



МОСКОВСКИЙ
ФИЗИКО-ТЕХНИЧЕСКИЙ
ИНСТИТУТ

ОЛИМПИАДА "ФИЗТЕХ"
ПО МАТЕМАТИКЕ

10 КЛАСС. Вариант 8



1. [4 балла] Ненулевые числа x, y, z удовлетворяют системе уравнений

$$\begin{cases} xy = -6z + z^2, \\ yz = -6x + x^2, \\ zx = -6y + y^2. \end{cases}$$

Найдите все возможные значения выражения $(x-6)^2 + (y-6)^2 + (z-6)^2$, если известно, что система имеет хотя бы одно решение в ненулевых числах.

2. [2 балла] Десятичная запись натурального числа n состоит из 20 001 девятки. Сколько девяток содержит десятичная запись числа n^3 ?
3. [5 баллов] Окружность ω с диаметром AB пересекает сторону BC остроугольного треугольника ABC в точке D . Точка F выбрана на отрезке AC так, что $DF \perp AC$, а E — точка пересечения отрезка DF с окружностью ω , отличная от D . Найдите AF , если $AC = 20$, $AB = 10$, $BE = 9$.
4. [4 балла] В телеигре ведущий берет несколько коробок и ровно в три из них кладет по одному шару. Игрок может указать на пять коробок и открыть их. Если в этих коробках лежат все три шарика, то игрок выигрывает. Игроку разрешили открыть девять коробок. Во сколько раз увеличилась вероятность выигрыша игрока?
5. [5 баллов] Найдите все значения параметра a , при которых корни уравнения $x^2 - (a^2 - 4a)x + a^2 - 6a + 4 = 0$ являются шестым и седьмым членами некоторой непостоянной арифметической прогрессии, а корни уравнения $5x^2 - (a^3 - 4a^2)x - 2a^3 - 6a - 15 = 0$ являются пятым и восьмым членами этой прогрессии.
6. [5 баллов] На координатной плоскости построена фигура Φ , состоящая из всех точек, координаты $(x; y)$ которых удовлетворяют неравенству $\left|y - 20 + \frac{x}{2\sqrt{3}}\right| + \left|y - 20 - \frac{x}{2\sqrt{3}}\right| \leq 8$. Фигуру Φ непрерывно повернули вокруг начала координат на угол π против часовой стрелки. Найдите площадь множества M , которое задела фигура Φ при этом повороте.
7. [6 баллов] На гипотенузе BC прямоугольного треугольника ABC выбраны точки P и Q так, что $AB = BP$, $AC = CQ$. Внутри треугольника ABC выбрана точка D , для которой $DP = DQ$, а $\angle PDQ = 90^\circ$. Найдите $\angle DCB$, если известно, что $\angle CBA = 46^\circ$.



На одной странице можно оформлять только одну задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.

1 2 3 4 5 6 7
☒ ☐ ☐ ☐ ☐ ☐ ☐

СТРАНИЦА
1 ИЗ 1

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

Пусть $P(t) = t^3 - 6t^2$ $\deg P = 3$

$\Rightarrow P(x) = P(y) = P(z) = xyz$

x, y, z - fixed, услови. услови.
 $\uparrow$ "знаю, рассмотрим" $\uparrow$ фиксированные

$Q(t) = t^3 - 6t^2 - xyz.$

$\Rightarrow Q(x) = Q(y) = Q(z) = 0$ $\Rightarrow x, y, z$ - корни $Q(t)$.

Т. Внета: $-\frac{6}{1} = x + y + z = 6$

$\frac{0}{1} = xy + yz + zx = 0$

$-\frac{xyz}{1} = xyz \quad (V)$

$(x-6)^2 + (y-6)^2 + (z-6)^2 = x^2 - 12x + 36 + y^2 - 12y + 36 + z^2 - 12z + 36 =$
 $= (x^2 + y^2 + z^2) - 12(x + y + z) + 3 \cdot 36$

$x^2 + y^2 + z^2 = (x + y + z)^2 - 2(xy + yz + zx) = 6^2 = 36$

$(x-6)^2 + (y-6)^2 + (z-6)^2 = 36 - 12 \cdot 0 + 3 \cdot 36 =$
 $= 4 \cdot 36 = (2 \cdot 6)^2 = 144$

Получается, если x, y, z услови. услови., то
эта сумма равна 144. (Больше вариантов нет)

ОТВЕТ: 144



На одной странице можно оформлять **только одну** задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении **каждой** задачи отдельно.

1 ☐ 2 ☒ 3 ☐ 4 ☐ 5 ☐ 6 ☐ 7 ☐

СТРАНИЦА

1 ИЗ 1

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

$$n = \underbrace{999 \dots 999}_{2000 \text{ раз}} = 10^{2000} - 1$$

$$n^3 = (10^{2000} - 1)^3 = 10^{6000} \text{ (I)} - 3 \cdot 10^{4000} \text{ (II)} + 3 \cdot 10^{2000} \text{ (III)} - 1$$

(I)

$$\begin{array}{r} 10 \dots 00 \dots 00 \dots 00 \dots 0 \\ 30 \dots 00 \dots 00 \dots 00 \dots 0 \\ \hline 9 \dots 9 \quad 40 \dots 00 \dots 00 \dots 00 \dots 0 \\ \hline \end{array}$$

20000

(II)

$$\begin{array}{r} 9 \dots 9 \quad 40 \dots 00 \dots 00 \dots 00 \dots 0 \\ + 9 \dots 9 \quad 40 \dots 00 \dots 00 \dots 00 \dots 0 \\ \hline \end{array}$$

20000

(III)

$$\begin{array}{r} 9 \dots 9 \quad 40 \dots 00 \quad 30 \dots 00 \dots 0 \\ - 9 \dots 9 \quad 40 \dots 00 \quad 30 \dots 00 \dots 0 \\ \hline \end{array}$$

20000

Суммарно девятки: $20000 + 20000 = 40000$

ОТВЕТ: 40000



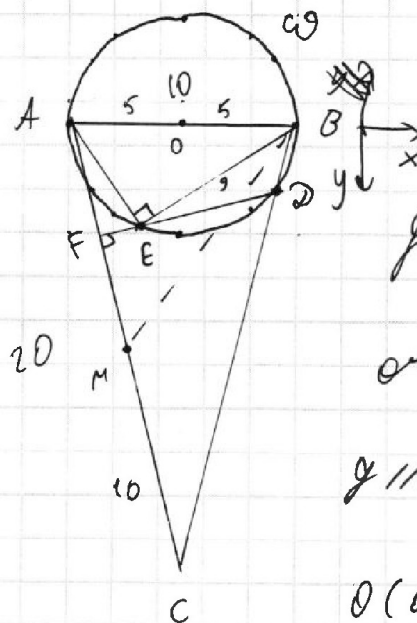
На одной странице можно оформлять только одну задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.

1 ☐ 2 ☐ 3 ☒ 4 ☐ 5 ☐ 6 ☐ 7 ☐

СТРАНИЦА
4 ИЗ 2

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

3)



$$\angle AEB = 90^\circ \text{ (AB - диаметр)}$$

$$AE = \sqrt{10^2 - 5^2} = \sqrt{75} \quad AF - ?$$

$$AF = \sqrt{AE^2 - FE^2} \quad FE - ?$$

$$AM = MC, M \in AC.$$

$$AM = 10 = MC.$$

очень хочется, чтобы $AD = DM$, но так не есть.

$$AO = OB, O \in AB$$

O - центр ш.

$$O(0; 0)$$

$$A(-5; 0)$$

$$B(5; 0)$$

$$\omega = \{(x; y) | x^2 + y^2 = 25\}$$

~~Пусть~~ $E(x_1; y_1)$ пусть $y_1 > 0$.

$$E \in \omega \quad x_1^2 + y_1^2 = 25$$

$$EB = 9 \quad (x_1 - 5)^2 + y_1^2 = 81 \Leftrightarrow x_1^2 - 10x_1 + 25 + y_1^2 = 81$$

$$-10x_1 = 81 - 50 = 31$$

$$x_1 = -\frac{31}{10}$$

$$E\left(-\frac{31}{10}; \frac{9\sqrt{9}}{10}\right)$$

$$C(x_1; y_1)$$

$$AC = 20: (x_1 + 5)^2 + y_1^2 = 400$$

$$x_1^2 + 10x_1 + y_1^2 = 375$$

$$BC: \alpha x + \beta y + \gamma = 0$$

$$B: 5\alpha + \gamma = 0 \quad y = -5x$$

$$C: \alpha x_1 + \beta y_1 + \gamma = 0$$

$$\alpha(x_1 - 5) + \beta(y_1) = 0 \quad \beta = -\alpha \frac{x_1 - 5}{y_1} \quad \alpha = 1$$

$$= -\frac{x_1 - 5}{y_1} = 5 \frac{-x_1}{y_1}$$

$$(x; y) \in BC \Leftrightarrow x + 5 \frac{-x_1}{y_1} y - 5 = 0$$

$$\begin{array}{r} 2500 \\ -961 \\ \hline 1539 \end{array}$$

$$\begin{array}{r} 31 \\ 31 \\ \hline 62 \\ 31 \\ \hline 93 \end{array}$$

$$\begin{array}{r} 1539 \overline{) 9} \\ -9 \\ \hline 63 \\ -63 \\ \hline 0 \end{array}$$

$$y_1^2 = 25 - x_1^2$$

$$y_1 = \sqrt{25 - x_1^2} = \sqrt{25 - \frac{31^2}{10^2}} = \sqrt{\frac{2500 - 961}{100}} = \sqrt{\frac{1539}{100}} = \frac{\sqrt{1539}}{10} = \frac{3\sqrt{171}}{10} = \frac{9\sqrt{19}}{10}$$



На одной странице можно оформлять только одну задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.

1 2 3 4 5 6 7

СТРАНИЦА

2 ИЗ 2

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

$$D(x_2; y_2):$$

$$D \in BC: x_2 + \frac{5-x_1}{y_1} y_2 = 0 + 5$$

$$D \in \omega: x_2^2 + y_2^2 = 25$$

$$x_2 = 5 - y_2 \cdot \frac{5-x_1}{y_1}$$

$$\left(5 - y_2 \cdot \frac{5-x_1}{y_1}\right)^2 + y_2^2 = 25$$

$$y_2^2 \cdot \frac{(5-x_1)^2}{y_1^2} + 25 - 10 y_2 \cdot \frac{5-x_1}{y_1} + y_2^2 = 25$$

$$\left(y_2 = 10 \cdot \frac{5-x_1}{y_1}\right) \quad \text{или}$$

$$y_2 \cdot \left(\frac{(5-x_1)^2}{y_1^2}\right) = 10 \cdot \frac{5-x_1}{y_1}$$

$$y_2 = 10 \cdot \frac{5-x_1}{y_1} \cdot \frac{y_1^2}{y_1^2 + (5-x_1)^2} = 10 \cdot \frac{(5-x_1) y_1}{y_1^2 + (5-x_1)^2}$$

$$x_2 = 5 - 10 \cdot \frac{(5-x_1)^2 \cdot y_1}{y_1^2 + (5-x_1)^2} \cdot \frac{5-x_1}{y_1} = 5 - \frac{(5-x_1)^3}{y_1^2 + (5-x_1)^2}$$

$$ED \perp AC \Leftrightarrow \vec{AC} \cdot \vec{ED} = 0$$

$$\vec{AC} = (x_1 + 5; y_1) \quad \vec{ED} = \left(\frac{(5-x_1)^3}{y_1^2 + (5-x_1)^2}; \frac{(5-x_1)^2 y_1}{y_1^2 + (5-x_1)^2}\right);$$



На одной странице можно оформлять только одну задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.

1 ☐ 2 ☐ 3 ☐ 4 ☒ 5 ☐ 6 ☐ 7 ☐

СТРАНИЦА

1 ИЗ 1

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

4) Пусть у нас n кораблей.

Ведущий выбрал какое-то 3.

Всего способов выбрать 5 кораблей из n :

$$C_n^5$$

Благодаря чему: выделяем те самые

3 корабля и ещё 2 каким-то образом:

C_{n-3}^2 способов.

$$P_1 = \frac{C_{n-3}^2}{C_n^5}$$

$$C_n^k = \frac{n!}{(n-k)!k!}$$

$$C_n^5 = \frac{n!}{5!(n-5)!} = \frac{n \cdot (n-1) \cdot (n-2) \cdot (n-3) \cdot (n-4)}{5 \cdot 4 \cdot 3 \cdot 2 \cdot 1}$$

Аналогично для 9 кораблей:

$$P_2 = \frac{C_{n-3}^6}{C_n^9}$$

← благодаря выделению 3 и ещё каким-то с

← выбор 9-и кораблей

$$C_n^2 = \frac{n \cdot (n-1)}{2!}$$

$$P_1 = \frac{n \cdot (n-1)}{5 \cdot 4 \cdot 3}$$

$$P_2 = \frac{n \cdot (n-1) \cdot (n-2) \cdot (n-3) \cdot (n-4) \cdot (n-5)}{(n-2) \cdot (n-3) \cdot (n-4) \cdot (n-5) \cdot (n-6)}$$

$$P_1 = \frac{(n-3) \cdot (n-4) \cdot 5 \cdot 4 \cdot 3 \cdot 2 \cdot 1}{2 \cdot 1 \cdot n \cdot (n-1) \cdot (n-2) \cdot (n-3) \cdot (n-4)} = \frac{5 \cdot 4 \cdot 3}{n \cdot (n-1) \cdot (n-2)}$$

$$P_2 = \frac{(n-3) \cdot (n-4) \cdot (n-5) \cdot (n-6) \cdot (n-7) \cdot (n-8) \cdot 9!}{6 \cdot 5 \cdot 4 \cdot 3 \cdot 2 \cdot 1 \cdot n \cdot (n-1) \cdot (n-2) \cdot \dots} = \frac{9 \cdot 8 \cdot 7}{n \cdot (n-1) \cdot (n-2)}$$

$$P_2 : P_1 = \frac{9 \cdot 8 \cdot 7}{5 \cdot 4 \cdot 3} = \frac{6 \cdot 7}{5} = \frac{42}{5}$$

ОТВЕТ: $\frac{42}{5} P_1$



На одной странице можно оформлять только одну задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.

1 ☐ 2 ☐ 3 ☐ 4 ☐ 5 ☒ 6 ☐ 7 ☐

СТРАНИЦА
1 ИЗ 2

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черпунком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

У уравнения $ax^2 + bx + c = 0$ корни y_1 и y_2

$$y_1 = \frac{-b + \sqrt{D}}{2a} \quad y_2 = \frac{-b - \sqrt{D}}{2a} \quad y_1 - y_2 = \frac{\sqrt{D} + \sqrt{D}}{2a} = \frac{\sqrt{D}}{a}$$

$$\boxed{d = \pm \frac{\sqrt{D}}{a}} \Leftrightarrow \boxed{a(y_1 - y_2) = \sqrt{D}}$$

Пусть прогрессия: $b_5, b_6, b_7, b_8, \dots$

Заметим,
что $b_5 + b_8 = b_6 + b_7$.

$$\textcircled{I} \quad x^2 - (a^2 - 4a)x + (a^2 - 6a + 4) = 0$$

$$\textcircled{II} \quad 5x^2 - (a^3 - 4a^2)x + (-2a^3 - 6a - 15) = 0$$

Т. Виега: $\textcircled{I} \quad b_6 + b_4 = + \frac{a^2 - 4a}{1} = a^2 - 4a$

$$\textcircled{II} \quad b_5 + b_8 = + \frac{a^3 - 4a^2}{5} = \frac{a^3 - 4a^2}{5}$$

$$\Rightarrow a(a-4) = a(a-4) \cdot \frac{a}{5}$$

$$\Leftrightarrow a(a-4)\left(1 - \frac{a}{5}\right) = 0 \Leftrightarrow a(a-4)(5-a) = 0 \Leftrightarrow$$

$$\Leftrightarrow \begin{cases} a=0 \\ a=4 \\ a=5 \end{cases} \text{ Рассмотрим случаи.}$$

(Большее a быть не может)

(Если корни в прогрессии,
то " a " только такое)

$\boxed{a=0}$ $\textcircled{I} \quad x^2 - 0x + 4 = 0 \quad x^2 = -4$ прямое
корни
случай не действителен.

$\boxed{a=4}$ $\textcircled{I} \quad x^2 - 0x + 16 - 24 + 4 = 0$
 $x^2 = 4 \quad x_{1,2} = \pm 2 \quad d = \pm 4 \Rightarrow$ прогрессия
состоит из
целых чисел



На одной странице можно оформлять только одну задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.

1 2 3 4 5 6 7
☐ ☐ ☐ ☐ ☒ ☐ ☐

СТРАНИЦА
2 ИЗ 2

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

$$a=4 \quad \textcircled{II} \quad 5x^2 - 0x + (-2 \cdot 4^3 - 6 \cdot 4 - 15) = 0$$

$$5x^2 = \overbrace{1063}^{1024+24+15=1063}$$

$\div 5$ $(x - \text{целое, т.ч.} \in \text{прогрессии})$

Случай нецелый.

$$a=5 \quad \textcircled{I} \quad x^2 - (5^2 - 4 \cdot 5)x + 5^2 - 5 \cdot 6 + 4 = 0$$

$$x^2 - 5x + 1 = 0$$

$$D = 25 + 4 \cdot 1 = 29$$

$$b_{1,2} = x = \frac{5 \pm \sqrt{29}}{2} \quad d = \pm \sqrt{29}$$

$$\textcircled{II} \quad 5x^2 - (5^3 - 4 \cdot 5^2)x - 2 \cdot 5^3 - 6 \cdot 5 - 15 = 0$$

$$5x^2 - 25x - 5(2 \cdot 5^2 + 6 + 3) = 0$$

$$x^2 - 5x - 109 = 0$$

$$D = 25 + 4 \cdot 109 = 461$$

$$b_{5,8} = \frac{5 \pm \sqrt{461}}{2}$$

$$3d = \pm \sqrt{461}$$

$$d = \pm \sqrt{\frac{461}{9}}$$

что-то не совпадает? $461 \div 9$

$\frac{461}{9} \neq 29 \Rightarrow$ не совпадают разности прогрессий.

$\Rightarrow$ Случай несовпадающий.

ОТВЕТ: $a \in \emptyset$ (разобраны все случаи для "a")



На одной странице можно оформлять только одну задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.

1 ☐ 2 ☐ 3 ☐ 4 ☐ 5 ☐ 6 ☒ 7 ☐

СТРАНИЦА

1 из 2

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

6) Так как любой поворот — это движение, а любое движение сохраняет площадь, то необходимо и достаточно найти площадь Φ .

При замене x на $-x$ неравенство переходит в себя $\Rightarrow \Phi$ симметрична от-но Oy

~~$\Rightarrow S = 2S_0$ S_0 — площадь Φ при $x \geq 0$~~

~~$|y - 20 + \frac{x}{2\sqrt{3}}| + |y - 20 - \frac{x}{2\sqrt{3}}| \leq 8$ разбивается на 3 случая~~

~~① $y - 20 - \frac{x}{2\sqrt{3}} \geq 0 \Leftrightarrow y \geq \frac{x}{2\sqrt{3}} + 20$~~

~~Кроме этого замечается, что при замене y на $-y$ неравенство переходит в себя~~

Давайте сделаем параллельный перенос Φ на вектор $(0; 20)$

$(x; y)$ переходит в $(x; y + 20)$

$\Phi \rightarrow A$. Площадь не изменилась, а фигура A задается условием

$|y + \frac{x}{2\sqrt{3}}| + |y - \frac{x}{2\sqrt{3}}| \leq 8$. При замене x на $-x$ или y на $-y$ нерав-во

переходит в себя.

$\Rightarrow S = 4S_0$ S_0 — площадь A в I четверти

Коллинг S_0 : см с. 2



На одной странице можно оформлять только одну задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.

1
☐

2
☐

3
☐

4
☐

5
☐

6
☒

7
☐

СТРАНИЦА
2 ИЗ 2

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

Здесь $x \geq 0$, $y \geq 0 \Rightarrow A$ в I четверти
задаётся: $y + \frac{x}{2\sqrt{3}} + \left| y - \frac{x}{2\sqrt{3}} \right| \leq 8$.

~~$\Leftrightarrow \begin{cases} y \geq \frac{x}{2\sqrt{3}} \\ 2y \leq 8 \end{cases} \Leftrightarrow \left| y - \frac{x}{2\sqrt{3}} \right| \leq 8 - y - \frac{x}{2\sqrt{3}}$~~

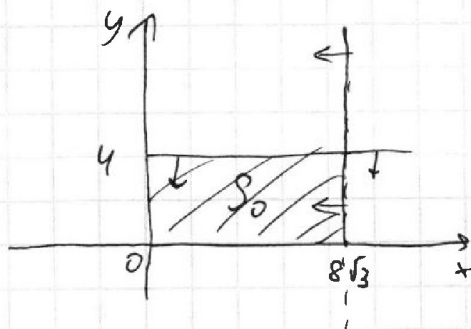
$\Leftrightarrow \begin{cases} y - \frac{x}{2\sqrt{3}} \leq 8 - y - \frac{x}{2\sqrt{3}} \\ y - \frac{x}{2\sqrt{3}} > -8 + y + \frac{x}{2\sqrt{3}} \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} y \leq 4 \\ 8 \geq \frac{x}{\sqrt{3}} \end{cases} \Leftrightarrow$

$\Leftrightarrow \begin{cases} y \leq 4 \\ x \leq 8\sqrt{3} \end{cases}$

$S_0 = 4 \cdot 8\sqrt{3} = 32\sqrt{3}$

$S = 4 \cdot S_0 = 4 \cdot 32\sqrt{3} = 128\sqrt{3}$

ОТВЕТ: $S = 128\sqrt{3}$





На одной странице можно оформлять только одну задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.

1 ☐ 2 ☐ 3 ☐ 4 ☐ 5 ☐ 6 ☐ 7 ☒

СТРАНИЦА
2 ИЗ 2

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

$$\frac{2(1 - \sin 44^\circ)}{\sin 44^\circ + \cos 44^\circ - 1} = \frac{\cos x - \sin x}{\sin x} = \operatorname{ctg} x - 1$$

$$\operatorname{ctg} x = \frac{2 - 2\sin 44^\circ + \sin 44^\circ + \cos 44^\circ - 1}{\sin 44^\circ + \cos 44^\circ - 1} =$$
$$= \frac{\cos 44^\circ - \sin 44^\circ + 1}{\cos 44^\circ + \sin 44^\circ - 1}$$

$$x = \arccotg\left(\frac{\cos 44^\circ - \sin 44^\circ + 1}{\cos 44^\circ + \sin 44^\circ - 1}\right)$$

$$\boxed{\text{ОТВЕТ: } x = \arccotg\left(\frac{\cos 44^\circ - \sin 44^\circ + 1}{\cos 44^\circ + \sin 44^\circ - 1}\right)}$$

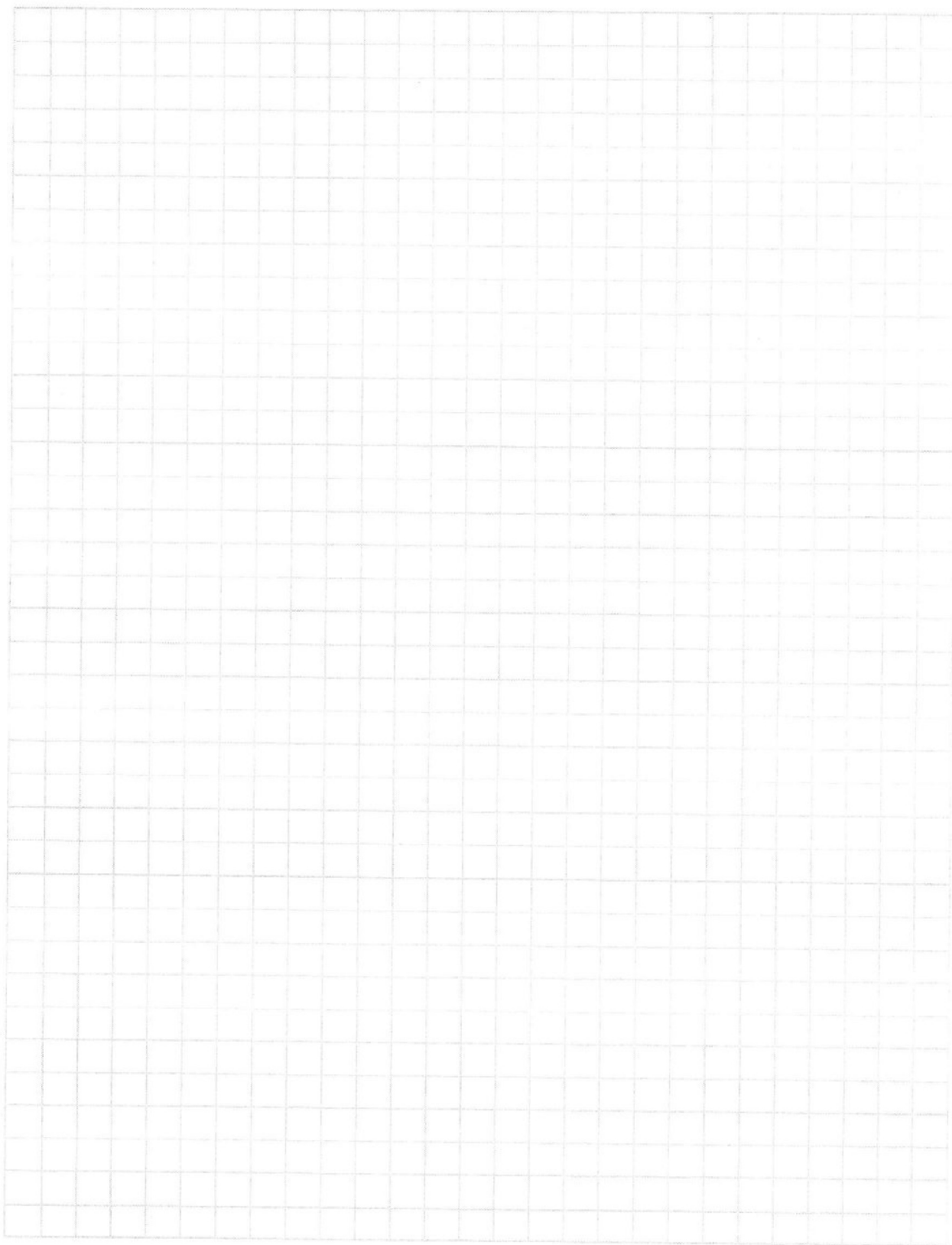


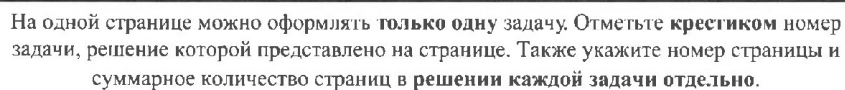
На одной странице можно оформлять **только одну задачу**. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в **решении каждой задачи отдельно**.

1	2	3	4	5	6	7
☐	☐	☐	☐	☐	☐	☐

СТРАНИЦА
__ ИЗ __

Если отмечено болсе одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!





СТРАНИЦА
ИЗ

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

$$AF = \sqrt{AE^2 - FE^2} \quad FE \perp \text{②}$$

$$AF = 20 - x$$

$$FC = x$$

$$\begin{aligned}\cos \alpha + \beta &= \cos \alpha \cdot \cos \beta - \sin \alpha \cdot \sin \beta \\ \sin \alpha + \beta &= \sin \alpha \cdot \cos \beta + \cos \alpha \cdot \sin \beta\end{aligned}$$

$$a - c \quad b + c - a$$

$$T \cdot \sin \alpha \quad \sin 45^\circ = \frac{1}{\sqrt{2}} \quad \sqrt{2} \cdot \sin \alpha$$

$$\frac{C}{a} = \sin 44^\circ \quad C = a \sin 44^\circ$$

$$\frac{b}{a} = \cos 44^\circ \quad \underline{b = a \cos 44^\circ}$$

$$a - c = a \cdot (1 - \sin 44^\circ)$$

$$b \cdot c - a = a \cdot (\cos 44^\circ + \sin 44^\circ - 1)$$

$$\beta C = a$$

$$AC = b$$

$$AB = C$$

$$BQ = BC - AC = a - b$$

$$WC = q - c$$

$$\begin{aligned} QP &= a - a + b - a + c \\ &= b + c - a \end{aligned}$$

$$\angle CBA = 46^\circ$$

$$\angle DCB = 90^\circ$$

$$DP=DQ=\frac{b+c-a}{\sqrt{2}}$$

$PQ \parallel AC$. $\angle PQR = \angle QRS$.

$$\angle BPR = 44^\circ \quad (\sim \angle A(B))$$

$$\Rightarrow \angle R D Q = 1^\circ$$

SS // AC

$$\angle POC = 1^\circ + 44^\circ - x = 45^\circ - x$$

$\underbrace{\quad}_{\text{CROS}}$ $\underbrace{\quad}_{\text{SOC}}$

$$\frac{1 - \sin 44^\circ}{\sin(95^\circ - \alpha)} = \frac{\cos 44^\circ + \sin 44^\circ - 1}{\sin \alpha}$$



На одной странице можно оформлять **только одну** задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.

1	2	3	4	5	6	7
☐	☐	☐	☐	☐	☐	☐

СТРАНИЦА
__ ИЗ __

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

$$a(a-4)(5-a)=0$$

$$U_3 \text{ гв.} \Rightarrow \begin{cases} a=0 \\ a=4 \\ a=5 \end{cases}$$

случ.
 $a=0$

(I)

$$x^2 + 4 = 0$$

комплексные корни $\Rightarrow$ недействительный случай

случ.
 $a=4$

(I)

$$x^2 + 16 - 24 + 4 = 0$$

$$x^2 = 4 \quad \Delta = 16 \quad x_{1,2} = \pm 2$$

$$x_{1,2} = \pm 2 \quad \Delta = \pm 4 \Rightarrow \text{целые числа в условии}$$

(II)

$$5x^2 - 2 \cdot 64 - 24 - 15 = 0$$

$$2 \cdot 4^3$$

$$1024$$

$$5x^2 - 1024 - 24 - 15 = 0$$

$$5x^2 = 1063$$

$$x^2 = \frac{1063}{5}$$

Δ должно быть целым $\Rightarrow$ не целые

случай не целый.

$$1024 + 24 + 15$$

$$= 1063$$

$$= 1063$$

не целое

случ.
 $a=5$

$$\operatorname{ctg} \alpha = \frac{(1 - \sin 44^\circ) \sqrt{2}}{\cos 44^\circ + \sin 44^\circ - 1} + 1$$

$$\alpha = \arccos \left(\frac{\sqrt{2} - \sqrt{2} \sin 44^\circ + \cos 44^\circ + \sin 44^\circ - 1}{\cos 44^\circ + \sin 44^\circ - 1} \right)$$

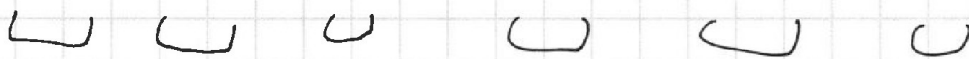


На одной странице можно оформлять только одну задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.

1
☐2
☐3
☐4
☐5
☐6
☐7
☐СТРАНИЦА
__ ИЗ __

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

4)



и перебои

 C_n^3 способов положить 3 шарика в 3 коробки C_n^5 способов открыть 5 коробок C_n^9 способов открыть 9 коробок

Реш:

нам попасть именно в эту коробку.

5) $a - ? \quad x^2 - (a^2 - 4a)x + a^2 - 6a + 4 = 0 \quad (I)$

$x_1 = b_6 \quad x_2 = b_4$

$5x^2 - (a^3 - 4a^2)x - 2a^3 - 6a + 15 = 0 \quad (II)$

$x_3 = b_5 \quad x_4 = b_8$

$x_2 - x_1 = d \quad \text{Реш} \quad x_1 = \frac{-b + \sqrt{D}}{2} \quad x_2 = \frac{-b + \sqrt{D}}{2}$

$x_2 - x_1 = \frac{\sqrt{D} + \sqrt{D}}{2} = \sqrt{D}$

$d^2 = D_I = (a^2 - 4a)^2 - 4(a^2 - 6a + 4)$

$\Rightarrow (x_2 - x_1)^2 = D$

$(3d)^2 = D_{II} = (a^3 - 4a^2)^2 + 20(2a^3 + 6a + 15)$

$b_6 + b_4 = b_5 + b_8 \Rightarrow \frac{a^2 - 4a}{1} = \frac{a^3 - 4a^2}{5} \quad \frac{D}{4} = 9 - 4 = 5$

$a^2 - 6a + 4$

$a = 3 \pm \sqrt{5} : c$

$a^2 - 4a = \frac{a(a^2 - 4a)}{5}$

$(a^2 - 4a)(1 - \frac{a}{5}) = 0$

$(a^2 - 4a)(5 - a) = 0$



На одной странице можно оформлять **только одну** задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.

1 2 3 4 5 6 7
☐ ☐ ☐ ☐ ☐ ☐ ☐

СТРАНИЦА
 _ ИЗ _

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

$$1) \begin{cases} xy = -6z + z^2 \\ yz = -6x + x^2 \\ zx = -6y + y^2 \end{cases} \quad x, y, z \neq 0$$

$\exists (x; y; z)$

$$(x-6)^2 + (y-6)^2 + (z-6)^2 = 0 \quad A$$

$$xy = z(z-6)$$

$$yz = x(x-6)$$

$$zx = y(y-6)$$

$$\left(\frac{xy}{z}\right)^2 = (z-6)^2$$

$$\left(\frac{yz}{x}\right)^2 = (x-6)^2$$

$$\left(\frac{zx}{y}\right)^2 = (y-6)^2$$

$$\frac{x^2 y^2}{z^2} + \frac{y^2 z^2}{x^2} + \frac{z^2 x^2}{y^2} = A$$

$$A = \frac{x^4 y^4 + y^4 z^4 + z^4 x^4}{x^2 y^2 z^2}$$

$$\frac{a^2 b^2 + b^2 c^2 + c^2 a^2}{abc}$$

$$xyz = z^3 - 6z^2$$

$$\begin{matrix} x^2 = a & " & x^3 - 6x^2 \\ y^2 = b & " & y^3 - 6y^2 \\ z^2 = c & " & z^3 - 6z^2 \end{matrix}$$

$$P(x) = x^3 - 6x^2$$

$$P(x) = P(y) = P(z) = xyz$$

$$2) \quad n = \underbrace{99 \dots 9}_{20001} = 10^{20001} - 1$$

$$n^3 = (10^{20001} - 1)^3 = 10^{60003} - 3 \cdot 10^{40002} + 3 \cdot 10^{20001} - 1$$

$$\begin{array}{r} 1,0000 \quad 0,0000 \quad 0,0000 \quad 0 \\ - \quad 3,0000 \quad 0,0000 \quad 0,0000 \quad 0 \\ + \quad \quad \quad 3,0000 \quad 0,0000 \quad 0 \\ - \quad \quad \quad \quad \quad 1 \end{array} \quad \begin{matrix} \text{I} \\ \text{II} \\ \text{III} \end{matrix}$$



На одной странице можно оформлять **только одну задачу**. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.

1 2 3 4 5 6 7
☐ ☐ ☐ ☐ ☐ ☐ ☐

СТРАНИЦА
 _ ИЗ _

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

$$\begin{array}{r} \text{20001} \quad \text{20001} \quad \text{20001} \\ 1 \overline{) 0000000000000000} \quad \textcircled{I} \\ \underline{300000000000} \\ 99940000000000 \end{array}$$

$$\begin{array}{r} \text{20000} \quad \text{20001} \quad \text{20001} \\ + 99940000000000 \quad \textcircled{II} \\ \underline{300000} \\ 99940003000000 \\ \underline{20000} \quad \underline{20000} \quad \underline{20001} \end{array}$$

$$\begin{array}{r} \text{20000} \quad \text{20000} \quad \text{20001} \\ - 99940003000000 \quad \textcircled{III} \\ \underline{1} \\ 99940002999999 \\ \underline{20000} \quad \underline{20000} \quad \underline{20001} \end{array}$$

девяток: 40001

$$P(t) = t^3 - 6t^2 \quad \deg P = 3$$

$$P(x) = P(y) = P(z) = xyz$$

$\Rightarrow x, y, z$ - корни $P(t) = xyz$

$\exists a$ - Fixed.

$$P(t) = t^3 - 6t^2 + a \quad \leftarrow \text{произведение корней} = a$$

$$\rightarrow P(x) = P(y) = P(z) = xyz - a$$

6) при повороте матрицы сохраняются (т.к. поворот это умножение)

Φ симметрична от-но Oy (т.к. $\forall x \Leftrightarrow -x$)

$$\Rightarrow S = 2S_0 \quad S_0 - \Phi \text{ для } x \geq 0$$