

МОСКОВСКИЙ
ФИЗИКО-ТЕХНИЧЕСКИЙ
ИНСТИТУТ

ОЛИМПИАДА "ФИЗТЕХ"
ПО МАТЕМАТИКЕ

10 КЛАСС. Вариант 6



1. [4 балла] Ненулевые числа x, y, z удовлетворяют системе уравнений

$$\begin{cases} xy = -2z + z^2, \\ yz = -2x + x^2, \\ zx = -2y + y^2. \end{cases}$$

Найдите все возможные значения выражения $(x - 2)^2 + (y - 2)^2 + (z - 2)^2$, если известно, что система имеет хотя бы одно решение в ненулевых числах.

2. [2 балла] Десятичная запись натурального числа n состоит из 30 001 девятки. Сколько девяток содержит десятичная запись числа n^3 ?
3. [5 баллов] Окружность ω с диаметром AB пересекает сторону BC остроугольного треугольника ABC в точке D . Точка F выбрана на отрезке AC так, что $DF \perp AC$, а E — точка пересечения отрезка DF с окружностью ω , отличная от D . Найдите AF , если $AC = 10$, $AB = 8$, $BE = 6$.
4. [4 балла] В телевизоре ведущий берет несколько коробок и ровно в три из них кладет по одному шарику. Игрок может указать на пять коробок и открыть их. Если в этих коробках лежат все три шарика, то игрок выигрывает. Игроку разрешили открыть семь коробок. Во сколько раз увеличилась вероятность выигрыша игрока?
5. [5 баллов] Найдите все значения параметра a , при которых корни уравнения $x^2 - (a^2 - 2a)x + a^2 - a - 7 = 0$ являются шестым и седьмым членами некоторой непостоянной арифметической прогрессии, а корни уравнения $3x^2 - (a^3 - 2a^2)x + 6 - a^5 = 0$ являются четвертым и девятым членами этой прогрессии.
6. [5 баллов] На координатной плоскости построена фигура Φ , состоящая из всех точек, координаты $(x; y)$ которых удовлетворяют неравенству $|x - 10 + \frac{y}{2\sqrt{3}}| + |x - 10 - \frac{y}{2\sqrt{3}}| \leq 4$. Фигуру Φ непрерывно повернули вокруг начала координат на угол π по часовой стрелке. Найдите площадь множества M , которое замела фигура Φ при этом повороте.
7. [6 баллов] На гипotenузе BC прямоугольного треугольника ABC выбраны точки P и Q так, что $AB = BP$, $AC = CQ$. Внутри треугольника ABC выбрана точка D , для которой $DP = DQ$, а $\angle PDQ = 90^\circ$. Найдите $\angle DBC$, если известно, что $\angle BCA = 50^\circ$.



На одной странице можно оформлять **только одну** задачу. Отметьте **крестиком** номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в **решении каждой задачи отдельно**.

 1 2 3 4 5 6 7СТРАНИЦА
1 ИЗ 1

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

$$n = \underbrace{9\dots 9}_{30001 \text{ шт.}} = 10^{30001} - 1, \text{ при удобстве обозначим } k = 30001$$

$$n^3 = (10^k - 1)^3 = 10^{3k} - 3 \cdot 10^{2k} + 3 \cdot 10^k - 1$$

$$10^{3k} - 3 \cdot 10^{2k} \text{ не выпадет так: } \begin{array}{r} 1 \overline{)0\dots 0,0\dots 0,0\dots 0} \\ 3 \overline{)0\dots 0,0\dots 0} \\ \hline 9\dots 970\dots 00\dots 0 \end{array}$$

$$\text{так: } 10^{2k}(10^k - 3) = \underbrace{9\dots 97}_{k \text{ шт.}} \cdot 10^{2k}$$

$$3 \cdot 10^k - 1 = 2 \underbrace{9\dots 9}_{k \text{ шт.}}$$

$$\text{т.е. } n^3 = \underbrace{9\dots 97}_{k-1 \text{ шт.}} \times 10^{2k} + 2 \underbrace{9\dots 9}_{k \text{ шт.}} = \underbrace{9\dots 970\dots 029\dots 9}_{k \text{ шт.} \ k \text{ шт.} \ k \text{ шт.}}$$

Следовательно $b \ n^3$ $(k-1) + k = 2k-1$ девяток

$$2k-1 = 30001 \cdot 2 - 1 = 60001$$

Ответ: 60001

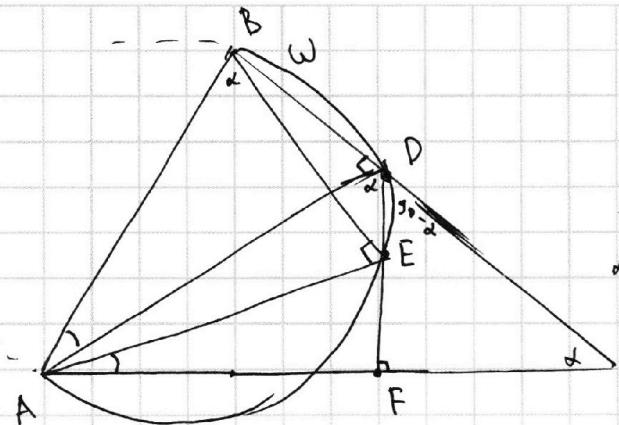


На одной странице можно оформлять **только одну** задачу. Отметьте **крестиком** номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.

- | | | | | | | |
|----------------------------|----------------------------|---------------------------------------|----------------------------|----------------------------|----------------------------|----------------------------|
| <input type="checkbox"/> 1 | <input type="checkbox"/> 2 | <input checked="" type="checkbox"/> 3 | <input type="checkbox"/> 4 | <input type="checkbox"/> 5 | <input type="checkbox"/> 6 | <input type="checkbox"/> 7 |
|----------------------------|----------------------------|---------------------------------------|----------------------------|----------------------------|----------------------------|----------------------------|

СТРАНИЦА
1 ИЗ 1

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются **отдельно**. Порча QR-кода недопустима!



$\angle DCF = 2 \Rightarrow \angle FDC = 90 - 2$
 $\angle BDA = 90^\circ$ (т.к. $D \in W$, AB -диаметр)
 $\Rightarrow \angle ADC = 90^\circ$
 Тогда $\angle ADF = 2$
 $\angle = \angle ADF = \angle ABE$ (т.к. $ABDE$ -внеш. четырехугл.) $\Rightarrow \angle BAE = 90 - 2$
 (т.к. $BEA = 90^\circ$ (т.к. $E \in W$, AB -диаметр))
 Танкже $\angle DAF = 90 - 2$ (т.к. $ADF = 2$)

Тогда $90 - 2 = \angle DAF = \angle BAE \Rightarrow \angle BAD = \angle EAF = 2 - \angle DAE$
 $\Rightarrow \triangle ABD \sim \triangle AEF$ (по трем углам) $\Rightarrow AB : AD = AE : AF$
 $AB = 8, BE = 6 \Rightarrow AE = \sqrt{AB^2 - BE^2} = \sqrt{64 - 36} = \sqrt{28} = 2\sqrt{7}$

Обозначим $AF = x$

$$AD = AB \cdot AF : AE = 8x / 2\sqrt{7} = 4x/\sqrt{7}$$

$$DF^2 = AD^2 - AF^2 = DC^2 - FC^2, \quad AD^2 + DC^2 = AC^2 \Rightarrow DC^2 = AC^2 - AD^2$$

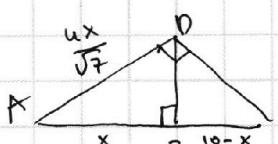
$$AD^2 - AF^2 = AC^2 - AD^2 - FC^2, \quad FC = AC - AF, \quad AC = 10$$

$$\left(\frac{4x}{\sqrt{7}}\right)^2 - x^2 = 10^2 - \left(\frac{4x}{\sqrt{7}}\right)^2 \Rightarrow 10^2 + x^2 - 20x = 0$$

запомним все

$$\left(\frac{16x}{7}\right)^2 - x^2 = 20 \Rightarrow 2 \cdot \frac{16x}{7} - x^2 = 20 \Rightarrow 32x/7 = 20 \Rightarrow 32x = 140x$$

$$AF = x, \quad AD = AB \cdot AF : AE = 8x / 2\sqrt{7} = 4x/\sqrt{7}$$



$$DC = \sqrt{AC^2 - AD^2} = \sqrt{10^2 - \frac{16x^2}{7}}$$

$$DF^2 = AD^2 - AF^2 = DC^2 - FC^2 \Rightarrow$$

$$\frac{16x^2}{7} - x^2 = (16x^2/7) - (10^2 + x^2 - 20x)$$

$$\Rightarrow \frac{2 \cdot 16x^2}{7} = 20x \Rightarrow 32x^2 = 140x \Rightarrow x(32x - 140) = 0$$

$$x \neq 0 \text{ (т.к. } AF \neq 0) \Rightarrow x = \frac{140}{32} = \frac{35}{8} = 4,375$$

Ответ: 4,375



На одной странице можно оформлять **только одну** задачу. Отметьте **крестиком** номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи **отдельно**.

- | | | | | | | |
|----------------------------|----------------------------|----------------------------|---------------------------------------|----------------------------|----------------------------|----------------------------|
| <input type="checkbox"/> 1 | <input type="checkbox"/> 2 | <input type="checkbox"/> 3 | <input checked="" type="checkbox"/> 4 | <input type="checkbox"/> 5 | <input type="checkbox"/> 6 | <input type="checkbox"/> 7 |
|----------------------------|----------------------------|----------------------------|---------------------------------------|----------------------------|----------------------------|----------------------------|

СТРАНИЦА
1 ИЗ 1

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач **нумеруются отдельно**. Порча QR-кода недопустима!

Пусть всего было n морожок

Насчитаем вероятн. выбрать в первом случае:

Всего вариантов C_n^5 выбрать 5 морожок из n

Благопр. вер. когда мы выбираем 3 морожок из n с начали и еще наше-то 2 пр. т.е. их C_{n-3}^2

Тогда вероятн. в первом случае: $\frac{C_{n-3}^2}{C_n^5}$

Во втором случае всего вер. выбора C_n^7

а благопр.-вер. когда выбираем 3 морожок из n с начали и еще наше-то и другие, т.е. их C_{n-3}^4

Тогда вероятн. во втором случае: $\frac{C_{n-3}^4}{C_n^7}$

Насчитаем во сколько раз вероятн. во втором случае больше:

$$\frac{C_{n-3}^2}{C_n^7} : \frac{C_{n-3}^4}{C_n^7} = \frac{(n-3)!}{4! (n-3-4)!} \times \frac{7! (n=7)!}{7!} \times$$

$$\frac{n!}{5! (n-5)!} \times \frac{2! (n-5)!}{(n-5)!} = \frac{7! \cdot 2!}{4! \cdot 5!} = \frac{6 \cdot 7}{3 \cdot 4} = \frac{7}{2} = 3,5$$

Ответ: 3,5



На одной странице можно оформлять **только одну** задачу. Отметьте **крестиком** номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в **решении каждой задачи отдельно**.

- | | | | | | | |
|----------------------------|----------------------------|----------------------------|----------------------------|---------------------------------------|----------------------------|----------------------------|
| <input type="checkbox"/> 1 | <input type="checkbox"/> 2 | <input type="checkbox"/> 3 | <input type="checkbox"/> 4 | <input checked="" type="checkbox"/> 5 | <input type="checkbox"/> 6 | <input type="checkbox"/> 7 |
|----------------------------|----------------------------|----------------------------|----------------------------|---------------------------------------|----------------------------|----------------------------|

СТРАНИЦА
1 ИЗ 1

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач **нумеруются отдельно**. Порча QR-кода недопустима!

$$x^2 - (a^2 - 2a)x + a^2 - a - 7 = 0 \quad \text{по теор. Виета}$$

$$a^2 - 2a = x_1 + x_2 \quad (\text{где } x_1, x_2 - \text{ корни ур.}) \quad x_1 + x_2 = y_6 + y_7$$

(y_1, y_2, \dots - арифм. прогрессия из ун.)

$$y_6 > y_1 + 5d \quad (d - \text{разность прогр.}), \quad y_7 = y_1 + 6d$$

$$x_1 + x_2 = y_6 + y_7 = 2y_1 + 11d$$

$$3x^2 - (a^3 - 2a^2)x + 6 - a^5 = 0 \quad \text{по теор. Виета}$$

$$(a^3 - 2a^2)/3 = x_1 + x_2 \quad (\text{где } x_1, x_2 - \text{корни 2-го ур.}) \quad x_1 + x_2 = y_4 + y_9 =$$

$$= 2y_1 + 11d$$

$$\text{T.e. } a^2 - 2a = (a^3 - 2a^2)/3 \iff a^3 - 5a^2 + 6a = 0 \iff$$

$$\iff a(a^2 - 5a + 6) = 0 \iff a(a-2)(a-3) = 0. \quad \text{T.e.}$$

помимо $a=0$ и д. 0, 2, 3. но ^{не} к ним применим

Проверим эти 3 выражения:

$$a=0 \mid 1 \text{ ур: } x^2 - 7 = 0 \Rightarrow \text{корни } \sqrt{7}, -\sqrt{7}$$

$$2 \text{ ур: } 3x^2 + 6 = 0 \Rightarrow \text{корни } \sqrt{2}, -\sqrt{2}$$

Рассставим 4x в 3-ем выражении: $-\sqrt{7}, -\sqrt{2}, \sqrt{2}, \sqrt{7}$

Тогда 4 и 3 члены оп-пр. р.д. $-\sqrt{7}, \sqrt{7}$ и

$$a=2 \mid 1 \text{ ур: } x^2 - 5 = 0 \Rightarrow \text{корни } \sqrt{5}, -\sqrt{5}$$

$$2 \text{ ур: } 3x^2 - 26 = 0 \Rightarrow \text{корни } \sqrt{\frac{26}{3}}, -\sqrt{\frac{26}{3}}$$

Рассставим x в 2-ом выражении: $-\sqrt{\frac{26}{3}}, -\sqrt{5}, \sqrt{5}, +\sqrt{\frac{26}{3}}$

между 6 и 7 чл. разница d , между 4 и 6 $\neq 2d$

$$\Rightarrow (\sqrt{5} - (-\sqrt{5})) \cdot 2 = (-\sqrt{5} - (-\sqrt{\frac{26}{3}})) \Leftrightarrow 4\sqrt{5} = -\sqrt{5} + \sqrt{\frac{26}{3}}$$

$$\Leftrightarrow 5\sqrt{5} = \sqrt{\frac{26}{3}} \quad \Leftrightarrow 25 \cdot 5 = 26/3 = 25 - 5 \cdot 3 = 26$$

$$a=3 \mid 1 \text{ ур: } x^2 - 3x - 1 \Rightarrow \text{корни } \frac{3 + \sqrt{13}}{2}, \frac{3 - \sqrt{13}}{2}$$

$$2 \text{ ур: } 3x^2 - 9x - 79 \Rightarrow \text{корни } \frac{3 + 5\sqrt{13}}{2}, \frac{3 - 5\sqrt{13}}{2}$$

Рассставим в выражении 6 выражений: $\frac{3 - 5\sqrt{13}}{2}, \frac{3 + \sqrt{13}}{2}, \frac{3 + 5\sqrt{13}}{2}, \frac{3 + \sqrt{13}}{2}$

Разница между 1 и 2 чл: $2\sqrt{13}$, между 2 и 3: $\sqrt{13}$, между 3 и 4: $2\sqrt{13}$

следовательно они могут быть 4, 6, 7, 9 членами

арифм. прогр. с разностью $\sqrt{13}$ $\Rightarrow a=3$ подходит

Ответ: $a=3$

1

На одной странице можно оформлять **только одну** задачу. Отметьте **крестиком** номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в **решении каждой задачи отдельно**.



- 1 2 3 4 5 6 7

СТРАНИЦА
ИЗ

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач **нумеруются отдельно**. Порча QR-кода недопустима!

$$z = \frac{-xy+y^2}{x} = \frac{-2x+x^2}{y}$$

$$2(2-z) = xy$$

$$-2y^2 + y^3 = -2x^2 + x^3 = -2z^2 + z^3$$

$$xy = -2z + z^2$$

$$2^2 = xy + z^2$$

$$x^2 = 2x + y^2$$

$$y^2 = 2y + xz$$

$$x = \frac{-2y+y^2}{2} = \frac{y}{2}$$

$$(x-2)^2 + (y-2)^2 + (z-2)^2 = x^2 + y^2 + z^2 + 4 \cdot 3 = 4x - 4y - 4z$$

$$\underbrace{g \dots g}_{3000 \text{ раз}} = 10^{3000} - 1$$

$$3000 \times 200$$

$$g^3 = \frac{g^9}{g^9}$$

$$\begin{array}{r} 99 \\ \times 99 \\ \hline 9801 \end{array}$$

$$(z+x)(2+y) =$$

$$2^2 + x^2 + y^2 + xy$$

$$(2-x) = 2^2 - 2x + 1$$

$$2 \cdot 30000$$

$$\underbrace{g^3 \dots g^9}_{30000}$$

$$k$$

$$x^2 + y^2 + z^2$$

$$xy + yz + zx$$

$$x^2y^2z^2$$

$$x^4y^4 + x^4z^4 + y^4z^4$$

$$x^2y^2z^2$$

$$x^2y^2z^2 + 12 + x(-2x - 2y - 2z)$$

$$-2z = xy - z^2$$

$$-2x = y^2 - x^2$$

$$-2y = 2x - y^2$$

$$x^2 = y^2 - 2y$$

$$(x+y+2)(x+y-2) = x^2y^2 + 2xy + 2x^2 + 2y^2$$

$$12 - x^2 - y^2 - 2^2 + xy + x^2 + 2x$$

$$12 - 2x - 2y - 2z$$

$$2(6 - x - y - z)$$

$$10^{2k} (10^k - 3)$$

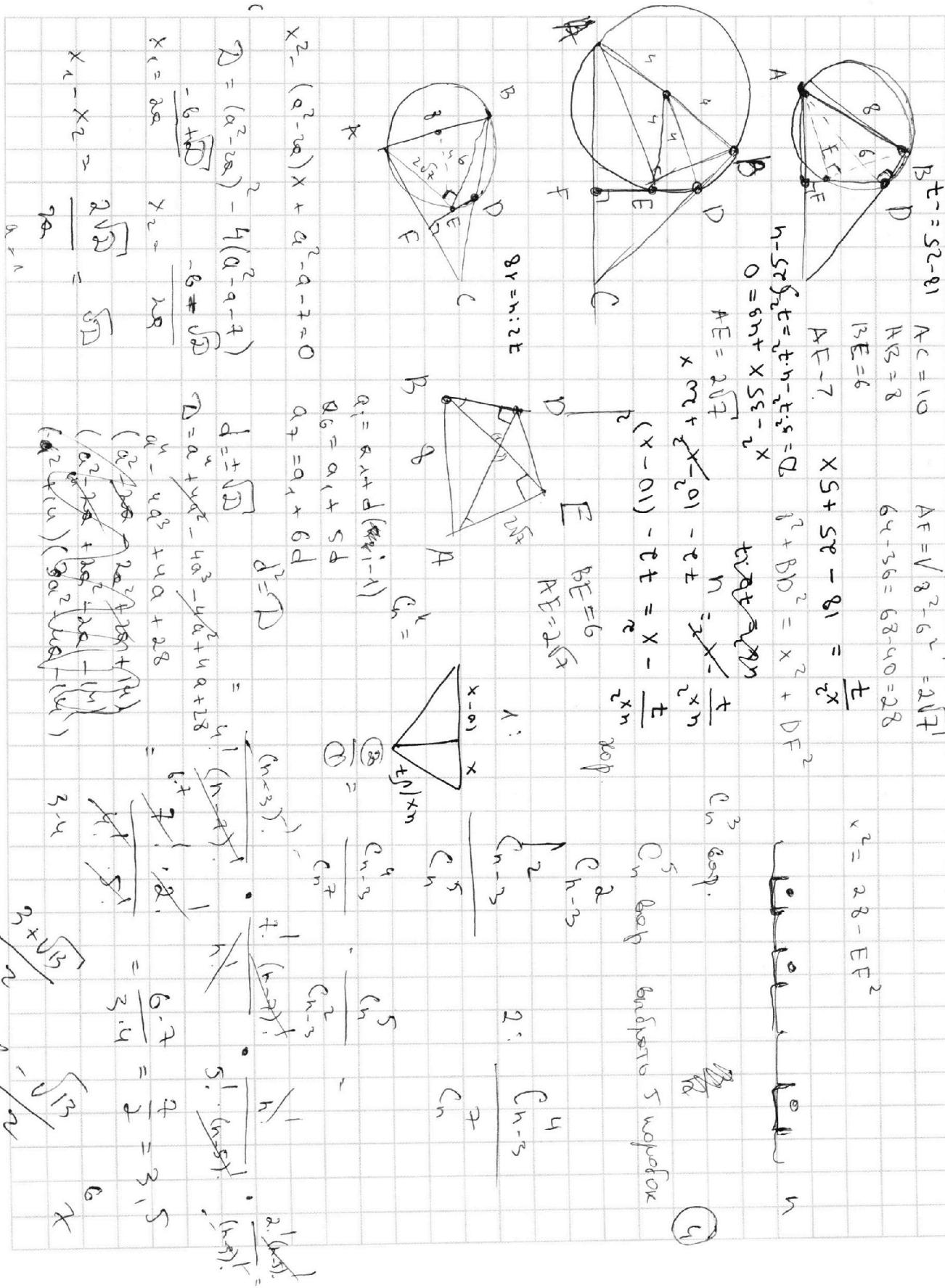
1



На одной странице можно оформлять **только одну** задачу. Отметьте **крестиком** номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и **суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно**.

СТРАНИЦА
— ИЗ —

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

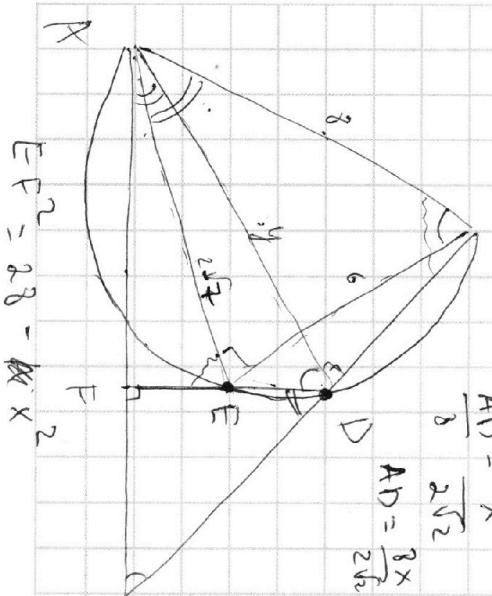


На одной странице можно оформлять только одну задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.

- 1 2 3 4 5 6 7

СТРАНИЦА
ИЗ

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!



$$EF^2 = 28 - x^2$$

$$\frac{AD}{AB} = \frac{x}{2\sqrt{2}}$$

$$AD = \frac{3x}{2\sqrt{2}} = \frac{3x}{\sqrt{2}}$$

$$AB = \sqrt{2}x$$

$$AC = \lambda \cdot 10$$

$$AB = 2$$

$$BE = 6$$

$$AF?$$

$$AD^2 + DC^2 = AC^2$$

$$AD^2 = AC^2 - DC^2$$

$$DC^2 = AC^2 - AD^2$$

$$AD^2 = 10^2 - (10-x)^2$$

$$10^2 - x^2 = DC^2 - (10-x)^2$$

$$(10-x)^2 - DC^2 = x^2 - (10-x)^2$$

$$20x - 20x + x^2 - 10 - (10-x)^2 = 0$$

2) $x^2 - 2(10-x)x + x(2-x) = 0$

$x^2 - 3x + 2 - 81 = 0$

$x^2 - 3x - 79 = 0$

$D = 9 + 4 \cdot 79 = 9 + 316 = 325 = 5 \cdot 5 \cdot 13$

$x_1 = \frac{3 + 5\sqrt{13}}{2}$

$x_2 = \frac{3 - 5\sqrt{13}}{2}$

3) $\frac{3 - 5\sqrt{13}}{2}$

4) $4 \cdot 80 - 41 = 320 - 4 = 316$

5) $\frac{3 - \sqrt{13}}{2}$

6) $\frac{3 + \sqrt{13}}{2}$

7) $\frac{3 + 5\sqrt{13}}{2}$

8) $\frac{3 - \sqrt{13}}{2}$

9) $\frac{3 + 5\sqrt{13}}{2}$

10) $\frac{3 - 5\sqrt{13}}{2}$

$16x^2 - 20x = 0$

$4x^2 - 5x = 0$

$x(4x - 5) = 0$

$x = \frac{5}{4}$

$\frac{16x^2 - 20x}{16} = \frac{0}{16}$

$\frac{4x^2 - 5x}{4} = \frac{0}{4}$

$x^2 - \frac{5}{4}x = 0$

$x(x - \frac{5}{4}) = 0$

$x = 0$ или $x = \frac{5}{4}$

$\frac{AD}{AP} = \frac{AE}{AF}$

$\frac{x^2 + c^2}{x^2} = \frac{b^2}{b^2}$

$x^2 + c^2 = b^2$

$k^2 a^2 + k^2 c^2 = k^2 b^2$

$k^2 (a^2 + c^2) = k^2 b^2$

$a^2 + c^2 = b^2$

$10^2 - x^2 = 10^2 - (10-x)^2$

$10^2 - x^2 = 10^2 - (10-x)^2$

$20x - 20x + x^2 - 10 - (10-x)^2 = 0$



На одной странице можно оформлять **только одну** задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.

1	2	3	4	5	6	7	СТРАНИЦА из
<input type="checkbox"/>							

если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются **отдельно**. Порча QR-кода недопустима!

СТРАНИЦА
— ИЗ —

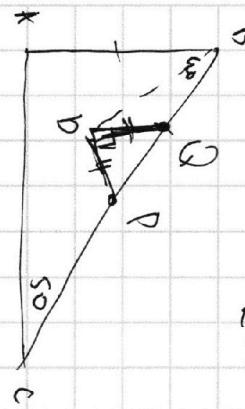
Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач **нумеруются отдельно**. Порча QR-кода недопустима!



На одной странице можно оформлять **только одну** задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.

 1 2 3 4 5 6 7СТРАНИЦА
ИЗ

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются **отдельно**. Порча QR-кода недопустима!



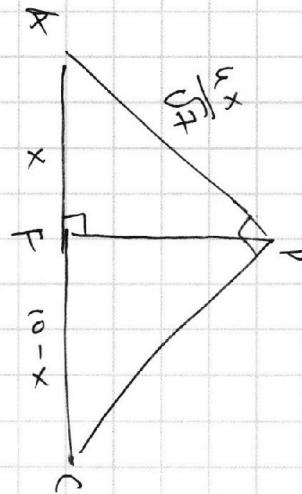
$$\begin{aligned} \frac{AB}{AB} &= \frac{AE}{AE} \\ AB &= AE \\ \frac{x \cdot b}{2\sqrt{7}} &= \frac{x}{\sqrt{7}} \\ x &= 2\sqrt{7} \end{aligned}$$

$$\left(\frac{xy}{2}\right)^2 + \left(\frac{y^2}{2}\right)^2 + \left(\frac{z^2}{2}\right)^2$$

$$\begin{aligned} 32x^2 &= 20 \cdot 7x \\ x(32x - 20 \cdot 7) &= 0 \end{aligned}$$

$$\begin{array}{r} 32x - 140 \\ \hline 32 \\ 140 \\ - 32 \\ \hline 112 \\ - 112 \\ \hline 0 \end{array}$$

$$\begin{array}{r} 560 \\ 60 \\ \hline 560 \\ - 560 \\ \hline 0 \end{array}$$



$$AE = \sqrt{64 - 36} = \sqrt{28} = \sqrt{4 \cdot 7} = 2\sqrt{7}$$

$$\begin{aligned} \frac{(6x)^2}{7} - x^2 &= 10^2 - \frac{16x^2}{7} \\ (10-x)^2 &= 10^2 - \frac{16x^2}{7} \end{aligned}$$

$$\frac{32x^2}{7} = 20x$$

$$\begin{array}{r} 32x^2 - 140 \\ \hline 32 \\ 140 \\ - 112 \\ \hline 28 \\ - 28 \\ \hline 0 \end{array}$$

$$\begin{array}{r} 140 \\ 20 \\ \hline 140 \\ - 120 \\ \hline 20 \\ - 20 \\ \hline 0 \end{array}$$

$$bc = \sqrt{10^2 - \frac{16x^2}{7}}$$



На одной странице можно оформлять **только одну** задачу. Отметьте **крестиком** номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в **решении каждой задачи отдельно**.

1

2

3

4

5

6

7

СТРАНИЦА
— ИЗ —

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. **Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно.** Порча QR-кода недопустима!