

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!