



МОСКОВСКИЙ
ФИЗИКО-ТЕХНИЧЕСКИЙ
ИНСТИТУТ

ОЛИМПИАДА "ФИЗТЕХ"
ПО МАТЕМАТИКЕ



10 КЛАСС. Вариант 5

1. [4 балла] Ненулевые числа x, y, z удовлетворяют системе уравнений

$$\begin{cases} xy = 3z + z^2, \\ yz = 3x + x^2, \\ zx = 3y + y^2. \end{cases}$$

Найдите все возможные значения выражения $(x+3)^2 + (y+3)^2 + (z+3)^2$, если известно, что система имеет хотя бы одно решение в ненулевых числах.

2. [2 балла] Десятичная запись натурального числа n состоит из 40 000 девяток. Сколько девяток содержит десятичная запись числа n^3 ?
3. [5 баллов] Окружность ω с диаметром AB пересекает сторону BC остроугольного треугольника ABC в точке D . Точка F выбрана на отрезке AC так, что $DF \perp AC$, а E — точка пересечения отрезка DF с окружностью ω , отличная от D . Найдите AF , если $AC = 10$, $AB = 6$, $BE = 5$.
4. [4 балла] В теленграе ведущий берет несколько коробок и ровно в три из них кладет по одному шарику. Игрок может указать на пять коробок и открыть их. Если в этих коробках лежат все три шарика, то игрок выигрывает. Игроку разрешили открыть шесть коробок. Во сколько раз увеличилась вероятность выигрыша игрока?
5. [5 баллов] Найдите все значения параметра a , при которых корни уравнения $x^2 - (a^2 - a)x + a - 5 = 0$ являются пятым и шестым членами некоторой непостоянной арифметической прогрессии, а корни уравнения $4x^2 - (a^3 - a^2)x + 2a^4 + 2a^2 - a^6 - 4 = 0$ являются третьим и восьмым членами этой прогрессии.
6. [5 баллов] На координатной плоскости построена фигура Φ , состоящая из всех точек, координаты $(x; y)$ которых удовлетворяют неравенству $\left|x - \frac{15}{2} + \frac{y}{6\sqrt{3}}\right| + \left|x - \frac{15}{2} - \frac{y}{6\sqrt{3}}\right| \leqslant 3$. Фигуру Φ непрерывно повернули вокруг начала координат на угол π против часовой стрелки. Найдите площадь фигуры, которую замела фигура Φ при этом повороте.
7. [6 баллов] На гипotenузе BC прямоугольного треугольника ABC выбраны точки P и Q так, что $AB = BP$, $AC = CQ$. Внутри треугольника ABC выбрана точка D , для которой $DP = DQ$, а $\angle PDQ = 90^\circ$. Найдите $\angle DCB$, если известно, что $\angle DCB = 20^\circ$.



На одной странице можно оформлять **только одну** задачу. Отметьте **крестиком** номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в **решении каждой задачи отдельно**.

1

2

3

4

5

6

7

СТРАНИЦА
1 из 2

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач **нумеруются отдельно**. Порча QR-кода недопустима!

№ 1

$$\begin{cases} xy = 3z + z^2 & (1) \\ yz = 3x + x^2 & (2) \\ zx = 3y + y^2 & (3) \end{cases}$$

$$\text{вычтем } (2) \text{ из } (1) : xy - yz = 3z + z^2 - 3x - x^2$$

$$y(x-z) = (z-x)(3+x+z)$$

$$(z-x)(3+x+z-y) = 0 \rightarrow \begin{cases} z-x=0 \\ 3+x+z-y=0 \end{cases}$$

заметим, что (1) (2) и (3) симметричны относительно x, y, z поэтому если вычесть (3) из (1) и (3) из (2) мы получим аналогичные выражения

$$\begin{aligned} xy - xz &= 3z + z^2 - 3y - y^2 \\ (z-y)(3+y+z-x) &= 0 \rightarrow \begin{cases} z-y=0 \\ 3+y+z-x=0 \end{cases} \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} yz - zx &= 3x + x^2 - 3y - y^2 \\ (x-y)(3+x+y-z) &= 0 \end{aligned}$$

$$\rightarrow \begin{cases} x-y=0 \\ 3+x+y-z=0 \end{cases}$$

заметим, что все три числа не могут быть равны иначе $\therefore x=y=z$

$$(1): x^2 = 3x + x^2 \rightarrow 3x = 0 \rightarrow x = 0 \text{ но числа ненулевые? !)}$$

постоину ~~запись~~ из $x-z=0, z-y=0, x-y=0$

выполняется не более одного ~~из~~

$$\rightarrow \text{из } 3x+z-y=0, 3+y+z-x=0, 3+x+y-z=0$$

выполнено ≥ 2 ; пусть это (не учитывая однотности)

$$\begin{cases} 3+x+z-y=0 \\ 3+y+z-x=0 \end{cases} \rightarrow 3 = -x - z + y = x - y - z$$

$$-x - z + y = x - y - z \rightarrow 2x - 2y = 0 \quad x - y = 0$$

~~$$3 = x - y - z = 0 - z$$~~

$$-z = 3 \rightarrow z = -3$$

$$(x+3)^2 + (y+3)^2 + (z+3)^2 = (x+3)^2 + (y+3)^2 + 0$$



На одной странице можно оформлять только одну задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.

- | | | | | | | |
|-------------------------------------|--------------------------|--------------------------|--------------------------|--------------------------|--------------------------|--------------------------|
| 1 | 2 | 3 | 4 | 5 | 6 | 7 |
| <input checked="" type="checkbox"/> | <input type="checkbox"/> |

СТРАНИЦА
2 из 2

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

$$\begin{aligned}(x+3)^2 + (y+3)^2 &= x^2 + 6x + 9 + y^2 + 6y + 9 = x^2 + 3x + 3x + 9 + \\&+ y^2 + 3y + 3y + 9 = y^2 + 3x + 9 + 2x + 3y + 9 = \\&= (x+y)(3+z) + 18 = 0 + 18 = 18\end{aligned}$$

Ответ: 18



На одной странице можно оформлять только одну задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.

- | | | | | | | |
|----------------------------|---------------------------------------|----------------------------|----------------------------|----------------------------|----------------------------|----------------------------|
| <input type="checkbox"/> 1 | <input checked="" type="checkbox"/> 2 | <input type="checkbox"/> 3 | <input type="checkbox"/> 4 | <input type="checkbox"/> 5 | <input type="checkbox"/> 6 | <input type="checkbox"/> 7 |
|----------------------------|---------------------------------------|----------------------------|----------------------------|----------------------------|----------------------------|----------------------------|

СТРАНИЦА
1 ИЗ 1

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

N^o 2

$$\underbrace{9 \dots 9}_{40000} = 10^{40000} - 1 = n$$

$$n^3 = (10^{40000} - 1)^3 = 10^{120000} - 3 \cdot 10^{80000} \cdot 1 + 3 \cdot 10^{40000} \cdot 1^2 - 1$$

$$(a-b)^3 = (a-b)(a^2 - 2ab + b^2) = a^3 - 3a^2b + 3ab^2 - b^3$$

$$n^3 = 10^{40000} \cdot (10^{80000} - 3 \cdot 10^{40000} + 3) - 1 =$$

$$= 10^{40000} \cdot (10^{40000} \cdot (10^{40000} - 3) + 3) - 1$$

~~$$10^{40000} - 3 = \underbrace{9 \dots 9}_{39999} \overset{\text{все 9}}{7} \overset{\text{все 9}}{\cancel{0}} \overset{\text{все 0}}{\cancel{0}}$$~~

$$10^{40000} \cdot (10^{40000} - 3) + 3 = \underbrace{9 \dots 9}_{39999} \overset{\text{все 9}}{7} \overset{\text{все 0}}{0} \overset{\text{все 0}}{3}$$

$$10^{40000} \cdot (10^{40000} \cdot (10^{40000} - 3) + 3) - 1 = \underbrace{9 \dots 9}_{39999} \overset{\text{все 9}}{7} \overset{\text{все 0}}{0} \overset{\text{все 0}}{3} \overset{\text{все 0}}{0} \overset{\text{все 0}}{3} \overset{\text{все 0}}{0} \overset{\text{все 0}}{3} \overset{\text{все 0}}{0} \overset{\text{все 0}}{1}$$

$$n^3 = \underbrace{9 \dots 9}_{39999} \overset{\text{все 9}}{7} \overset{\text{все 0}}{0} \overset{\text{все 0}}{3} \overset{\text{все 9}}{2} \overset{\text{все 9}}{9 \dots 9} \overset{\text{все 9}}{0}$$

количество девяток = $40000 + 39999 = 79999$

ответ: 79999



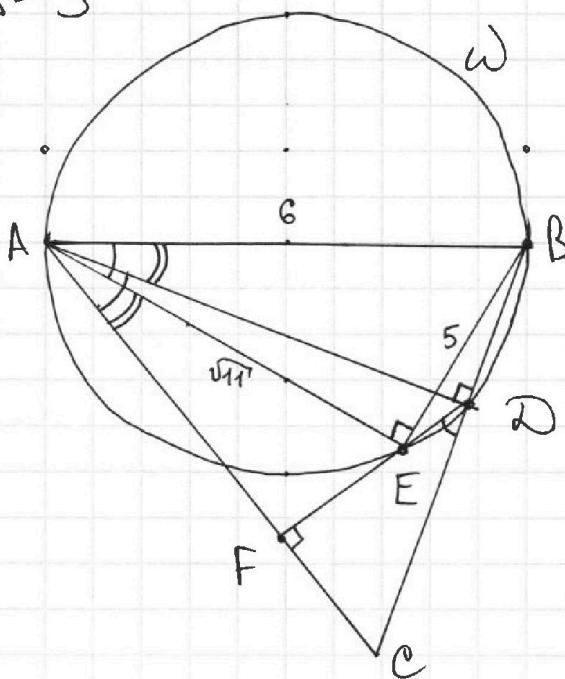
На одной странице можно оформлять **только одну** задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении **каждой** задачи **отдельно**.

- | | | | | | | |
|--------------------------|--------------------------|-------------------------------------|--------------------------|--------------------------|--------------------------|--------------------------|
| 1 | 2 | 3 | 4 | 5 | 6 | 7 |
| <input type="checkbox"/> | <input type="checkbox"/> | <input checked="" type="checkbox"/> | <input type="checkbox"/> | <input type="checkbox"/> | <input type="checkbox"/> | <input type="checkbox"/> |

СТРАНИЦА
1 ИЗ 1

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач **нумеруются отдельно**. Порча QR-кода недопустима!

3



$$\angle ADB = 90^\circ$$

$$\begin{aligned}DF &\perp AC \\AC &= 10, AB = 6 \\BE &= 5\end{aligned}$$

$E \in \omega$, AB-диаметр
 $\angle AEB = 90^\circ$

$\angle EAB = 180^\circ - \angle EDC$

$$\angle AED = 90^\circ - \angle ADF = \angle FDC$$

wg AAFD

$$\triangle ADE \sim \triangle AEB \quad \text{no aux. you can} \quad (\angle BAE = \angle DAE, \\ \angle BEA = 90^\circ = \angle ADC) \\ \frac{AD}{AE} = \frac{DE}{BE} = \frac{AC}{AB} = \frac{10}{6}$$

$$\frac{AD}{AE} = \frac{AC}{BE} = \frac{AC}{AB} = \frac{10}{6}$$

$$AD = \frac{10}{6} \cdot AE = \frac{10\sqrt{11}}{6}$$

$$\angle FAD = \angle EAB \quad (\angle CAD = \angle EAB)$$

$$\angle FAE = \angle FAD - \angle EAD = \angle EAB - \angle EAD = \angle DAB$$

$$\Delta AFE \sim \Delta ADB \text{ no 2nd criterion } (\angle AFE = 80^\circ = \angle ADB) \text{ u} \\ \frac{AF}{AD} = \frac{AE}{AB} = \frac{\cancel{AD} \cdot \sqrt{11}}{6} \quad \angle FAE = \angle DAB \rightarrow AF = AD \cdot \frac{\sqrt{11}}{6} = \frac{10 \cdot \sqrt{11} \cdot \sqrt{11}}{6 \cdot 6}$$

$$AF = \frac{10 \cdot 11}{36} = \frac{55}{18}$$

OTBet : $\frac{55}{18}$



На одной странице можно оформлять только одну задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.

- | | | | | | | |
|----------------------------|----------------------------|----------------------------|---------------------------------------|----------------------------|----------------------------|----------------------------|
| <input type="checkbox"/> 1 | <input type="checkbox"/> 2 | <input type="checkbox"/> 3 | <input checked="" type="checkbox"/> 4 | <input type="checkbox"/> 5 | <input type="checkbox"/> 6 | <input type="checkbox"/> 7 |
|----------------------------|----------------------------|----------------------------|---------------------------------------|----------------------------|----------------------------|----------------------------|

СТРАНИЦА
1 из 1

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

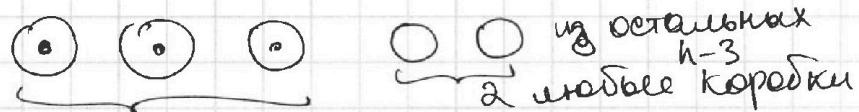
№ 4

пусть всего коробок n

вероятность выиграть, когда выбираем 5

коробок : $\frac{\text{количество хороших шариков}}{\text{количество шариков всего}}$ обозначим за P_1

хороший :



3 конкретные коробки с шариками

C_{n-3}^2 шариков

$$\text{Всего: } C_n^5 \rightarrow P_1 = \frac{C_{n-3}^2}{C_n^5}$$

вероятность выиграть, когда 6 коробок : (P_2)

хороший :



всего : C_n^6 шариков

$$P_2 = \frac{C_{n-3}^3}{C_n^6}$$

$$\frac{P_2}{P_1} = \frac{C_{n-3}^3}{C_n^6} \cdot \frac{C_n^5}{C_{n-3}^2} = \frac{\frac{(n-3)!}{(n-6)! \cdot 3!} \cdot \frac{n!}{(n-5)! \cdot 5!}}{\frac{n!}{(n-6)! \cdot 6!} \cdot \frac{(n-3)!}{(n-5)! \cdot 2!}} =$$

$$= \frac{(n-3)! \cdot n! \cdot (n-6)! \cdot 6! \cdot (n-5)! \cdot 2!}{(n-6)! \cdot 3! \cdot (n-5)! \cdot 5! \cdot n! \cdot (n-3)!} = \frac{6! \cdot 2!}{3! \cdot 5!} =$$

$$= \frac{6 \cdot 5! \cdot 2}{3 \cdot 2 \cdot 5!} = 2 \rightarrow \text{увел. в 2 раза}$$

ответ : 2



На одной странице можно оформлять только одну задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.

1

2

3

4

5

6

7

СТРАНИЦА
1 из 2

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

n - первый член прогрессии

$$x^2 - (a^2 - a)x + a - 5 = 0$$

$$4x^2 - (a^3 - a^2)x + 2a^4 + 2a^2 - a^6 - 4 = 0$$

$$|X_1 - X_2| = d$$

$$|X_4 - X_3| = 5d$$

$$X_1 = n + 4d, X_2 = n + 5d$$

корни X_1 и X_2

корни X_3 и X_4

$$X_3 = n + 2d$$

$$X_2 = n + 7d$$

разность
арифм. прогрессии

корни кв. уравнения отличаются на \sqrt{D} , где
 D - дискриминант урнки

$$\sqrt{(a^3 - a^2)^2 - 4 \cdot 4(2a^4 + 2a^2 - a^6 - 4)} = 5d = 5\sqrt{(a^2 - a)^2 - 4(a - 5)}$$

$$(a^3 - a^2)^2 - 16(a^4 - 2)(2 - a^2) = 25(a^2 - a)^2 - 100(a - 5)$$

$$a^2(a - 1)^2 \cdot (a^2 - 25) = 16(a^4 - 2)(2 - a^2) - 100(a - 5)$$

$$(a - 5)(a + 5)a^2(a + 1)^2 + 100 = 16(a^4 - 2)(2 - a^2)$$

$a \geq 5$ не подходит
правая часть < 0 т.к. левая часть > 0

считко отриц. а. тоже не подходит:

$$\text{если } a \leq -6 \quad (a + 5)a^2(a + 1)^2 = (-6 + 5)a^2(a + 1)^2 = \\ = -a^2(a + 1)^2 \leq (-6)^2 \cdot (-6 - 1)^2 = 36 \cdot 49$$

и ещё проверить, что

$$n + 4d - (n + 2d) = \\ = n + 7d - (n + 5d) \\ \text{то есть}$$

$$X_1 - X_3 = 2d = X_4 - X_2$$

~~дискриминант~~
~~корни~~
~~уравнение~~

~~дискриминант~~
~~корни~~
~~уравнение~~

путь $d \geq 0 \rightarrow$

X_1 и X_3 - меньшие корни, иначе ~~большие~~



На одной странице можно оформлять только одну задачу. Отмьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.

- | | | | | | | |
|----------------------------|----------------------------|----------------------------|----------------------------|---------------------------------------|----------------------------|----------------------------|
| <input type="checkbox"/> 1 | <input type="checkbox"/> 2 | <input type="checkbox"/> 3 | <input type="checkbox"/> 4 | <input checked="" type="checkbox"/> 5 | <input type="checkbox"/> 6 | <input type="checkbox"/> 7 |
|----------------------------|----------------------------|----------------------------|----------------------------|---------------------------------------|----------------------------|----------------------------|

СТРАНИЦА
2 из 2

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

пусть D_1 - дискрим. первого урнине
 D_2 - дискрим. второго урнине

$$\text{тогда } X_1 - X_3 = \frac{a^2 - a - \sqrt{D_1} - (a^3 - a^2 - \sqrt{D_2})}{2}$$

$$X_4 - X_2 = \frac{a^2 - a + \sqrt{D_1} - (a^3 - a^2 + \sqrt{D_2})}{2}$$

(все завис. от знака Δ , разность меньших корней равна разности больших корней) \oplus

$$2(X_1 - X_3) - 2(X_4 - X_2) \rightarrow a^2/a - \sqrt{D_1} - a^3/a^2 + \sqrt{D_2} \ominus \\ \ominus a^2/a + \sqrt{D_1} - a^3/a^2 - \sqrt{D_2}$$

$$\Leftrightarrow 2\sqrt{D_1} = 2\sqrt{D_2} \Leftrightarrow \sqrt{D_1} = \sqrt{D_2}$$

но если мы знаем, что $\sqrt{D_1} = 5\sqrt{D_2}$

$$\Leftrightarrow D_1 = D_2 = 0$$

указавшую

что тогда корни уравнений совпадают
т.е. у первого урнине только один корень
потому неизве из его корней получает
два членка непостоянной окончательно ~~прогрессии~~

~~ответ: нет таких а~~ (так не бывает никогда)

\oplus Больший корень кв. уравнение

$$ax^2 + bx + c \quad \text{это} \quad \frac{-b + \sqrt{D}}{2a}$$

с дискримин. D

меньший корень - это

$$= \frac{b - \sqrt{D}}{2a}$$

ответ: нет таких а ($a \in \emptyset$)



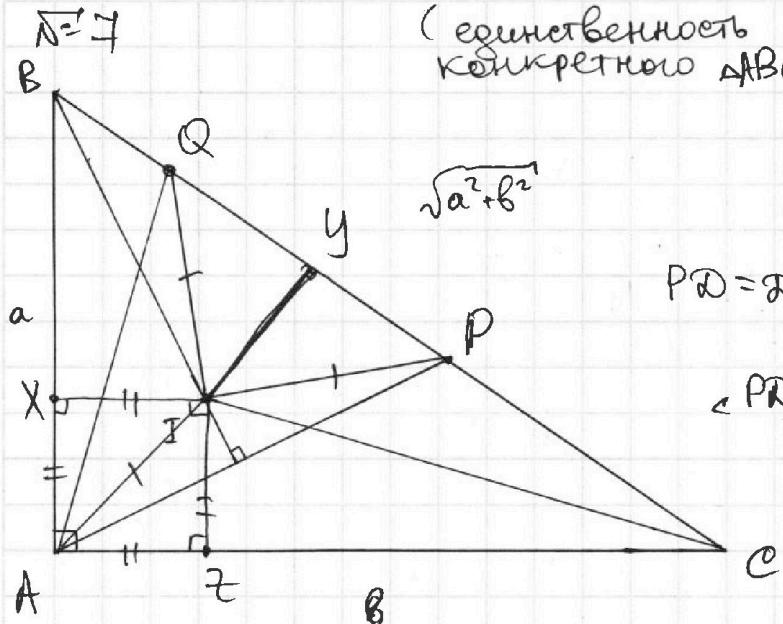
На одной странице можно оформлять **только одну** задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.

- 1 2 3 4 5 6 7

<input type="checkbox"/>	<input checked="" type="checkbox"/>					
--------------------------	--------------------------	--------------------------	--------------------------	--------------------------	--------------------------	-------------------------------------

СТРАНИЦА
1 из 2

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач **нумеруются отдельно**. Порча QR-кода недопустима!



(единственность рассматривается для конкретного $\triangle ABC$)

зеленеть, что
такая тоска
Д единственна
т.к. это переход-
жение серединной
перехода к
PQ и

$PD = DQ$ \Leftrightarrow есть серединка
 перпендикуляра к
 PQ и
 $\angle PDQ = 90^\circ$ \Leftrightarrow окружности,
 построенной на
 диаметре PQ
 пресекутся внутри $\triangle ABC$ \star
 C (точки P и Q
 лежат на, что единство.)

зокажеи, что центр вписанной окружности ΔABC проходит под условие, т.е. является точкой D

построим I - центр вин. окр. - пересечение биссектрис BI и CI , AJ
 пусть X, Y, Z - основания высот из I на AB, BC
 и AC соответственно

$AB = BP \rightarrow \Delta ABD - \text{р/б}$ в кнм BI - биссектриса,
высота и медиана \rightarrow прямые AB и BP
симметричны относительно $BI \rightarrow AI = IP$
 $AB = BP$, BI - общая, $\angle ABI = \angle PBI \rightarrow \Delta ABI = \Delta PBI \rightarrow$
 $\rightarrow AI = IP$

$$\begin{aligned} AC = CQ \quad CI - \text{odwad}, \angle ACI = \angle BCQ &\Rightarrow \triangle ACI \cong \triangle QCQ \\ \rightarrow AI = QI \end{aligned}$$

$$\text{no steady } AI = IP = QI$$

обозначим $\overline{AB} = a$, $\overline{AC} = b$

тогда $BC = \sqrt{a^2 + b^2}$ (т. Пифагора $\triangle BAC$)

$$AX = AZ = \frac{AB + AC - BC}{2} = \frac{a+b-\sqrt{a^2+b^2}}{2}$$

(отрезки 2го порядка касание вписанной окружности)

На одной странице можно оформлять только одну задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.



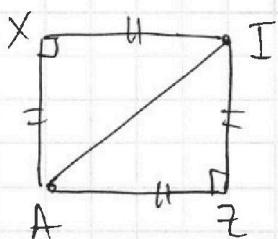
- | | | | | | | |
|--------------------------|--------------------------|--------------------------|--------------------------|--------------------------|--------------------------|-------------------------------------|
| <input type="checkbox"/> | <input checked="" type="checkbox"/> |
|--------------------------|--------------------------|--------------------------|--------------------------|--------------------------|--------------------------|-------------------------------------|

СТРАНИЦА
2 ИЗ 2

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

$$QP = BP + CQ - BC = AB + AC - BC = a + b - \sqrt{a^2 + b^2}$$

$$AI = \sqrt{A\bar{z}^2 + I\bar{z}^2} = \sqrt{2} \cdot A\bar{z}$$



$AXI\bar{z}$ — квадрат, т.к.

$IX \perp BA \rightarrow IX \parallel AC$

$I\bar{z} \perp AC \rightarrow I\bar{z} \parallel BA$

поэтому $AXI\bar{z}$ — паралл. с
прямым углом $\angle XA\bar{z}$

$$AI = \sqrt{2} \cdot A\bar{z}$$

заметим, что $QP = \sqrt{QI^2 + IP^2}$, т.к.

$$\sqrt{QI^2 + IP^2} = \sqrt{2} \cdot AI = \sqrt{2} \cdot \sqrt{2} \cdot A\bar{z} = 2 \cdot A\bar{z}$$

$$QP \stackrel{?}{=} 2 \cdot A\bar{z} = 2 \cdot \frac{a^2 + b^2 - \sqrt{a^2 + b^2}}{2} \rightarrow QP = 2A\bar{z}$$

$$a + b - \sqrt{a^2 + b^2}$$

значит $\triangle PIQ$ — прямой т.к. $P \perp Q = 90^\circ$
но обратной т. Пифагора

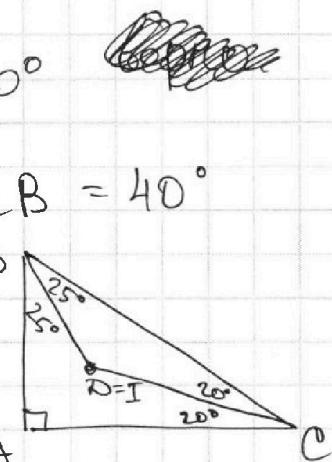
значит наша точка D — это I

$$\angle ACI = \angle ICB = 20^\circ \rightarrow \angle ACB = 40^\circ$$

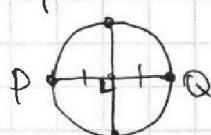
$$\angle ABC = 90^\circ - \angle ACB = 50^\circ$$

$$\angle IBC = \frac{\angle ABC}{2} = 25^\circ$$

ответ: 25°



⊕ пересечение окружности и серпика к её
диаметру — 2 точки, но они
имеют в разных конгруэнсостях
относит. PQ → Только одна из них
может лежать внутри $\triangle ABC$



ответ: 25°



На одной странице можно оформлять **только одну** задачу. Отметьте **крестиком** номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении **каждой** задачи **отдельно**.

- | | | | | | | |
|----------------------------|----------------------------|----------------------------|----------------------------|----------------------------|----------------------------|----------------------------|
| <input type="checkbox"/> 1 | <input type="checkbox"/> 2 | <input type="checkbox"/> 3 | <input type="checkbox"/> 4 | <input type="checkbox"/> 5 | <input type="checkbox"/> 6 | <input type="checkbox"/> 7 |
|----------------------------|----------------------------|----------------------------|----------------------------|----------------------------|----------------------------|----------------------------|

СТРАНИЦА
ИЗ

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по **каждой** из задач **нумеруются отдельно**. Порча QR-кода недопустима!

~~РЕШЕНИЕ~~

$$\begin{cases} xy = 3z + z^2 & (1) \\ yz = 3x + x^2 & (2) \\ zx = 3y + y^2 & (3) \end{cases}$$

$$x, y, z \neq 0$$

$$(x+3)^2 + (y+3)^2 + (z+3)^2 = x^2 + 6x + 9 + y^2 + 6y + 9 + z^2 + 6z + 9 = \\ = xy + yz + zx + 3x + 3y + 3z$$

$$yz - xz = 3x + x^2 - 3y - y^2 \leftarrow \text{из (2) вычли (3)}$$

$$z(y-x) = 3(x-y) + (x+y)(x-y) = (x-y)(3+x+y)$$

$$(x-y)(3+x+y-z) = 0 \rightarrow \begin{cases} x-y=0 \\ 3+x+y-z=0 \end{cases}$$

$$\text{из (1) вычли (3)} \quad xy - xz = 3z + z^2 - 3y - y^2 =$$

$$x(y-z) = 3(z-y) + (z+y)(z-y) = (3+z+y)(z-y)$$

$$(3+z+y-x)(z-y) = 0 \rightarrow \begin{cases} y-z=0 \\ 3+z+y-x=0 \end{cases}$$

$$1) \text{ пусть } x=y=z$$

$$x^2 = 3x + x^2 \rightarrow 3x = 0 \rightarrow x = 0$$

но $x, y, z \neq 0$ 矛盾

$$2) \text{ тогда } 3 = z - x - y = x - y - z$$

$$\text{и } x - z = 0$$

$$y = -3$$

$$(x+3)^2 + (z+3)^2 = x^2 + 6x + 9 + z^2 + 6z + 9 =$$

$$= 18 + yz + xy + 3x + 3z = 18 + (y+3)(x+z) \\ \text{и } 18$$

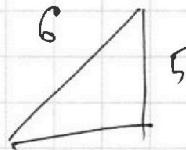


На одной странице можно оформлять только одну задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.

- | | | | | | | |
|----------------------------|----------------------------|----------------------------|----------------------------|----------------------------|----------------------------|----------------------------|
| <input type="checkbox"/> 1 | <input type="checkbox"/> 2 | <input type="checkbox"/> 3 | <input type="checkbox"/> 4 | <input type="checkbox"/> 5 | <input type="checkbox"/> 6 | <input type="checkbox"/> 7 |
|----------------------------|----------------------------|----------------------------|----------------------------|----------------------------|----------------------------|----------------------------|

СТРАНИЦА
ИЗ

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!



$$3G - 25 = 11$$

$$\begin{aligned} AE &= 10 \\ A\cancel{E} &- G \\ BE &= 5 \end{aligned}$$

$\triangle AEF \sim \triangle ABD$

$$\frac{5}{\sqrt{11}} = \frac{AE}{AB} = \cancel{\frac{AE}{AB}} \frac{AF}{AD} =$$

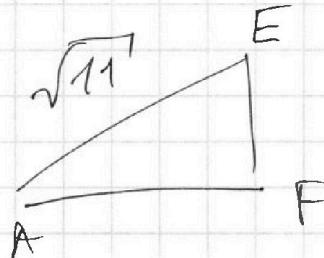
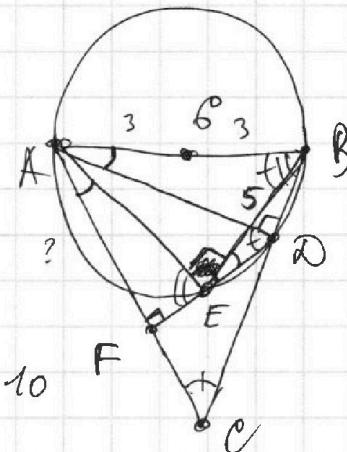
$\triangle ADC \sim \triangle AEB$

$$\frac{AD}{AE} = \frac{DC}{BE} = \frac{AC}{AB} = \frac{10}{6}$$

$$\frac{AD}{AE} = \frac{10}{6} = \frac{AF}{AB} \rightarrow AF = 10$$

$$\frac{AF}{AE} = \frac{5}{\sqrt{11}} \cdot 10$$

$$AF = 50 \text{ итд}$$





На одной странице можно оформлять **только одну** задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в **решении каждой задачи отдельно**.

1

2

3

4

5

6

7

СТРАНИЦА
ИЗ

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач **нумеруются отдельно**. Порча QR-кода недопустима!

$$x^2 - (a^2 - a)x + a - 5 = 0$$

корни: $a^2 - a \pm \sqrt{(a^2 - a)^2 - 4(a - 5)}$

$$a^4 - 2a^3 + a^2 - 4a + 20$$
 ~~$a^3(a+1) - 2a(a+2)$~~

$$4x^2 - (a^3 - a^2)x + 2a^4 + 2a^2 - a^6 - 4 = 0$$

$$\Delta = (a^3 - a^2)^2 - 4 \cdot 4 \cdot (2a^4 + 2a^2 - a^6 - 4) =$$

$$= a^6 + a^4 - 2a^5 - 32a^4 - 32a^2 + 16a^6 + 64 =$$

$$= \cancel{17a^6} - 2a^5 - 31a^4 - \cancel{32a^2} + 64$$

прогрессия с первым ~~членом~~

$$\frac{n+4d}{n+5d} \quad d \quad \frac{n+2d}{n+7d} \quad 5d$$

$$\frac{(n+4d)^2 - a}{5(x_1 - x_2)} = x_3 - x_1$$

$$25(a^4 - 2a^3 + a^2 - 4a + 20) = 17a^6 - 2a^5 - 31a^4 - 32a^2 + 64$$



На одной странице можно оформлять только одну задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.

- | | | | | | | |
|----------------------------|----------------------------|----------------------------|----------------------------|----------------------------|----------------------------|----------------------------|
| <input type="checkbox"/> 1 | <input type="checkbox"/> 2 | <input type="checkbox"/> 3 | <input type="checkbox"/> 4 | <input type="checkbox"/> 5 | <input type="checkbox"/> 6 | <input type="checkbox"/> 7 |
|----------------------------|----------------------------|----------------------------|----------------------------|----------------------------|----------------------------|----------------------------|

СТРАНИЦА
ИЗ

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

$DQ = DP$

$\sqrt{x^2 + y^2}$

$\angle DBC - ?$

$\angle DCB = 20$

$QP = x + y - \sqrt{x^2 + y^2}$

$\sqrt{2} \cdot QP$

$AI = \sqrt{2} \cdot (x + y - \sqrt{x^2 + y^2})$

$2 \angle QIP = \angle BIQ + \angle CIQ - \angle CIP = \angle BIA + \angle CIA -$

$\angle BIQ + \angle CIP = 2\pi - (180^\circ - \angle QIP) = 180^\circ - \angle QIP - 110^\circ = 70^\circ$

$\angle QIP = 110^\circ + (180^\circ - \angle BIQ - \angle CIQ) = 110^\circ + (180^\circ - 70^\circ - 90^\circ) = 110^\circ + 20^\circ = 130^\circ$

как это праве всего ок - π? $4x$ $3u8$

$x_3 + x_4 = \frac{a^4 + 2a^2 - a^6 - 4}{a^3 - a^2}$

$x_{3u8} = \frac{2a}{(2-a^4)(a^2-2)}$



На одной странице можно оформлять только одну задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.

- | | | | | | | |
|--------------------------|--------------------------|--------------------------|--------------------------|--------------------------|--------------------------|--------------------------|
| 1 | 2 | 3 | 4 | 5 | 6 | 7 |
| <input type="checkbox"/> |

СТРАНИЦА
_ ИЗ _

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

$$x^2 - (a^2 - a)x + a - 5 = 0$$

корни x_1, x_2

$$4x^2 - (a^3 - a^2)x + 2a^4 + 2a^2 - a^6 - 4 = 0 \quad \text{корни}$$

$$\text{проверить, что } \frac{x_4 - x_3}{5} = \cancel{(x_1 - x_2)} = \frac{x_2 - x_3}{2} \quad x_3, x_4$$

$$d = \sqrt{(a^2 - a)^2 - 4(a - 5)} = \sqrt{a^4 - 2a^3 + a^2}$$

$$5d = \sqrt{a^6 + a^4 - 2a^5 - 4 \cdot 4(a^4 +$$