



МОСКОВСКИЙ
ФИЗИКО-ТЕХНИЧЕСКИЙ
ИНСТИТУТ

ОЛИМПИАДА "ФИЗТЕХ"
ПО МАТЕМАТИКЕ

10 КЛАСС. Вариант 5



1. [4 балла] Ненулевые числа x, y, z удовлетворяют системе уравнений

$$\begin{cases} xy = 3z + z^2, \\ yz = 3x + x^2, \\ zx = 3y + y^2. \end{cases}$$

Найдите все возможные значения выражения $(x+3)^2 + (y+3)^2 + (z+3)^2$, если известно, что система имеет хотя бы одно решение в ненулевых числах.

2. [2 балла] Десятичная запись натурального числа n состоит из 40 000 девяток. Сколько девяток содержит десятичная запись числа n^3 ?
3. [5 баллов] Окружность ω с диаметром AB пересекает сторону BC остроугольного треугольника ABC в точке D . Точка F выбрана на отрезке AC так, что $DF \perp AC$, а E — точка пересечения отрезка DF с окружностью ω , отличная от D . Найдите AF , если $AC = 10$, $AB = 6$, $BE = 5$.
4. [4 балла] В телеигре ведущий берет несколько коробок и ровно в три из них кладет по одному шарик. Игрок может указать на пять коробок и открыть их. Если в этих коробках лежат все три шарика, то игрок выигрывает. Игроку разрешили открыть шесть коробок. Во сколько раз увеличилась вероятность выигрыша игрока?
5. [5 баллов] Найдите все значения параметра a , при которых корни уравнения $x^2 - (a^2 - a)x + a - 5 = 0$ являются пятым и шестым членами некоторой непостоянной арифметической прогрессии, а корни уравнения $4x^2 - (a^3 - a^2)x + 2a^4 + 2a^2 - a^6 - 4 = 0$ являются третьим и восьмым членами этой прогрессии.
6. [5 баллов] На координатной плоскости построена фигура Φ , состоящая из всех точек, координаты $(x; y)$ которых удовлетворяют неравенству $\left|x - \frac{15}{2} + \frac{y}{6\sqrt{3}}\right| + \left|x - \frac{15}{2} - \frac{y}{6\sqrt{3}}\right| \leq 3$. Фигуру Φ непрерывно повернули вокруг начала координат на угол π против часовой стрелки. Найдите площадь фигуры, которую замела фигура Φ при этом повороте.
7. [6 баллов] На гипотенузе BC прямоугольного треугольника ABC выбраны точки P и Q так, что $AB = BP$, $AC = CQ$. Внутри треугольника ABC выбрана точка D , для которой $DP = DQ$, а $\angle PDQ = 90^\circ$. Найдите $\angle DBC$, если известно, что $\angle DCB = 20^\circ$.



На одной странице можно оформлять **только одну** задачу. Отметьте **крестиком** номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в **решении каждой задачи отдельно**.

1 ☒ 2 ☐ 3 ☐ 4 ☐ 5 ☐ 6 ☐ 7 ☐

СТРАНИЦА
1 из 1

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

Если все числа равны, то $x^2 = 3x + x^2 \Rightarrow x = 0$, но это не так $\Rightarrow$
 $\Rightarrow \exists$ два неравных числа. ИМХО $x \neq y \neq z$

$$\begin{cases} xy = 3z + z^2 & (1) \\ yz = 3x + x^2 & (2) \\ xz = y^2 + 3y & (3) \end{cases}$$

$$(1) - (2) : y(x/z) = (z-x)(z+x) + 3(z-x)$$
$$x + z + 3 = -y \Rightarrow \boxed{x + y + z = -3}$$

$$(1) + (2) + (3) \quad \begin{matrix} \text{"9"} \\ xy + yz + zx = 3z + 3x + 3y + x^2 + y^2 + z^2 \end{matrix}$$
$$\begin{matrix} \text{"9"} \\ (x+y+z)^2 - (x^2 + y^2 + z^2) \end{matrix}$$

$$\begin{matrix} 2 \\ 9 - (x^2 + y^2 + z^2) = -18 + 2(x^2 + y^2 + z^2) \Rightarrow x^2 + y^2 + z^2 = \frac{27}{3} = 9 \end{matrix}$$

$$\text{Тогда } (x+3)^2 + (y+3)^2 + (z+3)^2 =$$

$$= \underbrace{x^2 + y^2 + z^2}_{\text{"9"}} + 6 \underbrace{(x+y+z)}_{\text{"-3"}} + 27 = 9 - 18 + 27 = \boxed{18}$$

Ответ: 18



На одной странице можно оформлять только одну задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.

1	2	3	4	5	6	7
☐	☒	☐	☐	☐	☐	☐

СТРАНИЦА
1 из 1

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

$$2. \underbrace{9 \dots 9}_{40000} = 10^{40000} - 1 \Rightarrow \underbrace{9 \dots 9^3}_{40000} = (10^{40000} - 1)^3 =$$

$$= 10^{3 \cdot 40000} - 3 \cdot 10^{2 \cdot 40000} + 3 \cdot 10^{40000} - 1$$

$$\begin{array}{r} 10 \dots 10 \dots 0 \\ - \underbrace{40000} \\ \hline 3 \dots 0 \dots 0 \\ - \underbrace{2 \cdot 40000} \\ \hline 2 \dots 0 \dots 0 \end{array}$$

$$\underbrace{9 \dots 9}_{40000-1} \underbrace{7 \dots 9}_{40000} \underbrace{0 \dots 0}_{2 \cdot 40000}$$

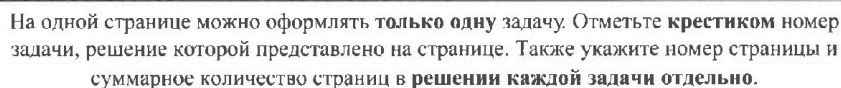
, добавившие $3 \cdot 10^{40000}$ только добавили 3

в соответствующую 0 $\Rightarrow$ кол-во 9

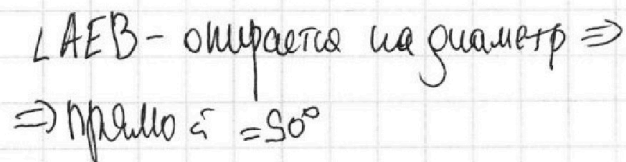
не изменится, а все остальные единицы превратятся в нули
40000 девяток в 9, а 3 $\rightarrow$ 2 $\Rightarrow$ всего девяток будет

$$40000 - 1 + 40000 = 79999$$

Ответ: 79999

7
□

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!



Тогда по Т. Пифагора: $AB^2 = BE^2 + AE^2 \Rightarrow$
 $\Rightarrow AE = \sqrt{11}$

По т. синусов $\triangle BED$: $\frac{BE}{\sin \angle BDE} = 6 \Rightarrow$

$$\Rightarrow \sin BDE = \frac{5}{6} = \sin \text{FDC. Die yron allennore}$$

$$\frac{CF}{CD} = \frac{5}{5} \Rightarrow \cancel{AD = \sqrt{10}} \Rightarrow \sin \angle FED =$$

~~$\frac{\sqrt{11}}{6} \Rightarrow \cos \theta = \frac{5}{6}$~~

Плот. кониусов в ABC:

$$36 = \frac{100}{64} + BC^2 - 2 \cdot 10 \cdot BC \cdot \frac{5}{6}$$

~~$$10. \quad BC^2 - \frac{50}{3}BC + 64 = 0$$~~

~~$$BC_{1,2} = \frac{50 \pm \sqrt{2500 - 12.64}}{6}$$~~

$\triangle ACD \sim \triangle FDC$ по 2 углам ($\angle C$ общий, $\angle ADF = 90^\circ = \angle CDF$)

$$\frac{CD}{AC} = \frac{CF}{CD} = \frac{5}{6} \Rightarrow CD = \frac{5}{6} \cdot AC = \frac{50}{6}$$

$$CF = \frac{5}{6} CD = \frac{250}{36} \Rightarrow AE = CD - CF = \frac{360 - 250}{36} =$$

$$= \frac{90}{36} = \frac{45}{18} = \frac{5}{2}$$

Obes: $\frac{5}{2} = 2,5$



На одной странице можно оформлять только одну задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.

1
☐

2
☐

3
☐

4
☐

5
☒

6
☐

7
☐

СТРАНИЦА
{ ИЗ }

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

Разность корней это $\sqrt{D}$.

З x_1, x_2, x_3, x_4 - корни первого и второго урав. Тогда $x_1 - x_2 = d$, $x_3 - x_4 = 5d$ по условию, где d - шаг прописки.

$$\text{Тогда } (a^2 - a)^2 - 4(a - 5) = d^2$$

$$a^2(a^2 - a)^2 - 4 \cdot 4 \cdot (2a^4 + 2a^2 - a^4 - 25d^2)$$

$$(a^2 - 2)(2 - a^4)$$

$$\text{Т.е. } (a^2 - a)^2 - 4(a - 5) = a^2(a^2 - a)^2 - 16 \cdot (2 - a^4)(a^2 - 2)$$

$$(25 - a^2)(a^2 - a)^2 - 4(a - 5) = -16(2 - a^4)(a^2 - 2)$$

$$(a - 5)(5 - a)((a + 5)(a^2 - a)^2 + 4) = -16(2 - a^4)(a^2 - 2)$$

$$(a - 5)(a + 5)(a^2 - a)^2 + 4 = 16(a^2 - 2)(2 - a^4)$$

Тогда решая данное уравнение найдем возможные a , которые подставив в дискриминант и проверив его положительность и получим ответ.



На одной странице можно оформлять только одну задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.

1	2	3	4	5	6	7
☐	☐	☐	☐	☐	☒	☐

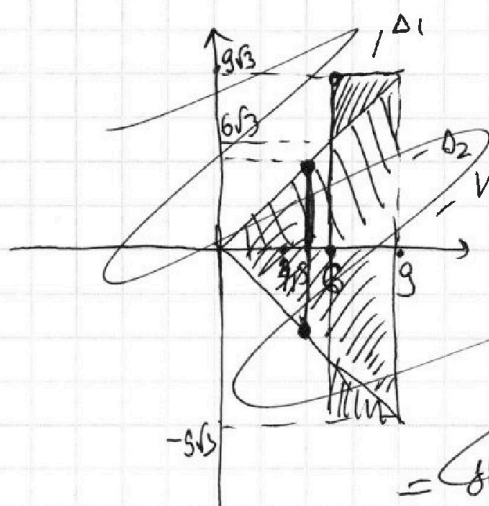
СТРАНИЦА
2 из 2

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

Т.е. что вернемся к x . $t \leq 1,5 \Rightarrow x \leq 9$

$$-1,5 \leq t \leq 1,5$$

$$6 \leq x \leq 9$$



наша фигура.

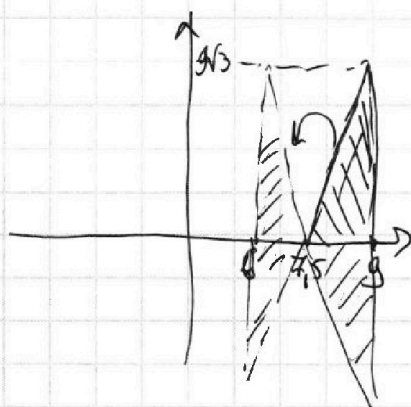
ее площадь это

$$2 \cdot (S_{\Delta_1} + S_{\Delta_2}) = 2 \left(\frac{9 \cdot 9\sqrt{3}}{2} + \frac{3\sqrt{3} \cdot 3}{2} \right) = 81\sqrt{3} + 9\sqrt{3} = 90\sqrt{3}$$

Ответ: $290\sqrt{3}$

$|x - 7,5| \leq 3 \Rightarrow 4,5 \leq x \leq 10,5$ т.е. ответим 4,5 не учитываем т.к. 7 || больше 3 отст.

$f(4,5) \Rightarrow 4 - 3 \Rightarrow 1$ $t \geq 0$ т.к. иная от больше не



те ~~наша~~ S это 2

При повороте фигура займет свою площадь $\cdot 4$ (вращаем поворачиваем) $\Rightarrow S = 4 \cdot S_{\text{фиг}} =$

$$= 4 \cdot \frac{1,5 \cdot 9\sqrt{3}}{2} = 27\sqrt{3}$$

Ответ: $27\sqrt{3}$



На одной странице можно оформлять только одну задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.

1 ☐ 2 ☐ 3 ☐ 4 ☐ 5 ☐ 6 ☒ 7 ☐

СТРАНИЦА
1 из 2

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

$$6. \quad] x - \frac{15}{2} = +$$

$$| + + \frac{y}{6\sqrt{3}} | + | + - \frac{y}{6\sqrt{3}} | \leq 3$$

График симметричен относительно $y=0$ т.к. от замены $y \rightarrow -y$ ничего не изменилось. $\Rightarrow \forall y \geq 0$

Тогда есть 3 случая раскрытия модуля:

$$1. \quad + \geq \frac{y}{6\sqrt{3}} \Downarrow$$

$$2 + \leq 3 \Rightarrow + \leq 1,5$$

$$+ \geq \frac{y}{6\sqrt{3}} \Rightarrow 2 + \geq \frac{y}{6\sqrt{3}}$$

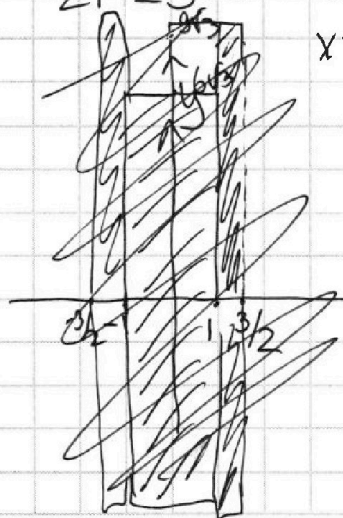
$$9\sqrt{3} \geq y \Rightarrow 6\sqrt{3} + \geq y$$

$$2. \quad -\frac{y}{6\sqrt{3}} \leq + \leq \frac{y}{6\sqrt{3}} \Rightarrow + + \frac{y}{6\sqrt{3}} - + + \frac{y}{6\sqrt{3}} \leq 3 \quad \text{прямая пропорц.}$$

$$2y \leq 18\sqrt{3} \Rightarrow y \leq 9\sqrt{3} \quad -1,5 \leq + \leq 1,5$$

$$3. \quad + \leq -\frac{y}{6\sqrt{3}}$$

$$-2 + \geq 3 \Rightarrow + \leq -\frac{3}{2} \quad 900 \quad 9\sqrt{3} \quad 2 + y \text{ меньше в данном выраж.}$$



$x \geq 6$ т.к. шаг по x больше стр.

При выборе шага, который задает форму, шаг равна шагу функции т.к. ось центральная - симметричная.

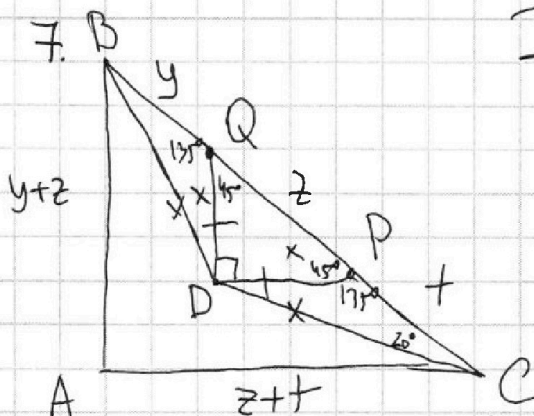
$$+ \leq -\frac{y}{6\sqrt{3}} - \text{прямая пропорц.}$$



На одной странице можно оформлять только одну задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.

1
☐2
☐3
☐4
☐5
☐6
☐7
☒СТРАНИЦА
1 из 1

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!



$$\square QD = DP = x, BQ = y, QP = z,$$

(Решен. точки именно
такие же и более не выполнят пер-во Δ)

$$\text{По условию } AB = y + z \\ AC = z + t$$

По теореме Пифагора! $\triangle ABC$ $(y+z)^2 + (z+t)^2 = (y+z+t)^2 \Rightarrow$

$$\Rightarrow \cancel{z^2} + y^2 + \cancel{t^2} + 2yz + 2zt = y^2 + \cancel{z^2} + \cancel{t^2} + 2yz + 2zt + 2ty$$

$$\Rightarrow z^2 = 2ty$$

По теореме Пифагора $\triangle PQD$: $2x^2 = z^2 \Rightarrow x^2 = ty \Rightarrow$

$$\Rightarrow \frac{x}{y} = \frac{t}{x}$$

Т.к. $\triangle DQP$ - р/б и прям. то $\angle DPQ = \angle DQP = 45^\circ \Rightarrow$

$\Rightarrow \angle DPC = \angle DQB = 135^\circ$, тогда $\triangle BQD \sim \triangle DPC$ по 2 сторонам

и углу Т.е. $\angle DBQ = \angle PDC = 180^\circ - (135^\circ + 20^\circ) = 25^\circ$

Ответ: 25°



На одной странице можно оформлять только одну задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.

1 2 3 4 5 6 7

СТРАНИЦА
__ ИЗ __

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

$$\begin{aligned} xy &= z(z+3) \\ yz &= x(x+3) \\ xz &= y(y+3) \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} y(x-z) &= z^2 - x^2 + 3(z-x) & (a^4 + a^2 - 2a)(a+5) \\ -y &= x+z+3 & a^4(2-a^2) = (a^2-2)(2-a^4) \\ x+y+z &= -3 & 2(a^2-2) = 11 \end{aligned}$$

$$(x+3)^2 + (z+3)^2 + (z-x-2)^2 \quad y = -3-x-z \quad \frac{5!}{3!2!}$$

$$\cancel{x^2+6x+9} + \cancel{z^2+6z+9} + \cancel{x^2+z^2+2xz} = x^2+y^2+z^2$$

$$\frac{1}{2} \cdot \frac{12}{5} xy + yz + xz - 3x - 3y - 3z = x^2 + y^2 + z^2$$

$$C_6^3 = \frac{6!}{3!3!} =$$

$$= \frac{6 \cdot 5 \cdot 4}{3 \cdot 2}$$

$$\frac{C_6^2 \cdot \frac{3}{2} \cdot \frac{n-3}{n}}{C_5^2}$$

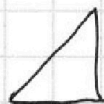
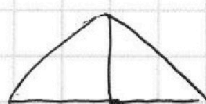
$$\frac{6}{5}$$

$$xy + yz + zx = \frac{(x+y+z)^2 - (x^2+y^2+z^2)}{2}$$

$$x_1 - x_2 = \sqrt{5}$$

$$\frac{5}{6} \Rightarrow 1$$

$$\frac{6}{5}$$



$$\frac{3}{2} \cdot \frac{8}{62} = \frac{3}{4}$$

$$3 \rightarrow \text{box}$$

$$\rightarrow \text{box}$$

$$\frac{1}{n-5}$$

$$2 \rightarrow \text{box}$$

$$\rightarrow \text{box}$$

$$1 \rightarrow \text{box}$$

$$\rightarrow \text{box}$$

$$\rightarrow \text{box}$$

$$\rightarrow \text{box}$$

$$C_5^2 \cdot \left(\frac{3}{n}\right)^3 \cdot \left(\frac{n-3}{n}\right)^2$$

$$C_6^2 \cdot \left(\frac{3}{n}\right)^3 \cdot \left(\frac{n-3}{n}\right)^3$$



На одной странице можно оформлять только одну задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.

1 2 3 4 5 6 7

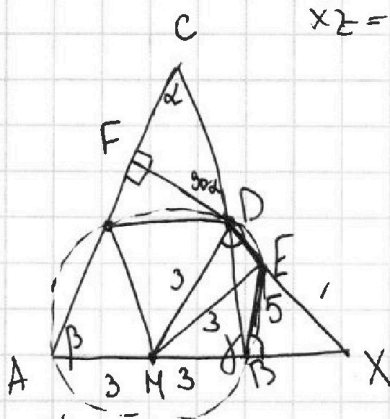
СТРАНИЦА
из

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

$$\left| x - \frac{15}{2} + \frac{y}{6\sqrt{3}} \right| + \left| x - \frac{15}{2} - \frac{y}{6\sqrt{3}} \right| = 37 + z^2$$

$$xz = y^2 + 3y$$

$\sqrt{113}$



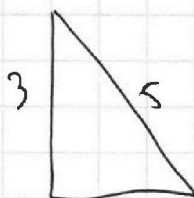
$$XE \cdot XD = XB \cdot XM$$

$$\frac{y}{z} = \frac{z(z+3)}{y(y+3)}$$

$$(y+3) = \frac{z^2}{y^2} \cdot (z+3)$$

$$(x+3) = \frac{z^2}{x^2} (z+3)$$

$$25 = 18 - 2ab \cdot \cos \alpha$$



$$7 = -18 \cdot \cos \alpha \quad \frac{CD}{AC} = \frac{CF}{CD}$$

$$\cos \alpha = -\frac{7}{18}$$

$$x^2 - (a^2 - a)x + (a - 5) = 0$$

$$\frac{-b + \sqrt{b^2 - 4ac}}{2} - \frac{-b - \sqrt{b^2 - 4ac}}{2} = \sqrt{b^2 - 4ac}$$

$$\sqrt{(a^2 - a)^2 - 4(a - 5)} = t$$

$$\sqrt{(a^2 - a)^2 - 16} = 5t$$

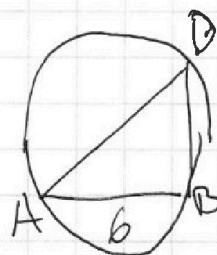
$$t^2 = (a^2 - a)^2 - 4(a - 5)$$

$$25t^2 = (a^2 - a)^2 - 16 \cdot (2a^4 + 2a^2 - a^6 - 4)$$

$$25((a^4 - 2a^3 + a^2) - 4a + 20) = (a^6 + a^4) - 32a^4 - 32a^2 +$$

$$25a^4 - 50a^3 + 25a^2 - 100a + 500 = a^6 + a^4 - 32a^4 - 32a^2 + 64a^2 + 64$$

8a





На одной странице можно оформлять только одну задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.

1 2 3 4 5 6 7
☐ ☐ ☐ ☐ ☐ ☐ ☐

СТРАНИЦА
 _ ИЗ _

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

$$25. (a^4 + a^2 - 2a^3 - 4a + 20) = a^6 + a^4 - 2a^5 - 32a^4 - 32a^2 + 16a^6 + 64$$

$$\underline{28a^4} + \underline{25a^2} - 50a^3 - 100a + 500 = a^6 + a^4 - 2a^5 - \underline{32a^4} - \underline{32a^2} + 16a^6 + 64$$

$$56a^4 + 57a^2 + 2a^5 + 16a^6 - 50a^3 - 100a + 436 = 0$$

$$\cancel{56a^4} + \cancel{57a^2} + \cancel{2a^5} + \cancel{16a^6} - \cancel{50a^3} - \cancel{100a} + 436$$

$$2x = z^2 = 2yt$$

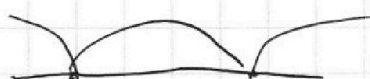
$$x^2 = yt$$

$$\frac{x}{y} = \frac{t}{x}$$

$$x = \frac{t^2}{2}$$

$$\frac{x}{y} = \frac{t}{x} \left(t + \frac{y}{6\sqrt{3}} \right) + \left(t - \frac{y}{6\sqrt{3}} \right) \leq 3$$

$$6\sqrt{3}t \geq y$$

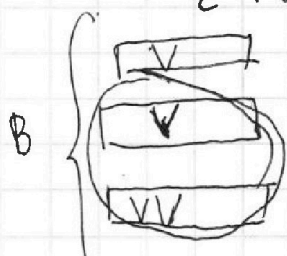


$$1. t \geq y\sqrt{63}$$

$$2. t \leq y\sqrt{63}$$

$$(y+z)^2 + (z+t)^2 = (y+z+t)^2$$

$$z^2 + 2yz + 2zt = 2yt$$



$\Rightarrow$ Duz

$$x \cdot 1$$

$$x \cdot v$$

$$\frac{v+vv}{00y} =$$

$$= v + vv. \frac{v}{v} \neq$$



На одной странице можно оформлять только одну задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.

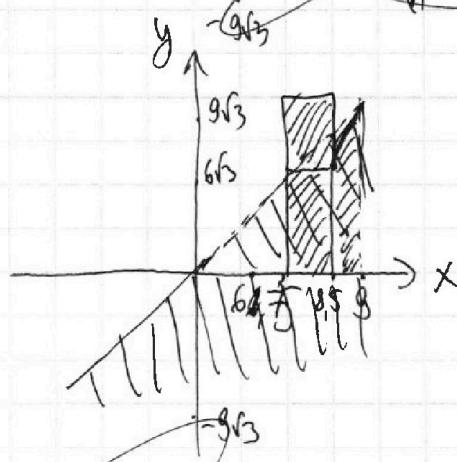
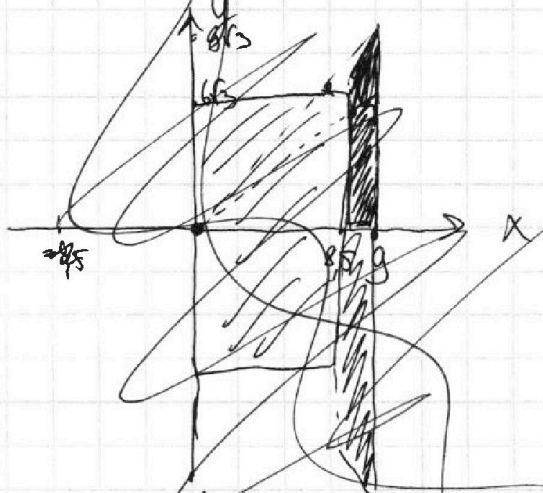
1 ☐ 2 ☐ 3 ☐ 4 ☐ 5 ☒ 6 ☒ 7 ☐

СТРАНИЦА

1 из

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

Вернемся от x .



$S_{\text{ф}} = S_{\text{заш.}} \cdot 2$ т.к. есть еще $y \leq 0$.

$$S = 2 \cdot \left(2 \cdot 6\sqrt{3} + 0,5 \cdot \frac{9\sqrt{3} + 6\sqrt{3}}{2} \right)$$

$$2 \cdot \left(12\sqrt{3} + \frac{15\sqrt{3}}{4} \right)$$

$$t=8 \quad x=5 \Rightarrow t=1 \Rightarrow y=6\sqrt{3} \quad 24\sqrt{3} + 7,5\sqrt{3} =$$

$$= 31,5\sqrt{3}$$

Ответ: $31,5\sqrt{3}$

$$S = 2 \cdot \left(2 \cdot 9\sqrt{3} + \frac{1}{2} \cdot \frac{9\sqrt{3} + 6\sqrt{3}}{2} \right) =$$

$$= 36\sqrt{3} + \frac{15\sqrt{3}}{2} = 43,5\sqrt{3} \quad \text{Ответ: } 43,5 \cdot \sqrt{3}$$



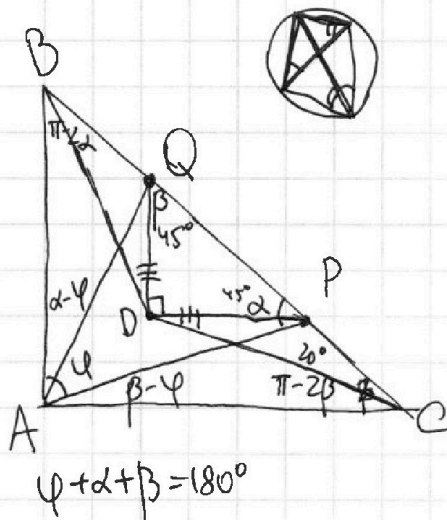
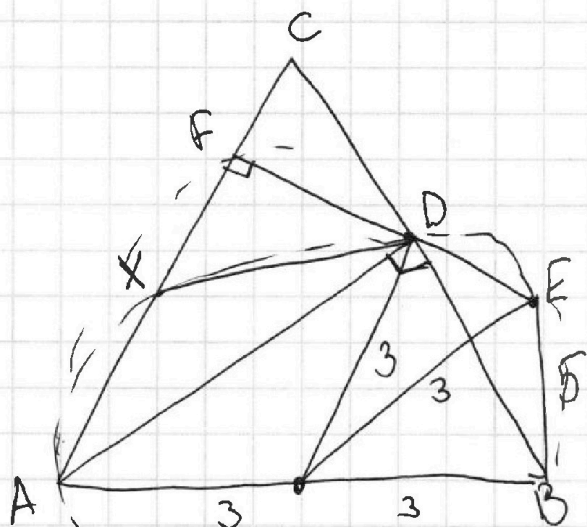
На одной странице можно оформлять только одну задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.

1 2 3 4 5 6 7

СТРАНИЦА
__ ИЗ __

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

1 2 3 4 5 6 7



$\triangle CDF \sim \triangle ABC$
 $\frac{CD}{AB} = \frac{CF}{BC}$

$$xy = \frac{z^2 + 3z}{y}$$

$$yz = 3x + x^2$$

$$xz = y^2 + 3y$$

$$z^3 + 3z^2 = y^3 + 3y^2$$

$$(z-y)(z^2 + yz + y^2) = -3(y-z)y$$

$$z^2 + yz + y^2 + 3y + 3z = 0$$

$$z^2 + 2yz + 2y^2 + 6z + 6y = 0$$

$$(z+y)^2 + (z+3)^2 + (y+3)^2 = 18$$

$$2(\dots) + (\dots) = 18 \cdot 3$$

$$z^2 + 3z + z(y+3) + y(y+3) = 0$$

$$\frac{-(y+3) \pm \sqrt{(y+3)^2 - 4(y+3)y}}{2} = \frac{\sqrt{(y+3)(3-3y)} - (y+3)}{2} = z$$



На одной странице можно оформлять только одну задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.

1 2 3 4 5 6 7

СТРАНИЦА
__ ИЗ __

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

$$(x+3)^2 + (y+3)^2 + (z+3)^2 = 1 - C_{n-5}^3 - C_{n-5}^2 - C_{n-5}^1$$

$$z^2 + 3z = xy$$



$$yz = x^2 + 3x$$

$$xz = y^2 + 3y$$

$$x^2 + y^2 + z^2 + 3x + 3y + 3z = xy + xz + yz$$

$$2x^2 + 2y^2 + 2z^2 + 6x + 6y + 6z = (x+y)^2 - (x^2 + y^2)$$

$$27 + 6x + 6y + 6z +$$

$$x = \frac{3z + z^2}{y}$$

$$z^3 + 3z^2 = 3y^2 + y^3$$

$$z^3 - y^3 = 3(y^2 - z^2)$$

$$(z-y)(z^2 + yz + y^2) = 3(y-z)(y+z)$$

$$z^2 + yz + y^2 = 3y + 3z$$

$$x^2 + xy + y^2 = 3x + 3y$$

$$x^2 + xz + z^2 = 3x + 3z$$

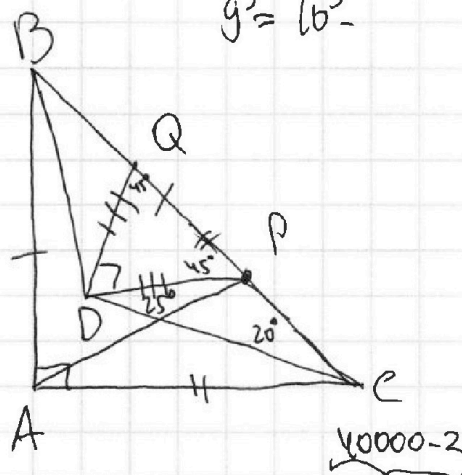
$$\begin{array}{r} 100 \\ -3 \\ \hline 97 \\ 729 \\ 700 \\ -730 \\ \hline 729 \end{array}$$

$$\begin{array}{r} 2.400000 \\ 800 \\ 800 \\ 9^3 = 729 \\ -1000 \\ 900 \end{array}$$

$$\begin{aligned} x &= y \\ (x-3)(y+z) + (y-3)(x+z) + (z-3)(x+y) \\ &= 2xy + xz + yz - 3y - 3z + \\ &= \frac{2(xy + xz + yz) - 6(x + y + z)}{2} \end{aligned}$$

$$27 + xy + xz + yz + 3x + 3y + 3z$$

$$9^3 = 10^3$$



$$\begin{array}{r} 0 \dots 03 \dots \\ \hline 40000 \\ 40000-1 \end{array}$$





На одной странице можно оформлять **только одну** задачу. Отметьте **крестиком** номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в **решении каждой задачи отдельно**.

1	2	3	4	5	6	7
☐	☐	☐	☐	☐	☐	☐

СТРАНИЦА
__ ИЗ __

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

$$\begin{cases} 2xy + 9 = 6z + 2z^2 + 9 \\ 2yz + 9 = 6x + 2x^2 + 9 \\ 2xz + 9 = 6y + 2y^2 + 9 \end{cases}$$

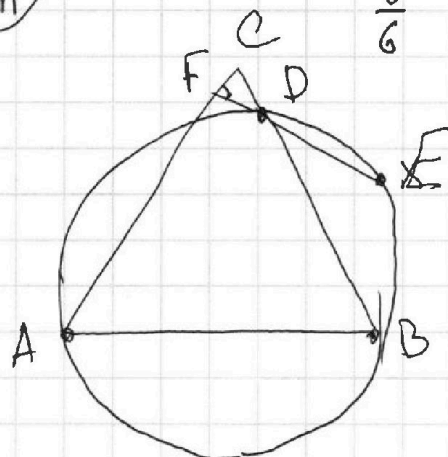
$$2xy + 9 = z^2 + (z+3)^2$$

$$2yz + 9 = x^2 + (x+3)^2$$

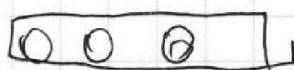
$$2xz + 9 = y^2 + (y+3)^2$$

$$x^2 + y^2 + z^2 + t = 2xy + 2yz + 2xz + 27$$

$$(x-y)^2 + (y-z)^2 + (z-x)^2 + t = 27 + x^2 + y^2 + z^2$$



1200 1200



$$x^2y = z$$

$$9$$

$$99$$

$$(100-1)^3 =$$

$$t = (10^{40000} - 1)^2$$

$$= 10^{80000} - 3 \cdot 10^{40000} + 1$$

$$t^3 - 3t^2 + 3t - 1$$

$$1 - \frac{1}{10000^3} - \frac{3}{10000^2} + \frac{3}{10000} - 1$$

$$\frac{1000}{1000} - \frac{200}{1000} = \frac{800}{1000}$$

