



МОСКОВСКИЙ
ФИЗИКО-ТЕХНИЧЕСКИЙ
ИНСТИТУТ

ОЛИМПИАДА "ФИЗТЕХ"
ПО МАТЕМАТИКЕ

10 КЛАСС. Вариант 6



1. [4 балла] Ненулевые числа x, y, z удовлетворяют системе уравнений

$$\begin{cases} xy = -2z + z^2, \\ yz = -2x + x^2, \\ zx = -2y + y^2. \end{cases}$$

Найдите все возможные значения выражения $(x - 2)^2 + (y - 2)^2 + (z - 2)^2$, если известно, что система имеет хотя бы одно решение в ненулевых числах.

2. [2 балла] Десятичная запись натурального числа n состоит из 30001 девятки. Сколько девяток содержит десятичная запись числа n^3 ?
3. [5 баллов] Окружность ω с диаметром AB пересекает сторону BC остроугольного треугольника ABC в точке D . Точка F выбрана на отрезке AC так, что $DF \perp AC$, а E – точка пересечения отрезка DF с окружностью ω , отличная от D . Найдите AF , если $AC = 10$, $AB = 8$, $BE = 6$.
4. [4 балла] В теленгра ведущий берет несколько коробок и ровно в три из них кладет по одному шарику. Игрок может указать на пять коробок и открыть их. Если в этих коробках лежат все три шарика, то игрок выигрывает. Игроку разрешили открыть семь коробок. Во сколько раз увеличилась вероятность выигрыша игрока?
5. [5 баллов] Найдите все значения параметра a , при которых корни уравнения $x^2 - (a^2 - 2a)x + a^2 - a - 7 = 0$ являются шестым и седьмым членами некоторой непостоянной арифметической прогрессии, а корни уравнения $3x^2 - (a^3 - 2a^2)x + 6 - a^5 = 0$ являются четвертым и девятым членами этой прогрессии.
6. [5 баллов] На координатной плоскости построена фигура Φ , состоящая из всех точек, координаты $(x; y)$ которых удовлетворяют неравенству $|x - 10 + \frac{y}{2\sqrt{3}}| + |x - 10 - \frac{y}{2\sqrt{3}}| \leq 4$. Фигуру Φ непрерывно повернули вокруг начала координат на угол π по часовой стрелке. Найдите площадь множества M , которое замела фигура Φ при этом повороте.
7. [6 баллов] На гипotenузе BC прямоугольного треугольника ABC выбраны точки P и Q так, что $AB = BP$, $AC = CQ$. Внутри треугольника ABC выбрана точка D , для которой $DP = DQ$, а $\angle PDQ = 90^\circ$. Найдите $\angle DBC$, если известно, что $\angle BCA = 50^\circ$.

На одной странице можно оформлять только одну задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.

 1 2 3 4 5 6 7СТРАНИЦА
1 из 8

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

$$\begin{aligned} n &= 10^{30002} - 1 \quad N2 \\ n^3 &= (10^{30002} - 1)^3 = 10^{3 \cdot 30002} - 3 \cdot 10^{2 \cdot 30002} + 3 \cdot 10^{30002} \\ -1 &= \underbrace{10 \dots 0}_{30002} \underbrace{100 \dots 0}_{30002} \underbrace{000 \dots 00}_{30002} \underbrace{00 \dots 00}_{30002} \\ -3 \underbrace{00 \dots 0}_{30002} \underbrace{00 \dots 0}_{30002} &+ 3 \underbrace{000 \dots 00}_{30002} - 1 = \\ &= \underbrace{99 \dots 9}_{30002} \underbrace{\cancel{00 \dots 00}}_{30002} \underbrace{00 \dots 00}_{30002} + \underbrace{300 \dots 00}_{30002} - 1 = \\ &= \underbrace{99 \dots 9}_{30002} \underbrace{\cancel{00 \dots 03}}_{30003} \underbrace{00 \dots 00}_{30002} - 1 = \\ &= \underbrace{99 \dots 9}_{30002} \underbrace{\cancel{00 \dots 02}}_{30002} \underbrace{999 \dots 9}_{30002} \end{aligned}$$

М. оформил действ. = $30001 + 30002 =$
= 60003 в начале в конце.

Ответ: 60003.



На одной странице можно оформлять только одну задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.

1

2

3

4

5

6

7

СТРАНИЦА
_ ИЗ _

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

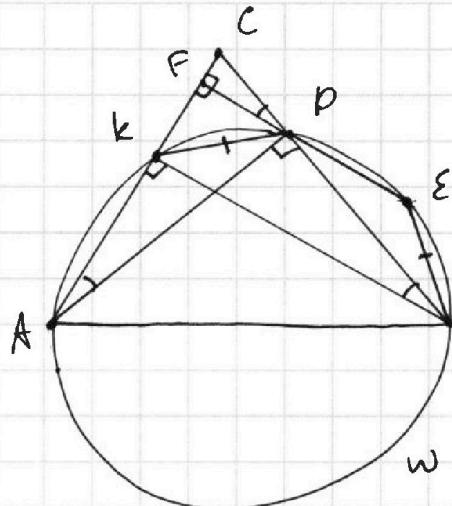


На одной странице можно оформлять только одну задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.

- | | | | | | | |
|---|---|---|---|---|---|---|
| 1 | 2 | 3 | 4 | 5 | 6 | 7 |
|---|---|---|---|---|---|---|

СТРАНИЦА
2 из 8

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!



1) Обозначим точку пересечения стягивающей AC с w за K .

2) Проведем BK и AD

3) т.к. AB -диаметр $\Rightarrow BK \perp AC$
и $AD \perp BC$

4) $\begin{cases} BK \perp AC \\ DF \perp AC \end{cases} \Rightarrow BK \parallel DF \Rightarrow$

$\Rightarrow KDEF$ - вис. трапеция \Rightarrow она равнобедр $\Rightarrow KD = EB$.

5) $\triangle CFD \sim \triangle CKB$ (по углам C и D) $\Rightarrow \angle KDB = \angle FDC$,

а $\angle KAD = \angle KBD$ (как они на противоположных сторонах KD) \Rightarrow

$\Rightarrow \triangle CFD \sim \triangle CAD$ (по углам C и $\angle KAD = \angle FDC$) \Rightarrow

$$\Rightarrow \frac{FC}{CD} = \frac{CD}{AC} \Rightarrow FC = \frac{CD^2}{AC}$$

6) $\triangle CKD \sim \triangle CAB$ (по углам C и $\angle CAB = \angle KDC$)

$$\Rightarrow \frac{CD}{AC} = \frac{KD}{AB} = \frac{EB}{AB} \Rightarrow CD = \frac{EB \cdot AC}{AB}$$

$$7) \frac{FC}{CD} = \frac{CD}{AC} = \frac{EB}{AB} \Rightarrow FC = CD \cdot \frac{EB \cdot AC}{AB} = \left(\frac{EB}{AB}\right)^2 \cdot AC$$

$$8) AF = AC - FC = AC - \left(\frac{EB}{AB}\right)^2 \cdot AC = AC \cdot \left(1 - \left(\frac{EB}{AB}\right)^2\right)$$

$$9) AF = 10 \cdot \left(1 - \left(\frac{6}{8}\right)^2\right) = 10 \cdot \left(1 - \left(\frac{3}{4}\right)^2\right) =$$

$$= 10 \cdot \left(1 - \frac{9}{16}\right) = 10 \cdot \frac{16-9}{16} = 10 \cdot \frac{7}{16} = 5 \cdot \frac{7}{8} = \frac{35}{8}$$

Ответ: $\frac{35}{8}$



На одной странице можно оформлять **только одну** задачу. Отметьте **крестиком** номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в **решении каждой задачи отдельно**.

1

2

3

4

5

6

7

СТРАНИЦА
_ ИЗ _

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. **Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно.** Порча QR-кода недопустима!

На одной странице можно оформлять только одну задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.



- | | | | | | | |
|--------------------------|--------------------------|--------------------------|-------------------------------------|--------------------------|--------------------------|--------------------------|
| <input type="checkbox"/> | <input type="checkbox"/> | <input type="checkbox"/> | <input checked="" type="checkbox"/> | <input type="checkbox"/> | <input type="checkbox"/> | <input type="checkbox"/> |
|--------------------------|--------------------------|--------------------------|-------------------------------------|--------------------------|--------------------------|--------------------------|

СТРАНИЦА
3 из 8

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

N4

У нас n коротек.

Кол-во способов блокировать 5 коротек = $C_n^5 =$
 \Rightarrow кол-во всех исходов.

Кол-во когда мы блокир 3 из них и еще
 какие-то 2 коротеки = $C_{n-3}^2 =$ кол-во блокир.

$$P(\text{бояться при } 5 \text{ кор.}) = \frac{C_{n-3}^2}{C_n^5} = \frac{(n-3)(n-4)}{2}, n \cdot (n-1) \\ - \frac{(n-2)(n-3)(n-4)}{5!} = \frac{5!}{2 \cdot n \cdot (n-1)(n-2)} = \frac{5 \cdot 4 \cdot 3}{n(n-1)(n-2)}.$$

Аналогично, когда можно поставить 7 коротек:

C_{n-3}^4 - блокир. C_n^7 - все.

$$P(\text{бояться при } 7 \text{ кор.}) = \frac{C_{n-3}^4}{C_n^7} = \\ = \frac{(n-3)(n-4)(n-5)(n-6)}{n \cdot (n-1)(n-2)(n-3)(n-4)(n-5)(n-6)} = \\ = \frac{7!}{4!(n)(n-1)(n-2)} = \frac{7 \cdot 6 \cdot 5}{n \cdot (n-1)(n-2)}$$

$$\frac{P(\text{бояться при } 7)}{P(\text{бояться при } 5)} = \frac{7 \cdot 6 \cdot 5}{5 \cdot 4 \cdot 3} = \frac{7 \cdot 2 \cdot 3 \cdot 5}{5 \cdot 2 \cdot 2 \cdot 3} = \frac{7}{2} = 3,5.$$

Ответ: 3,5 раза.



На одной странице можно оформлять только одну задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.

1

2

3

4

5

6

7

СТРАНИЦА
4 из 8

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

N5

$$x^2 - (a^2 - 2a)x + a^2 - a - 7 = 0 \quad (x_1, x_2)$$

$$3x^2 - (a^3 - 2a^2)x + 6 - a^5 = 0 \quad (x_3, x_4)$$

$x_1 = 6$ м. ариф пр.

$x_2 = 7$ м. ариф пр. $\Rightarrow x_1 + x_2 = x_3 + x_4$ (м.р. $6+7=4+9$)

$x_3 = 4$ м. ариф пр.

$x_4 = 9$ м. ариф пр.

По теореме Виета:

$$\begin{cases} x_1 + x_2 = a^2 - 2a \\ x_3 + x_4 = \frac{a^3 - 2a^2}{3} \end{cases} \Rightarrow$$

$$\Rightarrow 3(a^2 - 2a) = a^3 - 2a^2 \Leftrightarrow \begin{cases} a = 0 \\ 3a - 6 = a^2 - 2a \end{cases}$$

$$\Leftrightarrow \begin{cases} a = 0 \\ a^2 - 5a + 6 = 0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} a = 0 \\ a = 2 \\ a = 3 \end{cases}$$

$$D = 25 - 4 \cdot 6 = 1 \quad \begin{cases} a = \frac{5-1}{2} = 2 \\ a = \frac{5+1}{2} = 3 \end{cases}$$

Проверим подходит ли данное значение.

$$1) \exists a = 0: x^2 - 7 = 0 \quad \text{и} \quad 3x^2 + 6 = 0$$

$$2) \exists a = 2: x^2 + 4 - 2 - 7 = 0 \Leftrightarrow x^2 - 5 = 0 \Leftrightarrow \begin{cases} x = \sqrt{5} \\ x = -\sqrt{5} \end{cases}$$

$$3x^2 + 6 - 32 = 0 \Leftrightarrow 3x^2 - 26 = 0 \Leftrightarrow \begin{cases} x = \sqrt{\frac{26}{3}} \\ x = -\sqrt{\frac{26}{3}} \end{cases}$$

Данное значение подходит м.в.

еще дополнено:

$$\frac{\sqrt{5}}{6\pi} - \frac{\sqrt{\frac{26}{3}}}{4\pi} = -\frac{\sqrt{26}}{9\pi} - \left(-\frac{\sqrt{8}}{7\pi}\right)$$



На одной странице можно оформлять только одну задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.

1

2

3

4

5

6

7

СТРАНИЦА
5 из 8

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

$$3) \exists a = 3 : (1) x^2 - (9 - 6)x + 9 - 3 - 7 = 0 \Leftrightarrow x^2 - 3x - 1 = 0$$

$$(2) 3x^2 - (27 - 18)x + 6 - 243 = 0 \Leftrightarrow$$

$$\Leftrightarrow 3x^2 - 9x + (-237) = 0 \Leftrightarrow x^2 - 3x - 79 = 0$$

$$\Delta_1 = 9 + 4 = 13 \quad \begin{cases} x_1 = \frac{3 - \sqrt{13}}{2} - 6w \\ x_2 = \frac{3 + \sqrt{13}}{2} - 7w. \end{cases}$$

$$\Delta_2 = 9 + 4 \cdot 79 = \cancel{325} \quad \begin{cases} x = \frac{3 - \sqrt{325}}{2} = \frac{3 - 5\sqrt{13}}{2} - 4w. \\ x = \frac{3 + \sqrt{325}}{2} = \frac{3 + 5\sqrt{13}}{2} - 9w. \end{cases}$$

$$d = \cancel{\pm} \sqrt{13}$$

$$x = \frac{3 - 5\sqrt{13}}{2} - 4w \quad \frac{3 - 5\sqrt{13}}{2} + 2d = \frac{3 - 5\sqrt{13}}{2} + 2\sqrt{13} = \frac{3 - \sqrt{13}}{2} - 6w.$$

$$9w - \frac{3 + \sqrt{13}}{2} = \frac{3 - \sqrt{13}}{2} + d = \frac{3 - \sqrt{13}}{2} + \sqrt{13} \quad \text{или}$$

$$9w : \frac{3 + \sqrt{13}}{2} + 2d = \frac{3 + \sqrt{13}}{2} + 2\sqrt{13} = \frac{3 + 5\sqrt{13}}{2}$$

Все окажется.

На одной странице можно оформлять только одну задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.



- | | | | | | | |
|--------------------------|--------------------------|--------------------------|--------------------------|--------------------------|-------------------------------------|--------------------------|
| <input type="checkbox"/> | <input checked="" type="checkbox"/> | <input type="checkbox"/> |
|--------------------------|--------------------------|--------------------------|--------------------------|--------------------------|-------------------------------------|--------------------------|

СТРАНИЦА
8 из 8

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

N6

$$\left| x - 10 + \frac{y}{2\sqrt{3}} \right| + \left| x - 10 - \frac{y}{2\sqrt{3}} \right| \leq 4.$$

1) $x - 10 + \frac{y}{2\sqrt{3}} \geq 0 \quad x - 10 - \frac{y}{2\sqrt{3}} \geq 0$

$2(x - 10) \leq 4 \Leftrightarrow x - 10 \leq 2 \Leftrightarrow x \leq 12$

2) $x - 10 + \frac{y}{2\sqrt{3}} \geq 0 \quad x - 10 - \frac{y}{2\sqrt{3}} \leq 0$

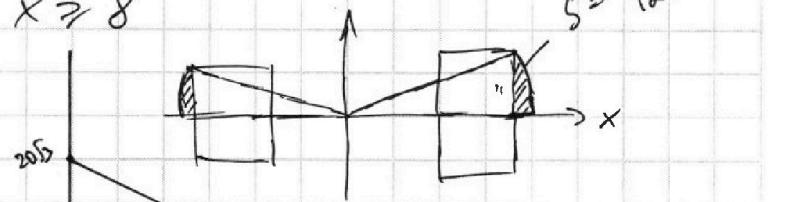
$2 \cdot \frac{y}{2\sqrt{3}} \leq 4 \Leftrightarrow y \leq 4\sqrt{3}$

3) $x - 10 + \frac{y}{2\sqrt{3}} \leq 0 \quad x - 10 - \frac{y}{2\sqrt{3}} \geq 0$

$-2 \cdot \frac{y}{2\sqrt{3}} \leq 4 \Leftrightarrow y \geq -4\sqrt{3}$

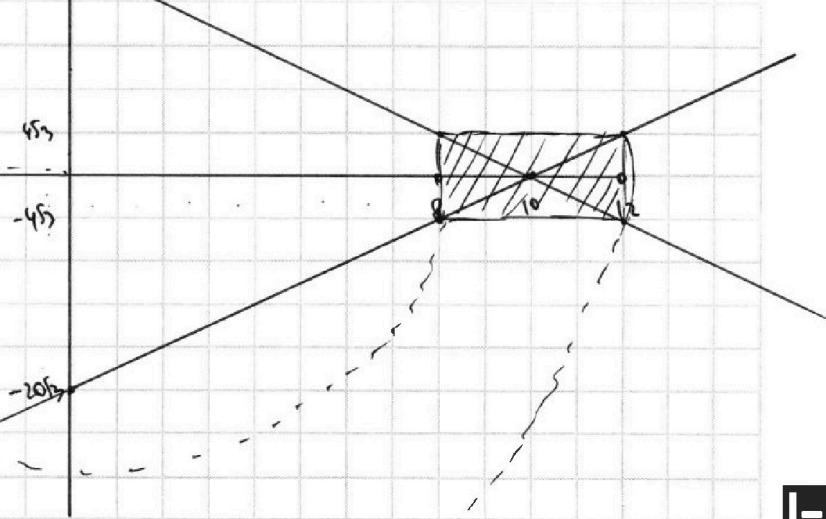
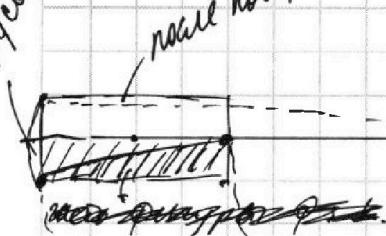
4) $x - 10 + \frac{y}{2\sqrt{3}} \leq 0 \quad x - 10 - \frac{y}{2\sqrt{3}} \leq 0$

$-2(x - 10) \leq 4 \Leftrightarrow x \geq 8$



кусок A.

после покраски



На одной странице можно оформлять только одну задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.



- | | | | | | | |
|--------------------------|--------------------------|--------------------------|--------------------------|--------------------------|--------------------------|--------------------------|
| <input type="checkbox"/> |
|--------------------------|--------------------------|--------------------------|--------------------------|--------------------------|--------------------------|--------------------------|

СТРАНИЦА
7 ИЗ 8

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

Рисунок 9 представляет из себя правильный шестиугольник с центром в точке $(10/0)$, шириной $8\sqrt{3}$ и высотой (по оси x) 4 .

При повороте по часовой на 180° получим.

Всё движущееся к центру $(0/0)$ полукружие $(8/0)$, находящееся вдаль $(12/4\sqrt{3})$.

Найдём площадь как разность полукругов

окружности с центром $(0/0)$ и радиусами 8 и

$$\sqrt{12^2 + 4^2} = \sqrt{4^2 \cdot (9+3)} = 4\sqrt{12} + \text{площадь квадрата}$$

и конического недописания. Но при этом ~~надо предавать~~ ~~здесь~~ раз кусок A (на рисунке), который мы ~~записали~~ не учли.

$$-12 \cdot 4\sqrt{3}$$

$$\text{Итого: } \left(-\frac{\pi \cdot 64}{2} + \frac{\pi \cdot 16 \cdot 12}{2} \right) + 2 \cdot 8\sqrt{3} + \frac{\pi \cdot 16 \cdot 12 \cdot 22}{360^\circ},$$

крайний сектор

правильного шестиугольника

(сумма углов градусов в верхней полуточке)

$$\text{угл } \alpha = \arctg \left(\frac{4\sqrt{3}}{12} \right) \Rightarrow \alpha = 30^\circ$$

$$-48\sqrt{3}$$

$$= \frac{128 \cdot \pi}{2} + 16\sqrt{3} + \cancel{\frac{16 \cdot 12 \cdot \pi}{6}}$$

~~$= 64\pi + 16\sqrt{3} + 32\pi =$~~

$$96\pi - 32\sqrt{3}$$

$$\text{Ответ: } \cancel{96\pi - 32\sqrt{3}}$$

$$\text{Ответ: } 96\pi - 32\sqrt{3}$$

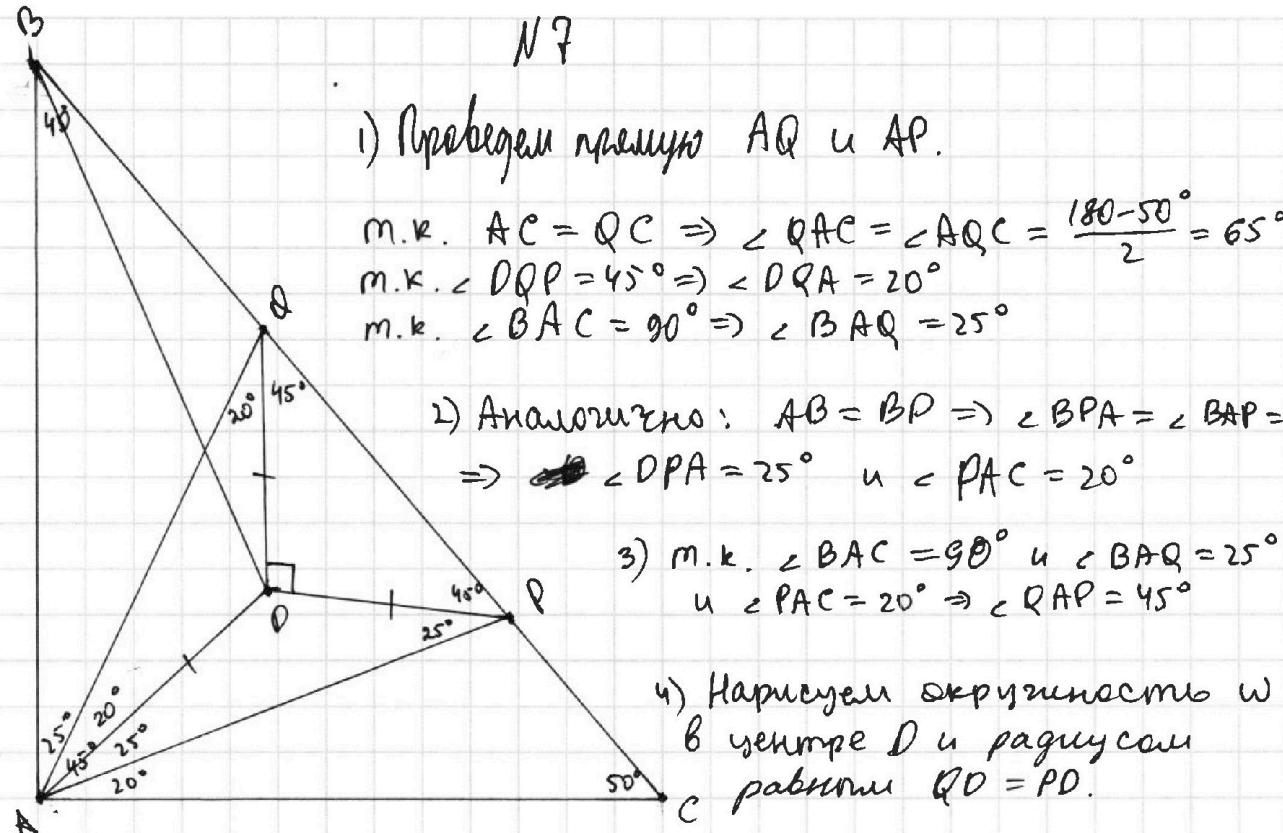


На одной странице можно оформлять только одну задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.

 1 2 3 4 5 6 7

СТРАНИЦА
6 из 8

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!



5) М.к. $\angle QAP = 45^\circ$ и он опирается на отрезок QP
 $\text{и } \angle QDP = 90^\circ = 2 \cdot 45^\circ \Rightarrow$ точка $A \in \omega$. \Rightarrow

$\Rightarrow DA = DQ = DP \Rightarrow \angle QAD = 20^\circ$ и $\angle DAP = 25^\circ$

6) $\angle QDA = 2 \cdot \angle QPA = 2 \cdot 20^\circ = 140^\circ$
 $\angle ABQ = 40^\circ$
 $\Rightarrow \angle ABQ + \angle QDA = 180^\circ \Rightarrow$

$\Rightarrow ABDQ$ можно вписать в окружность.

7) $\angle AQD = \angle ABD = 20^\circ$ (как опир. на дугу AD).

$\Rightarrow \angle DBQ = \angle DBC = \angle ABC - \angle ABD = 40^\circ - 20^\circ = 20^\circ$.

Ответ: 20° .



На одной странице можно оформлять только одну задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.

1

2

3

4

5

6

7

СТРАНИЦА
ИЗ

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

$$(x, y, z) \neq 0$$

$$\begin{cases} xy = -2z + z^2 \\ yz = -2x + x^2 \\ zx = -2y + y^2 \end{cases} \quad (x-2)^2 + (y-2)^2 + (z-2)^2 = ?$$

$$x^2 - 4x + 4 + y^2 - 4y + 4 + z^2 - 4z + 4 = ?$$

$$yz - 2x + 4 + zx - 2y + 4 + xy - 2z + 4 = ?$$

$$\Leftrightarrow (zx + yz + xy) - 2(x + y + z) + 12 = ? \Leftrightarrow \underline{v - 2u + 12 = ?}$$

$$u = x + y + z \quad v = xy + yz + zx \quad w = xyz \quad (u, v, w) \neq 0$$

$$x^2 + y^2 + z^2 = (x + y + z)^2 - 2(xy + yz + zx) = u^2 - 2v$$

$$\text{Система} \Leftrightarrow v = -2u + u^2 - 2v \Leftrightarrow \underline{u^2 - 2u - 3v = 0}.$$

$$\left\{ \begin{array}{l} 2xy = -4z + 2z^2 \\ 2yz = -4x + 2x^2 \\ 2zx = -4y + 2y^2 \end{array} \right. \Leftrightarrow \left\{ \begin{array}{l} 2z^2 - 4z - 2xy = 0 \\ 2x^2 - 4x - 2yz = 0 \\ 2y^2 - 4y - 2zx = 0 \end{array} \right. \Rightarrow$$

$$\Rightarrow z^2 - 4z + 4 + z^2 - 2xy + y^2 - 4y + 4 + y^2 - 2zx + x^2 - 4x + 4$$

$$- 2yz = \cancel{\phi 2} \Leftrightarrow (z-2)^2 + (y-2)^2 + (x-2)^2 + \cancel{(z-2)^2 + (y-2)^2 + (x-2)^2}$$

$$+ z^2 + x^2 + y^2 - 2xy - 2zx - 2yz = 12$$

$$\cancel{z^2 + x^2 + y^2 - 2(z^2 + x^2 + y^2 - 2(x + y + z))} = -(z^2 + x^2 + y^2) + 4(x + y + z) =$$

$$= -(z^2 + x^2 + y^2 - 4x - 4y - 4z)$$

$$z^2 + x^2 + y^2 - 2(xy + zx + yz) = u^2 - 2v - 2v = u^2 - 4v. \quad \frac{10^2}{=}$$

$$\Leftrightarrow u^2 - 4v + v - 2u + 12 = 12 \Leftrightarrow u^2 - 2u - 3v = 0 \Leftrightarrow u. \quad = \underline{100}$$

$$\Leftrightarrow u = 4 - 4 \cdot (-3v) = 4 + 12v = 4(1 + 3v) \geq 0 \quad 3 \cdot 10^2 =$$

$$\Rightarrow \begin{cases} u = \frac{2 - 2\sqrt{1+3v}}{2} = 1 - \sqrt{1+3v} \\ u = \frac{2 + 2\sqrt{1+3v}}{2} = 1 + \sqrt{1+3v} \end{cases} \quad \Rightarrow \underline{300}$$



На одной странице можно оформлять **только одну** задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.

1

2

3

4

5

6

7

СТРАНИЦА
ИЗ

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

$$\begin{cases} v - 2u + 12 = ? \\ u^2 - 2u - 3v = 0 \end{cases}$$

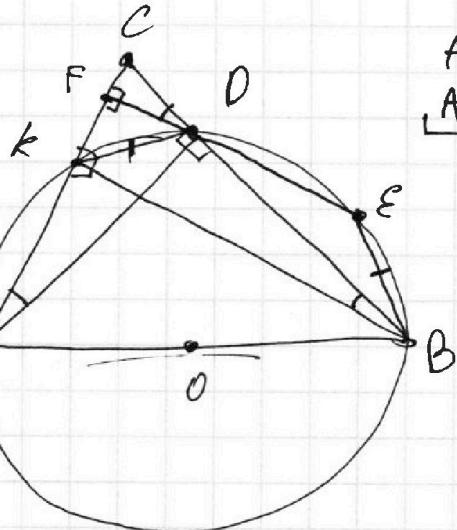
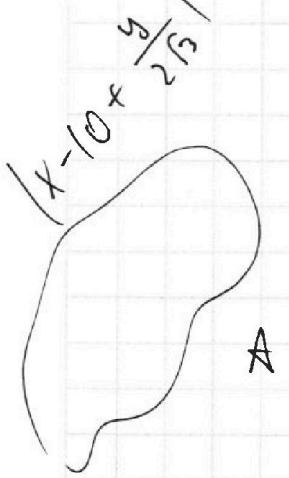
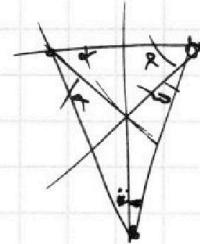
$$\begin{cases} u = 1 - \sqrt{1+3v} \\ u = 1 + \sqrt{1+3v} \end{cases}$$

$$2u = u^2 - 3v$$

$$\Rightarrow v - u^2 + 3v + 12 = ? \Leftrightarrow 4v - u^2 + 12 = ?$$

$$3v = 2u^2 - 3v = u^2 - 2u$$

$$3v - 2 \cdot 3 \cdot u + 36 = 3 \cdot ? \Leftrightarrow u^2 - 8u + 36 = 3 \cdot ?$$



$$\begin{aligned} AF &=? \\ AC &= 10 \quad AB = 8 \quad BE = 6 \end{aligned}$$

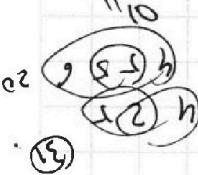
$$r = 4.$$

$$\begin{aligned} AE^2 + BE^2 &= AB^2 \quad | : 4 \\ AE^2 + 36 &= 64 \quad | : 4 \\ AE^2 &= 64 - 36 = 28 \\ \Rightarrow AE &= \sqrt{28} \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} \frac{CF}{CD} &= \frac{CO}{AC} = \frac{CD}{10} \Rightarrow CF = \frac{CD^2}{10} = \frac{100 - AD^2}{10} = \frac{100 - (64 - BD^2)}{10} = \\ &= \frac{36 + BD^2}{10} \quad C \end{aligned}$$

$$KD = 6 \Rightarrow \frac{CD}{AC} = \frac{KD}{AB} = \frac{6}{8} = \frac{3}{4} \Rightarrow CD = \frac{6 \cdot 10}{8}$$

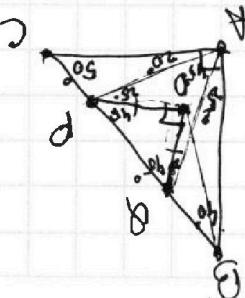
$$\frac{CD}{AC} = \frac{6}{8} = \frac{CF}{CD} \quad \frac{6}{8} = \frac{2}{CD} \quad CD = \frac{16}{2} = 8$$



6.

$$\angle QDC = 90^\circ \quad \angle PDC = ?$$

$$AC = CD \quad AB = BC$$





На одной странице можно оформлять только одну задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.

 1 2 3 4 5 6 7СТРАНИЦА
_ из _

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

$$\text{N5. } (x-x_1)(x-x_2) = \\ x^2 - (a^2 - 2a)x + a^2 - a - 7 = 0 \Rightarrow x^2 - (x_1+x_2)x + x_1x_2 = 0 \\ x_1 + x_2 = 6 \text{ и } x_1x_2 = a^2 - a - 7 \text{ и } d \neq 0 \text{ и форм. прогрессии.}$$

$$3x^2 - (a^3 - 2a^2)x + 6 - a^5 = 0 \quad -4 \text{ и } 9 \text{ и прогрессия } a+3d \text{ и } a+8d.$$

$$3(a^2 - 2a) = a^3 - 2a^2 \Leftrightarrow 3(a-2) = a^2 - 2a \quad a \neq 0$$

$$\Leftrightarrow 3a - 6 = a^2 - 2a \Rightarrow a^2 - 5a + 6 = 0 \quad a \neq 3 \quad a \geq 6$$

$$D = (a^2 - 2a)^2 - 4(a^2 - a - 2) = \\ = a^4 - 4a^3 + 4a^2 - 4a^2 + 4a + 28 = \\ = a^4 - 4a^3 + 4a + 28 = 0 \quad \begin{cases} a=1 \\ a=6 \\ a=0 - \text{не под} \end{cases}$$

$$16 + 4 \cdot 8 - 4 \cdot 2 + 28$$

$$\frac{\sqrt{5}}{6} - \frac{\sqrt{5}}{2} \quad \frac{\sqrt{26}}{4} - \frac{\sqrt{26}}{9}$$

$$\underline{16} - \underline{\frac{4 \cdot 8}{32}} + \underline{\frac{4 \cdot 2}{8}} + 28$$

$$\frac{-316}{-26} \Big| \frac{13}{24}$$

$$\frac{\cancel{13}}{6} \quad 2 \quad 4 \quad 9.$$

$$x^2 - 7 = 0$$

$$\sqrt{5} - \frac{\sqrt{26}}{3} = -\frac{\sqrt{26}}{3} - \sqrt{5}.$$

$$3x^2 + 6 = 0 \quad x \in \emptyset$$

$$x^2 - 3x + 1 = 0$$

$$\frac{316}{316}$$

$$\frac{x^{23}}{243}$$

$$3^5 = 3^4 \cdot 3^2$$

$$2^5 = 2^4 \cdot 2 = 16 \cdot 2 = 32.$$

$$\frac{32}{6}$$

$$= 9 \cdot 9 \cdot 3^2$$

$$4 \cdot 79 =$$

$$\frac{237}{21} \Big| \frac{3}{29}$$

$$= 81 \cdot 3^2$$

$$= 280 + 36 = \\ = 316$$

$$316 =$$

$$\frac{30}{7}$$

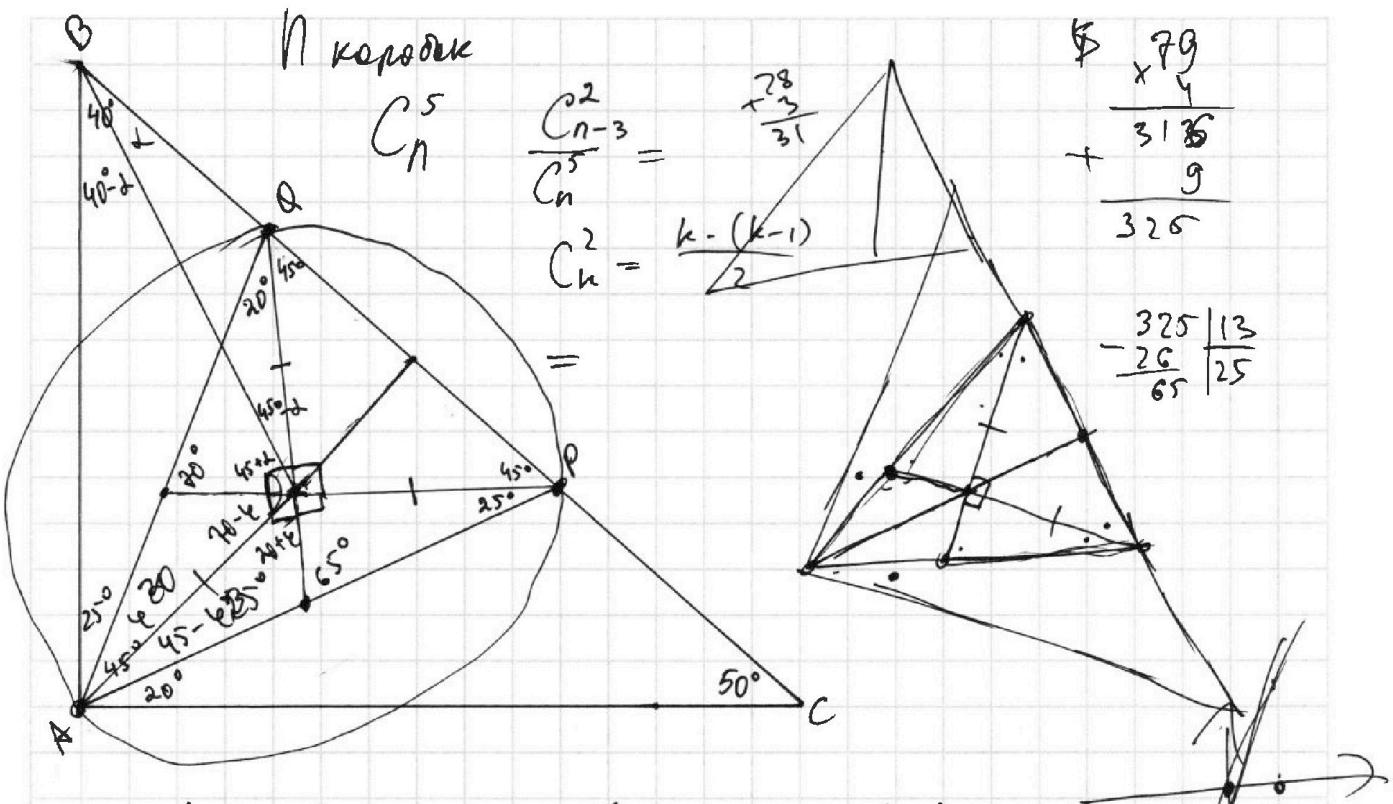
$$= 243$$

На одной странице можно оформлять только одну задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.

- 1 2 3 4 5 6 7

СТРАНИЦА
ИЗ

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!



$$\frac{C_{n-3}^2}{C_n^5} = \frac{78}{31}$$

$$C_n^2 = k \cdot (k-1)$$

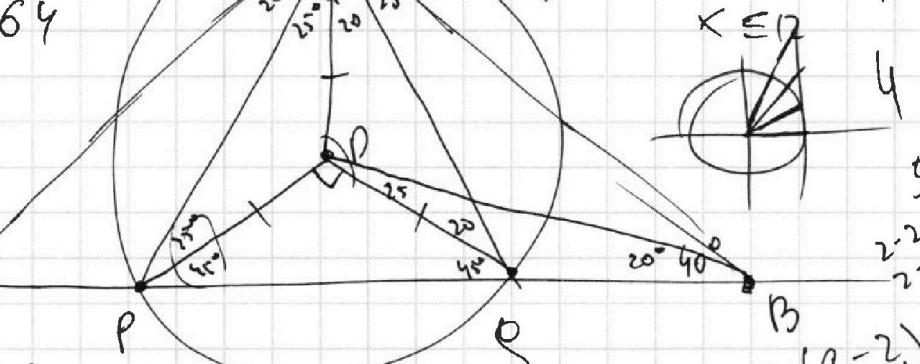
50°

$$\frac{\sin \alpha}{\sin \beta} \cdot \frac{\sin 25}{\sin 45} \cdot \frac{\sin 45}{\sin 20} = 1 \Rightarrow \frac{\sin \alpha}{\sin \beta} = \frac{\sin 20}{\sin 25}$$

$$\alpha + \beta = 45^\circ \quad 60^\circ 8 \quad \sin \alpha = \frac{\sin 20}{\sin 25} \cdot \sin \beta$$

$$\sin(\alpha + \beta) = \sin \alpha \cos \beta + \cos \alpha \sin \beta$$

$$\frac{16 \cdot 2\pi}{10} = 3,2\pi \quad A$$



$$\frac{x}{16} \cdot \frac{12}{12} - \frac{192}{128}$$

$$x^2 + 2^2 - 2 - 7 = 0$$

$$3x^2 + 6 - 25 = 0 \quad 3x^2 + 6 - 32$$

$$\begin{array}{r} 79 \\ \times 4 \\ \hline 316 \\ + 9 \\ \hline 325 \end{array}$$

$$\begin{array}{r} 325 \\ - 26 \\ \hline 65 \end{array} \quad \begin{array}{r} 13 \\ \hline 25 \end{array}$$

⊕

250

$$64 = 16 \cdot 4$$

$$16 \cdot 8 =$$

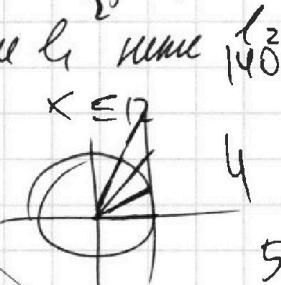
$$= 80 + 48 =$$

$$g = 128.$$

$$5\sqrt{3} = 10d.$$

$$2^2 \cdot 2^2 = 4^2$$

$$a(a-2) \cdot \left(\frac{1}{\sqrt{3}}\right)^2 = 76 \cdot 2$$



4 2 6

—

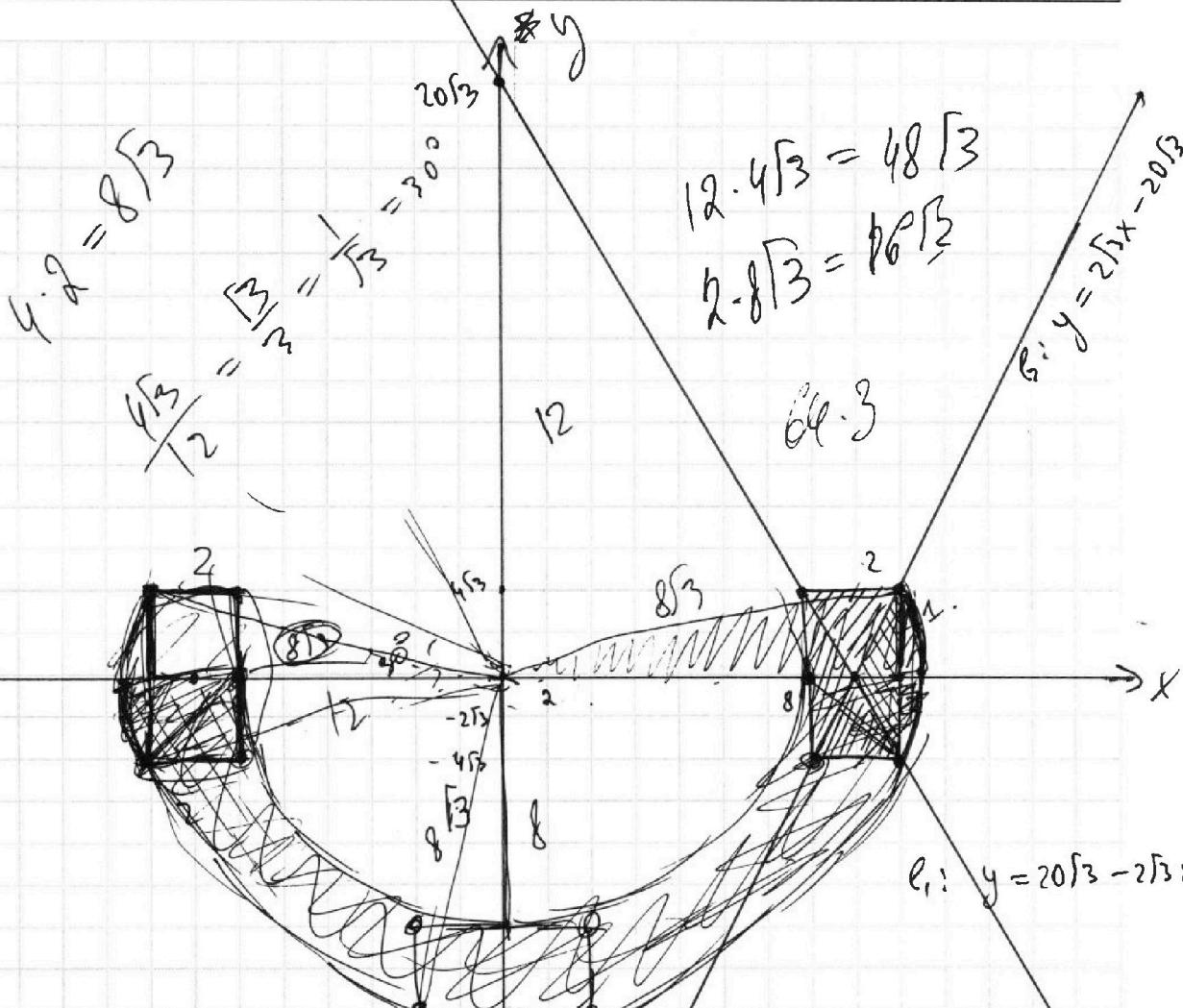


На одной странице можно оформлять только одну задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.

- | | | | | | | |
|----------------------------|----------------------------|----------------------------|----------------------------|----------------------------|----------------------------|----------------------------|
| <input type="checkbox"/> 1 | <input type="checkbox"/> 2 | <input type="checkbox"/> 3 | <input type="checkbox"/> 4 | <input type="checkbox"/> 5 | <input type="checkbox"/> 6 | <input type="checkbox"/> 7 |
|----------------------------|----------------------------|----------------------------|----------------------------|----------------------------|----------------------------|----------------------------|

СТРАНИЦА
_ ИЗ _

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!



$$\rho \frac{\pi 64}{2} + \frac{\pi \cdot 64 \cdot 3}{2} = \pi \cdot 64$$

$$\frac{60}{360} \cdot \pi \cdot 64 = \frac{64\pi}{6}$$

$$\frac{\pi \cdot 64 \cdot 3}{360^\circ} = \frac{64\pi}{6}$$

$$= \frac{\pi \cdot 64 \cdot 3}{6} = \sqrt{3} \cdot 32\pi$$

$$12 \cdot 4\sqrt{3}$$

$$12 \cdot 4 = 48$$



На одной странице можно оформлять только одну задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.



1 2 3 4 5 6 7

СТРАНИЦА
ИЗ

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

$$\left| x - 10 + \frac{y}{2\sqrt{3}} \right| + \left| x - 10 - \frac{y}{2\sqrt{3}} \right| \leq 4. \quad \frac{99999999...}{3000001} =$$

$$\frac{C_{n-3}^2}{C_n^5} = \frac{(n-3)(n-4)}{2} : \frac{(n)(n-1)(n-2)(n-3)(n-4)}{n^3 \cdot 100000} = \frac{5!}{(10^{300002}-1)^3} =$$

$$= \frac{\frac{5!}{2(n-1)(n-2)}}{P(\text{бюджета})} = \frac{3 \cdot 4 \cdot 5}{n(n-1)(n-2)}$$

$$2\sqrt{3}x - 20\sqrt{3} + y = 0 \quad y = 20\sqrt{3} - 2\sqrt{3}x$$

$$\frac{C_{n-3}^4}{C_n^7} = \frac{(n-3)(n-4)(n-5)(n-6)}{4!} : \frac{(n)(n-1)(n-2)(n-3)(n-4)(n-5)(n-6)}{n \cdot (n-1) \cdot 2!} =$$

$$= \frac{\frac{2!}{(n-6)(n-5)}}{\frac{4!(n-1)(n-2)}{n \cdot (n-1)(n-2)}} = \frac{2 \cdot 3 \cdot 5}{10000} = \frac{1000}{999997}$$

$$2\sqrt{3}x - 20\sqrt{3} + y \geq 0 \quad \text{бюджет} \quad (a-1)(a-1)(a-1) \geq 0 \quad a = 10 \quad a = 10 \cdot 12$$

$$1) x - 10 + \frac{y}{2\sqrt{3}} \geq 0 \quad x - 10 - \frac{y}{2\sqrt{3}} \geq 0 \quad (a^2 - 2a^2 + 1)(a-1) \geq 0$$

$$2x - 20 \leq 4 \Rightarrow x \leq 12 \quad 2(x-10) \leq 4.$$

$$1) x - 10 + \frac{y}{2\sqrt{3}} \geq 0 \quad x - 10 - \frac{y}{2\sqrt{3}} \leq 0$$

$$2 \frac{y}{2\sqrt{3}} \leq 4 \quad \boxed{y \leq 4\sqrt{3}} = a^3 - 3a^2 + 3a - 1 = 0$$

$$2) x - 10 + \frac{y}{2\sqrt{3}} \leq 0 \quad x - 10 - \frac{y}{2\sqrt{3}} \geq 0$$

$$-2 \frac{y}{2\sqrt{3}} \leq 4 \quad \boxed{y \geq -4\sqrt{3}}$$

$$3) x - 10 + \frac{y}{2\sqrt{3}} \leq 0 \quad x - 10 - \frac{y}{2\sqrt{3}} \geq 0$$

$$-(x-10) - (x-10) \leq 4 \quad -2(x-10) \leq 4 \Rightarrow$$

$$\textcircled{2} \quad -x + 10 \leq 2 \quad \boxed{x \geq 8}$$



На одной странице можно оформлять только одну задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.

1

2

3

4

5

6

7

СТРАНИЦА
_ ИЗ _

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!



На одной странице можно оформлять **только одну** задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в **решении каждой задачи отдельно**.

1

2

3

4

5

6

7

СТРАНИЦА
_ ИЗ _

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!