



МОСКОВСКИЙ  
ФИЗИКО-ТЕХНИЧЕСКИЙ  
ИНСТИТУТ

ОЛИМПИАДА "ФИЗТЕХ"  
ПО МАТЕМАТИКЕ

10 КЛАСС. Вариант 5



1. [4 балла] Ненулевые числа  $x, y, z$  удовлетворяют системе уравнений

$$\begin{cases} xy = 3z + z^2, \\ yz = 3x + x^2, \\ zx = 3y + y^2. \end{cases}$$

Найдите все возможные значения выражения  $(x + 3)^2 + (y + 3)^2 + (z + 3)^2$ , если известно, что система имеет хотя бы одно решение в ненулевых числах.

2. [2 балла] Десятичная запись натурального числа  $n$  состоит из 40 000 девяток. Сколько девяток содержит десятичная запись числа  $n^3$ ?
3. [5 баллов] Окружность  $\omega$  с диаметром  $AB$  пересекает сторону  $BC$  остроугольного треугольника  $ABC$  в точке  $D$ . Точка  $F$  выбрана на отрезке  $AC$  так, что  $DF \perp AC$ , а  $E$  – точка пересечения отрезка  $DF$  с окружностью  $\omega$ , отличная от  $D$ . Найдите  $AF$ , если  $AC = 10$ ,  $AB = 6$ ,  $BE = 5$ .
4. [4 балла] В телегре ведущий берет несколько коробок и ровно в три из них кладет по одному шарику. Игрок может указать на пять коробок и открыть их. Если в этих коробках лежат все три шарика, то игрок выигрывает. Игроку разрешили открыть шесть коробок. Во сколько раз увеличилась вероятность выигрыша игрока?
5. [5 баллов] Найдите все значения параметра  $a$ , при которых корни уравнения  $x^2 - (a^2 - a)x + a - 5 = 0$  являются пятым и шестым членами некоторой непостоянной арифметической прогрессии, а корни уравнения  $4x^2 - (a^3 - a^2)x + 2a^4 + 2a^2 - a^6 - 4 = 0$  являются третьим и восьмым членами этой прогрессии.
6. [5 баллов] На координатной плоскости построена фигура  $\Phi$ , состоящая из всех точек, координаты  $(x; y)$  которых удовлетворяют неравенству  $\left|x - \frac{15}{2} + \frac{y}{6\sqrt{3}}\right| + \left|x - \frac{15}{2} - \frac{y}{6\sqrt{3}}\right| \leq 3$ . Фигуру  $\Phi$  непрерывно повернули вокруг начала координат на угол  $\pi$  против часовой стрелки. Найдите площадь фигуры, которую замела фигура  $\Phi$  при этом повороте.
7. [6 баллов] На гипотенузе  $BC$  прямоугольного треугольника  $ABC$  выбраны точки  $P$  и  $Q$  так, что  $AB = BP$ ,  $AC = CQ$ . Внутри треугольника  $ABC$  выбрана точка  $D$ , для которой  $DP = DQ$ , а  $\angle PDQ = 90^\circ$ . Найдите  $\angle DBC$ , если известно, что  $\angle DCB = 20^\circ$ .

На одной странице можно оформлять **только одну** задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.







СТРАНИЦА  
1 из 1

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

$$\begin{cases} xy = 3z + z^2 \\ yz = 3x + x^2 \\ zx = 3y + y^2 \end{cases}$$

$$\begin{cases} xy = z(3+z) \\ yz = x(x+3) \\ zx = y(y+3) \end{cases}$$

$$(x+3)^2 + (y+3)^2 + (z+3)^2 = x^2 + y^2 + z^2 + 18(xy + yz + zx)$$

Перемножим все:  $x^2 y^2 z^2 = xy z (x+3)(y+3)(z+3)$

$$xyz = (x+3)(y+3)(z+3) \quad (x, y, z \neq 0)$$

$$xyz = xyz + 3(xy + yz + zx) + 9(xy + yz + zx)$$

$$\frac{1}{3}xyz - 3(xy + yz + zx) - 9 = 0$$

Сложим все:  $\cancel{xyz} - \cancel{3(xy + yz + zx)} - \cancel{9} = 0$

$$(x+y+z)^2 = x^2 + y^2 + z^2 + 2(xy + yz + zx)$$

Пусть  $a = x+y+z$ ,  $b = x^2 + y^2 + z^2$ ,  $c = xy + yz + zx$

$$\begin{cases} a^2 = b + 2c \\ c + 3a + 9 = 0 \\ c = 3a + b \Rightarrow b = c - 3a \end{cases}$$

$$\begin{cases} a^2 = 3c - 3a \\ c + 3a + 9 = 0 \Rightarrow c = -9 - 3a \end{cases}$$

$$\begin{aligned} a^2 + 3(-9 - 3a) - 3a &= 0 \\ a^2 - 12a - 27 &= 0 \\ (a-9)(a+3) &= 0 \Rightarrow \begin{cases} a = 9 \\ a = -3 \end{cases} \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} 1) a &= 9 \\ c &= -9 - 3a = 0 \\ b &= 0 - 3 \cdot 9 = -27 \\ \text{но } b &= x^2 + y^2 + z^2 > 0, \end{aligned}$$

$$a^2 = 3(-9 - 3a) - 3a$$

$$a^2 + 12a + 27 = 0$$

$$(a+3)(a+9) = 0 \Rightarrow \begin{cases} a = -3 \\ a = -9 \end{cases}$$

$$1) a = -3$$

$$c = -9 - 3a = 0$$

$$b = c - 3a = 9$$

$$(x+3)^2 + (y+3)^2 + (z+3)^2 = b + 6a + 27$$

$$b + 6a + 27 = 9 - 6 \cdot 3 + 27 = 18$$

$$2) a = -9$$

$$c = -9 - 3a = 18$$

$$b = c - 3a = 18 + 27 = 45$$

$$b + 6a + 27 = 45 - 6 \cdot 9 + 27 = 18$$

Значит всегда если есть реш., то  $(x+3)^2 + (y+3)^2 + (z+3)^2 = 18$

Ответ: 18



На одной странице можно оформлять только одну задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.

 1 2 3 4 5 6 7СТРАНИЦА  
1 из 1

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

$$\begin{aligned} n &= \underbrace{99\dots9}_{x} = 10^x - 1 \\ n^3 &= (\underbrace{10^x - 1}_{x})^3 = 10^{3x} - 1 - 3 \cdot 10^{2x} + 3 \cdot 10^x = \underbrace{9\dots9}_{x-1} - \underbrace{30\dots0}_{2x} + \underbrace{30\dots0}_x \end{aligned}$$

Пусть б число  $n$   $x$  девяток ( $x=40000$ )

$$n = \underbrace{99\dots9}_{x} = 10^x - 1$$

$$\begin{aligned} n^3 &= (\underbrace{10^x - 1}_{x})^3 = 10^{3x} - 1 - 3 \cdot 10^{2x} + 3 \cdot 10^x = \underbrace{9\dots9}_{x-1} - \underbrace{30\dots0}_{2x} + \underbrace{30\dots0}_x \\ &= \underbrace{9\dots969\dots9}_{x-1} + \underbrace{30\dots0}_x = \underbrace{9\dots970\dots029\dots9}_{x-1} \\ &+ \underbrace{\frac{9\dots969\dots999\dots9}{30\dots0}}_{x-1} \quad \uparrow 2x-1 \text{ девятка} \end{aligned}$$

$$2x-1 = 2 \cdot 40000 - 1 = 79999$$

Ответ: 79999

На одной странице можно оформлять только одну задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.



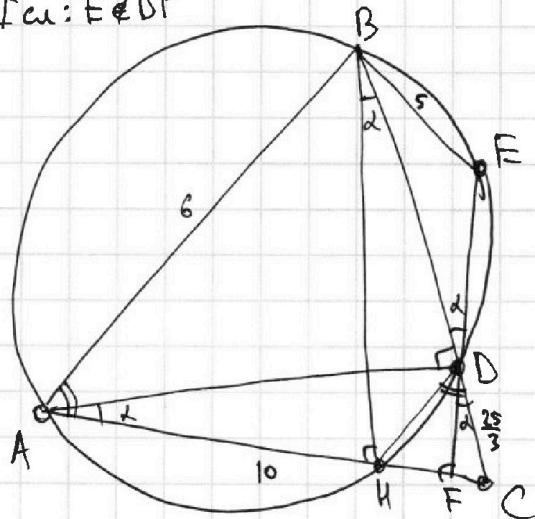





СТРАНИЦА  
1 из 1

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

I сл:  $E \notin DF$



$AB$ -диаметр  $\Rightarrow \angle ADB = 90^\circ$

$H = AC \cap BE$ . Аналогично  $\angle AHB = 90^\circ$

$\angle = \angle BDE = \angle FDC$  (вертикальные)

$\angle FCD$

$\triangle FDC: \angle FDC = 180 - 90 - \alpha = 90 - \alpha$

$\triangle ADC: \angle DAC = (180 - 90 - (90 - \alpha)) = \alpha$

↓

$\angle DAC = \alpha = \angle BDE$

↓

$\overline{DH} = \overline{BE}$  (меньшие)

$DH = BE = 5$

$ABDH$ -внс  $\Rightarrow \angle BAH = \angle HDC \Rightarrow \triangle MDC \sim \triangle BAC$  (по 2 углам)  $\Rightarrow$

$$\Rightarrow \frac{DH}{AB} = \frac{HC}{BC} \Rightarrow \frac{5}{6} = \sin \alpha$$

$\frac{5}{6}$  sin  $\angle HBC$

( $\angle BHC = 90^\circ = \angle FDC \Rightarrow BH \parallel DF \Rightarrow \angle HBC = \angle FDC = \alpha$ )

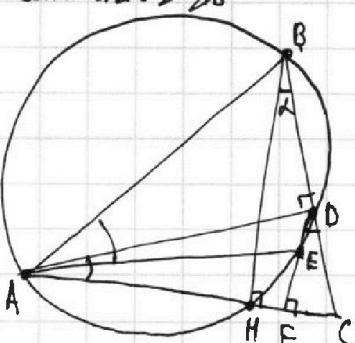
$$\sin \alpha = \frac{DC}{AC} \Rightarrow DC = \frac{5}{6} \cdot 10 = \frac{25}{3} \quad (\triangle ADC)$$

$$\sin \alpha = \frac{FC}{DC} \Rightarrow FC = \frac{5}{6} \cdot \frac{25}{3} = \frac{125}{18} \quad (\triangle FDC)$$

$$AF = AC - FC = 10 - \frac{125}{18} = \frac{180 - 125}{18} = \frac{55}{18}$$

Ответ:

I сл:  $E \in DF$



$\angle HBC = \angle FDC = \alpha$

$ABDE$ -внс  $\Rightarrow \angle EDC = \angle BAE$

аналогично I сл.  $\angle DAC = \alpha$

значит  $\angle BAE = \angle DAH \Rightarrow \overline{BE} = \overline{DH} \Rightarrow BE = DH = 5$

Все остальное как в I сл.

Еще пишем баллы за точкой F, т.к.  $\angle AFB = 180^\circ$

Ответ:  $\frac{55}{18}$



На одной странице можно оформлять только одну задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.

- |                            |                            |                            |                                       |                            |                            |                            |
|----------------------------|----------------------------|----------------------------|---------------------------------------|----------------------------|----------------------------|----------------------------|
| <input type="checkbox"/> 1 | <input type="checkbox"/> 2 | <input type="checkbox"/> 3 | <input checked="" type="checkbox"/> 4 | <input type="checkbox"/> 5 | <input type="checkbox"/> 6 | <input type="checkbox"/> 7 |
|----------------------------|----------------------------|----------------------------|---------------------------------------|----------------------------|----------------------------|----------------------------|

СТРАНИЦА  
1 из 1

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

$P_{выигрыша} = \frac{\text{количество выигрышных вариантов}}{\text{количество всех вариантов}} ; n - \text{количество коробок}$

$$1) P_1 = \frac{\binom{n-3}{2} \leftarrow \text{выбрать 2 из 3 пустых коробки}}{\binom{n}{5} \leftarrow \text{выбрать 5 коробок}} \quad \text{и оставшихся } n-3 \text{ коробок}$$

$$P_1 = \frac{\frac{(n-3)(n-4)}{1 \cdot 2}}{\frac{n(n-1)(n-2)(n-3)(n-4)}{1 \cdot 2 \cdot 3 \cdot 4 \cdot 5}} = \frac{60}{n(n-1)(n-2)}$$

$$2) P_2 = \frac{\binom{n-3}{3} \leftarrow \text{выбрать 3 пустые коробки из остав. } n-3}{\binom{n}{6} \leftarrow \text{выбрать 6 коробок}}$$

$$P_2 = \frac{\frac{(n-3)(n-4)(n-5)}{6}}{\frac{n(n-1)(n-2)(n-3)(n-4)(n-5)}{1 \cdot 2 \cdot 3 \cdot 4 \cdot 5 \cdot 6}} = \frac{120}{n(n-1)(n-2)}$$

$$\frac{P_2}{P_1} = \frac{\frac{120}{n(n-1)(n-2)}}{\frac{60}{n(n-1)(n-2)}} = 2$$

Ответ: 2



На одной странице можно оформлять только одну задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.

1

2

3

4

5

6

7

СТРАНИЦА  
2 ИЗ 2

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

$$\begin{aligned} & 6 - 9\sqrt{3}, 6 - 7\sqrt{3} \\ \text{По } & \text{прогрессии } \underbrace{6 - 5\sqrt{3}}, \underbrace{6 - 3\sqrt{3}}, \underbrace{6 - \sqrt{3}}, \underbrace{6 + \sqrt{3}}, \underbrace{6 + 3\sqrt{3}}, \underbrace{6 + 5\sqrt{3}} \\ & x_3 \qquad \qquad \qquad x_1 \qquad \qquad \qquad x_2 \qquad \qquad \qquad x_4 \end{aligned}$$

значит  $a = 4$  подходит, другие нет.

Ответ:  $a = 4$

На одной странице можно оформлять **только одну** задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.








СТРАНИЦА  
1 из 2

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

$$x^2 - (a^2 - a)x + a - 5 = 0 \leftarrow \text{корни } x_1 \text{ и } x_2$$

По м. Виетта  $x_1 + x_2 = a^2 - a$  ~~по условию~~ (по условию есть корни)

$$4x^2 - (a^2 - a)x + 2a^4 + 2a^2 - a^6 - 4 = 0 \leftarrow \text{корни } x_3 \text{ и } x_4$$

$$\text{По м. Виетта } x_3 + x_4 = \frac{a^2 - a}{4}$$

Пусть  $b, b+d, \dots, b+kd$  — арифм. прогрессия

Значит  $x_1 = b+4d, x_2 = b+5d, x_3 = b+6d, x_4 = b+7d$

$$x_1 + x_2 = x_3 + x_4 = 2b + 9d$$

$$a^2 - a = \frac{a^2 - a^2}{4}$$

$$a^3 - 5a^2 + a = 0$$

$$a(a-1)(a-4) = 0$$

Значит единственно возможные значения  $a$  — это 0, 1, 4

1)  $a=0$

$$\begin{aligned} x^2 - 5 = 0 &\Rightarrow x_1 = \sqrt{5}, x_2 = -\sqrt{5} \\ 4x^2 - 4 = 0 &\Rightarrow x_3 = 1, x_4 = -1 \\ 2b + 9d &= 0 \\ b &= -\frac{9}{2}d \end{aligned} \Rightarrow \begin{cases} b+4d = \pm\sqrt{5} \\ b+5d = \pm\sqrt{5} \\ b+6d = 1 \\ b+7d = -1 \end{cases} \Rightarrow d(4-\frac{9}{2}) = \pm\sqrt{5} \Rightarrow d \in \mathbb{R}$$

2)  $a=1$

$$\begin{aligned} x^2 - 4 = 0 &\Rightarrow x_1 = 2, x_2 = -2 \\ 4x^2 - 1 = 0 &\Rightarrow x_3 = \frac{1}{2}, x_4 = -\frac{1}{2} \\ 2b + 9d &= 0 \\ b &= -\frac{9}{2}d \end{aligned} \Rightarrow \begin{cases} b+4d = \pm 2 \\ b+5d = \pm 2 \\ b+6d = \pm \frac{1}{2} \\ b+7d = \pm \frac{1}{2} \end{cases} \Rightarrow d = \pm 4$$

Если  $d=4$ , то  $b+7d = \pm 2 + 8 \neq \pm \frac{1}{2}$

Если  $d=-4$ , то  $b+7d = \pm 2 - 8 \neq \pm \frac{1}{2}$

3)  $a=4$

$$x^2 - 12x - 1 = 0$$

$$4x^2 - 48x + 4(16 \cdot 4^2 + 2 \cdot 4 - 4^3 - 1) = 0$$

$$x^2 - 12x - 889 = 0$$

$$D = 144 + 4 \cdot 889 = 4 \cdot 25 \cdot 37$$

$$x_{34} = \frac{12 \pm 10\sqrt{37}}{2} = 6 \pm 5\sqrt{37}$$

$$x^2 - 12x - 1 = 0$$

$$D = 144 + 4 = 148 = 4 \cdot 37$$

$$x_{12} = \frac{12 \pm 2\sqrt{37}}{2} = 6 \pm \sqrt{37}$$



На одной странице можно оформлять только одну задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.

- |                          |                          |                          |                          |                          |                                     |                          |
|--------------------------|--------------------------|--------------------------|--------------------------|--------------------------|-------------------------------------|--------------------------|
| 1                        | 2                        | 3                        | 4                        | 5                        | 6                                   | 7                        |
| <input type="checkbox"/> | <input checked="" type="checkbox"/> | <input type="checkbox"/> |

СТРАНИЦА  
3 из 3

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

Посек внутри  $XOE'DA$  не может быть в замкнутой фигуры, т.к. иначе:

~~У~~  $\Rightarrow$   $Y \in$  замкнутая фигура

$AD'$  — отрезок прямой, когда  $Y$  была на его стороне  $AD$  (посек не может быть, т.к.  $AD$  замкнута все между ею)

$Y \in AD' \Rightarrow A \in B^1XA$ , но  $A$  всегда на дуге  $ABB'$ !  
аналогично что  $XOE'C'B'$

$$\begin{aligned} S_{\text{замкнутой фигуры}} &= \frac{\pi \cdot 18^2}{2} - \frac{\pi \cdot 6^2}{2} + S_{YOB'} + S_{ZOA'} - S_{OAE'} - S_{AOB'} \\ &+ S_{BE'C} + S_{DEA} = \pi \cdot 144 + 2 \cdot \pi \cdot 18^2 \cdot \cancel{\frac{2}{360}} \leq 20A - \frac{6 \cdot 9\sqrt{3}}{2} - \\ &\frac{6 \cdot 9\sqrt{3}}{2} + \frac{9\sqrt{3} \cdot 3}{2} + \frac{9\sqrt{3} \cdot 3}{2} \end{aligned}$$

$$\sin \angle ZOA = \frac{9}{18} = \frac{1}{2} \Rightarrow \angle ZOA = 30^\circ (\angle ZOA < 90^\circ)$$

$$\textcircled{2} 144\pi + \frac{\pi \cdot 18^2}{6} - 54\sqrt{3} + 27\sqrt{3} = 198\pi - 27\sqrt{3}$$

$$\text{Ответ: } 198\pi - 27\sqrt{3}$$

На одной странице можно оформлять только одну задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решением которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.

- |                            |                            |                            |                            |                            |                                       |                            |
|----------------------------|----------------------------|----------------------------|----------------------------|----------------------------|---------------------------------------|----------------------------|
| <input type="checkbox"/> 1 | <input type="checkbox"/> 2 | <input type="checkbox"/> 3 | <input type="checkbox"/> 4 | <input type="checkbox"/> 5 | <input checked="" type="checkbox"/> 6 | <input type="checkbox"/> 7 |
|----------------------------|----------------------------|----------------------------|----------------------------|----------------------------|---------------------------------------|----------------------------|

СТРАНИЦА  
1 из 3

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

$$1. x - \frac{15}{2} + \frac{y}{6\sqrt{3}} = 0 \leftarrow \text{прямые}$$

$$2. x - \frac{15}{2} + \frac{y}{6\sqrt{3}} = 0$$

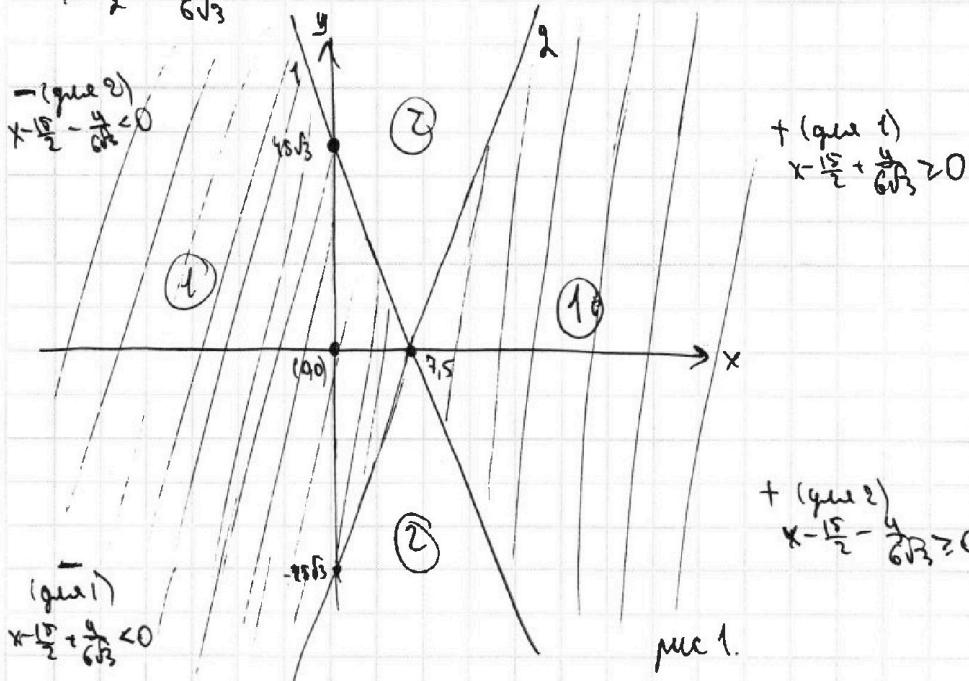


рис. 1.

$$\left| x - \frac{15}{2} + \frac{y}{6\sqrt{3}} \right| + \left| x - \frac{15}{2} - \frac{y}{6\sqrt{3}} \right| \leq 3$$

$$(x - \frac{15}{2} + \frac{y}{6\sqrt{3}})^2 + (x - \frac{15}{2} - \frac{y}{6\sqrt{3}})^2 + 2|(x - \frac{15}{2})^2 - (\frac{y}{6\sqrt{3}})^2| \leq 9$$

$$\cancel{\frac{2}{3}(x - \frac{15}{2})^2} + \cancel{\frac{2}{3}\frac{y^2}{36 \cdot 3}} + |(x - \frac{15}{2})^2 - (\frac{y}{6\sqrt{3}})^2| \leq \frac{9}{2}$$

$$\textcircled{1} \quad (x - \frac{15}{2})^2 - (\frac{y}{6\sqrt{3}})^2 \geq 0$$

$$(x - \frac{15}{2} - \frac{y}{6\sqrt{3}})(x - \frac{15}{2} + \frac{y}{6\sqrt{3}}) \geq 0$$

$\geq 0$	$\geq 0$
$\leq 0$	$\leq 0$

Эти же соотв. точки в закрашенной области + сама прямая на рис. 1

$$2(x - \frac{15}{2})^2 \leq \frac{9}{2} \quad \text{рис. 2}$$

$$|x - \frac{15}{2}| \leq \frac{3}{2} \Rightarrow 8 \leq x \leq 9$$

$$\textcircled{2} \quad (x - \frac{15}{2})^2 - (\frac{y}{6\sqrt{3}})^2 \leq 0$$

$$(x - \frac{15}{2} - \frac{y}{6\sqrt{3}})(x - \frac{15}{2} + \frac{y}{6\sqrt{3}}) < 0$$

$> 0$	$< 0$
$< 0$	$> 0$

Эти же соотв. точки в незакрашенной области на рис. 1

$$2(\frac{y}{6\sqrt{3}})^2 \leq \frac{9}{2} \quad \text{рис. 2}$$

$$|\frac{y}{6\sqrt{3}}| \leq \frac{3}{2} \Rightarrow -3\sqrt{3} \leq y \leq 3\sqrt{3}$$

На одной странице можно оформлять только одну задачу. Отмейте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.

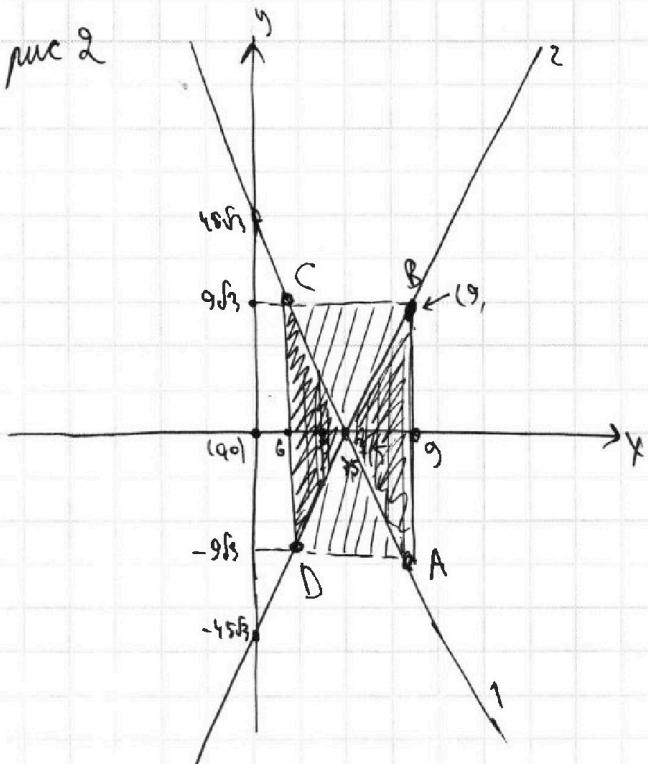


- |                          |                          |                          |                          |                          |                                     |                          |
|--------------------------|--------------------------|--------------------------|--------------------------|--------------------------|-------------------------------------|--------------------------|
| <input type="checkbox"/> | <input checked="" type="checkbox"/> | <input type="checkbox"/> |
|--------------------------|--------------------------|--------------------------|--------------------------|--------------------------|-------------------------------------|--------------------------|

СТРАНИЦА  
2 ИЗ 3

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

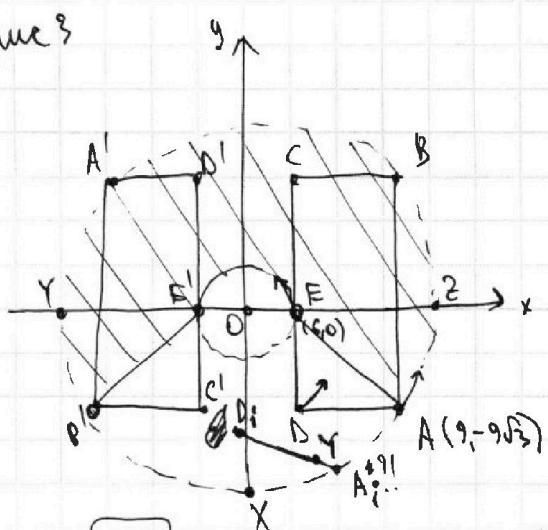
рис 2



$$\text{реш} \quad x - \frac{18}{2} - \frac{y}{6\sqrt{3}} = 0 \\ x = 9 \Rightarrow y = 1,5 \cdot 6\sqrt{3} = 9\sqrt{3}$$

Значит  $\Phi$  — трапеция как на рис 2. ( $A'B'C'D'$ )

рис 3



$$OA = \sqrt{8+81 \cdot 3} = 18$$

Заметим, что точки все "бульки" не могут лежать в замеченной фигуре, т.к. расстояние до  $(0,0)$  от се точек всегда  $\geq 6$  и  $\leq 9\sqrt{3}$

Тогда замеченная фигура — замкнутая. единство +  $\Delta B'E'C' + \Delta AIE$   
~~(Последний внутри  $XOEB'A$  не лежит)~~ ~~Было же брачные прописи~~

$$\text{реш } R_0^{180^\circ}: P \rightarrow D', A \rightarrow A', C \rightarrow C', B \rightarrow B' \\ E \rightarrow E'$$

Заметим, что точка  $A$  будет двигаться по окружности с радиусом  $18\sqrt{3}$ , а точка  $E$  — по окружности с радиусом 6 (т.к. расст. до  $(0,0)$  фикс.) с центром в  $B(0,0)$

Тогда отрезок  $AE$  замечает всю область между этими двумя окружностями  
аналогично про отрезок  $EB$

все замкнутые. область замечена

запомните, что фигура не может быть в

замеченной фигуре, т.к. расстояние до  $(0,0)$  от се

точек

всегда  $\geq 6$  и  $\leq 9\sqrt{3}$

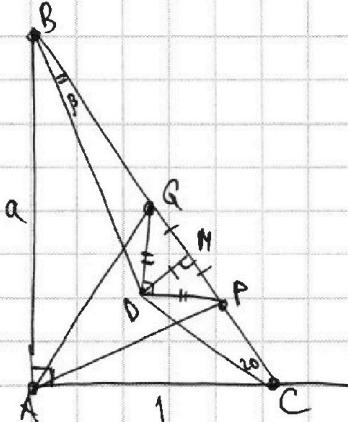
На одной странице можно оформлять только одну задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.



- |                          |                          |                          |                          |                          |                          |                                     |
|--------------------------|--------------------------|--------------------------|--------------------------|--------------------------|--------------------------|-------------------------------------|
| <input type="checkbox"/> | <input checked="" type="checkbox"/> |
|--------------------------|--------------------------|--------------------------|--------------------------|--------------------------|--------------------------|-------------------------------------|

СТРАНИЦА  
1 из 1

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!



$$\angle DBC = \beta, M \text{-сер } \angle P \Rightarrow NC = MP = ND$$

$$\Rightarrow AC = 1, AB = a \Rightarrow BC = \sqrt{a^2 + 1}$$

$$QP = BP + QC - AB = AB + AC - BC = a + 1 - \sqrt{a^2 + 1}$$

$$MP = \cancel{QP} \quad QC - \frac{QP}{2} = 1 - \frac{a + 1 - \sqrt{a^2 + 1}}{2} = \\ = \frac{1 - a - \sqrt{a^2 + 1}}{2}$$

$$MB = BC - NC = \sqrt{a^2 + 1} - \frac{1 - a - \sqrt{a^2 + 1}}{2} = \frac{\sqrt{a^2 + 1} - 1 - a}{2}$$

$$\tg 2\alpha = \frac{DM}{NC} = \frac{QP}{2NC} = \frac{a + 1 - \sqrt{a^2 + 1}}{1 - a - \sqrt{a^2 + 1}}$$

$$\Rightarrow \frac{\tg \beta}{\tg 2\alpha} = \frac{1 - a - \sqrt{a^2 + 1}}{\sqrt{a^2 + 1} - 1 - a}$$

$$\triangle BDC: \tg \beta = \frac{DM}{BM} = \frac{QP}{2BM} = \frac{a + 1 - \sqrt{a^2 + 1}}{\sqrt{a^2 + 1} - 1 - a}$$

$$\tg 2\alpha - \tg 2\alpha \cdot a - a - 1 = \sqrt{a^2 + 1} (\tg 2\alpha - 1)$$

$$(\tg 2\alpha - 1 - a(\tg 2\alpha + 1)) = \sqrt{a^2 + 1} (\tg 2\alpha - 1)$$

$$(\tg 2\alpha - 1)^2 + a^2 (\tg 2\alpha + 1)^2 - 2(\tg 2\alpha - 1) a (\tg 2\alpha + 1) = (a^2 + 1) (\tg 2\alpha - 1)^2 \\ a^2 \cdot \tg^2 2\alpha + a^2 + 2a^2 \cdot \tg 2\alpha - 2a (\tg^2 2\alpha - 1) = a^2 \tg^2 2\alpha + a^2 - 2 \tg 2\alpha a^2$$

$$4a^2 \cdot \tg 2\alpha - 2a (\tg^2 2\alpha - 1) = 0 \quad ; \quad a \neq 0$$

$$2a \cdot \tg 2\alpha - (\tg^2 2\alpha - 1) = 0$$

$$a = \frac{\tg^2 2\alpha - 1}{2 \tg 2\alpha}$$

$$\tg \beta = \tg 2\alpha \cdot \frac{1 - \tg^2 2\alpha - \sqrt{\frac{\tg^2 2\alpha - 2 \tg 2\alpha + 1 + 4 \tg^2 2\alpha}{4 \tg^2 2\alpha}}}{\sqrt{-11 - 1 - \frac{\tg^2 2\alpha - 1}{2 \tg 2\alpha}}} =$$

$$= 1 - \frac{\tg 2\alpha}{2} + \frac{1}{2 \tg 2\alpha} - \frac{\tg^2 2\alpha + 1}{2 \tg 2\alpha} = \frac{1 - \tg 2\alpha}{\frac{1}{2 \tg 2\alpha} - 1} = \tg 2\alpha$$

$$= \frac{\tg^2 2\alpha + 1}{2 \tg 2\alpha} - 1 - \frac{\tg 2\alpha}{2} + \frac{1}{2 \tg 2\alpha} \quad \text{Ответ: } 20^\circ$$



L



На одной странице можно оформлять только одну задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.

1

2

3

4

5

6

7

СТРАНИЦА  
ИЗ

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

$$\frac{\sqrt{3}B}{\sqrt{4}^2 - 1 - a} + 1 = \frac{-2a}{\sqrt{a^2 + 1 - a}} = \frac{2a}{\sqrt{a^2 + 1 + a}}$$

$$\frac{1}{2} = \cos 60 = \cos(3 \cdot 20) = 4 \cos^3 20 - 3 \cos 20$$

$$\frac{\sqrt{3}}{2} = \sin 60 = \sin(3 \cdot 20) = 3 \sin 20 - 4 \sin^3 20$$

$$\begin{cases} 8 \cos^3 20 - 6 \cos 20 - 1 = 0 \\ -8 \sin^3 20 + 6 \sin 20 - \sqrt{3} = 0 \end{cases}$$

L

L



На одной странице можно оформлять только одну задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.

- |                          |                          |                          |                          |                          |                          |                          |
|--------------------------|--------------------------|--------------------------|--------------------------|--------------------------|--------------------------|--------------------------|
| 1                        | 2                        | 3                        | 4                        | 5                        | 6                        | 7                        |
| <input type="checkbox"/> |

СТРАНИЦА  
\_ ИЗ \_

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

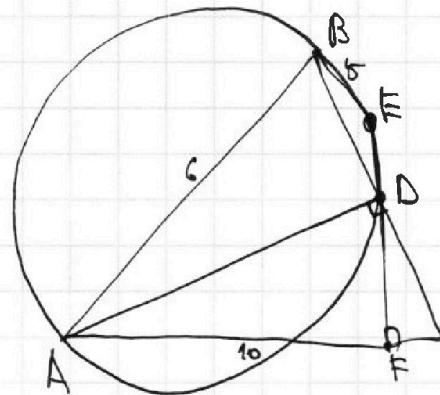
На одной странице можно оформлять только одну задачу. Отметьте крестиком номер залачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.



- 1  2  3  4  5  6  7

СТРАНИЦА  
ИЗ

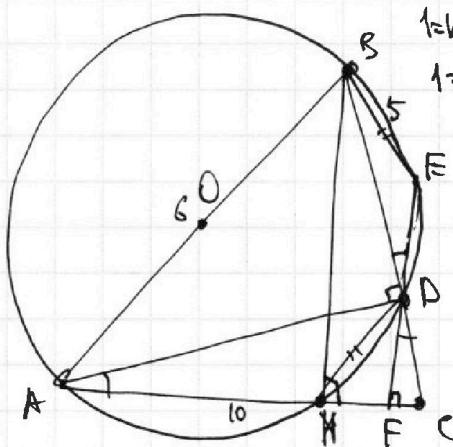
Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!



$$1 = (\sqrt{k} + \sqrt{m})^3 - 3(\sqrt{k} + \sqrt{m})$$

$$000 \xrightarrow{n=3}$$

$$\begin{cases} \frac{1}{2} = 4a^3 - 3a \\ \frac{\sqrt{3}}{2} = 3b - \frac{3}{4}b^3 \\ a^2 + b^2 = 1 \end{cases} \quad \begin{cases} 000 \xrightarrow{n=3} \\ 8a^3 - 6a - 1 = 0 \\ -8b^3 + 6b - \sqrt{3} = 0 \\ a^2 + b^2 = 1 \end{cases}$$

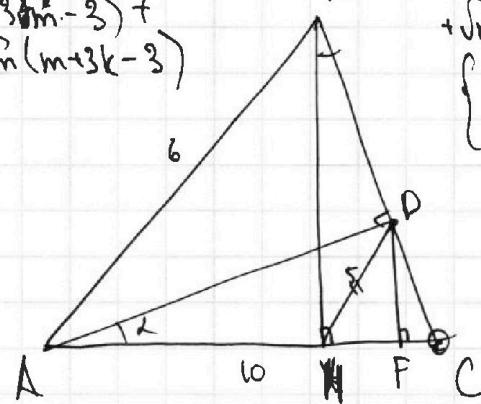


$$1 = k\sqrt{k} + m\sqrt{m} + 3k\sqrt{m} + 3m\sqrt{k} - 3\sqrt{k} - 3\sqrt{m}$$

$$1 = \sqrt{k}(k + 3\sqrt{m} - 3) +$$

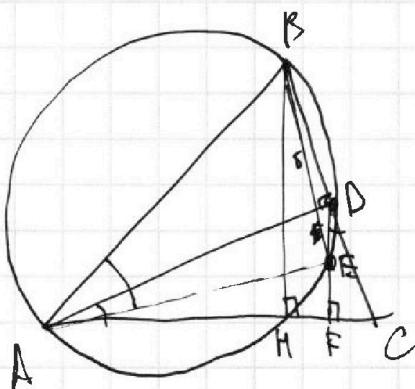
$$+ \sqrt{m}(m + 3k - 3)$$

$$\begin{aligned} 1 &= 3m - 2 + \\ &+ \sqrt{m}(m + 3k - 3) \\ m &= 0 \end{aligned}$$



$$\frac{5}{6} = \frac{DH}{AB} = \frac{HC}{BC} = \sin \angle BAC \cdot \frac{DC}{AC} = \frac{DC}{10}$$

$$DC = \frac{5 \cdot 10}{6} = \frac{25}{3}$$



$n$  городок  $C_n^5$  - всего way.

~~$\frac{n(n-1)(n-2)(n-3)(n-4)}{5!}$~~   $C_{n-3}^2$  - хорошие way

$$P_1 = \frac{n(n-1)(n-2)(n-3)(n-4)}{5!} = \frac{120}{n(n-1)(n-2)}$$

$$P_2 = \frac{C_{n-3}^3}{C_n^6} = \frac{\frac{(n-3)(n-4)(n-5)}{6}}{\frac{n(n-1)(n-2)(n-3)(n-4)(n-5)}{2 \cdot 3 \cdot 4 \cdot 5 \cdot 6}} = \frac{120}{n(n-1)(n-2)}$$

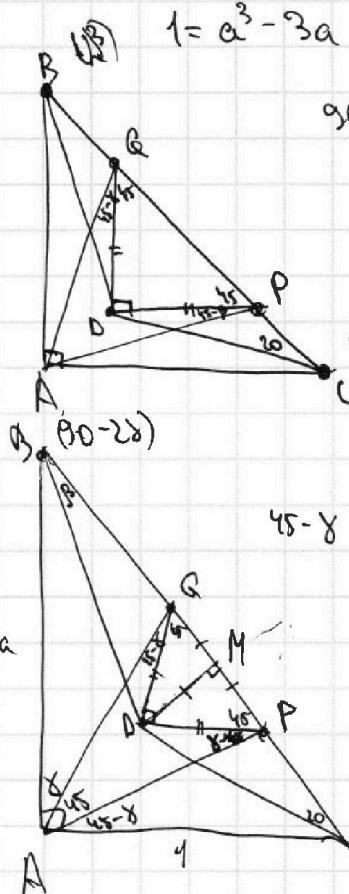
~~120~~  
~~n=6~~

На одной странице можно оформлять только одну задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.

- |                            |                            |                            |                            |                            |                            |                            |
|----------------------------|----------------------------|----------------------------|----------------------------|----------------------------|----------------------------|----------------------------|
| <input type="checkbox"/> 1 | <input type="checkbox"/> 2 | <input type="checkbox"/> 3 | <input type="checkbox"/> 4 | <input type="checkbox"/> 5 | <input type="checkbox"/> 6 | <input type="checkbox"/> 7 |
|----------------------------|----------------------------|----------------------------|----------------------------|----------------------------|----------------------------|----------------------------|

СТРАНИЦА  
ИЗ

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!



$$1 = a^3 - 3a$$

$$90 - x = 45$$

$$y = 45 - x$$

$$90 - 2y$$

$$\cos 60^\circ =$$

$$8(a-b)(a^2+b^2+ab) + 6(a-b) = 1 + \sqrt{3}$$

$$\begin{cases} x(2+y) = 1 + \sqrt{3} \\ x^2 + 2y = 1 \end{cases}$$

$$y = \frac{x^2 + 1 - x^2}{2}$$

$$(a-b)(2+ab)$$

$$\begin{cases} x(2+y) = 1 + \sqrt{3} \\ x^2 + 2y = 1 \end{cases}$$

$$y = \frac{x^2 + 1 - x^2}{2}$$

$$\frac{a+1}{2a^2+a+3-2\sqrt{a+1}} (\sqrt{6}-1) - 3(\sqrt{6}-1) =$$

$$= 6\sqrt{6} + 1 + 3 - 3 \cdot 6 =$$

$$(\sqrt{6}-\sqrt{2})^3 = 6\sqrt{6} - 2\sqrt{2} + 6\sqrt{6} -$$

$$= 18\sqrt{2} = 12\sqrt{6} - 6\sqrt{2}$$

$$QP \neq AB \Rightarrow$$

$$AB + AC - GP = BC$$

$$GP = \frac{AB \cdot AC \cdot \sin \angle BAC}{BC} = \frac{a+1}{\sqrt{a^2+1}}$$

$$AC = 1$$

$$AB = \frac{a}{\sqrt{a^2+1}}$$

$$C(2x)$$

$$\frac{\tan \beta}{\tan 2x} = \frac{MC}{BM} = \frac{2\sqrt{a^2+1}-a-1}{2a^2+a+3-2\sqrt{a^2+1}}$$

$$PC = AC - \frac{AB \cdot AC}{BC} = 1 - \frac{a+1}{\sqrt{a^2+1}} =$$

$$BC = \sqrt{a^2+1}$$

$$MC = \frac{\sqrt{a^2+1}-a-1}{\sqrt{a^2+1}} + \frac{a+1}{2\sqrt{a^2+1}} = \frac{2\sqrt{a^2+1}-a-1}{2\sqrt{a^2+1}}$$

$$= \frac{\sqrt{a^2+1}-a-1}{\sqrt{a^2+1}}$$

$$BM =$$

$$DM = \frac{a+1}{2\sqrt{a^2+1}}$$

$$\tan 2x = \frac{a+1}{2\sqrt{a^2+1}-a-1}$$

$$BM = \sqrt{a^2+1} - \frac{2\sqrt{a^2+1}-a-1}{2\sqrt{a^2+1}} = \frac{2(a^2+1)-2\sqrt{a^2+1}(a+1)}{2\sqrt{a^2+1}} = \frac{2a^2+a+3-2\sqrt{a^2+1}}{2\sqrt{a^2+1}}$$

$$\cos 3\alpha = \cos^2 \alpha \cos^2 \alpha - \sin^2 \alpha \sin^2 \alpha = \cos^3 \alpha - \sin^2 \alpha \cos^2 \alpha - 2 \sin^2 \alpha \cos^2 \alpha =$$

$$= \cos^3 \alpha - 3(1-\cos^2 \alpha) \cos^2 \alpha =$$

$$= 4 \cos^3 \alpha - 3 \cos^2 \alpha$$

$$\sin 3\alpha = \sin^2 \alpha \cos^2 \alpha + \cos^2 \alpha \sin^2 \alpha = 2 \sin^2 \alpha \cos^2 \alpha + \cos^2 \alpha \sin^2 \alpha = \sin^3 \alpha + \cos^2 \alpha \sin^2 \alpha =$$

$$= 3 \sin^2 \alpha (1 - \sin^2 \alpha) + \cos^2 \alpha \sin^2 \alpha = 3 \sin^2 \alpha - 4 \sin^4 \alpha$$



На одной странице можно оформлять только одну задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.

- 1  2  3  4  5  6  7

СТРАНИЦА  
ИЗ

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

$$x^2 - (a^2 - a)x + a - 5 = 0 \quad \leftarrow \begin{matrix} x_1 \\ x_2 \end{matrix} \quad \leftarrow b+4d, b+5d \quad \leftarrow c+2d, c+3d$$

$$4x^2 - (a^3 - a^2)x + 2a^4 + 2a^2 - a^6 - 4 = 0 \quad \leftarrow \underbrace{b+2d, b+7d}_{c} \leftarrow c, c+5d$$

~~а~~ ~~б~~  $b, b+d, b+2d, \dots, b+7d$

$$\begin{aligned} x^2 - (a^2 - a)x + a - 5 &= 0 \\ D &= a^4 + a^2 - 2a^3 - 4a + 20 \end{aligned}$$

$$\frac{-b-\sqrt{D}}{2a}, \frac{-b+\sqrt{D}}{2a}$$

$$\begin{aligned} x_1 + x_2 &= \frac{2b+9d}{2} = a^2 - a \\ x_1 x_2 &= \frac{b^2 + 9bd + 20d^2}{4} = a - 5 \end{aligned}$$

$$x_3 + x_4 = \frac{a^3 - a^2}{4} = 2b + 9d$$

$$x_3 x_4 = \frac{2a^4 + 2a^2 - a^6 - 4}{4} = b^2 + 9bd + 11d^2$$

$$\begin{cases} 2b+9d = a^2 - a \\ 2b+9d = \frac{a^3 - a^2}{4} \\ . \end{cases}$$

$$\frac{a^3 - a^2}{4} = a^2 - a$$

$$\begin{aligned} a^3 - 5a^2 + 4a &= 0 \\ a(a^2 - 5a + 4) &= 0 \\ a(a-1)(a-4) &= 0 \end{aligned}$$



На одной странице можно оформлять только одну задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.



СТРАНИЦА  
ИЗ

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач **нумеруются отдельно**. Порча QR-кода недопустима!

$$\begin{aligned}
 & \left\{ \begin{array}{l} xy - 3z + z^2 \\ yz = 3x + x^2 \\ zx = 3y + y^2 \end{array} \right. \quad \left( x+3 \right)^2 + \left( y+3 \right)^2 + \left( z+3 \right)^2 = \underbrace{x^2 + y^2 + z^2}_{27} + 6(x+y+z) + 27 \\
 & \quad x = \frac{z(z+2)}{y} \quad yz = \frac{3z(z+2)}{y} + \frac{z^2(9+z^2+6z)}{y^2} \quad 2(xy+yz+zx-x^2-y^2-z^2) \\
 & \quad (x+y+z)^2 = x^2 + y^2 + z^2 + 2xy + 2yz + 2zx \\
 & \quad xy = z(z+3) \quad xy = (x+3)(y+3)(z+3) \quad \frac{x}{x+3} < 1 \\
 & \quad yz = x(x+3) \quad \frac{-3}{x+3} < 0 \quad \frac{3}{x+3} > 0 \\
 & \quad zx = y(y+3) \quad x > -3 \\
 & \quad z - \max \Rightarrow z \geq y \quad 3(xy+yz+zx) + 9(x+y+z) + 27 = 0 \\
 & \quad z+3 > x \quad 3(xy+yz+zx) - 9(x+y+z) - x^2 - y^2 - z^2 = 0 \\
 & \quad \boxed{99 \dots 9} = 10^x - 1 \quad \frac{3}{2} (x^2 + y^2 + z^2) = 27 \\
 & \quad \frac{99 \dots 9}{499999} \quad \frac{33}{33} \\
 & \quad 9 \dots 9 \quad 9 \quad \left\{ \begin{array}{l} 3a - 9b = 27 \\ b^2 = 27 + 2a \Rightarrow a = \frac{b^2 - 27}{2} \end{array} \right. \quad \frac{2}{45} \\
 & \quad 9 \dots 9 \quad 9 \quad \frac{9}{9} \quad \frac{3}{2} (b^2 - 27) - 9b = 27 \quad 0 \\
 & \quad 135 \quad 16 \quad 135 \quad 135 - 100b^2 - 6b - 45 = 0 \quad \frac{-216}{18} \quad \frac{19}{24} \\
 & \quad \frac{10}{10} \quad \frac{10}{10} \quad \frac{10}{10} \quad \frac{10}{10} \quad 0 = 36 + 180 = 216 \quad 36 \\
 & \quad 100 \quad 100 \quad 100 \quad 100 \quad b = \frac{18 \pm \sqrt{216}}{2} = 9 \pm 3\sqrt{6} \quad 6 \cdot 4 \cdot 9 \\
 & \quad 100 \quad 100 \quad 100 \quad 100 \quad \checkmark \\
 & \quad 1) a = 3 \quad x+y+z = -3 \\
 & \quad x+y+z = -3 \quad 45 \quad 45 - 6 \cdot 9 + 27 = 18 \\
 & \quad 11 \quad 45 \quad \frac{1}{256} \\
 & \quad \frac{88}{88} \quad 45 \quad \frac{64}{256} \\
 & \quad \frac{36}{36} \quad x+y+z = 9 \quad -2 - \cancel{\frac{1}{2}} \quad \cancel{\frac{1}{2}} \quad \cancel{\frac{1}{2}} \quad \cancel{\frac{1}{2}} \\
 & \quad \frac{9}{9} \quad 18 \quad \frac{1}{2} \quad -2 \quad 2 \quad \frac{1}{2} \\
 & \quad 9 + 6(-3) + 27 = 18 \quad \boxed{18} \quad \frac{1}{256} \quad \frac{1}{2} \quad -2 \quad 2 \quad \frac{1}{2} \\
 & \quad \frac{144}{144} \quad \frac{9}{9} \quad \frac{3}{2} \quad \frac{1}{2} \quad -2 \quad 2 \quad \frac{1}{2} \\
 & \quad \frac{144}{144} \quad \frac{9}{9} \quad \frac{3}{2} \quad \frac{1}{2} \quad -2 \quad 2 \quad \frac{1}{2} \\
 & \quad (10^x - 1)^3 = 10^{3x} - 1 - 3 \cdot 10^{2x} + 3 \cdot 10^x \quad \frac{1}{256} \quad \frac{1}{2} \quad -2 \quad 2 \quad \frac{1}{2} \\
 & \quad \frac{144}{144} \quad \frac{9}{9} \quad \frac{3}{2} \quad \frac{1}{2} \quad -2 \quad 2 \quad \frac{1}{2} \\
 & \quad \frac{144}{144} \quad \frac{9}{9} \quad \frac{3}{2} \quad \frac{1}{2} \quad -2 \quad 2 \quad \frac{1}{2} \\
 & \quad 4(36 + 88) = 4 \cdot 925 = 4 \cdot 25 \cdot 37 - \frac{256}{103} \quad 103 \quad 256 \quad \frac{48}{96} \quad 96 + 8 = 104 \\
 & \quad 4(36 + 88) = 4 \cdot 925 = 4 \cdot 25 \cdot 37 - \frac{256}{103} \quad 103 \quad 256 \quad \frac{48}{96} \quad 96 + 8 = 104
 \end{aligned}$$



На одной странице можно оформлять только одну задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.



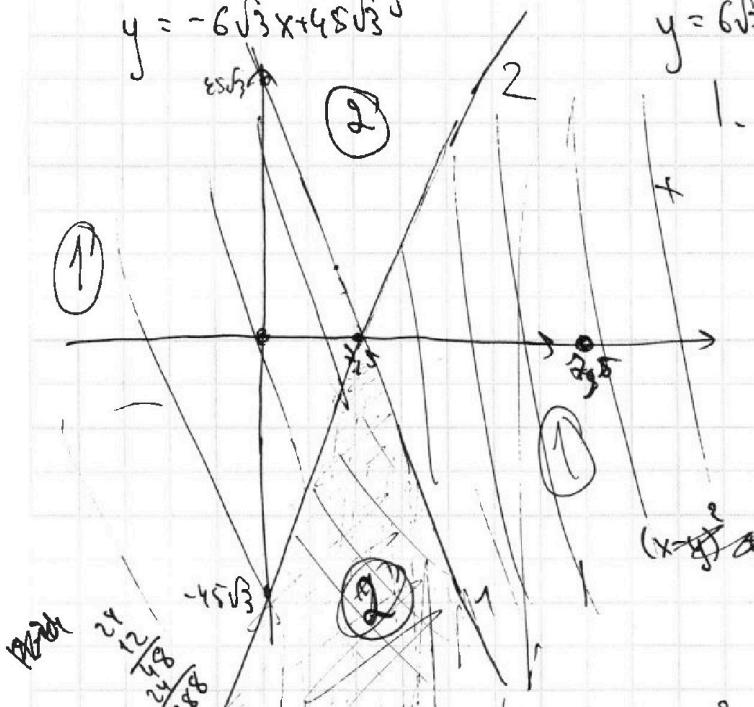
СТРАНИЦА  
ИЗ

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

$$x - \frac{15}{2} + \frac{4}{6\sqrt{3}} = 0$$

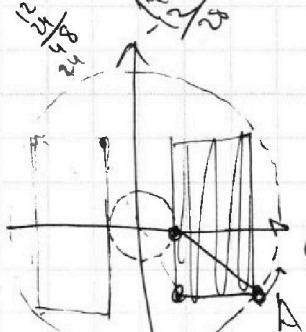
$$6\sqrt{3}x - 48\sqrt{3}\sin y = 0 \quad \frac{45}{6} = \frac{15}{2}$$

$$y = -6\sqrt{3}x + 48\sqrt{3}$$



$$2x^2 + \frac{225}{4} \cdot 2 + \frac{4}{36} \cdot 2 - 15x \cdot 2 + 2 \left| \left( x - \frac{15}{2} \right)^2 - \frac{4}{36} \right| \leq 9$$

$$2x^2 + 22 - \sqrt{5}(\sqrt{5}) \quad x - \frac{15}{2} \neq \frac{y}{6\sqrt{3}} > 0$$



$$x - \frac{15}{2} \leq -\frac{9}{6\sqrt{3}}$$

101411

$$(c-b)(c+d) \geq 0$$

$$\left(x - \frac{5}{2} - \frac{y}{6\sqrt{3}}\right) \left(x - \frac{15}{2} + \frac{y}{6\sqrt{3}}\right) \geq 0$$

$$\frac{W_{C_0}}{W_{C_0} + W_{C_1}} = \frac{260}{260+150} = \frac{260}{410} = 0.63$$

$\frac{1}{2} \sin x$

$$y = 6\sqrt{3}x - 48\sqrt{3}$$

$$= \frac{\sqrt{3}}{\sqrt{36.3+1}} = \frac{\sqrt{3}}{\sqrt{37.3}}$$

108

$$|c-d| + |c+d| \leq 3$$

$$2c^2 + 2d^2 + 2|c^2 - d^2| \leq 3$$

(1)  $|C|^2 |d\rangle$

$$4c^2 \leq 3$$

$$2) |c| < |d|$$

$d \in \mathbb{R}$

$$x \in \frac{15+\beta}{2}$$

$$\frac{4}{\sqrt{3}} \leq \frac{\sqrt{3}}{2}$$

$$y \leq g$$

$$x = \frac{15 + \sqrt{3}}{2}$$

На одной странице можно оформлять только одну задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.



- |                          |                          |                          |                          |                          |                                     |                          |
|--------------------------|--------------------------|--------------------------|--------------------------|--------------------------|-------------------------------------|--------------------------|
| 1                        | 2                        | 3                        | 4                        | 5                        | 6                                   | 7                        |
| <input type="checkbox"/> | <input checked="" type="checkbox"/> | <input type="checkbox"/> |

СТРАНИЦА  
ИЗ

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

Пунк  $B$  внутри  $XOFDA$  не может быть в замкнутой фигуре, т.к. иначе:

1)  $B$  с замкнутой фигуре.  
 $A'D'$  — сторона ~~пункта~~  $B$  угла  $D$  треугольника, первая сторона  $\Rightarrow$  это сторона  $AB$ .  $\Rightarrow$  когда-то  $Y \in A, D$ ,  $\Rightarrow A \in VXA$ , но  $A$  всегда на дуге  $ABB'$ . Аналогично что  $XOFClB'$ .

$$\begin{aligned} S_{\text{замкнутой фигуры}} &= \frac{\pi \cdot (\frac{18}{2})^2}{2} - \frac{\pi \cdot 6^2}{2} + S_{\triangle OBF} + S_{\triangle OA} - S_{\triangle BEO} - S_{\triangle OEA} = \\ &= \frac{\pi \cdot (\frac{18}{2})^2}{2} - \frac{\pi \cdot 36}{2} + \frac{\pi \cdot (\frac{18}{2})^2}{2} \cdot \frac{\angle ZOA}{360} \cdot 2 - \frac{9 \sqrt{3}}{2} - \frac{9 \sqrt{3}}{2} = \\ &= \frac{\pi \cdot (\frac{18}{2})^2}{2} - \frac{\pi \cdot 36}{2} + \frac{\pi \cdot (\frac{18}{2})^2}{2} \cdot \frac{30}{360} \cdot 2 - 54 \sqrt{3} \quad \text{②} \end{aligned}$$

$$(\sin \angle ZOA = \frac{9}{18} = \frac{1}{2} \Rightarrow \angle ZOA = 30 \quad (\angle ZOA < 90))$$

$$\begin{aligned} \text{②} \quad \frac{\pi \cdot (\frac{18}{2})^2}{2} + \frac{\pi \cdot 243}{24} \cdot 2 - 54 \sqrt{3} &= \frac{54}{12} \pi = \frac{207 \cdot 6 + \pi \cdot 243}{12} \\ 81 \sqrt{3} - 54 \sqrt{3} &= \frac{\pi \cdot 1485}{12} - 54 \sqrt{3} - \frac{\pi \cdot 495}{4} - 54 \sqrt{3} \end{aligned}$$

$$\text{Ответ: } \frac{\pi \cdot 195}{4} - 54 \sqrt{3}$$

$$\begin{aligned} \text{③} \quad \frac{\pi \cdot 144}{198} + \pi \cdot 18 \cdot \frac{1}{6} - 54 \sqrt{3} &= \frac{\pi \cdot 144}{198} + \frac{\pi \cdot 54}{6} - 54 \sqrt{3} = \\ &= \frac{198}{198} \pi - 54 \sqrt{3} \end{aligned}$$

$$\text{Ответ: } 198 \pi - 54 \sqrt{3}$$