



МОСКОВСКИЙ
ФИЗИКО-ТЕХНИЧЕСКИЙ
ИНСТИТУТ

ОЛИМПИАДА "ФИЗТЕХ"
ПО МАТЕМАТИКЕ

10 КЛАСС. Вариант 7



1. [4 балла] Ненулевые числа x, y, z удовлетворяют системе уравнений

$$\begin{cases} xy = 4z + z^2, \\ yz = 4x + x^2, \\ zx = 4y + y^2. \end{cases}$$

Найдите все возможные значения выражения $(x+4)^2 + (y+4)^2 + (z+4)^2$, если известно, что система имеет хотя бы одно решение в ненулевых числах.

2. [2 балла] Десятичная запись натурального числа n состоит из 25 000 девяток. Сколько девяток содержит десятичная запись числа n^3 ?
3. [5 баллов] Окружность ω с диаметром AB пересекает сторону BC остроугольного треугольника ABC в точке D . Точка F выбрана на отрезке AC так, что $DF \perp AC$, а E — точка пересечения отрезка DF с окружностью ω , отличная от D . Найдите AF , если $AC = 20$, $AB = 15$, $BE = 10$.
4. [4 балла] В телеигре ведущий берет несколько коробок и ровно в три из них кладет по одному шарiku. Игрок может указать на пять коробок и открыть их. Если в этих коробках лежат все три шарика, то игрок выигрывает. Игроку разрешили открыть восемь коробок. Во сколько раз увеличилась вероятность выигрыша игрока?
5. [5 баллов] Найдите все значения параметра a , при которых корни уравнения $x^2 - (a^2 - a)x + \frac{2-a^3}{3} = 0$ являются четвертым и пятым членами некоторой непостоянной арифметической прогрессии, а корни уравнения $2x^2 - (a^3 - a^2)x - 2a^6 - 8a - 4 = 0$ являются вторым и седьмым членами этой прогрессии.
6. [5 баллов] На координатной плоскости построена фигура Φ , состоящая из всех точек, координаты $(x; y)$ которых удовлетворяют неравенству $\left|y - 15 + \frac{x}{6\sqrt{3}}\right| + \left|y - 15 - \frac{x}{6\sqrt{3}}\right| \leq 6$. Фигуру Φ непрерывно повернули вокруг начала координат на угол π по часовой стрелке. Найдите площадь множества M , которое замела фигура Φ при этом повороте.
7. [6 баллов] На гипотенузе BC прямоугольного треугольника ABC выбраны точки P и Q так, что $AB = BP$, $AC = CQ$. Внутри треугольника ABC выбрана точка D , для которой $DP = DQ$, а $\angle PDQ = 90^\circ$. Найдите $\angle DCB$, если известно, что $\angle DBC = 35^\circ$.



На одной странице можно оформлять **только одну** задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.

1
☒2
☐3
☐4
☐5
☐6
☐7
☐

СТРАНИЦА

1 ИЗ 2

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

$$\begin{cases} xy = 4z + z^2 \mid :z \\ yz = 4x + x^2 \mid :x \\ zx = 4y + y^2 \mid :y \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} xyz = 4z^2 + z^3 \\ xyz = 4x^2 + x^3 \\ xyz = 4y^2 + y^3 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} 4x^2 + x^3 = 4z^2 + z^3 \\ 4y^2 + y^3 = 4z^2 + z^3 \end{cases}$$

$$x^3 + 4x^2 = y^3 + 4y^2$$

$$x^3 + 4x^2 - y^3 - 4y^2 = 0 \quad \text{Пусть } x \neq y \neq z$$

$$(x-y)(x^2 + y^2 + xy + 4x + 4y) = 0 \mid : (x-y) \neq 0$$

$$x^2 + x(y+4) + y(y+4) = 0$$

$$x_{1,2} = \frac{-y-4 \pm \sqrt{(y+4)(4-3y)}}{2} \quad \text{Аналогично } z_{1,2} = \frac{-y-4 \pm \sqrt{(y+4)(4-3y)}}{2}$$

По предположению $x \neq z$. Не улавляя общности пусть

$$x = \frac{-y-4 + \sqrt{(y+4)(4-3y)}}{2}, \quad \text{а } z = \frac{-y-4 - \sqrt{(y+4)(4-3y)}}{2}$$

$$\begin{aligned} \text{Тогда } (x+4)^2 + (z+4)^2 + (y+4)^2 &= \frac{1}{4} (-y+4 + \sqrt{(y+4)(4-3y)})^2 + \frac{1}{4} (-y+4 - \\ &- \sqrt{(y+4)(4-3y)})^2 + (y+4)^2 = \frac{1}{4} (y^2 - 8y + 16 - 3y^2 - 8y + 16) + y^2 + 8y + 16 = \\ &= -y^2 - 8y + 16 + y^2 + 8y + 16 = 32 \end{aligned}$$

Если есть хотя бы 2 равных среди x, y, z , не улавляя

общности пусть $x = y$. Тогда $4x + x^2 = yz \Rightarrow x + 4 = z$, т.к. $y \neq 0$.
(по 54.)

Проверим, что $xy = 4z + z^2$. $x^2 = 4(x+4) + (x+4)^2$, $0 = 4x + 16 + 8x + 16 \Rightarrow x = -\frac{4}{3}$.



На одной странице можно оформлять **только одну** задачу. Отметьте **крестиком** номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в **решении каждой задачи отдельно**.

1	2	3	4	5	6	7
☒	☐	☐	☐	☐	☐	☐

СТРАНИЦА
2 ИЗ 2

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

$$\text{Тогда } (x+u)^2 + (y+u)^2 + (z+u)^2 = \left(-\frac{4}{3}+u\right)^2 + \left(-\frac{4}{3}+u\right)^2 + \left(-\frac{4}{3}+u+u\right)^2 \\ = \frac{64}{9} + \frac{64}{9} + \frac{400}{9} = \frac{176}{3} = 58\frac{2}{3}$$

Ответ: $32; 58\frac{2}{3}$

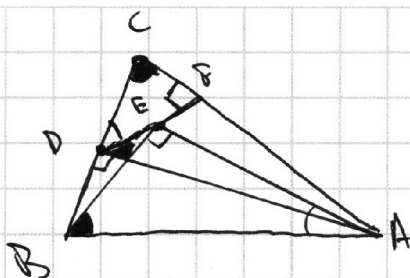


На одной странице можно оформлять **только одну** задачу. Отметьте **крестиком** номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в **решении каждой задачи отдельно**.

1 ☐ 2 ☐ 3 ☒ 4 ☐ 5 ☐ 6 ☐ 7 ☐

СТРАНИЦА
1 ИЗ 1

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!



$ABDE$ - вписанный четырехугольник.

Тогда $\angle FAB = \angle CDF$, $\angle EBA = \angle ECA$.

$\triangle ABE$: $\angle EBA = 90^\circ - \angle FAB$.

$\triangle CDF$: $\angle DCF = 90^\circ - \angle CDF = 90^\circ - \angle FAB = \angle EBA$.

Тогда $\triangle AEB \sim \triangle DFC$ по двум углам. $\Rightarrow \frac{BE}{AB} = \frac{CF}{CD}$. По усл.

$BE = 10$, а $AB = 15$. Пусть $CF = x$, тогда $CD = 1,5x$. $AD \perp CB$ по усл.

м.к. $\angle BDA = 90^\circ$ как угол, опирающийся на диаметр. Тогда

$\triangle CDA$ - прямоугольный, DF - высота из прямого угла. Тогда м.к.

отношение квадратов катетов равно отношению проекций катетов на гипотенузу, но $\frac{CD^2}{DA^2} = \frac{CF}{FA} \Rightarrow AF^2 = \frac{x \cdot AD^2}{2,25x^2} = \frac{AD^2}{2,25x}$ (1)

$\triangle EBA$: $\cos \angle EBA = \frac{EB}{AB} = \frac{2}{3}$. $\sin \angle FDA = \sin \angle EBA = \frac{FA}{AD}$ м.к. $\triangle PDA$ -

прямоугольный. Тогда $AF = \frac{\sqrt{5}}{3} AD$ (2) (2) $\rightarrow$ (1) $\frac{\sqrt{5}}{3} AD = \frac{1}{2,25x} \cdot AD^2 \Rightarrow$

$AD = \frac{x \cdot 2,25 \cdot \sqrt{5}}{3} = \frac{x \cdot 1,5 \cdot \sqrt{5}}{2}$. Тогда $AF = \frac{\sqrt{5}}{3} AD = \frac{x \cdot 1,5 \cdot 5}{3 \cdot 2} = \frac{5x}{4}$.

По усл. $AF + CF = AC = 20$. Т.е. $\frac{5x}{4} = 20 \Rightarrow x = \frac{80}{5} = 16$

Тогда $AF = \frac{5x}{4} = \frac{100}{4} = 25$

Ответ: $AF = 25$



На одной странице можно оформлять **только одну** задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.

1 ☐ 2 ☐ 3 ☐ 4 ☒ 5 ☐ 6 ☐ 7 ☐

СТРАНИЦА
1 ИЗ 1

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

Пусть всего коробок было n .
Изначально мусор. Вероятность равна P_1 , а в конце P_2 . В начале всего иск. C_n^5 , а благоприятных C_{n-3}^2 , м.к.

мы зафиксировали 3 коробки, а 2 ост. выбираем из ост.
Тогда $P_1 = \frac{C_{n-3}^2}{C_n^5}$.

В конце всего иск. C_n^8 , а благоприятных C_{n-3}^5 , аналогично

как мы считали ранее. Тогда $P_2 = \frac{C_{n-3}^5}{C_n^8}$.

$$\text{Тогда } \frac{P_2}{P_1} = \frac{C_n^5 \cdot C_{n-3}^5}{C_{n-3}^2 \cdot C_n^8} = \frac{n(n-1)(n-2)(n-3)(n-4) \cdot (n-3)(n-4)(n-5)(n-6)(n-7)}{5! \cdot 5!} \cdot \frac{2! \cdot 8!}{(n-3)(n-4) \cdot n(n-1)(n-2)(n-3)(n-4)(n-5)(n-6)(n-7)} = \frac{2! \cdot 8!}{5! \cdot 5!}$$

$$= \frac{2 \cdot 7 \cdot 6 \cdot 5 \cdot 4 \cdot 3 \cdot 2 \cdot 1}{5 \cdot 4 \cdot 3 \cdot 2 \cdot 1 \cdot 5 \cdot 4 \cdot 3 \cdot 2 \cdot 1} = \frac{28}{5} = 5,6$$

(Всего иск. C_n^5 и C_n^8 , м.к. мы должны выбрать из n коробок всего 5 или 8).

~~Вывод~~ Вероятность будет в 5,6 раз, если коробок будет 8, иначе мы не сможем взять 8 коробок во второй раз, что противоречит условию.

Ответ: Вероятность будет в 5,6 раз.



На одной странице можно оформлять только одну задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.

1 ☐ 2 ☐ 3 ☐ 4 ☐ 5 ☐ 6 ☒ 7 ☐

СТРАНИЦА
1 из 3

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

$$|y - 15 + \frac{x}{6\sqrt{3}}| + |y - 15 - \frac{x}{6\sqrt{3}}| \leq 6$$

$$\text{При } y - 15 + \frac{x}{6\sqrt{3}} \geq 0 \text{ и } y - 15 - \frac{x}{6\sqrt{3}} \geq 0 \Rightarrow (15 - y)6\sqrt{3} \leq x \leq (y - 15)6\sqrt{3} \quad (1)$$

$$2y - 30 \leq 6$$

$$y \leq 18 \quad (15 - y)6\sqrt{3} \leq (y - 15)6\sqrt{3} \Rightarrow y \geq 15. \quad 15 \leq y \leq 18 \quad (1a)$$

$$\text{При } y - 15 + \frac{x}{6\sqrt{3}} \leq 0 \text{ и } y - 15 - \frac{x}{6\sqrt{3}} \leq 0 \Rightarrow (y - 15)6\sqrt{3} \leq x \leq (15 - y)6\sqrt{3} \quad (2)$$

$$-2y + 30 \leq 6$$

$$y \leq 15 \quad \&$$

$$y \geq 12$$

$$12 \leq y \leq 15 \quad (2a)$$

$$\text{При } y - 15 + \frac{x}{6\sqrt{3}} \geq 0 \text{ и } y - 15 - \frac{x}{6\sqrt{3}} \leq 0 \Rightarrow y - 15 + \frac{x}{6\sqrt{3}} \geq y - 15 - \frac{x}{6\sqrt{3}} \Rightarrow x \geq 0$$

$$\frac{x}{3\sqrt{3}} \leq 6$$

$$-\frac{x}{6\sqrt{3}} + 15 \leq y \leq \frac{x}{6\sqrt{3}} + 15 \quad (3)$$

$$x \leq 18\sqrt{3}$$

$$0 \leq x \leq 18\sqrt{3} \quad (3a)$$

$$\text{При } y - 15 + \frac{x}{6\sqrt{3}} \leq 0 \text{ и } y - 15 - \frac{x}{6\sqrt{3}} \geq 0 \Rightarrow x \leq 0$$

$$\frac{x}{6\sqrt{3}} + 15 \leq y \leq -\frac{x}{6\sqrt{3}} + 15 \quad (4)$$

$$-\frac{x}{3\sqrt{3}} \leq 6$$

$$x \geq -18\sqrt{3}$$

$$-18\sqrt{3} \leq x \leq 0 \quad (4a)$$

$$(1) (15 - y)6\sqrt{3} \leq x \leq (y - 15)6\sqrt{3} \quad \text{при } y \in [15; 18]$$

$$(2) (y - 15)6\sqrt{3} \leq x \leq (15 - y)6\sqrt{3} \quad \text{при } y \in [12; 15]$$

$$(3) -\frac{x}{6\sqrt{3}} + 15 \leq y \leq \frac{x}{6\sqrt{3}} + 15 \quad \text{при } x \in [0; 18\sqrt{3}]$$

$$(4) \frac{x}{6\sqrt{3}} + 15 \leq y \leq -\frac{x}{6\sqrt{3}} + 15 \quad \text{при } x \in [-18\sqrt{3}; 0]$$



На одной странице можно оформлять только одну задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.

1
☐

2
☐

3
☐

4
☐

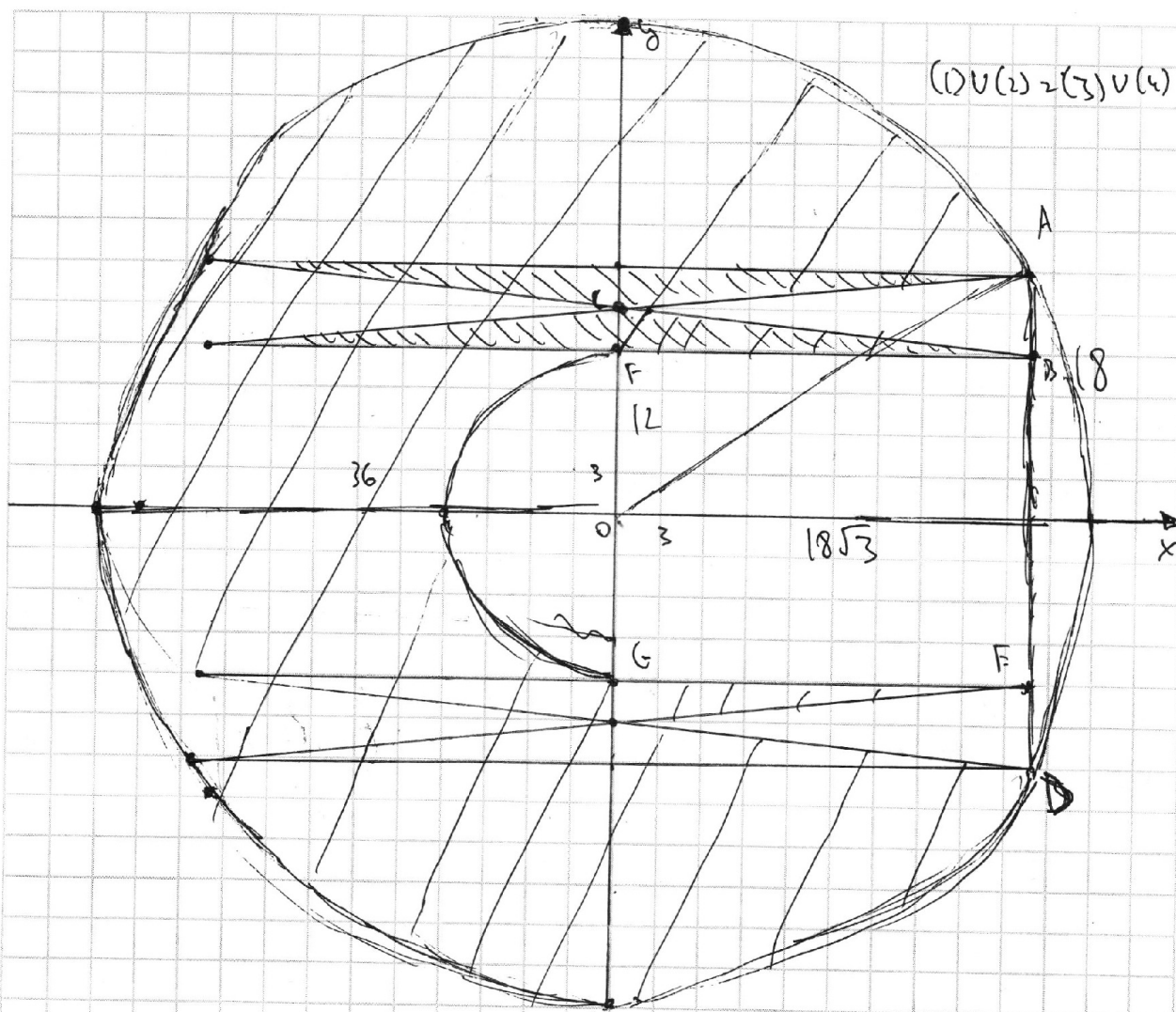
5
☐

6
☒

7
☐

СТРАНИЦА
2 ИЗ 3

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!



По теореме ~~Пифагора~~ неравенства получается (III) такой рисунок.
Теперь его проверим на T_1 . Оно также (III) такой
рисунок. Радиус большой окр. это $\sqrt{(18\sqrt{3})^2 + 18^2} = 18.2 \approx 36$.
Радиус маленькой 12. Найдем его площадь. Эта пло-
щадь равна площади круга радиусом 36, минус площадь
сегмента, отсеченного хордой AD, минус площадь $\triangle ABC$.



На одной странице можно оформлять только одну задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.

1 ☐ 2 ☐ 3 ☐ 4 ☐ 5 ☐ 6 ☒ 7 ☐

СТРАНИЦА
3 из 3

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

минус площадь $\square BEFG$ и минус половина площади окр.
радиусом 12. ~~800~~ ⁵⁰⁰ $AD \parallel O(y)$, поэтому отношение площадей
сечения к половине круга это $\left(\frac{AD}{2 \cdot 36}\right)^2 = \frac{1/36}{4 \cdot 36} = \frac{1}{4}$. Поэтому
площадь сечения по AB равна $\frac{1}{4}$ от площади полуокруж.
т.е. равна $\frac{1}{4} \cdot \frac{1}{2} \cdot \pi \cdot 36^2 = 162\pi$. Площадь $\triangle ABC$ равна
высоты на основание, т.е. $\frac{1}{2} \cdot 18\sqrt{3} \cdot 6 = 54\sqrt{3}$. Площадь
 $\square BEFG = BE \cdot BF = 18\sqrt{3} \cdot 24 = 432\sqrt{3}$. Площадь полуокруж. с
радиусом 12 равно 144π . А площадь всего круга равна
 $36^2 \pi = 1296\pi$. Тогда площадь замк. линии равна:
 $1296\pi - 162\pi - 2 \cdot 54\sqrt{3} - 432\sqrt{3} - 144\pi = 990\pi - 540\sqrt{3}$
Ответ: площадь равна $990\pi - 540\sqrt{3}$.



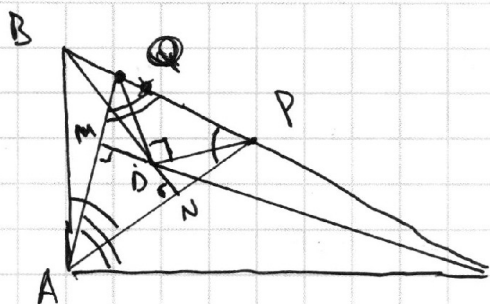
На одной странице можно оформлять только одну задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.



СТРАНИЦА

1 ИЗ 1

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!



Пусть $\angle QAP = \alpha$, тогда

$$\angle BAP + \angle QAC = 90^\circ + \alpha$$

$$\angle QPA + \angle PQA + \angle BAP + \angle QAC = 90^\circ + \alpha$$

Тогда в $\triangle QAP$ сумма всех углов

$$\text{равна } 90^\circ + \alpha + \alpha = 180^\circ \Rightarrow \alpha = 45^\circ. \text{ Т.к. } D - \text{лежит на ср.}$$

пер. к QP и $\angle QDP = 2 \cdot 45^\circ = 2\angle QAP$, то D - центр описан-

ной окр. $\triangle QAP$. Тогда D лежит на ср. пер. к AP и к QA .

Эти ср. пер. проходят через B и C соответственно. Тогда

получается, что $BD \perp AP$ и $CD \perp AQ$. Тогда пусть пересече-

ние прямых AQ и CD - точка M , а BD и AP - точка N . Тогда

$$\angle NBP = 90^\circ - \angle BPN = 90^\circ - \angle BAP = \angle PAC. \text{ Ана-}$$

логично из $\triangle QMC$ получаем, что $\angle QCM = \angle QAB$. Тогда

$$\angle DCB = \angle BAQ = 90^\circ - \angle QAP = \angle PAC = 90^\circ - 45^\circ - \angle NBP = 45^\circ - 35^\circ = 10^\circ.$$

Ответ: $\angle DCB = 10^\circ$



На одной странице можно оформлять **только одну** задачу. Отметьте **крестиком** номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в **решении каждой задачи отдельно**.

1	2	3	4	5	6	7
☐	☐	☐	☐	☐	☐	☐

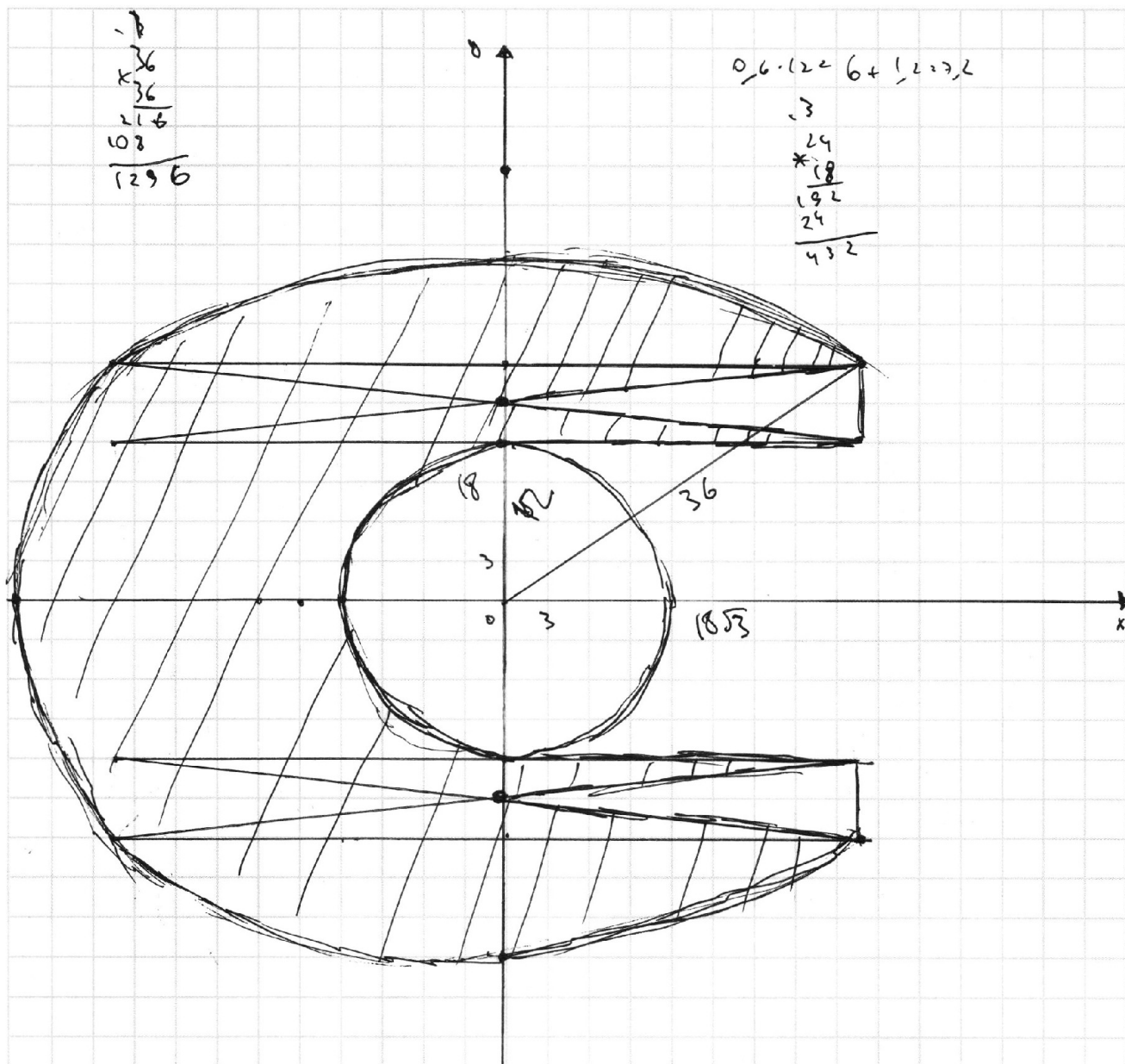
СТРАНИЦА
__ ИЗ __

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

$$\begin{array}{r} 18 \\ \times 36 \\ \hline 108 \\ 216 \\ \hline 1296 \end{array}$$

$$0,6 \cdot 12 = 6 + 1,2 = 7,2$$

$$\begin{array}{r} 3 \\ 24 \\ \times 18 \\ \hline 192 \\ 24 \\ \hline 432 \end{array}$$





На одной странице можно оформлять **только одну** задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в **решении каждой задачи отдельно**.

1
☐

2
☐

3
☐

4
☐

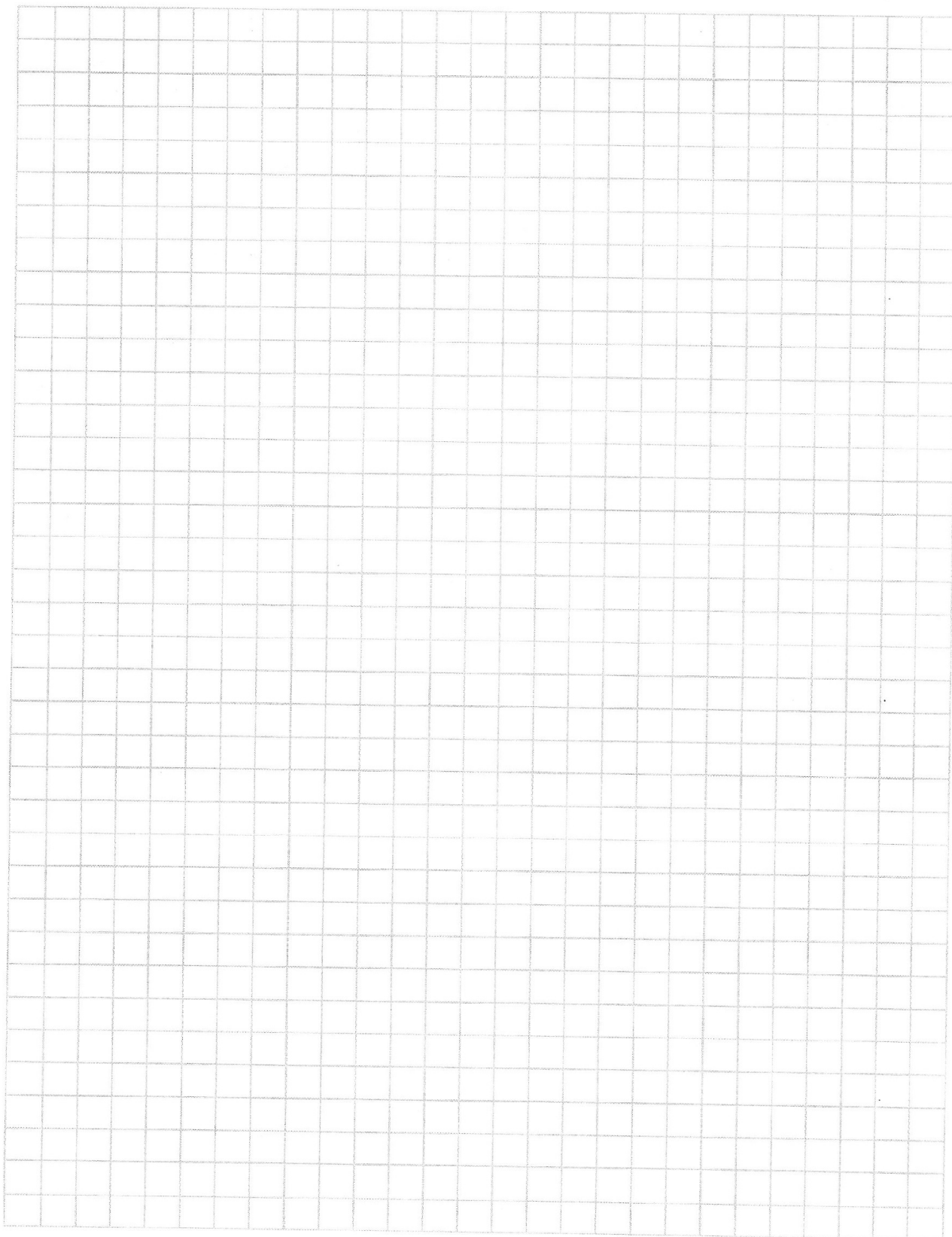
5
☐

6
☐

7
☐

СТРАНИЦА
__ ИЗ __

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!





На одной странице можно оформлять **только одну** задачу. Отметьте **крестиком** номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в **решении каждой задачи отдельно**.

1 2 3 4 5 6 7

СТРАНИЦА
__ ИЗ __

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

$$x = \frac{-y-4 + \sqrt{(y+4)(4-3y)}}{2}$$

$$z = \frac{-y-4 - \sqrt{(y+4)(4-3y)}}{2}$$

$$\left(10^{2.955} + 10^{2.955} + \dots + 10^{2.955}\right)^2$$

$$10^0 + 3 \cdot 10^1 + 6 \cdot 10^2 + 3 \cdot 10^3 +$$

$$4x^2 + z^2 = (y+4)^2 + (y+4)(4-3y) - 2(y+4)\sqrt{(y+4)(4-3y)} +$$

$$+ \frac{1}{8} \left(-(y+4)^3 + 3(y+4)^2 \sqrt{(y+4)(4-3y)} - 3(y+4)(4-3y) + (y+4)(4-3y)\sqrt{(y+4)(4-3y)} \right)$$

$$+ (y+4)(8-2y) - \frac{(y+4)^3}{8} + \frac{3}{8}(y+4)^2 \sqrt{(y+4)(4-3y)} - \frac{3}{8}(y+4)(4-3y) + (y+4)$$

$$+ \frac{1}{8}(y+4)(4-3y)\sqrt{(y+4)(4-3y)} - 2(y+4)\sqrt{(y+4)(4-3y)} =$$

$$= (y+4)\sqrt{(y+4)(4-3y)} \left(\frac{3}{8}(y+4) + \frac{1}{8}(4-3y) - 2 \right) + (y+4)(8-2y + \frac{3}{8}(-3y^2-8y+16))$$

$$+ \frac{1}{8}(y^2+8y+16) = (y+4) \left(\sqrt{(y+4)(4-3y)} \cdot 0 + \right.$$

$$\left. (x+4)^2 = \left(\frac{-y-4 + \sqrt{(y+4)(4-3y)}}{2} \right)^2 = \frac{1}{4} \left((y+4)^2 + (y+4)(4-3y) - 2(y+4)\sqrt{(y+4)(4-3y)} \right) \right.$$

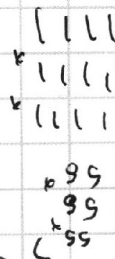
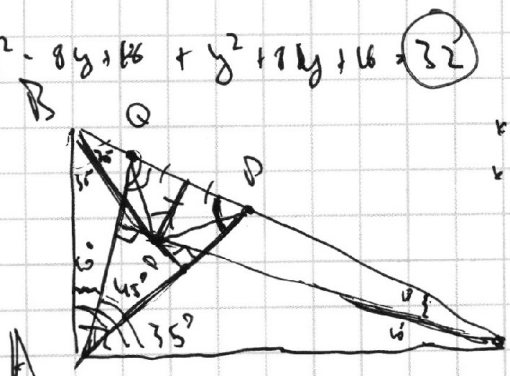
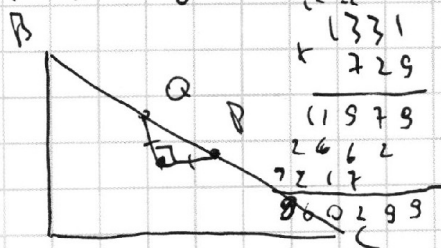
$$\left. (z+4)^2 = \frac{1}{4} \left((y+4)^2 + (y+4)(4-3y) + 2(y+4)\sqrt{(y+4)(4-3y)} \right) \right.$$

$$(x+4)^2 + (z+4)^2 = \frac{1}{2} \left((y+4)^2 + (y+4)(4-3y) \right) = \frac{1}{2} (y^2-8y+4-3y^2-8y+16) =$$

$$= -y^2-8y+16$$

25000

$$(x+4)^2 + (y+4)^2 + (z+4)^2 = -y^2-8y+16 + y^2+8y+16 = 32$$



$$\left(10^{2.955} + 10^{2.955} + \dots + 10^{2.955}\right)^2$$

$$= 10^0 + 3 \cdot 10^1 + 6 \cdot 10^2 + 3 \cdot 10^3 + 10^4$$

$$x+y=55.5$$

$$x+y=18.5$$

$$x+y=$$

$$\begin{array}{r} 111 \\ \times 11 \\ \hline 111 \\ 111 \\ \hline 122 \\ 122 \\ \hline 133 \end{array}$$



На одной странице можно оформлять **только одну** задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.

☐☐☐☐☐☐☐

СТРАНИЦА
__ ИЗ __

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

$$|y-15+\frac{x}{6\sqrt{3}}| + |y-15-\frac{x}{6\sqrt{3}}| \leq 6$$

При $y \geq 15$ $|x| \leq (y-15)6\sqrt{3}$

$$y \leq 18$$

При $y-15+\frac{x}{6\sqrt{3}} \leq 0$ и $y-15+\frac{x}{6\sqrt{3}} \leq 0$

$$30-2y \leq 6$$

$$y \geq 12$$

$$\frac{1}{6\sqrt{3}}x + 15 \leq y$$

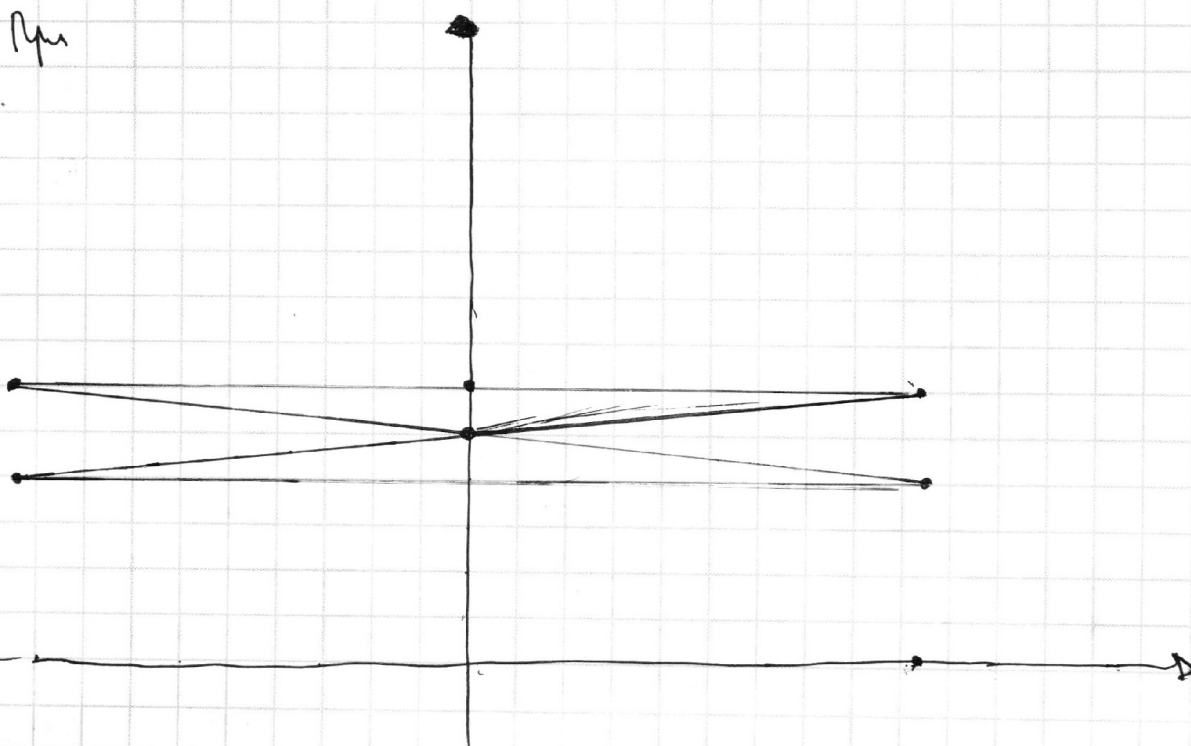
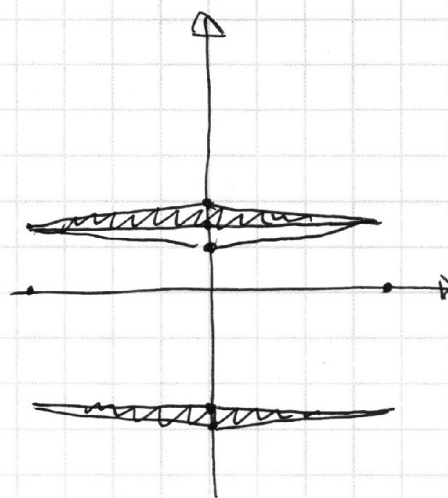
$$|x| \leq y-15(15-y)6\sqrt{3}$$

При $y-15+\frac{x}{6\sqrt{3}} \geq 0$ и $y-15+\frac{x}{6\sqrt{3}} \leq 0$, no

$$-6\sqrt{3} \leq x \leq 6\sqrt{3}$$

$$y \geq 15 - \frac{x}{6\sqrt{3}} \quad \text{и} \quad y \leq 15 + \frac{x}{6\sqrt{3}}$$

При



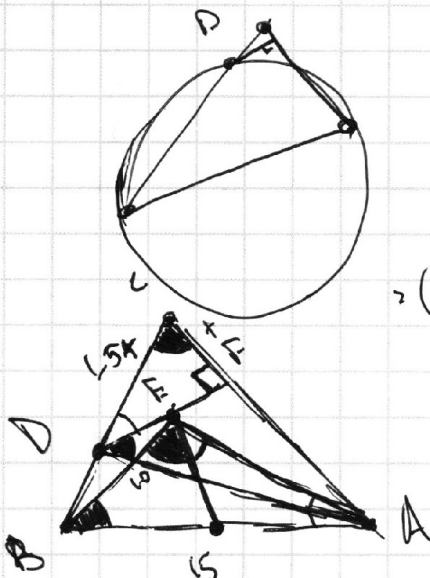
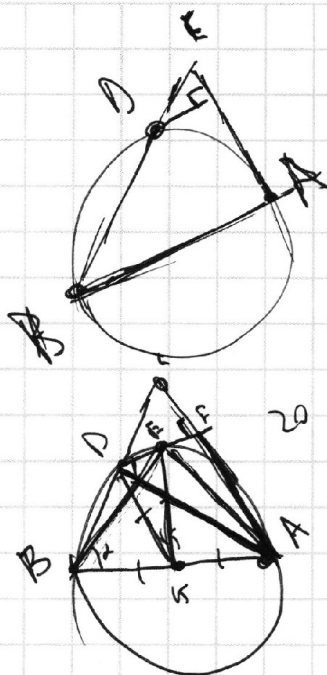


На одной странице можно оформлять **только одну** задачу. Отметьте **крестиком** номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в **решении каждой задачи отдельно**.

1 ☐ 2 ☐ 3 ☐ 4 ☐ 5 ☐ 6 ☐ 7 ☐

СТРАНИЦА
__ ИЗ __

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!



$$x_2 = \frac{-y-4 + \sqrt{(y+4)(4-3y)}}{2}$$

$$z = \frac{-y-4 - \sqrt{(y+4)(4-3y)}}{2}$$

$$4 \cdot \left(\frac{-y-4 + \sqrt{(y+4)(4-3y)}}{2} \right)^2$$

$$= (y+4)^2 + (y+4)(4-3y) - 2(y+4) \cdot \sqrt{(y+4)(4-3y)}$$

$$\sqrt{10^2 + 10^2} = 5\sqrt{13}$$

$$\left(\frac{-y-4 + \sqrt{(y+4)(4-3y)}}{2} \right)^3$$

$$\frac{BC^2}{AD^2} = \frac{CF^2}{AF^2}$$

$$\frac{285x^2}{x} = \frac{AD^2}{AF}$$

$$AF = \frac{AD^2}{285x}$$

$$\frac{AF}{AD} = \sin 2 = \sqrt{1 - \cos^2 2} = \frac{\sqrt{5}}{3}$$

$$\frac{\sqrt{5}}{3} AD = \frac{AD^2}{285x}$$

$$AD = \frac{285\sqrt{5} \cdot x}{3} = \frac{15\sqrt{5}x}{2}$$

$$AF = \frac{\sqrt{5}}{3} AD = \frac{7.5x}{6} = \frac{5x}{4}$$

$$\frac{3x}{4} = 20 \quad \frac{ym}{4} (ym - 4 + 3y) =$$

$$\frac{1}{4} ((ym)^2 - (ym)(4-3y))$$

$$5x = 80$$

$$x_2 = \frac{-y-4 + \sqrt{(y+4)(4-3y)}}{2}$$

$$z = \frac{-y-4 - \sqrt{(y+4)(4-3y)}}{2}$$

$$4x^3 + x^2 + 4y^2 + y^3 = 4x^2 + 2y^3 + xyz$$

$$x^3 + 4x^2 - y^3 - 4y^2 = 0$$

$$(x-y)(x^2+y^2+x+y) + 4(x-y)(x+y) = 0$$

$$(x-y)(x^2+y^2+x+y+4x+4y) = 0$$

$$x^2 + x(y+4) + y^2 + 4y = 0$$

$$(y+4)^2 - 4y^2 - 16y = 0$$

$$(y+4)(4-3y) = 0$$

$$x_2 = \frac{-y-4 + \sqrt{(y+4)(4-3y)}}{2} = \frac{-z-4 + \sqrt{(z+4)(4-3z)}}{2} \approx \frac{80}{9}$$



На одной странице можно оформлять **только одну** задачу. Отметьте **крестиком** номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в **решении каждой задачи отдельно**.

1 2 3 4 5 6 7

СТРАНИЦА
__ ИЗ __

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

$$\begin{cases} xy = 4z + z^2 \\ yz = 4x + x^2 \\ zx = 4y + y^2 \end{cases} \quad (2)$$

$$P_1: a^4 - 2a^3 + a^2 - \frac{8-4a^2}{3} =$$

$$= a^4 - \frac{2}{3}a^3 + a^2 - \frac{8}{3}$$

$$P_2: a^6 - 2a^5 + a^4 + 16a^3 + 64a + 32$$

$$(z+4)^2 = \frac{x^4}{z^4} (x+4)^2$$

$$(x+4)^2 + (y+4)^2 + (z+4)^2 = (x+4)^2 \left(\frac{x^4}{z^4} + \frac{x^4}{y^4} + \frac{x^4}{x^4} \right) =$$

$$= x^4 (x+4)^2 \left(\frac{y^4 z^4 + x^4 z^4 + y^4 x^4}{x^4 y^4 z^4} \right) = (x+4)^2 \frac{x^4 y^4 + x^4 z^4 + y^4 z^4}{y^4 z^4}$$

$$4x^3 + x^3 - 4y^3 + y^3 - 4z^3 + z^3 = xyz$$

$$P(A) = \frac{C_{n-3}^2}{C_n^5}$$

$$P(B) = \frac{C_{n-3}^5}{C_n^5}$$

$$= \frac{8! \cdot 2}{2 \cdot 5! \cdot 5!} = \frac{8 \cdot 7 \cdot 6 \cdot 2}{5!} = \frac{2 \cdot 8 \cdot 7 \cdot 4}{5 \cdot 4 \cdot 3} = \frac{28}{5} = 5,6$$

$$\frac{99}{99}$$

$$(9 \cdot 10^{24999} + \dots + 9 \cdot 10^0)^3 = 729 \cdot (10^{24999} + \dots + 10^0)^3$$

$$4 \sqrt{a^4 - \frac{2}{3}a^3 + a^2 - \frac{8}{3}} = 2 \sqrt{17a^6 - 2a^5 + a^4 + 64a + 32}$$

$$25a^4 - \frac{50}{3}a^3 + \frac{200}{3}a^2 - \frac{800}{3}a + \frac{2500}{3} = 17a^6 - 2a^5 + a^4 + 64a + 32$$

$$x = \frac{4z + z^2}{y}$$

$$z = \frac{4x + x^2}{y} = 4y + y^2$$

$$\frac{z^2}{y^2} = \frac{y+4}{z+4}$$

$$\frac{x^2}{y^2} = \frac{y+4}{x+4}$$

$$\frac{x^2}{z^2} = \frac{z+4}{x+4}$$

$$x+4 < 0$$

$$y+4 < 0$$

$$z+4 < 0$$

$$\begin{array}{r} 528 \overline{) 3} \\ 3 \overline{) 176} \\ 22 \\ -22 \\ \hline 0 \end{array}$$

$$\begin{array}{r} 174 \overline{) 3} \\ 15 \overline{) 24} \\ 24 \\ \hline 0 \end{array}$$

$$\frac{(1 \cdot 3)(4 \cdot 6)(7 \cdot 9)(10 \cdot 12)(13 \cdot 15)(16 \cdot 18)(19 \cdot 21)(22 \cdot 24)(25 \cdot 27)(28 \cdot 30)(31 \cdot 33)(34 \cdot 36)(37 \cdot 39)(40 \cdot 42)(41 \cdot 43)(44 \cdot 46)(47 \cdot 49)(50 \cdot 52)(53 \cdot 55)(56 \cdot 58)(59 \cdot 61)(62 \cdot 64)(65 \cdot 67)(68 \cdot 70)(71 \cdot 73)(74 \cdot 76)(77 \cdot 79)(80 \cdot 82)(83 \cdot 85)(86 \cdot 88)(89 \cdot 91)(92 \cdot 94)(95 \cdot 97)(98 \cdot 100)}{8! \cdot 2}$$

$$\frac{2 \cdot 8 \cdot 7 \cdot 4}{5 \cdot 4 \cdot 3} = \frac{28}{5} = 5,6$$

$$17a^6 - 2a^5 - 24a^4 + \frac{50}{3}a^3 - 200a^2 + 64a + 32 \approx 20$$