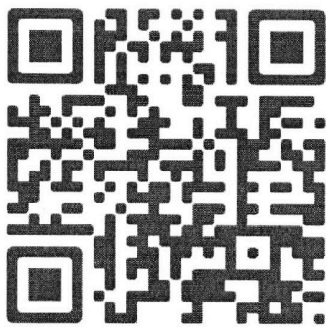
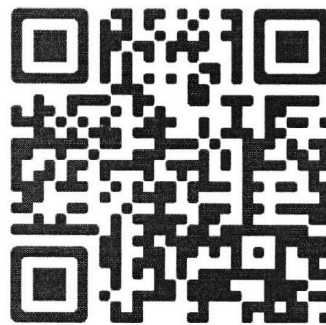




МОСКОВСКИЙ
ФИЗИКО-ТЕХНИЧЕСКИЙ
ИНСТИТУТ

ОЛИМПИАДА "ФИЗТЕХ"
ПО МАТЕМАТИКЕ

10 КЛАСС. Вариант 5



1. [4 балла] Ненулевые числа x, y, z удовлетворяют системе уравнений

$$\begin{cases} xy = 3z + z^2, \\ yz = 3x + x^2, \\ zx = 3y + y^2. \end{cases}$$

Найдите все возможные значения выражения $(x+3)^2 + (y+3)^2 + (z+3)^2$, если известно, что система имеет хотя бы одно решение в ненулевых числах.

2. [2 балла] Десятичная запись натурального числа n состоит из 40 000 девяток. Сколько девяток содержит десятичная запись числа n^3 ?

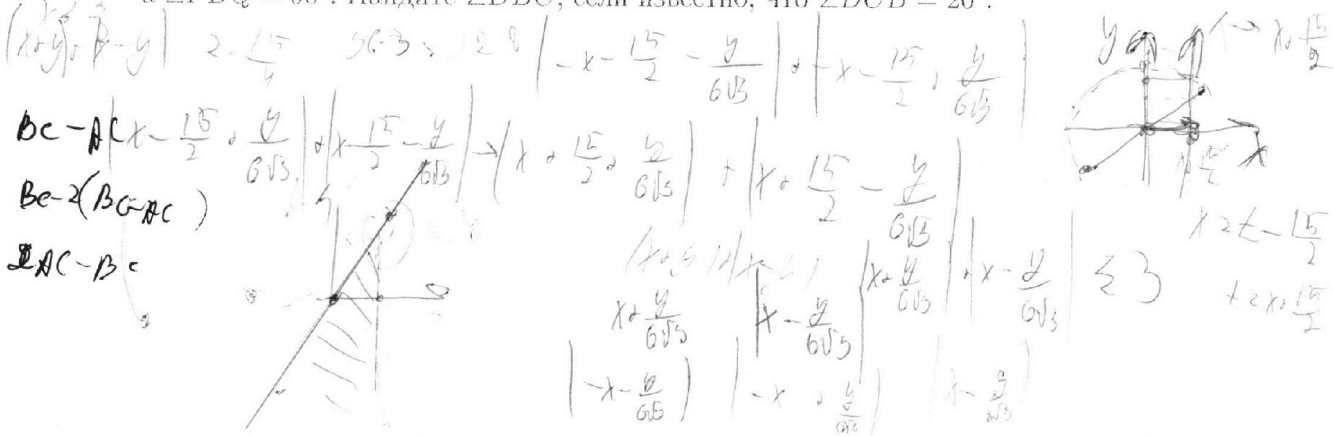
3. [5 баллов] Окружность ω с диаметром AB пересекает сторону BC остроугольного треугольника ABC в точке D . Точка F выбрана на отрезке AC так, что $DF \perp AC$, а E — точка пересечения отрезка DF с окружностью ω , отличная от D . Найдите AF , если $AC = 10$, $AB = 6$, $BE = 5$.

4. [4 балла] В телеигре ведущий берет несколько коробок и ровно в три из них кладет по одному шару. Игрок может указать на пять коробок и открыть их. Если в этих коробках лежат все три шарика, то игрок выигрывает. Игроку разрешили открыть шесть коробок. Во сколько раз увеличилась вероятность выигрыша игрока?

5. [5 баллов] Найдите все значения параметра a , при которых корни уравнения $x^2 - (a^2 - a)x + a - 5 = 0$ являются пятым и шестым членами некоторой непостоянной арифметической прогрессии, а корни уравнения $4x^2 - (a^3 - a^2)x + 2a^4 + 2a^2 - a^6 - 4 = 0$ являются третьим и восьмым членами этой прогрессии.

6. [5 баллов] На координатной плоскости построена фигура Φ , состоящая из всех точек, координаты $(x; y)$ которых удовлетворяют неравенству $\left|x - \frac{15}{2} + \frac{y}{6\sqrt{3}}\right| + \left|x - \frac{15}{2} - \frac{y}{6\sqrt{3}}\right| \leq 3$. Фигуру Φ непрерывно повернули вокруг начала координат на угол π против часовой стрелки. Найдите площадь фигуры, которую замела фигура Φ при этом повороте.

7. [6 баллов] На гипотенузе BC прямоугольного треугольника ABC выбраны точки P и Q так, что $AB = BP$, $AC = CQ$. Внутри треугольника ABC выбрана точка D , для которой $DP = DQ$, а $\angle PDQ = 90^\circ$. Найдите $\angle DBC$, если известно, что $\angle DCB = 20^\circ$.





На одной странице можно оформлять только одну задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.

1 ☒ 2 ☐ 3 ☐ 4 ☐ 5 ☐ 6 ☐ 7 ☐

СТРАНИЦА
1 из 2

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

$$\begin{cases} xy = 3z + z^2 \\ yz = 3x + x^2 \\ zx = 3y + y^2 \end{cases} \quad \begin{array}{l} \text{Если одна из чисел } 0 \text{ (некоторые считают нули } x=0), \\ \text{то } yz=0, \text{ значит хотя бы 2 числа равны } 0. \\ \text{А для решения должно выполнят следующее:} \end{array}$$

Первым

$$3z + z^2 = 0 \Rightarrow \begin{cases} z=0 \\ z=-3 \end{cases} \quad \text{Значит или}$$

хотя бы одна из чисел 0, то $(x+3)^2 + (y+3)^2 + (z+3)^2$ равно либо $(0+3)^2 + (0+3)^2 + (0+3)^2 = 27$, либо $(0+3)^2 + (0+3)^2 + (-3+3)^2 = 18$.

Тогда осталось рассмотреть случаи, когда решение этого уравнения это четвертое число. Тогда переписываем все 3 уравнения:

$$xy \cdot yz \cdot zx = (3z + z^2)(3x + x^2)(3y + y^2)$$

$$(xyz)^3 = xyz(x+3)(y+3)(z+3), \text{ так как } xyz \neq 0, \text{ можно на него поделить.}$$

$$xyz = (x+3)(y+3)(z+3)$$

$$\begin{aligned} (x+3)(y+3)(z+3) - xyz &= xyz + 27 + 9(x+yz) + 3(yz+zx+xy) - \\ - xyz &= 3(9 + 3(x+yz) + xz+yz+xy) = 0 \Rightarrow \\ \Rightarrow 9 + 3(x+yz) + xz+yz+xy &= 0. \end{aligned}$$

Зачем xy на $3z+z^2$, yz на $3x+x^2$, zx на $3y+y^2$.

$$9 + 3(x+yz) + 3(x+yz) + xz+yz+xy = 0.$$

Добавим к обеим частям 18.



На одной странице можно оформлять **только одну** задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.

1	2	3	4	5	6	7
☒	☐	☐	☐	☐	☐	☐

СТРАНИЦА
2 ИЗ 2

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

$$(x^2 + 6x + 9) + (y^2 + 6y + 9) + (z^2 + 6z + 9) = 16$$

$$(x+3)^2 + (y+3)^2 + (z+3)^2 = 18$$

Ответ: 27; 18



На одной странице можно оформлять только одну задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.

1	2	3	4	5	6	7
☐	☒	☐	☐	☐	☐	☐

СТРАНИЦА
1 из 1

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

Давайте заметим, что число n , которое состоит из 40 000 девяток можно представить в виде $10^{40000} - 1$.

$$\begin{aligned} \text{Тогда } n^3 &= (10^{40000} - 1)^3 = 10^{120000} - 3 \cdot 10^{80000} + 3 \cdot 10^{40000} - 1 = \\ &= 10^{80000} (10^{40000} - 3) + 3 \cdot 10^{40000} - 1 \end{aligned}$$

Тогда $A = 10^{40000} - 3$. В этом числе будет $\underbrace{99 \dots 99}_{39999}$.

То есть в нём 39999 девяток.

Тогда $B = 3 \cdot 10^{40000} - 1$. Это число будет $\underbrace{2999 \dots 9}_{40000}$.

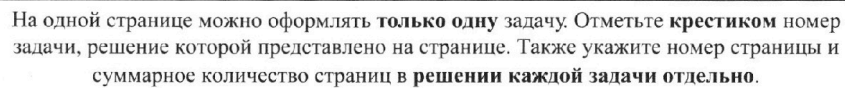
То есть в нём 40000 девяток.

Тогда число $10^{80000} \cdot A + B$ будет таким

$\underbrace{99 \dots 99}_{39999} \underbrace{00 \dots 00}_{39999} 2 \underbrace{999 \dots 9}_{40000}$

То есть в этом числе 79999 девяток

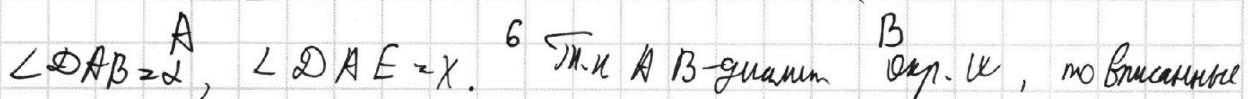
Ответ: 79999



7
□

СТРАНИЦА
1 ИЗ 2

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!



$\angle DBA = 180 - 90 - \angle DAB = 90 - \alpha$. Т.к. A, E, D, B лежат на

$$\Rightarrow \angle AEP = 180 - \angle AED = \angle APD = 90^\circ. \quad \text{Mk. DP} \perp AC, \text{ so } \angle EAP =$$
$$\rightarrow 90 - (90 - 2) = 2 \Rightarrow \triangle AEP \sim \triangle ADB \text{ ողորդյալ լիան } (\angle PAE = \angle DAB, \angle AEP = \angle ADB = 90^\circ) \Rightarrow \frac{AP}{AE} = \frac{AD}{AB} \Rightarrow AP = \frac{AD \cdot AE}{AB}$$

По теореме Пифагора для ΔMAB , $AG = \sqrt{AB^2 - MB^2} = \sqrt{6^2 - 5^2} = \sqrt{11}$.

По теореме синусов для ΔABC , $\frac{AD}{\sin \angle DBA} = \frac{AB}{\sin(\alpha + \beta)} = 2R = AB$.

$\angle ACB = 180^\circ - \angle CAB - \angle ABC = 180 - 22 - x - 90 + 2 = 90 - (2+x)$. So measure
 using law of sines $\triangle ABC$, $\frac{AC}{\sin \angle CAB} = \frac{AB}{\sin \angle ACB} \Rightarrow \frac{AC}{\sin(90-2)} = \frac{AB}{\sin(90-(2+x))} \Rightarrow$



На одной странице можно оформлять **только одну** задачу. Отметьте **крестиком** номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в **решении каждой задачи отдельно**.

1 ☐ 2 ☐ 3 ☒ 4 ☐ 5 ☐ 6 ☐ 7 ☐

СТРАНИЦА
2 из 2

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

$$\Rightarrow \sin(90-2) = \frac{AC}{AB} \cdot \sin(90-(2+x)) \quad \left. \begin{array}{l} \text{из прямоугольного } \triangle ABC \text{ где} \\ \angle EBA = (90-(2+x)) \text{ следов, то } \sin(90-(2+x)) = \\ = \frac{AE}{AB} \end{array} \right\}$$

$$= AB \cdot \frac{AC}{AB} \cdot \frac{AE}{AB} = \frac{AC \cdot AE}{AB}$$

$$AP^2 = \frac{AD \cdot AG}{AB} = \frac{AC \cdot AE}{AB} \cdot AE = AC \cdot \left(\frac{AE}{AB}\right)^2 = 10 \cdot \left(\frac{\sqrt{11}}{6}\right)^2 = \frac{110}{36} =$$

$$= \frac{55}{18}$$

$$\text{Ответ: } \frac{55}{18}$$



На одной странице можно оформлять только одну задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.

1	2	3	4	5	6	7
☐	☐	☐	☒	☐	☐	☐

СТРАНИЦА
1 из 1

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

Пусть у нас всего x коровок. В трёх из них есть марки. Тогда когда будем нужно обязательно брать эти 3 коровки, а остальные можно брать как угодно.

Тогда вероятность того что отношение количества сыров, когда мы будем (т.е. обязательно брать 3 коровки с

марками, ~~или~~ или. Остатки 2 или 3 коровки из $x-3$

оставшие мы можем брать сыры, значит всего благоприятных

случаев C_{x-3}^2 (если 5 коровок) и C_{x-3}^3 (если 6 коровок). Всего

случаев C_x^5 (если 5 коровок) и C_x^6 (если 6 коровок). Тогда

$$P(\text{полезь, если 5 коровок}) = \frac{C_{x-3}^2}{C_x^5}$$

$$P(\text{полезь, если 6 коровок}) = \frac{C_{x-3}^3}{C_x^6}, \text{ тогда отношение этих}$$

вероятностей это:

$$\frac{\frac{C_{x-3}^3}{C_x^6}}{\frac{C_{x-3}^2}{C_x^5}} = \frac{C_{x-3}^3 \cdot C_x^5}{C_{x-3}^2 \cdot C_x^6} = \frac{\frac{(x-3)!}{3!(x-6)!} \cdot \frac{x!}{5!(x-5)!}}{\frac{(x-3)!}{(x-5)! \cdot 2!} \cdot \frac{x!}{(x-6)! \cdot 6!}} = \frac{2! \cdot 6!}{3! \cdot 5!} = 2$$

Ответ: вероятность увеличится в 2 раза.



На одной странице можно оформлять **только одну** задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.



СТРАНИЦА
1 из 2

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

a_n - n -ый член арифметической прогрессии, a_1 - первый член,
 d - разность прогрессии, $d \neq 0$. Тогда $a_3 = a_1 + 2d$, $a_6 = a_1 + 5d$

$$a_5 = a_1 + 4d, a_6 = a_1 + 5d: \Rightarrow a_5 + a_6 = 2a_1 + 9d = a_3 + a_6$$

$$x^2 - (a^2 - a)x + a - 5 = 0 \text{ имеет корни } a_5 \text{ и } a_6 \Rightarrow$$

$$\Rightarrow \text{по теореме Виета: } a_5 + a_6 = -(-(a^2 - a)) = a^2 - a$$

$$4x^2 - (a^3 - a^2)x + 2a^4 + 2a^2 - a^6 - 4 = 0 \text{ имеет корни } a_3 \text{ и } a_6 \Rightarrow$$

$$\Rightarrow \text{по теореме Виета: } a_3 + a_6 = \frac{-(-(a^3 - a^2))}{4} = \frac{a^3 - a^2}{4}$$

$$\text{т.к. } a_5 + a_6 = a_3 + a_6, \text{ то } a^2 - a = \frac{a^3 - a^2}{4} \Rightarrow a^3 - 5a^2 + 4a = 0$$

$$a(a^2 - 5a + 4) = 0 \Rightarrow a(a - 4)(a - 1) = 0 \Rightarrow \begin{cases} a = 0 \\ a = 4 \\ a = 1 \end{cases}$$

$$1) a = 0;$$

$$x^2 - 5x = x^2 - (a^2 - a)x + a - 5 = 0 \Rightarrow x^2 - 5 = 0 \Rightarrow x = \pm \sqrt{5}$$

$$4x^2 - (a^3 - a^2)x + 2a^4 + 2a^2 - a^6 - 4 = 0 \Rightarrow 4x^2 - 4 = 0 \Rightarrow x = \pm 1$$

Но т.к. ~~для~~ член арифметической прогрессии ~~не~~ увеличивается ($d > 0$)

и не уменьшается ($d < 0$). Т.е. a_5 и a_6 ~~должны~~ лежать между

a_3 и a_6 , но $-\sqrt{5} < -1 < 1$, $\sqrt{5} > 1 > -1$. Значит при $a =$

$= 0$ такой прогрессии не существует.

$$2) a = 1$$

$$x^2 - (a^2 - a)x + a - 5 = 0 \Rightarrow x^2 - (1^2 - 1)x + 1 - 5 = 0 \Rightarrow x^2 - 4 = 0 \Rightarrow x = \pm 2$$



На одной странице можно оформлять **только одну** задачу. Отметьте **крестиком** номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.

1 ☐ 2 ☐ 3 ☐ 4 ☐ 5 ☒ 6 ☐ 7 ☐

СТРАНИЦА
2 из 2

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

$$4x^2 - (a^3 - a^2)x + 2a^4 + 2a^2 - a^6 - 4 = 0 \Rightarrow$$

$$\Rightarrow 4x^2 - (4^3 - 4^2)x + 2 \cdot 1^4 + 2 \cdot 1^2 - 1^6 - 4 = 0 \Rightarrow 4x^2 - 7 = 0 \Rightarrow x = \pm \frac{\sqrt{7}}{2}$$

а₅ и а₆ не могут быть целыми числами между а₃ и а₄,
но $-2 < -\frac{\sqrt{7}}{2} < \frac{\sqrt{7}}{2} < 2$ ($\frac{\sqrt{7}}{2} < 2 < \pi < \sqrt{7} < 4 < 2 < 16$)

Значит при a=1 такой последовательности не существует.

$$3) a=4: x^2 - (a^2 - a)x + a - 5 = 0 \Rightarrow x^2 - 12x - 1 = 0 \Rightarrow$$

$$\Rightarrow x = \frac{12 \pm \sqrt{12^2 + 4}}{2} = 6 \pm \frac{\sqrt{148}}{2} = 6 \pm \frac{2\sqrt{37}}{2} = 6 \pm \sqrt{37}$$

$$4x^2 - (a^3 - a^2) + 2a^4 + 2a^2 - a^6 - 4 = 0 \Rightarrow 4x^2 - (4^3 - 4^2)x + 2 \cdot 4^4 + 2 \cdot 4^2 - 4^6 - 4 = 0$$

$$-4^6 - 4 = 0 \quad | :4 \quad x^2 - (4^3 - 4)x + 2 \cdot 4^3 + 2 \cdot 4 - 4^5 - 1 = 0$$

$$x^2 - 12x - 889 = 0$$

$$x = \frac{12 \pm \sqrt{12^2 + 4 \cdot 889}}{2} = 6 \pm \frac{2\sqrt{36 + 889}}{2} = 6 \pm \sqrt{925} = 6 \pm \sqrt{25 \cdot 37} =$$

$$= 6 \pm 5\sqrt{37}.$$

Тогда пусть $a_1 = 6 - 5\sqrt{37}$, $a_2 = 2\sqrt{37}$. Тогда $a_3 =$
 $= 6 - 9\sqrt{37} + 2 \cdot 2\sqrt{37} = 6 - 5\sqrt{37}$, $a_4 = 6 - 9\sqrt{37} + 9 \cdot 2\sqrt{37} = 6 + 5\sqrt{37}$,
 $a_5 = 6 - 9\sqrt{37} + 4 \cdot 2\sqrt{37} = 6 - \sqrt{37}$, $a_6 = 6 - 9\sqrt{37} + 5 \cdot 2\sqrt{37} = 6 + \sqrt{37}$.

т.е. при a=4 такая последовательность существует.

Ответ: a=4.



На одной странице можно оформлять только одну задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.

1
☐

2
☐

3
☐

4
☐

5
☐

6
☐

7
☐

СТРАНИЦА
из

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

$$|a| + |b| \geq |a+b|$$

$$|a| + |b| \leq 3$$

$$a+b = \frac{y}{3\sqrt{3}}$$

$$x = \frac{1}{2} + \frac{y}{6\sqrt{3}} \rightarrow x = \frac{1}{2} + \frac{y}{6\sqrt{3}}$$

$$\frac{AP}{AD} = \frac{\sqrt{11}}{6}$$

$$AP = \frac{\sqrt{11}}{6} \cdot AD$$

$$AD \cdot \sin 90^\circ = AC \cdot \sin 20^\circ \rightarrow AC = \frac{AD \cdot \sqrt{11}}{10 \cdot \sqrt{6}}$$

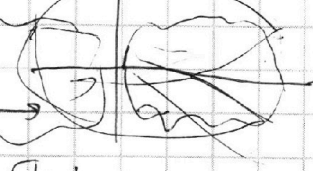
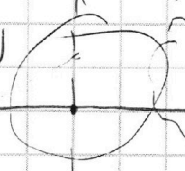
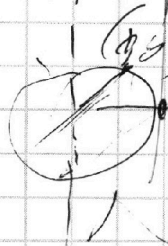
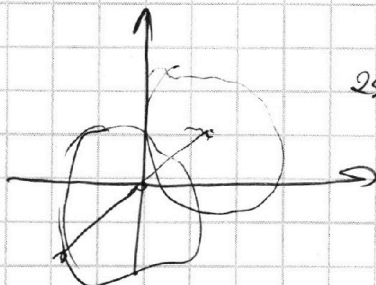
$$\frac{10 \cdot \sqrt{11}}{6} \cdot \frac{y + \sqrt{11}y^2}{14.5} = \frac{DC}{\frac{11}{2}}$$

$$DC = \frac{10 \cdot \sqrt{11} \cdot \frac{y + \sqrt{11}y^2}{14.5}}{2 \sin 20^\circ}$$

$$\frac{xy - \sqrt{11}y^2}{2 \sin 20^\circ - \sin 40^\circ}$$

$$\frac{\sqrt{11}xy^2}{\sin(160^\circ - x)}$$

$$|xy| + |xy|$$



$$x^2 + y^2 = x_1^2 + y_1^2$$



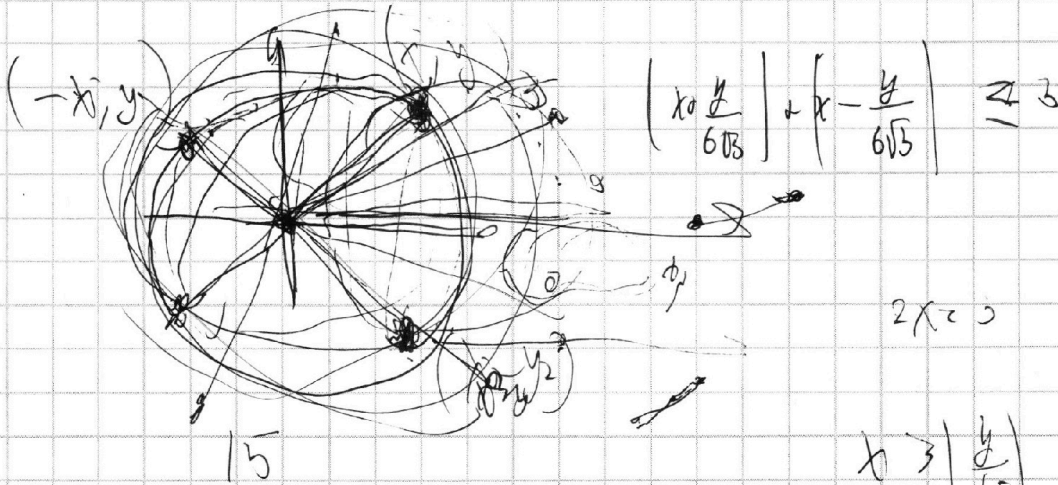
На одной странице можно оформлять только одну задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.

1	2	3	4	5	6	7
☐	☐	☐	☐	☐	☐	☐

СТРАНИЦА

из

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!



$$2x \leq 3$$

$$x \geq \frac{3}{2}$$

$$2x - 3y \leq 3$$

$$2x \leq 3$$

$$x \leq \frac{3}{2}$$

$$x, y$$

$$x, -y$$

$$-x, y$$

$$\left| -x - \frac{15}{2} - \frac{y}{6\sqrt{3}} \right| + \left| -x - \frac{15}{2} + \frac{y}{6\sqrt{3}} \right| \leq 3$$

$$\left| x - \frac{15}{2} - \frac{y}{6\sqrt{3}} \right| + \left| x - \frac{15}{2} + \frac{y}{6\sqrt{3}} \right| \leq \left| x - \frac{15}{2} + \frac{y}{6\sqrt{3}} \right| + \left| x - \frac{15}{2} - \frac{y}{6\sqrt{3}} \right|$$

$$\left| x - \frac{15}{2} - \frac{y}{6\sqrt{3}} \right| + \left| x - \frac{15}{2} + \frac{y}{6\sqrt{3}} \right| \leq \left| x - \frac{15}{2} \right| + \left| y - \frac{15}{2} \right| \leq 30$$

$$\left| x - \frac{15}{2} - \frac{y}{6\sqrt{3}} \right| + \left| x - \frac{15}{2} + \frac{y}{6\sqrt{3}} \right| \leq \left| x - \frac{15}{2} \right| + \left| y - \frac{15}{2} \right|$$

$$x^2 + y^2 \leq x_0^2 + y_0^2$$



На одной странице можно оформлять **только одну** задачу. Отметьте **крестиком** номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в **решении каждой задачи отдельно**.

1 ☐ 2 ☐ 3 ☐ 4 ☐ 5 ☐ 6 ☐ 7 ☐

СТРАНИЦА
__ ИЗ __

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

$$\begin{cases} xy = 3z + z^2 \rightarrow z(3+z) \\ yz = 3x + x^2 \rightarrow x(3+x) \\ zx = 3y + y^2 \rightarrow y(3+y) \end{cases}$$

$$\begin{aligned} y^2 &= (3+x)(3+z) \\ x^2 &= (3+y)(3+z) \quad 3 \cdot 10^1 \\ z^2 &= (3+x)(3+y) \end{aligned}$$

$$(xyz)^2 = xyz(3+z)(3+x)(3+y)$$

$$xyz = (3+x)(3+y)(3+z) = 27 + (3+3x+3y+3z) + 2$$

$$x^2y^2z^2 + 6(xyz) + 27$$

$$= 27 + 3x + 3y + 3z + 3xz + 3yz + 3xy = 27$$

$$27 + 3(x+y+z) + xyz + 2x = 0$$

$$30 + 3(x+y+z) + 3(x+y+z) + x^2y^2z^2 = 0$$

$$5 = x \quad \frac{3(x-5)}{x}$$

$$\frac{x-5}{x}$$

$$10^{120000}$$

$$n = (10^{40000} - 1)^3$$

$$10^{60000}$$

$$(10^{40000} - 3)10^{60000}$$

$$10^{120000} - 3 \cdot 10^{80000} - 3 \cdot 10^{40000}$$

$$(10^{120000} - 1) - 3 \cdot 10^{40000} (10^{40000} + 1)$$

$$\frac{C_6^3}{C_5^3}$$

$$\frac{C_6^3}{C_5^3}$$

$$\frac{C_{x-3}^3}{C_{x-3}^2}$$

$$C_{x-3}^2$$

$$C_{x-3}^3$$

$$\frac{6!(x-6)!}{5!(x-5)!}$$

$$\frac{6!}{8!2!} \cdot \frac{2!2!4!}{3!}$$

$$\frac{C_{x-3}^2}{C_{x-3}^5}$$

$$\frac{3(x-6)!3!}{C_{x-3}^6}$$

$$\frac{(x-5)! \cdot 0!}{(x-3)!} = \frac{x-5}{3}$$

$$\frac{C_{x-3}^3 \cdot C_{x-3}^5}{C_{x-3}^2 \cdot C_{x-3}^6} = \frac{x-5}{3}$$

