



МОСКОВСКИЙ  
ФИЗИКО-ТЕХНИЧЕСКИЙ  
ИНСТИТУТ

ОЛИМПИАДА "ФИЗТЕХ"  
ПО МАТЕМАТИКЕ

10 КЛАСС. Вариант 8



1. [4 балла] Ненулевые числа  $x, y, z$  удовлетворяют системе уравнений

$$\begin{cases} xy = -6z + z^2, \\ yz = -6x + x^2, \\ zx = -6y + y^2. \end{cases}$$

Найдите все возможные значения выражения  $(x - 6)^2 + (y - 6)^2 + (z - 6)^2$ , если известно, что система имеет хотя бы одно решение в ненулевых числах.

2. [2 балла] Десятичная запись натурального числа  $n$  состоит из 20 001 девятки. Сколько девяток содержит десятичная запись числа  $n^3$ ?
3. [5 баллов] Окружность  $\omega$  с диаметром  $AB$  пересекает сторону  $BC$  остроугольного треугольника  $ABC$  в точке  $D$ . Точка  $F$  выбрана на отрезке  $AC$  так, что  $DF \perp AC$ , а  $E$  — точка пересечения отрезка  $DF$  с окружностью  $\omega$ , отличная от  $D$ . Найдите  $AF$ , если  $AC = 20$ ,  $AB = 10$ ,  $BE = 9$ .
4. [4 балла] В телесигре ведущий берет несколько коробок и ровно в три из них кладет по одному шару. Игрок может указать на пять коробок и открыть их. Если в этих коробках лежат все три шарика, то игрок выигрывает. Игроку разрешили открыть девять коробок. Во сколько раз увеличилась вероятность выигрыша игрока?
5. [5 баллов] Найдите все значения параметра  $a$ , при которых корни уравнения  $x^2 - (a^2 - 4a)x + a^2 - 6a + 4 = 0$  являются шестым и седьмым членами некоторой непостоянной арифметической прогрессии, а корни уравнения  $5x^2 - (a^3 - 4a^2)x - 2a^3 - 6a - 15 = 0$  являются пятым и восьмым членами этой прогрессии.
6. [5 баллов] На координатной плоскости построена фигура  $\Phi$ , состоящая из всех точек, координаты  $(x; y)$  которых удовлетворяют неравенству  $\left|y - 20 + \frac{x}{2\sqrt{3}}\right| + \left|y - 20 - \frac{x}{2\sqrt{3}}\right| \leq 8$ . Фигуру  $\Phi$  непрерывно повернули вокруг начала координат на угол  $\pi$  против часовой стрелки. Найдите площадь множества  $M$ , которое замела фигура  $\Phi$  при этом повороте.
7. [6 баллов] На гипотенузе  $BC$  прямоугольного треугольника  $ABC$  выбраны точки  $P$  и  $Q$  так, что  $AB = BP$ ,  $AC = CQ$ . Внутри треугольника  $ABC$  выбрана точка  $D$ , для которой  $DP = DQ$ , а  $\angle PDQ = 90^\circ$ . Найдите  $\angle DCB$ , если известно, что  $\angle CBA = 46^\circ$ .



На одной странице можно оформлять только одну задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.

1  2  3  4  5  6  7

СТРАНИЦА  
1 ИЗ 1

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

$$\begin{cases} xy = z^2 - 6z \\ yz = x^2 - 6x \\ xz = y^2 - 6y \end{cases} \quad x, y, z \neq 0 \quad \Leftrightarrow \quad \begin{cases} xyz = z^3 - 6z^2 \\ xyz = x^3 - 6x^2 \\ xyz = y^3 - 6y^2 \end{cases}$$

$$\Rightarrow \begin{cases} z^3 - 6z^2 = x^3 - 6x^2 \\ z^3 - 6z^2 = y^3 - 6y^2 \\ x^3 - 6x^2 = y^3 - 6y^2 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} z^3 - x^3 = -6(x^2 + z^2) \\ x^3 - y^3 = -6(x^2 + y^2) \\ y^3 - z^3 = -6(y^2 + z^2) \end{cases} \begin{matrix} \text{сложим} \\ \text{все} \end{matrix}$$

$$\Leftrightarrow -12(x^2 + y^2 + z^2) = 0 \Leftrightarrow x^2 + y^2 + z^2 = 0$$

Сложим все три уравнения в изначальной системе:

$$\begin{cases} xy + yz + xz = z^2 + x^2 + y^2 - 6(x + y + z) \\ xy + yz + xz = -6(x + y + z) \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} xy + yz + xz = -6(x + y + z) \end{cases}$$

Пусть  $\begin{cases} x + y + z = p \\ xy + yz + zx = q \\ xyz = r \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} p^2 - 2q = 0 \\ q = -6p \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} p^2 + 18p = 0 \\ p = 0 \\ p = -18 \end{cases}$

Нужно найти  $(x-6)^2 + (z-6)^2 + (y-6)^2 = x^2 + y^2 + z^2 +$

$$+ 36 \cdot 3 - 12(x + y + z) = 36 \cdot 3 - 12(x + y + z) + 0$$

~~12~~ Если  $p = 0$ , то выражение = 108  
Если  $p = -18$ , то выражение =  $36 \cdot 3 + 12 \cdot 18 =$   
= 108 + 192 = ~~300~~ 252  
44

Ответ: 108 или ~~300~~ 252



На одной странице можно оформлять **только одну** задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.

1  2  3  4  5  6  7

СТРАНИЦА  
1 ИЗ 1

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

№2.

$$n = \underbrace{99\dots9}_{2001 \times "9"} = (10^{2001} - 1)^3 = 10^{6003} - 1^3 + 3 \cdot 10^{4002} - 3 \cdot 10^{2001} =$$

$$= \underbrace{9\dots9}_{6003} + 3 \cdot 10^{4002} - 3 \cdot 10^{2001} = 999 \dots 6 \dots 99\dots9 + 3 \cdot 10^{4002}$$

.....  
↑  
2002

В первом слагаемом шестёрка стоит на 2002-м месте при отсчёте справа. Три сложения этих двух чисел в столбик 4002 цифры с конца первого слагаемого не меняются, т.к. у второго там нули. Три э том, начиная с 4003 цифры при отсчёте справа у получившейся суммы будут

цифры: 233...31

$$\text{То есть } 999\dots6\dots99\dots9 + 3 \cdot 10^{4002} = 133\dots3299\dots699\dots9.$$

Будет 4002 не поменявшихся цифр 4001 девятка и одна шестёрка

Ответ: 4001



На одной странице можно оформлять только одну задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.



1  2  3  4  5  6  7

СТРАНИЦА  
1 ИЗ 1

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

84.

Пусть всего  $n$  коробок. Посчитаем вероятность угадать три нужные коробки с пяти попыток.

Благоприятных исходов: Чтобы выиграть, нужно выбрать три определённых коробки. Это можно сделать 1 способом. Осталось выбрать ещё  $5-3=2$  любые коробки. Это делается  $C_{n-3}^2$  способами. Порядок коробок важен, т.е. порядок попыток на них не важен. Итого ~~исходов~~  $1 \cdot C_{n-3}^2 = \frac{n(n-1)}{2}$

$$= \frac{(n-3)(n-4)}{2}$$

Всего исходов:

Всех возможных исходов  $C_n^5 =$

$$= \frac{n!}{5!(n-5)!}$$

Вероятность победы =

$\frac{\text{Благоприятные исходы}}{\text{Все исходы}} =$

$$= \frac{1}{1} \cdot \frac{(n-3)! \cdot 5!}{n! \cdot 2!} = \frac{60}{n(n-2)(n-1)} = P_2(\text{угадать})$$

Теперь посчитаем вероятность угадать три нужные коробки с 9 попыток:

Аналогично Благоприятных исходов  $C_{n-3}^6$

Всего исходов =  $C_n^9$

$$P_2(\text{угадать}) \text{ --- } = \frac{C_{n-3}^6}{C_n^9} = \frac{9!(n-3)!}{6! \cdot n!} = \frac{9 \cdot 8 \cdot 7}{n(n-1)(n-2)}$$

$$\frac{P_2(\text{угадать})}{P_1(\text{угадать})} = \frac{9 \cdot 8 \cdot 7}{60} = \frac{9 \cdot 8 \cdot 7}{10 \cdot 6} = \frac{3 \cdot 4 \cdot 7}{1 \cdot 5 \cdot 2}$$

$$= \frac{7}{5} = 1,4$$

Ответ:  $\frac{7}{5}$  1,4 раза ~~или  $n \geq 9$~~

Если  $n \leq 9$ , то



На одной странице можно оформлять только одну задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.

1  2  3  4  5  6  7

СТРАНИЦА  
1 ИЗ 1

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

№5.

Пятый, шестой, седьмой, восьмой члены очевидно являются 1, 2, 3, 4 членами другой прогрессии с тем же знаменателем. Пусть пятый - первый и шестой - второй и т.д.

1-й член =  $a_1$ , 2-й =  $a_2$ ... и 4-й =  $a_4$

Пусть разность прогрессии =  $d$ .

По Виета:

$$\begin{cases} a_2 + a_3 = a^2 - 4a \\ a_2 \cdot a_3 = a^2 - 6a + 4 = (a_1 + d)(a_1 + 2d) \\ a_1 + a_4 = (a^3 - 4a^2) : 5 \\ a_1 \cdot a_4 = (-2a^3 - 6a - 15) : 5 = (a_1 + 3d) \cdot a_1 \end{cases}$$

Заметим, что  $a_2 + a_3 = a_1 + d + a_1 + 2d = a_1 + (a_1 + 3d) = a_1 + a_4$

Значит,  $a^2 - 4a = \frac{a^3 - 4a^2}{5} \Leftrightarrow a(a-4) \cdot 5 = a^2(a-4) \Leftrightarrow$

$$\Leftrightarrow a(a-4)(5-a) = 0 \Leftrightarrow \begin{cases} a=0 \\ a=4 \\ a=5 \end{cases}$$

Заметим, что  $a=0$  не подходит, поскольку иначе дискриминант 1-го уравнения  $< 0$ :

$$x^2 - 0 \cdot x + 4 = 0 \Leftrightarrow x^2 + 4 = 0 \quad (D < 0, \text{ корней нет})$$

I  $a=4$ :

Дискриминант первого ур-я =  $-4 \cdot (-4) = 16 > 0$

Дискр. второго ур-я равен  $(4^3 - 4^3)^2 - 4 \cdot (-2 \cdot 4^3 - 6 \cdot 4 - 15) \cdot 5 =$

$$= 0 + 4(2 \cdot 4^3 + 6 \cdot 4 + 15) \cdot 5 > 0$$

Исключаем знаменатель прогрессии:

$$\begin{cases} a^2 + 3aid + 2d^2 = 4^2 - 6 \cdot 4 + 4 \\ a^2 + 3aid = \frac{-2 \cdot 4^3 - 6 \cdot 4 - 15}{5} \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} 2d^2 - \frac{167}{5} = -4 \\ a^2 + 3aid = \frac{-167}{5} \end{cases} \Leftrightarrow$$

$$\Leftrightarrow d^2 = \frac{167}{5} + 4 > 0 \Rightarrow d \neq 0 \text{ и } \exists d \Rightarrow a=4 \text{ подходит.}$$

II  $a=5$

Дискриминант 1-го ур-я =  $5^2 - 4 \cdot (-1) > 0$

Дискр. 2-го ур-я =  $25 + 4(2 \cdot 5^3 + 6 \cdot 5 + 15) > 0$

Исключаем знаменатель прогрессии:

$$\begin{cases} a^2 + 3aid + 2d^2 = 5^2 - 4 \cdot (-1) - 1 \\ a^2 + 3aid = -295 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} 2d^2 - 295 = -1 \\ d > 0 \text{ и } \exists d \Rightarrow a=5 \text{ подх.} \end{cases}$$

Ответ:  $\{4; 5\}$

На одной странице можно оформлять только одну задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.

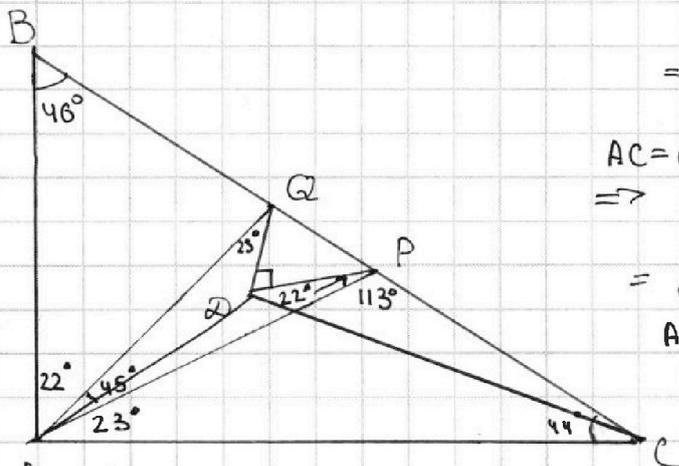


1  2  3  4  5  6  7

СТРАНИЦА  
1 ИЗ 1

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

№7.



$$\begin{aligned} \hat{BCA} &= 180^\circ - 90^\circ - 46^\circ = \\ &= 44^\circ \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} \Delta QPD \text{ - } \text{п/д} &\Rightarrow \hat{QPD} = \hat{DQP} = \\ &= 45^\circ \\ AC = CQ &\Rightarrow \Delta ACQ \text{ п/д} \Rightarrow \\ \Rightarrow \hat{QAC} = \hat{AQC} &= \frac{180^\circ - 44^\circ}{2} = \\ &= 68^\circ \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} AB = BP &\Rightarrow \Delta ABP \text{ п/д} \Rightarrow \\ \Rightarrow \hat{BAP} = \hat{APB} &= \\ &= \frac{180^\circ - 46^\circ}{2} = 67^\circ \end{aligned}$$

$$\hat{BAP} + \hat{QAC} = \hat{QAP} + \hat{PAC} + 2 \cdot \hat{BAP} \Rightarrow$$

$$\begin{aligned} \Rightarrow \hat{QAP} &= \hat{BAP} + \hat{QAC} - 90^\circ - \hat{BAC} \text{ (м.к. } \hat{BAQ} + \hat{QAP} + \hat{PAC} = \hat{BAC}) = \\ &= 68^\circ + 67^\circ - 90^\circ = 45^\circ \end{aligned}$$

$$\hat{PAC} = \hat{QAC} - \hat{QAP} = 68^\circ - 45^\circ = 23^\circ$$

$$\hat{APC} = 180^\circ - 44^\circ - 23^\circ = 113^\circ$$

$$\hat{DPA} = 180^\circ - \hat{QPD} - \hat{APC} = 180^\circ - 113^\circ - 45^\circ = 22^\circ$$

$$\hat{QDP} = 2 \cdot \hat{QAP} \Rightarrow D \text{ - центр окр-и } \Delta AQP, \wedge$$

$$AD = DQ = QP, \text{ как радиусы} \Rightarrow \Delta AQP \text{ - п/д} = \Delta AQQ \text{ - п/д.}$$

$$\hat{ADP} = \hat{AQP} = \frac{360^\circ - 90^\circ}{2} = 135^\circ \quad 180^\circ - 22^\circ \cdot 2 = 136^\circ$$

$$\begin{aligned} \hat{DAP} = \hat{DPA} &= 22^\circ, \text{ как п/д}; \quad \hat{ADC} = 180^\circ - \hat{PAC} - \hat{DAP} = \\ &= 180^\circ - 45^\circ = 135^\circ \end{aligned}$$

$$\hat{PDC} = \hat{ADP} - \hat{ADC} = 136^\circ - 135^\circ = 1^\circ$$

$$\hat{DCB} = \hat{PCB} = 180^\circ - 22^\circ - 113^\circ - 1^\circ = 180^\circ - 136^\circ = 44^\circ$$

$$\text{Ответ: } \hat{DCB} = 44^\circ$$



На одной странице можно оформлять **только одну** задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в **решении каждой задачи отдельно**.

1	2	3	4	5	6	7
<input type="checkbox"/>						

СТРАНИЦА  
\_\_ ИЗ \_\_

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются **отдельно**. Порча QR-кода недопустима!

1 три шарика в 1-х трёх шариках  
Всего способов выбрать =  $C_n^5$

$C_n^5 = \frac{n(n-1)(n-2)(n-3)(n-4)}{120}$

$C_{n-3}^2 = \frac{(n-3)(n-4)}{2}$

$\frac{C_{n-3}^2}{C_n^5} = \frac{n(n-1)(n-2)}{60}$

$\frac{60}{n(n-1)(n-2)}$

$\frac{C_{n-3}^6}{C_n^9} = \frac{9!(n-3)!}{6!n!} = \frac{9 \cdot 8 \cdot 7}{(n-2)(n-1)n}$







На одной странице можно оформлять **только одну** задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении **каждой** задачи отдельно.

1  2  3  4  5  6  7

СТРАНИЦА  
\_\_ ИЗ \_\_

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

$AF^2 + D^2 = DC^2 + DF^2 + AF^2 = AC^2$   
 10 корн. бок, 3 шарика  
 $C_3^3 = 1$   
 $C_5^5 = 1$   
 $C_{10}^3 = 120$   
 $C_{10}^5 = 252$

10 корн.  
 2 non., 1 шарик  
 $\frac{1}{10} \cdot \frac{1}{9} = \frac{1}{90}$   
 $10 \cdot \frac{10 \cdot 9}{2} = 45$   
 $\frac{10}{45} = \frac{2}{9}$

2 non. 1ш. 3 корн.  
 $C_3^2 = 3$   
 $\frac{3 \cdot 2}{2} = 3$

$AD^2 + DC^2 = AC^2$   
 $AD^2 + DF^2 + FC^2 = AC^2$   
 $AF^2 + 2DF^2 + FC^2 = AC^2$

$AD^2 = AC^2 - DC^2$   
 $DF^2 = AD \cdot DC$

$AC^2 = AD^2 + DC^2$   
 $AF = AD \cdot \sin \theta$   
 $AD^2 = AC^2 - DC^2$   
 $DF^2 = AD \cdot DC$

$9^3 = 729 = (10-1)^3 = 10^3 - 3 \cdot 10^2 + 3 \cdot 10 - 1 = 1000 - 300 + 30 - 1 = 729$   
 $9^3 = (9 \dots 9)^3 = (1 \dots 1)^3 \cdot (9 \dots 9)^3 = 1000 \dots 1$   
 $n^3 = (9 \dots 9)^3 = 1000 \dots 1$   
 $25^2 - 4 = 125 - 4 = 121$   
 $25^2 - 4 = 10^2 + 3 \cdot 10^1 + 3 \cdot 10^0 - 4 = 100 + 30 + 3 - 4 = 129$



На одной странице можно оформлять только одну задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.

1  2  3  4  5  6  7

СТРАНИЦА  
1 ИЗ 1

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

№5.

Пятый, шестой, седьмой, восьмой члены некоторой арифметической прогрессии очевидно являются 1, 2, 3, 4 членами прогрессии с теми же знаменателями.

Пусть 1-й член  $-a_1$   
2-й  $-a_2$   
3-й  $-a_3$   
4-й  $-a_4$

Пусть разность прогр.  $= d$ .

По Тн Виета:

$$\begin{cases} a^2 - 4a = a_2 + a_3 = 2a_1 + 3d \\ a^2 - 6a + 4 = a_2 \cdot a_3 = (a_1 + d \cdot 2)(a_1 + d) \Rightarrow \\ a^3 - 4a^2 = 2a_1 + 3d = a_1 + a_4 \\ -2a^3 - 6a - 15 = a_1 \cdot (a_1 + 3d) \end{cases}$$

$$\begin{aligned} \Leftrightarrow a^2 - 4a = a^3 - 4a^2 &\Leftrightarrow a(a-4) = a^2(a-4) \Leftrightarrow \\ \Leftrightarrow a(a-4)(1-a) = 0 &\Leftrightarrow \begin{cases} a=0 \\ a=4 \\ a=1 \end{cases} \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} \text{I: } a=0 & \\ \begin{cases} (a_1 + 2d)(a_1 + d) = 0^2 - 6 \cdot 0 + 4 \\ a_1(a_1 + 3d) = -15 \end{cases} &\Leftrightarrow \begin{cases} a_1^2 + 2d^2 + 2a_1d + a_1d = 4 \\ a_1^2 + 3a_1d = -15 \end{cases} \Leftrightarrow \\ \Leftrightarrow \begin{cases} a_1^2 + 3a_1d + 2d^2 = 4 \\ a_1^2 + 3a_1d = -15 \end{cases} &\Leftrightarrow 2d^2 = 19 \Leftrightarrow d = \sqrt{\frac{19}{2}} \neq 0 \end{aligned}$$

$\Rightarrow$  прогр. не постоянная

$\times$  1е уравнение:

$$x^2 - 0 \cdot x + 4 = 0 \Leftrightarrow x^2 + 4 = 0$$

$\mathcal{D} \neq 0 \Rightarrow a=0$  не подходит

II  $a=4$ :

$$\begin{cases} a_1^2 + 3a_1d + 2d^2 = 4^2 - 24 + 4 \\ a_1^2 + 3a_1d = -2 \cdot 4^3 - 6 \cdot 4 - 15 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} 2d^2 + (-167) = -4 \\ a_1^2 + 3a_1d = -167 \end{cases}$$

$$\Leftrightarrow d^2 = \frac{163}{2} \Rightarrow d \neq 0 \Rightarrow \text{прогрессия не пост.}$$

$\times$  1е уравнение:

$$x^2 - 0 \cdot x + 16 - 24 + 4 = 0 \Leftrightarrow x^2 - 4 = 0$$

$\times$  2е уравнение:

$$\mathcal{D} > 0$$



На одной странице можно оформлять только одну задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.

1  2  3  4  5  6  7

СТРАНИЦА  
\_\_ ИЗ \_\_

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

$$(x-6)^2 + (y-6)^2 + (z-6)^2 = x^2 - 6 \cdot 2x + 36 \cdot 3 + y^2 + z^2 - 12(y+z)$$

$$x^2 + y^2 + z^2 - 12(x+y+z) + 36 \cdot 3$$

$$-6x^2 + x^3 = -6z^2 + z^3$$

$$x^3 - z^3 = 6x^2 - 6z^2$$

$$y^3 - z^3 = 6y^2 - 6z^2$$

$$z^3 - x^3 = 6z^2 - 6x^2$$

$$9^3 = 81 \cdot 9 = 729$$

$$11^2 =$$

$$99 = 11 \cdot 9$$

$$99^3 = 11^3 \cdot 9^3 = 121 \cdot 11 \cdot 729 =$$

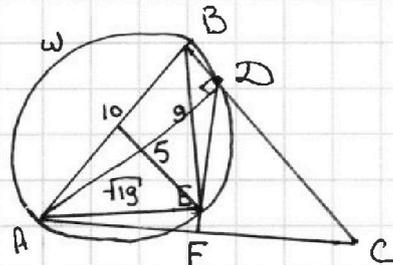
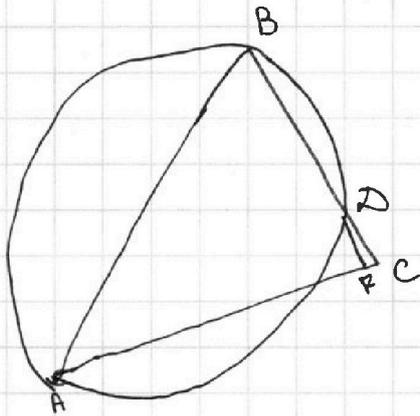
$$= \frac{11 \cdot 121}{11}$$

$$\begin{array}{r} \times 121 \\ 121 \\ \hline \times 1332 \\ 729 \\ \hline 11979 \\ 2662 \\ \hline 9317 \\ \hline 970299 \end{array}$$

$\triangle ADF \sim \triangle DFC$

$$\frac{AF}{DF} = \frac{FC}{DF}$$

AF-?



AC=20  
AB=10  
BE=9

$$\frac{AB}{AE} = \frac{AF}{AE}$$

$\angle AEB = 90^\circ$ , м.к. AB, g-p

$$AE = \sqrt{100 - 81} = \sqrt{19}$$

$\angle BAE = 90 - \alpha = \angle DAF$

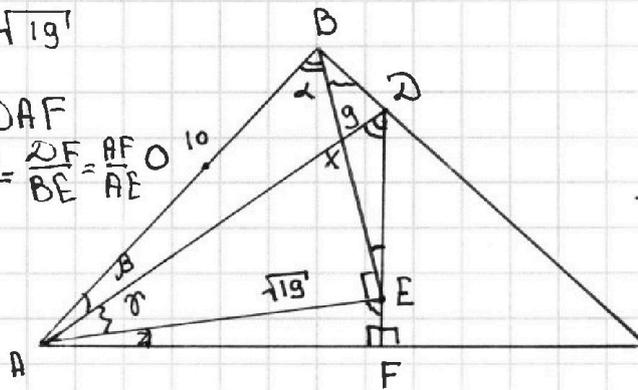
$\triangle DAF \sim \triangle BAE$

$$AC = AF + FC$$

$\triangle ABD \sim \triangle AEF$

$\triangle ABD \sim \triangle BAE$

The Menelaus:



AC=20  
BE=9  
AB=10

$$\frac{AD}{10} = \frac{DE}{9} = \frac{AF}{\sqrt{19}}$$

$$\frac{AD}{AE}$$

$\triangle ABx \sim \triangle DxE$



На одной странице можно оформлять только одну задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.

1  2  3  4  5  6  7

СТРАНИЦА  
\_\_ ИЗ \_\_

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

$$n = \overline{111\dots 1} \cdot 9$$

$$n^3 = (\overline{111\dots 1})^3 \cdot 729$$

$$\overline{111\dots 1}^3 =$$

$$\begin{array}{r} 999999999 \\ + 30000000 \\ \hline 332559999 \end{array}$$

$$\begin{array}{r} \times 1367631 \\ 729 \\ \hline 12409679 \\ 2735262 \\ 9563417 \\ \hline 135396469 \end{array}$$

$$\begin{array}{r} 999999999 \\ + 30000000 \\ \hline 902999999 \end{array}$$

45

$$\begin{array}{r} \times 111 \\ 111 \\ \hline 111 \\ \hline 111 \\ \hline 12321 \\ \hline 12321 \\ \hline 12321 \\ \hline 1367631 \end{array}$$

$$121 \cdot 9 =$$

$$\begin{array}{r} \times 121 \\ 9 \\ \hline 1089 \end{array}$$

$$\begin{array}{r} \times 1367631 \\ 72 \\ \hline 81 \\ \hline 9 \\ \hline 729 \end{array}$$

$$\begin{array}{r} \times 81 \\ 9 \\ \hline 729 \end{array}$$

9

$$n^3 = 999 \cdot 9$$

$$\overline{111\dots 1} : 3$$

$$n \cdot 9 = 99$$

$$\begin{array}{r} \times 1367631 \\ 729 \\ \hline 1229679 \end{array}$$

$$\begin{array}{r} \times 999 \\ 999 \\ \hline 8991 \\ 8991 \\ \hline 8999 \end{array}$$

$$(10^3 - 1)^3 = 10^9 + 3 \cdot 10^6 - 3 \cdot 10^3 + 1$$

$$\begin{array}{r} 8991 \\ 8991 \\ \hline 8991 \end{array}$$

$$\begin{array}{r} \times 998201 \\ 999 \\ \hline 8983809 \\ 8983809 \\ \hline 8983809 \end{array}$$

$$\begin{array}{r} 8983809 \\ 8983809 \\ \hline 8983809 \end{array}$$

$$\begin{aligned} 999^3 &= 111^3 \cdot 9^3 = \\ &= 729 \cdot 111^3 = 9 \cdot 111^3 + 20 \cdot 111^3 + 700 \cdot 111^3 = \\ &= 9 \end{aligned}$$

$$(x-6)^2 + (y-6)^2 + (z-6)^2 =$$

$$\frac{x}{z} = \frac{-6z + z^2}{-6x + x^2} \Leftrightarrow$$

$$\frac{x}{z} = \frac{z(z-6)}{x(x-6)} \Leftrightarrow$$

$$\frac{x^2}{z^2} = \frac{(z-6)}{(x-6)}$$

$$x^2 + y^2 + z^2$$

$$a = \frac{1}{a}$$

$$(z-6)^2 = z^2 - 12z + 36 =$$

$$= xy + 12z - 36$$

$$xy - 6z + 36 = 36 - 36z +$$

$$(x-6)^2 = yz - 6x + 36$$

$$(z-6)^2 = xz - 6y + 36$$

$$= yz - 6x + 36$$

$$= xz -$$

$$xz + yz + yx - 6(x+y+z) + 36 \cdot 3$$



На одной странице можно оформлять только одну задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.

1  2  3  4  5  6  7

СТРАНИЦА  
\_\_ ИЗ \_\_

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

