



МОСКОВСКИЙ
ФИЗИКО-ТЕХНИЧЕСКИЙ
ИНСТИТУТ

ОЛИМПИАДА "ФИЗТЕХ"
ПО МАТЕМАТИКЕ

10 КЛАСС. Вариант 8



1. [4 балла] Ненулевые числа x, y, z удовлетворяют системе уравнений

$$\begin{cases} xy = -6z + z^2, \\ yz = -6x + x^2, \\ zx = -6y + y^2. \end{cases}$$

Найдите все возможные значения выражения $(x - 6)^2 + (y - 6)^2 + (z - 6)^2$, если известно, что система имеет хотя бы одно решение в ненулевых числах.

2. [2 балла] Десятичная запись натурального числа n состоит из 20 001 девятки. Сколько девяток содержит десятичная запись числа n^3 ?
3. [5 баллов] Окружность ω с диаметром AB пересекает сторону BC остроугольного треугольника ABC в точке D . Точка F выбрана на отрезке AC так, что $DF \perp AC$, а E — точка пересечения отрезка DF с окружностью ω , отличная от D . Найдите AF , если $AC = 20$, $AB = 10$, $BE = 9$.
4. [4 балла] В телеигре ведущий берет несколько коробок и ровно в три из них кладет по одному шару. Игрок может указать на пять коробок и открыть их. Если в этих коробках лежат все три шарика, то игрок выигрывает. Игроку разрешили открыть девять коробок. Во сколько раз увеличилась вероятность выигрыша игрока?
5. [5 баллов] Найдите все значения параметра a , при которых корни уравнения $x^2 - (a^2 - 4a)x + a^2 - 6a + 4 = 0$ являются шестым и седьмым членами некоторой непостоянной арифметической прогрессии, а корни уравнения $5x^2 - (a^3 - 4a^2)x - 2a^3 - 6a - 15 = 0$ являются пятым и восьмым членами этой прогрессии.
6. [5 баллов] На координатной плоскости построена фигура Φ , состоящая из всех точек, координаты $(x; y)$ которых удовлетворяют неравенству $\left|y - 20 + \frac{x}{2\sqrt{3}}\right| + \left|y - 20 - \frac{x}{2\sqrt{3}}\right| \leq 8$. Фигуру Φ непрерывно повернули вокруг начала координат на угол π против часовой стрелки. Найдите площадь множества M , которое замесла фигура Φ при этом повороте.
7. [6 баллов] На гипотенузе BC прямоугольного треугольника ABC выбраны точки P и Q так, что $AB = BP$, $AC = CQ$. Внутри треугольника ABC выбрана точка D , для которой $DP = DQ$, а $\angle PDQ = 90^\circ$. Найдите $\angle DCB$, если известно, что $\angle CBA = 46^\circ$.



На одной странице можно оформлять только одну задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.

1 2 3 4 5 6 7

СТРАНИЦА
1 ИЗ 1

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

Пусть $P(t) = t^3 - 6t^2$ $\deg P = 3$

$\Rightarrow P(x) = P(y) = P(z) = xyz$

x, y, z - фиксированные условия.
 ↑ "знаю, рассмотрим" ↑ фиксированные

$Q(t) = t^3 - 6t^2 - xyz$

$\Rightarrow Q(x) = Q(y) = Q(z) = 0$ ~~xyz~~ x, y, z - корни $Q(t)$.

Т. Вещи: $-\frac{6}{t} = x + y + z = 6$

$\frac{0}{t} = xy + yz + zx = 0$

$-\frac{xyz}{t} = xyz$ (V)

$(x-6)^2 + (y-6)^2 + (z-6)^2 = x^2 - 12x + 36 + y^2 - 12y + 36 + z^2 - 12z + 36 =$

$= (x^2 + y^2 + z^2) - 12(x + y + z) + 3 \cdot 36$

$x^2 + y^2 + z^2 = \underbrace{(x+y+z)^2}_6 - 2 \underbrace{(xy+yz+zx)}_0 = 6^2 = 36$

$(x-6)^2 + (y-6)^2 + (z-6)^2 = 36 - 12 \cdot 0 + 3 \cdot 36 =$

$= 4 \cdot 36 = (2 \cdot 6)^2 = 144$

Получается, если x, y, z условия, то эта сумма равна 144. (Больше вариантов нет)

ОТВЕТ: 144

На одной странице можно оформлять только одну задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.

1 2 3 4 5 6 7

СТРАНИЦА

2 ИЗ 2

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

$$D(x_2; y_2):$$

$$D \in BC: x_2 + \frac{5-x_1}{y_1} y_2 = 0 + 5$$

$$D \in \omega: x_2^2 + y_2^2 = 25$$

$$x_2 = 5 - y_2 \cdot \frac{5-x_1}{y_1}$$

$$\left(5 - y_2 \cdot \frac{5-x_1}{y_1}\right)^2 + y_2^2 = 25$$

$$y_2^2 \cdot \frac{(5-x_1)^2}{y_1^2} + 25 - 10 y_2 \frac{5-x_1}{y_1} + y_2^2 = 25$$

$$\cancel{y_2 = 10 \frac{5-x_1}{y_1}} \quad \text{не}$$

$$y_2 \cdot \left(\frac{y_1^2(5-x_1)^2}{y_1^2}\right) = 10 \cdot \frac{5-x_1}{y_1}$$

$$y_2 = 10 \cdot \frac{5-x_1 \cdot y_1^2}{y_1^2 + (5-x_1)^2} = 10 \frac{(5-x_1)y_1}{y_1^2 + (5-x_1)^2}$$

$$x_2 = 5 - 10 \frac{(5-x_1)^2 \cdot y_1}{y_1^2 + (5-x_1)^2} \cdot \frac{5-x_1}{y_1} = 5 - \frac{(5-x_1)^2}{y_1^2 + (5-x_1)^2}$$

$$ED \perp AC \Leftrightarrow \vec{AC} \cdot \vec{ED} = 0$$

$$\vec{AC} = (x_1 + 5; y_1) \quad \vec{ED} = \left(\frac{5-x_1}{y_1^2 + (5-x_1)^2}; \frac{10(5-x_1)y_1}{y_1^2 + (5-x_1)^2}\right)$$



На одной странице можно оформлять только одну задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.

1 2 3 4 5 6 7

СТРАНИЦА
1 ИЗ 1

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

4) Пусть у нас n человек.
Ведущий выбрал какие-то 3.

Всего способов выбрать 5 человек из n :
 C_n^5

Благодаря этому: выделяем те самые
3 человека и еще 2 каким-то образом:
 C_{n-3}^2 способов.

$$P_1 = \frac{C_{n-3}^2}{C_n^5}$$

$$C_n^k = \frac{n!}{(n-k)!k!}$$

$$C_n^5 = \frac{n!}{5!(n-5)!} = \frac{n \cdot (n-1) \cdot (n-2) \cdot (n-3) \cdot (n-4)}{5 \cdot 4 \cdot 3 \cdot 2 \cdot 1}$$

Аналогично для 9 человек:

$$P_2 = \frac{C_{n-3}^6}{C_n^9}$$

← выделяем те самые 3 и еще какие-то 6
← выбор 9-и человек

$$C_n^9 = \frac{n!}{9!(n-9)!} = \frac{n \cdot (n-1) \cdot (n-2) \cdot (n-3) \cdot (n-4) \cdot (n-5) \cdot (n-6) \cdot (n-7) \cdot (n-8)}{9 \cdot 8 \cdot 7 \cdot 6 \cdot 5 \cdot 4 \cdot 3 \cdot 2 \cdot 1}$$

$$P_1 = \frac{(n-3) \cdot (n-4) \cdot 5 \cdot 4 \cdot 3 \cdot 2 \cdot 1}{5 \cdot 4 \cdot 3 \cdot 2 \cdot 1 \cdot n \cdot (n-1) \cdot (n-2) \cdot (n-3) \cdot (n-4)} = \frac{5 \cdot 4 \cdot 3}{n \cdot (n-1) \cdot (n-2)}$$

$$P_2 = \frac{(n-3) \cdot (n-4) \cdot (n-5) \cdot (n-6) \cdot (n-7) \cdot (n-8) \cdot 9!}{9! \cdot 6 \cdot 5 \cdot 4 \cdot 3 \cdot 2 \cdot 1 \cdot n \cdot (n-1) \cdot (n-2)} = \frac{9 \cdot 8 \cdot 7}{n \cdot (n-1) \cdot (n-2)}$$

$$P_2 : P_1 = \frac{9 \cdot 8 \cdot 7}{5 \cdot 4 \cdot 3} = \frac{6 \cdot 7}{5} = \frac{42}{5}$$

ОТВЕТ: $\frac{42}{5} P_1$



На одной странице можно оформлять только одну задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.

1 2 3 4 5 6 7

СТРАНИЦА
1 ИЗ 2

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

У уравнения $ax^2 + bx + c = 0$ корни y_1 и y_2

$$y_1 = \frac{-b + \sqrt{D}}{2a} \quad y_2 = \frac{-b - \sqrt{D}}{2a} \quad y_1 - y_2 = \frac{\sqrt{D} + \sqrt{D}}{2a} = \frac{\sqrt{D}}{a}$$

$$\boxed{d = \pm \frac{\sqrt{D}}{a}} \Leftrightarrow \boxed{a(y_1 - y_2) = \sqrt{D}}$$

Пусть прогрессия: $b_5, b_6, b_7, b_8, \dots$

Заметим, что $b_5 + b_8 = b_6 + b_7$.

$$\textcircled{I} \quad x^2 - (a^2 - 4a)x + (a^2 - 6a + 4) = 0$$

$$\textcircled{II} \quad 5x^2 - (a^3 - 4a^2)x + (-2a^3 - 6a - 15) = 0$$

Т. Виета: $\textcircled{I} \quad b_6 + b_7 = \frac{a^2 - 4a}{1} = a^2 - 4a$

$$\textcircled{II} \quad b_5 + b_8 = \frac{a^3 - 4a^2}{5} = \frac{a^3 - 4a^2}{5}$$

$$\Rightarrow a(a-4) = a(a-4) \cdot \frac{a}{5}$$

$$\Leftrightarrow a(a-4)\left(1 - \frac{a}{5}\right) = 0 \Leftrightarrow a(a-4)(5-a) = 0 \Leftrightarrow$$

$$\Leftrightarrow \begin{cases} a=0 \\ a=4 \\ a=5 \end{cases} \text{ Рассмотрим случаи.}$$

(Большее a быть не может)

(Если корни в прогрессии, то " a " только такое)

$$\boxed{a=0} \quad \textcircled{I} \quad x^2 - 0x + 4 = 0 \quad x^2 = -4 \quad \text{прямые корни}$$

случай не реализуется.

$$\boxed{a=4} \quad \textcircled{I} \quad x^2 - 0x + (16 - 24 + 4) = 0$$

$$x^2 = 4 \quad x_{1,2} = \pm 2 \quad d = \pm 4 \Rightarrow \text{прогрессия состоит из целых чисел}$$



На одной странице можно оформлять только одну задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.

1 2 3 4 5 6 7

СТРАНИЦА
2 ИЗ 2

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

$a=4$ (II) $5x^2 - 0x + (-2 \cdot 4^3 - 6 \cdot 4 - 15) = 0$

$5x^2 = 1063$
:5

(?!)
знак "пробивается"

$1024 + 24 + 15 = 1063$

(x - целое, т.ч. в прогрессии)

Случай не целой.

$a=5$ (I) $x^2 - (5^2 - 4 \cdot 5)x + 5^2 - 5 \cdot 6 + 4 = 0$

$x^2 - 5x + 1 = 0$

$D = 25 + 4 \cdot 1 = 29$
 $x_{1,2} = \frac{5 \pm \sqrt{29}}{2}$ $d = \pm \sqrt{29}$

(II) $5x^2 - (5^3 - 4 \cdot 5^2)x - 2 \cdot 5^3 - 6 \cdot 5 - 15 = 0$

$5x^2 - 25x - 5(2 \cdot 5^2 + 6 + 3) = 0$

$x^2 - 5x - 109 = 0$

$D = 25 + 4 \cdot 109 = 461$

$x_{5,8} = \frac{5 \pm \sqrt{461}}{2}$ $3d = \pm \sqrt{461}$

$\begin{array}{r} \times 10^3 \\ 4 \\ \hline 436 \end{array} \quad \begin{array}{r} + 436 \\ 25 \\ \hline 461 \end{array}$
 $\begin{array}{r} + 29 \\ 9 \\ \hline 271 \end{array} \quad \begin{array}{r} - 461 \\ 29 \\ \hline 131 \end{array}$

$d = \pm \sqrt{\frac{461}{9}}$

что-то не совпадает? ~~461/9~~

$\frac{461}{9} \neq 29 \Rightarrow$ не совпадают разности прогрессий.

\Rightarrow Случай несовпадающей.

ОТВЕТ: $a \in \emptyset$ (разобраны все случаи для "a")



На одной странице можно оформлять только одну задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.

1 2 3 4 5 6 7

СТРАНИЦА

1 из 2

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

б) Так как любой поворот — это движение, а любое движение сохраняет площадь, то необходимо и достаточно найти площадь Φ .

При замене x на $-x$ неравенство переходит в себя $\Rightarrow \Phi$ симметрична от-но Oy

~~$\Rightarrow S = 2S_0$ S_0 — площадь $\Phi(x, y)$~~

~~$|y-20 + \frac{x}{2\sqrt{3}}| + |y-20 - \frac{x}{2\sqrt{3}}| \leq 8$ разбивается на 3 случая~~

① ~~$y-20 - \frac{x}{2\sqrt{3}} \geq 0 \Leftrightarrow y \geq \frac{x}{2\sqrt{3}} + 20$~~

~~Кроме этого замечается, что при замене y на $-y$ неравенство переходит в себя~~

Давайте сделаем параллельной перенос Φ на вектор $(0; 20)$

$(x; y)$ переходит в $(x; y+20)$

$\Phi \rightarrow A$. Площадь не изменилась, а фигура A задается условием

$|y + \frac{x}{2\sqrt{3}}| + |y - \frac{x}{2\sqrt{3}}| \leq 8$. При замене x на $-x$ или y на $-y$ нерав-во переходит в себя.

$\Rightarrow S = 4S_0$ S_0 — площадь A в I четверти

Контур S_0 : см стр. 2



На одной странице можно оформлять только одну задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.

1 2 3 4 5 6 7

СТРАНИЦА
2 ИЗ 2

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

Здесь $x \geq 0$, $y \geq 0 \Rightarrow A$ в I четверти
задаётся: $y + \frac{x}{2\sqrt{3}} + \left| y - \frac{x}{2\sqrt{3}} \right| \leq 8$.

~~$\Leftrightarrow \begin{cases} y \geq \frac{x}{2\sqrt{3}} \\ 2y \leq 8 \end{cases}$~~ $\Leftrightarrow \left| y - \frac{x}{2\sqrt{3}} \right| \leq 8 - y - \frac{x}{2\sqrt{3}}$

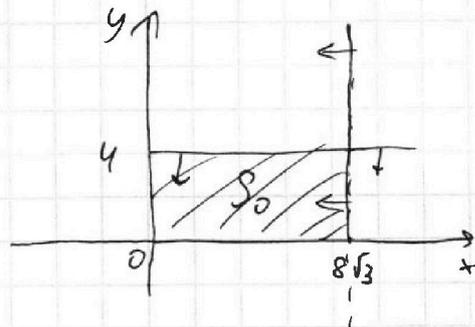
$$\Leftrightarrow \begin{cases} y - \frac{x}{2\sqrt{3}} \leq 8 - y - \frac{x}{2\sqrt{3}} \\ y - \frac{x}{2\sqrt{3}} > -8 + y + \frac{x}{2\sqrt{3}} \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} y \leq 4 \\ 8 \geq \frac{x}{\sqrt{3}} \end{cases} \Leftrightarrow$$

$$\Leftrightarrow \begin{cases} y \leq 4 \\ x \leq 8\sqrt{3} \end{cases}$$

$$S_0 = 4 \cdot 8\sqrt{3} = 32\sqrt{3}$$

$$S = 4 \cdot S_0 = 4 \cdot 32\sqrt{3} = 128\sqrt{3}$$

ОТВЕТ: $S = 128\sqrt{3}$



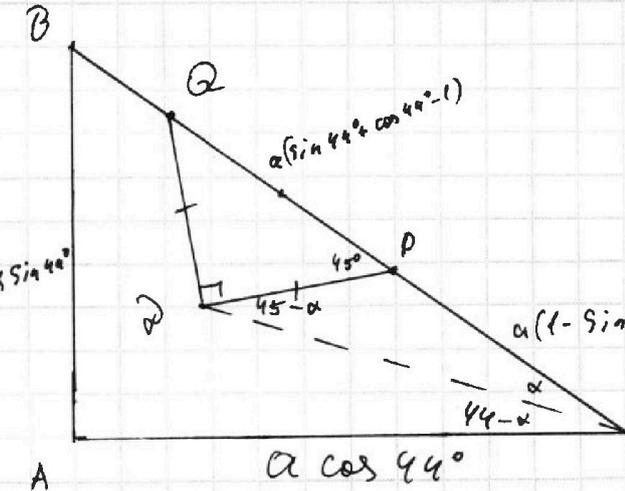
На одной странице можно оформлять только одну задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.

1 2 3 4 5 6 7

СТРАНИЦА

1 ИЗ 2

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!



Пусть $BC = \alpha$.
 $\angle ACB = 90^\circ - \angle CBA = 44^\circ$
 $AB = \alpha \cdot \sin 44^\circ$
 $AC = \alpha \cdot \cos 44^\circ$

$BQ = BC - AC =$
 $= \alpha \cdot (1 - \cos 44^\circ)$

$PC = BC - AB =$
 $= \alpha \cdot (1 - \sin 44^\circ)$

$QP = BC - BQ - PC$
 $= \alpha \cdot (1 - 1 + \cos 44^\circ - 1 + \sin 44^\circ)$
 $= \alpha \cdot (\sin 44^\circ + \cos 44^\circ - 1)$

(Из-за неравенства
 треугольника $BQ - PC$
 имеют в том же
 порядке)

Пусть $\angle DCB = \alpha$.
 $\Rightarrow \angle DCA = 44 - \alpha$

По уш. $\left. \begin{matrix} \angle Q = \angle P \\ \angle QDP = 90^\circ \end{matrix} \right\} \Rightarrow$

$\Rightarrow \angle DPQ = \angle DQP = 45^\circ$

$\Rightarrow \angle PDC = 45^\circ - \alpha$ (по т.о. внешнем угле $\triangle DPC$)

По т. Пиф. ($\triangle DPQ$): $DP = \frac{QP}{\sqrt{2}} = \frac{\alpha \cdot (\sin 44^\circ + \cos 44^\circ - 1)}{\sqrt{2}}$

$\sin 45^\circ - \alpha = \sin(45^\circ) \cdot \cos(\alpha) - \cos(45^\circ) \cdot \sin(\alpha)$
 $= \frac{1}{\sqrt{2}} \cdot (\cos \alpha - \sin \alpha)$

По т. син.: $\frac{\alpha \cdot (1 - \sin 44^\circ) \cdot \frac{1}{\sqrt{2}}}{\frac{1}{\sqrt{2}} \cdot (\cos \alpha - \sin \alpha)} = \frac{\alpha \cdot (\sin 44^\circ + \cos 44^\circ - 1)}{\sqrt{2} \cdot \sin \alpha}$



На одной странице можно оформлять только одну задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.

1 2 3 4 5 6 7

СТРАНИЦА
2 ИЗ 2

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

$$\frac{2(1 - \sin 44^\circ)}{\sin 44^\circ + \cos 44^\circ - 1} = \frac{\cos x - \sin x}{\sin x} = \operatorname{ctg} x - 1$$

$$\operatorname{ctg} x = \frac{2 - 2\sin 44^\circ + \sin 44^\circ + \cos 44^\circ - 1}{\sin 44^\circ + \cos 44^\circ - 1} =$$
$$= \frac{\cos 44^\circ - \sin 44^\circ + 1}{\cos 44^\circ + \sin 44^\circ - 1}$$

$$x = \arccos \operatorname{ctg} \left(\frac{\cos 44^\circ - \sin 44^\circ + 1}{\cos 44^\circ + \sin 44^\circ - 1} \right)$$

$$\text{ОТВЕТ: } x = \arccos \operatorname{ctg} \left(\frac{\cos 44^\circ - \sin 44^\circ + 1}{\cos 44^\circ + \sin 44^\circ - 1} \right)$$

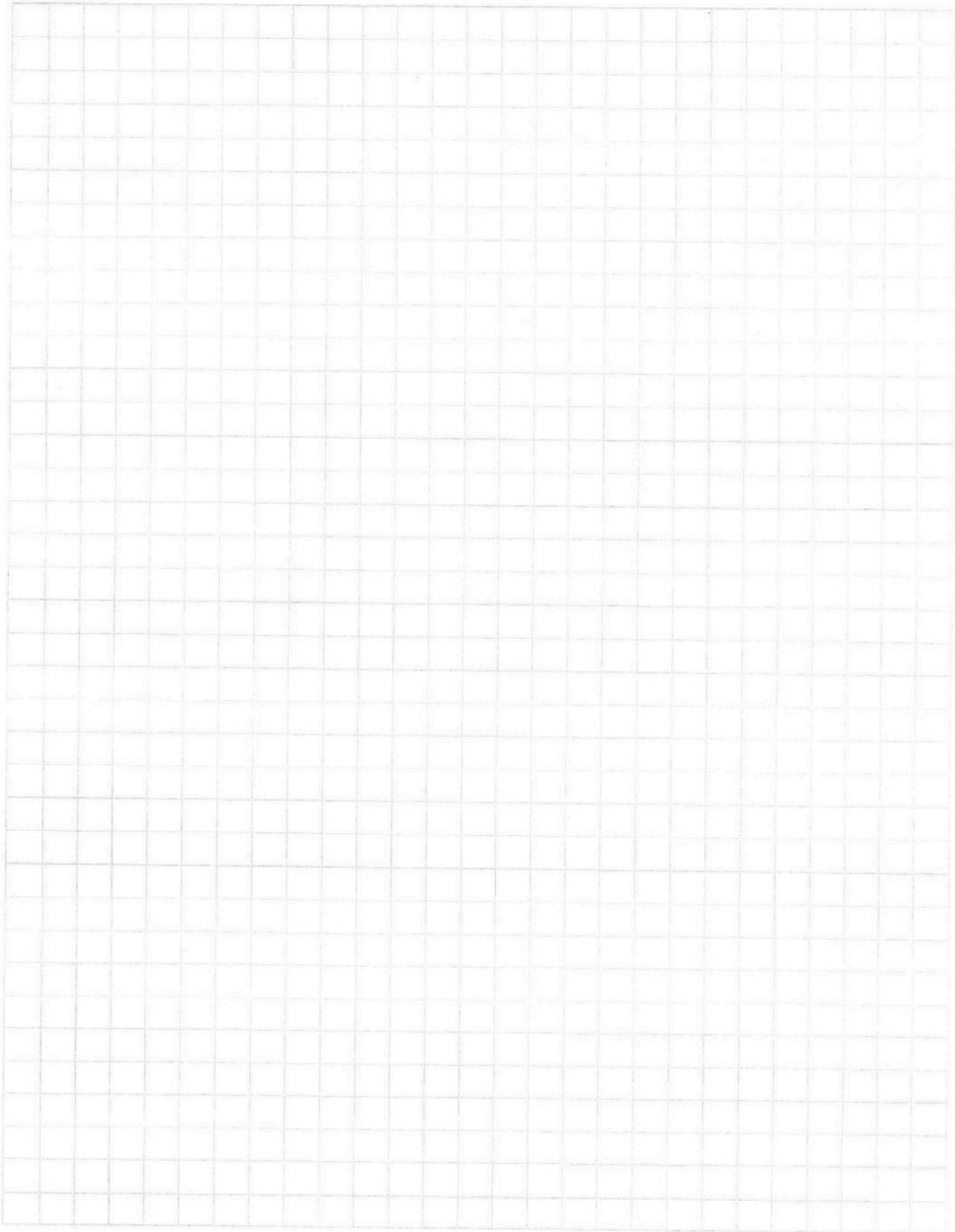


На одной странице можно оформлять **только одну задачу**. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в **решении каждой задачи отдельно**.

1	2	3	4	5	6	7
<input type="checkbox"/>						

СТРАНИЦА
__ ИЗ __

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. **Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно**. Порча QR-кода недопустима!



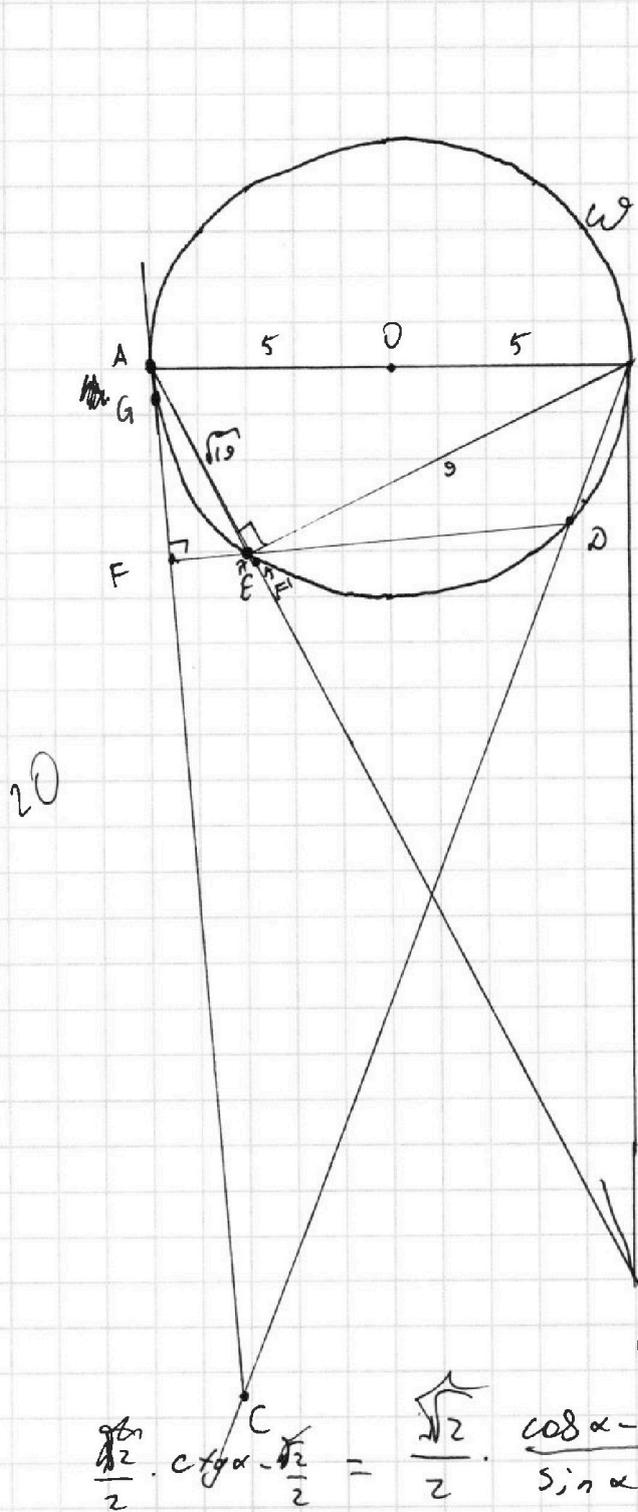


На одной странице можно оформлять только одну задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.

1 2 3 4 5 6 7

СТРАНИЦА
__ ИЗ __

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!



AK - ?
AC = 20
AB = 10
BE = 9

$$AE = \sqrt{10^2 - 9^2} = \sqrt{19}$$

$$\sin(45 - \alpha) = t$$

$$\sin'' 90 - \alpha = \sin 45 \cdot \cos 45 - \alpha + \sin 45 - \alpha \cdot \cos 45$$

$$= \frac{\sqrt{2}}{2} \cdot (\sin 45 - \alpha + \cos 45 - \alpha)$$

$$= \frac{\sqrt{2}}{2} \cdot (t + \sqrt{1-t^2})$$

$$\sin 45 - \alpha =$$

$$= \sin 45 \cdot \cos \alpha +$$

$$\neq \cos 45 \cdot \sin \alpha$$

$$= \sin \frac{\sqrt{2}}{2} \cdot (\cos \alpha - \sin \alpha)$$

$$\sin 45 - \alpha = \frac{\sqrt{2}}{2} \cdot (\cos \alpha - \sin \alpha)$$

$$\frac{\sqrt{2}}{2} \cdot \cos \alpha - \frac{\sqrt{2}}{2} = \frac{\sqrt{2}}{2} \cdot \frac{\cos \alpha - \sin \alpha}{\sin \alpha} = \frac{(1 - \sin 44^\circ) \sqrt{2}}{\cos 44^\circ + \sin 44^\circ - 1}$$

На одной странице можно оформлять только одну задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.

1 2 3 4 5 6 7

СТРАНИЦА
__ ИЗ __

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

$$\sin 45^\circ = \frac{\sqrt{2}}{2}$$

$$\sin 45^\circ = \sin((45-x) + x) =$$

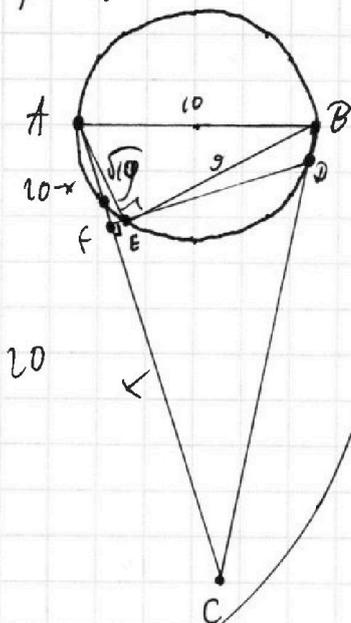
$$= \sin(45-x) \cdot \cos x + \sin x \cdot \cos(45-x)$$

$$= x \cdot \sqrt{1-x^2} + y \cdot \sqrt{1-x^2}$$

$$AF = \sqrt{AE^2 - FE^2} \quad FE \perp$$

$$AF = 20 - x$$

$$FC = x$$



$$\cos(\alpha + \beta) = \cos \alpha \cdot \cos \beta - \sin \alpha \cdot \sin \beta$$

$$\sin(\alpha + \beta) = \sin \alpha \cdot \cos \beta + \sin \beta \cdot \cos \alpha$$

$$\frac{a-c}{\sin 45-x} = \frac{b+c-a}{\sqrt{2} \cdot \sin \alpha}$$

Г. Sin: $\sin 45-x$

$$\frac{c}{a} = \sin 44^\circ \quad c = a \cdot \sin 44^\circ$$

$$\frac{b}{a} = \cos 44^\circ \quad b = a \cdot \cos 44^\circ$$

$$a-c = a \cdot (1 - \sin 44^\circ)$$

$$b+c-a = a \cdot (\cos 44^\circ + \sin 44^\circ - 1)$$

$$BC = a$$

$$AC = b$$

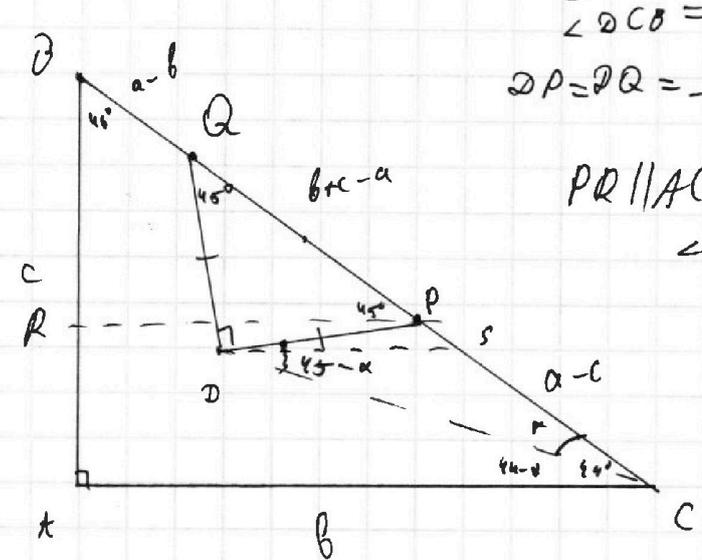
$$AB = c$$

$$BQ = BC - AC = a - b$$

$$QC = a - c$$

$$QP = a + b - a + c = b + c - a$$

7)



$$\angle CBA = 46^\circ$$

$$\angle QCB = \alpha$$

$$\angle RP = \angle RQ = \frac{b+c-a}{\sqrt{2}}$$

$PR \parallel AC$. $\angle RPQ =$

$$\angle BPR = 44^\circ (= \angle CBA)$$

$$\Rightarrow \angle RPQ = 1^\circ$$

$$\Rightarrow S \parallel AC$$

$$\angle PQC = 1^\circ + 44 - \alpha = 45 - \alpha$$

$\angle RPS$ $\angle SQC$

$$\frac{1 - \sin 44^\circ}{\sin(45^\circ - \alpha)} = \frac{\cos 44^\circ + \sin 44^\circ - 1}{\sin \alpha}$$



На одной странице можно оформлять **только одну** задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.

1 2 3 4 5 6 7

СТРАНИЦА
__ ИЗ __

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

$$a(a-4)(5-a) = 0 \quad U_3 \text{ г.с.} \Rightarrow \begin{cases} a=0 \\ a=4 \\ a=5 \end{cases}$$

случ. $a=0$

(I)

$$x^2 + 4 = 0$$

комплексные корни \Rightarrow недействительный случай

случ. $a=4$

(I)

$$x^2 + 16 - 24 + 4 = 0$$

$$x^2 = 4 \quad \Delta = 16 \quad \sqrt{\Delta} = 4$$

$$x_{1,2} = \pm 2 \quad a = \pm 4 \Rightarrow \text{целые числа в условии}$$

(II)

$$5x^2 - 2 \cdot 64 - 24 - 15 = 0$$

$$2 \cdot 4^3$$

$$\sqrt[3]{1024} = 10$$

$$5x^2 - 1024 - 24 - 15 = 0$$

$$1024 + 24 + 15$$

$$= 1048 + 15$$

$$= 1063 \quad \therefore$$

$$5x^2 = 1063$$

не равно

$$x^2 = \frac{1063}{5}$$

\Leftarrow должно быть целое \Rightarrow не целые

случай не целый.

случ. $a=5$

$$\operatorname{ctg} \alpha = \frac{(1 - \sin 44^\circ) \sqrt{2}}{\cos 44^\circ + \sin 44^\circ - 1} + i$$

$$\alpha = \operatorname{arccotg} \left(\frac{\sqrt{2} - \sqrt{2} \sin 44^\circ + \cos 44^\circ + \sin 44^\circ - 1}{\cos 44^\circ + \sin 44^\circ - 1} \right)$$



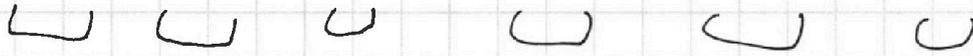
На одной странице можно оформлять только одну задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.

1 2 3 4 5 6 7

СТРАНИЦА
_ ИЗ _

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

4)



и перебор

C_n^3 способов положить 3 шарика в 3 коробки

C_n^5 способов шариков в 5 коробок

C_n^9 способов шариков в 9 коробок

ответ:

нам покаеть именно в эту коробку.

5) $a = ?$ $x^2 - (a^2 - 4a)x + a^2 - 6a + 4 = 0$ (I)

$x_1 = b_6$ $x_2 = b_4$

$5x^2 - (a^3 - 4a^2)x - 2a^3 - 6a + 15 = 0$ (II) *Плюс $b_{i+1} - b_i = d$*

$x_3 = b_5$ $x_4 = b_8$

$x_2 - x_1 = d$ *ДЗ* $x_1 = \frac{-b + \sqrt{D}}{2}$ $x_2 = \frac{-b + \sqrt{D}}{2}$

$x_2 - x_1 = \frac{\sqrt{D} + \sqrt{D}}{2} = \sqrt{D}$

$d^2 = D_I = (a^2 - 4a)^2 - 4(a^2 - 6a + 4)$ $\Rightarrow (x_2 - x_1)^2 = D$

$(3d)^2 = D_{II} = (a^3 - 4a^2)^2 + 20(2a^3 + 6a + 15)$

$b_6 + b_4 = b_5 + b_8 \Rightarrow \frac{a^2 - 4a}{1} = \frac{a^3 - 4a^2}{5}$ $\frac{D}{4} = 9 - 4 = 5$ $a = 3 \pm \sqrt{5} : c$

$a^2 - 4a = \frac{a(a^2 - 4a)}{5}$ $(a^2 - 4a)(1 - \frac{a}{5}) = 0$
 $(a^2 - 4a)(5 - a) = 0$



На одной странице можно оформлять **только одну** задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.

1 2 3 4 5 6 7

СТРАНИЦА
_ ИЗ _

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

$$\begin{array}{r} \overbrace{10000}^{20001} \overbrace{0000}^{20001} \overbrace{0000}^{20001} \\ - 3000000000 \\ \hline 99940000000 \end{array} \quad \textcircled{I}$$

$$\begin{array}{r} \overbrace{9994}^{20000} \overbrace{0000}^{20001} \overbrace{0000}^{20001} \\ + 30000 \\ \hline 999400030000 \end{array} \quad \textcircled{II}$$

$$\begin{array}{r} \overbrace{9994}^{20000} \overbrace{0003}^{20000} \overbrace{0000}^{20001} \\ - 1 \\ \hline 999400029999 \end{array} \quad \textcircled{III}$$

девяток: 40001

$$P(t) = t^3 - 6t^2 \quad \deg P = 3$$

$$P(x) = P(y) = P(z) = xyz$$

$\Rightarrow x, y, z$ - корни $P(t) = xyz$

$\exists a$ - Fixed.

$$P(t) = t^3 - 6t^2 + a \quad \leftarrow \text{произведение корней} = a$$

$$\rightarrow P(x) = P(y) = P(z) = xyz - a$$

б) при повороте массажи сохраняются (т.к. поворот это укручение)

Φ симметрична от-но Oy (т.к. $\forall x \Leftrightarrow -x$)

$$\Rightarrow S = 2S_0 \quad S_0 - \Phi \text{ для } x \geq 0$$