



МОСКОВСКИЙ
ФИЗИКО-ТЕХНИЧЕСКИЙ
ИНСТИТУТ

ОЛИМПИАДА "ФИЗТЕХ"
ПО МАТЕМАТИКЕ



10 КЛАСС. Вариант 5

1. [4 балла] Ненулевые числа x, y, z удовлетворяют системе уравнений

$$\begin{cases} xy = 3z + z^2, \\ yz = 3x + x^2, \\ zx = 3y + y^2. \end{cases}$$

Найдите все возможные значения выражения $(x+3)^2 + (y+3)^2 + (z+3)^2$, если известно, что система имеет хотя бы одно решение в ненулевых числах.

2. [2 балла] Десятичная запись натурального числа n состоит из 40 000 девяток. Сколько девяток содержит десятичная запись числа n^3 ?
3. [5 баллов] Окружность ω с диаметром AB пересекает сторону BC остроугольного треугольника ABC в точке D . Точка F выбрана на отрезке AC так, что $DF \perp AC$, а E — точка пересечения отрезка DF с окружностью ω , отличная от D . Найдите AF , если $AC = 10$, $AB = 6$, $BE = 5$.
4. [4 балла] В телевизоре ведущий берет несколько коробок и ровно в три из них кладет по одному шарику. Игрок может указать на пять коробок и открыть их. Если в этих коробках лежат все три шарика, то игрок выигрывает. Игроку разрешили открыть шесть коробок. Во сколько раз увеличилась вероятность выигрыша игрока?
5. [5 баллов] Найдите все значения параметра a , при которых корни уравнения $x^2 - (a^2 - a)x + a + 5 = 0$ являются пятым и шестым членами некоторой непостоянной арифметической прогрессии, а корни уравнения $4x^2 - (a^3 - a^2)x + 2a^4 + 2a^2 - a^6 - 4 = 0$ являются третьим и восьмым членами этой прогрессии.
6. [5 баллов] На координатной плоскости построена фигура Φ , состоящая из всех точек, координаты $(x; y)$ которых удовлетворяют неравенству $\left|x - \frac{15}{2} + \frac{y}{6\sqrt{3}}\right| + \left|x - \frac{15}{2} - \frac{y}{6\sqrt{3}}\right| \leqslant 3$. Фигуру Φ непрерывно повернули вокруг начала координат на угол π против часовой стрелки. Найдите площадь фигуры, которую замела фигура Φ при этом повороте.
7. [6 баллов] На гипotenузе BC прямоугольного треугольника ABC выбраны точки P и Q так, что $AB = BP$, $AC = CQ$. Внутри треугольника ABC выбрана точка D , для которой $DP = DQ$, а $\angle PDQ = 90^\circ$. Найдите $\angle DBC$, если известно, что $\angle DCB = 20^\circ$.



На одной странице можно оформлять **только одну** задачу. Отметьте **крестиком** номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в **решении каждой задачи отдельно**.

- | | | | | | | |
|-------------------------------------|--------------------------|--------------------------|--------------------------|--------------------------|--------------------------|--------------------------|
| 1 | 2 | 3 | 4 | 5 | 6 | 7 |
| <input checked="" type="checkbox"/> | <input type="checkbox"/> |

СТРАНИЦА
1 из 2

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по **каждой из задач** нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

$$\begin{aligned} * \left\{ \begin{array}{l} xy = 3x + 2^2 \\ y^2 = 3x + x^2 \\ 2x = 3y + y^2 \end{array} \right. & \quad (x+3)^2 + (y+3)^2 + (z+3)^2 = x^2 + y^2 + z^2 + 6(x+y+z) + 27 \\ & \quad x, y, z \neq 0 \end{aligned}$$

сложим два равенства получим:

$$2xy + 2y^2 + 2xz = 2x^2 + 2y^2 + 2z^2 + 6(x+y+z)$$

$$6(x+y+z) = 2xy + 2y^2 + 2xz - 2x^2 - 2y^2 - 2z^2 \Rightarrow$$

$$x^2 + y^2 + z^2 + 6(x+y+z) + 27 = -x^2 - y^2 - z^2 + 2xy + 2y^2 + 2xz + 27$$

$$(x-y)^2 + (x-z)^2 + (y-z)^2 = -6(x+y+z) \quad 6(x+y+z) = -(x-y)^2 - (x-z)^2 - (y-z)^2$$

$$\downarrow x^2 + y^2 + z^2 - (x-y)^2 - (x-z)^2 - (y-z)^2 + 27 = 0$$

$$1) \text{ Взять из } (2) \text{ и } (4): \quad x^2 + 3x - z^2 - 3z = y^2 - xy$$

$$(x-1)(x+3) + 3(x-2) + y(x-2) = 0$$

$$(x-2)(x+2+3+y) = 0$$

$$1. \left\{ \begin{array}{l} \text{или } x=2, \text{ то } xy = x^2 + 3x \\ x^2 = xy - 3x, \quad xy - 3x = y^2 + 3y \\ x(x+3-y) = 0 \end{array} \right. \quad \begin{array}{l} 1 \\ 2 \\ 3 \end{array} \quad \begin{array}{l} xy = x^2 + 3x \\ y(y-x) = -3(x+y) \end{array}$$

$$1. \text{ И. Р. } x \neq 0 \quad y = x+3 \quad \text{В 3 выражении:}$$

$$x^2 = (x+3)^2 + 3(x+3) \quad x^2 = x^2 + 6x + 9 + 3x + 9 \quad \begin{array}{l} 9x + 18 = 0 \\ x = -2 \Rightarrow y = 1 \quad z = -2 \end{array}$$

$$(x+3)^2 + (y+3)^2 + (z+3)^2 = 1^2 + 4^2 + 1^2 = 18$$

(или квадратом)
 $x = -2 \quad y = -2 \quad z = 1$
 $x = 1 \quad y = -2 \quad z = 2$

$$2. \text{ Или } x+y+z = -3 \quad x = -3 - y - z$$

$$\left\{ \begin{array}{l} (-3 - y - z) \cdot y = 3z + 2^2 \\ z^2 + 2(3 + y) + y^2 + 3y = 0 \end{array} \right. \quad \begin{array}{l} -3y - y^2 - yz = 3z + 2^2 \\ \text{Д} = y^2 + 6y + 9 - 4y^2 - 12y = \\ -3y^2 - 6y + 9 \end{array}$$



На одной странице можно оформлять **только одну** задачу. Отметьте **крестиком** номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в **решении каждой задачи отдельно**.

- | | | | | | | |
|-------------------------------------|--------------------------|--------------------------|--------------------------|--------------------------|--------------------------|--------------------------|
| 1 | 2 | 3 | 4 | 5 | 6 | 7 |
| <input checked="" type="checkbox"/> | <input type="checkbox"/> |

СТРАНИЦА
2 ИЗ 2

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по **каждой из задач** нумеруются **отдельно**. Порча QR-кода недопустима!

↓
может все выражение мы получили, что:
нужна помощь

$$x^2 + y^2 + z^2 + 3(x+y+z) = 9(xy + yz + zx) + 9(xy + yz + zx)$$

$$1(x+y+z)^2 = 3(xy + yz + zx - x - y - z)$$

$$1 \cdot 9 = 3(xy + yz + zx + 3) \Rightarrow xy + yz + zx = 0$$

Снова можем выразить:

$$x^2 + y^2 + z^2 + 3(x+y+z) = 0 \quad x^2 + y^2 + z^2 = 9$$

$$x^2 + y^2 + z^2 = 9$$

в самом начале:

$$\text{Тогда } (x+3)^2 + (y+3)^2 + (z+3)^2 = 9 + 6 \cdot (-3) + 27 = 9 - 18 + 27 = 18$$

Ответ: 18



На одной странице можно оформлять **только одну** задачу. Отметьте **крестиком** номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в **решении каждой задачи отдельно**.

 1 2 3 4 5 6 7СТРАНИЦА
1 из 1

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по **каждой из задач** нумеруются **отдельно**. Порча QR-кода недопустима!

$$n = \underbrace{999\dots9}_{40000} \quad n^3 - ?$$

Заметим, что $n = 9 \cdot \underbrace{11\dots1}_{40000}$

$$n^3 = \underbrace{99\dots9}_{40000}^3 = (\underbrace{100\dots0}_{40001} - 1)^3 = (10^{40000} - 1)^3$$

$$\begin{aligned} (a-b)^3 &= (a^2 - 2ab + b^2)(a-b) = a^3 - a^2b - 2a^2b + 2ab^2 + ab^2 - b^3 = \\ &= a^3 - 3a^2b + 3ab^2 - b^3 \end{aligned}$$

$$n^3 = 10^{120000} - 3 \cdot 10^{80000} \cdot 1 + 3 \cdot 10^{40000} \cdot 1^2 - 1^3 = 10^{120000} - 3 \cdot 10^{80000} +$$

$$- 3 \cdot 10^{40000} - 1 = 10^{80000} (10^{40000} - 3) + 3 \cdot 10^{40000} - 1 =$$

$$= 10^{80000} (10^{40000} - 3) + 3 (10^{40000} - 3) + 1 =$$

$$= \underbrace{999\dots9}_{39999} + \underbrace{0000\dots0}_{80000} + \underbrace{3000\dots00}_{40000} - 1 =$$

$$= \underbrace{999\dots9}_{39999} + \underbrace{0000\dots0}_{80000} + \underbrace{2999\dots9}_{40000}$$

$$\text{Итого: } 39999 + 40000 = 79999$$

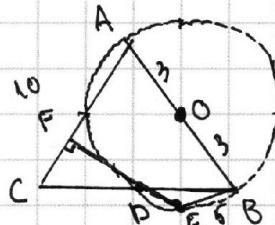
Ответ: 79999.



На одной странице можно оформлять **только одну** задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в **решении каждой задачи** отдельно.

 1 2 3 4 5 6 7СТРАНИЦА
1 из 1

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по **каждой из задач** нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!



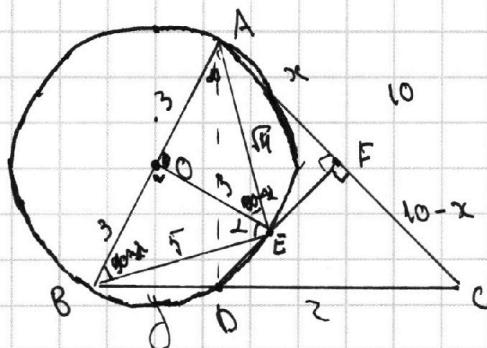
W ΔABC $w \cap BC = D$ $DF \perp AC$ $FE \perp AC$
 $AC = 10$ $AB = 6$ $BE = 5$ $AF = ?$

$$\frac{1}{r} = \frac{AB}{2} = 3$$

$\angle AEB = 90^\circ$ (отмечено на диаметре)

~~11~~

$$\begin{aligned} & \text{No т.Расшифров} \quad BO^2 + OE^2 = 2\cos\angle BOE \\ & OE^2 + BE^2 - 2\cos\angle OEB \cdot OE \cdot BE = BO^2 \\ & 9 + 25 - 2\cos 2 \cdot 15 = 9 \quad \frac{25}{6} = 5 \\ & 2\cos 1 \cdot 15 = 25 \quad \cos 1 = \frac{30}{6} = 5 \\ & AE^2 = AB^2 - BE^2 = 6^2 - 5^2 = 36 - 25 = 11 \\ & AE = \sqrt{11} \end{aligned}$$



$$\text{xf} \quad 36 - y^2 = 100 - z^2 \quad z^2 = 64 + y^2$$



На одной странице можно оформлять **только одну** задачу. Отметьте **крестиком** номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в **решении каждой задачи отдельно**.

- | | | | | | | |
|----------------------------|----------------------------|----------------------------|---------------------------------------|----------------------------|----------------------------|----------------------------|
| <input type="checkbox"/> 1 | <input type="checkbox"/> 2 | <input type="checkbox"/> 3 | <input checked="" type="checkbox"/> 4 | <input type="checkbox"/> 5 | <input type="checkbox"/> 6 | <input type="checkbox"/> 7 |
|----------------------------|----------------------------|----------------------------|---------------------------------------|----------------------------|----------------------------|----------------------------|

СТРАНИЦА
1 ИЗ 1

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по **каждой из задач** нумеруются **отдельно**. Порча QR-кода недопустима!

x городов \rightarrow 3 маёт по ширину

1) Может усадить на 5 городов

Всё вариантов выбрать 5 городов: $C_x^5 = \frac{x!}{5! \cdot (x-5)!}$

Варианты с 3 городами с ширинами: $A_5^3 = 5 \cdot 4 \cdot 3$

$C_{x-3}^2 = \frac{(x-3)!}{2! \cdot (x-5)!}$, т.е. $\text{ширины} - \text{ширины выбора 5 городов}$
для повторяющихся вариантов с 3 городами - $\text{ширины выбора двух оставшихся городов}$ (3 комбинированные с ширинами)

$$P(5) = \frac{\frac{(x-3)!}{2!(x-5)!}}{A_5^3} = \frac{(x-3)! \cdot 5! \cdot (x-5)!}{x! \cdot 2! \cdot (x-5)!} = \frac{(x-3)! \cdot 5 \cdot 4 \cdot 3 \cdot 2 \cdot 1}{x \cdot (x-1)(x-2) \cdot 2!} \\ = \frac{5 \cdot 4 \cdot 3}{x(x-1)(x-2)} = \frac{60}{x(x-1)(x-2)}$$

2) Может усадить на 6 городов

Всё вариантов выбрать 6 городов: $C_x^6 = \frac{x!}{6! \cdot (x-6)!}$

Варианты с 3 городами с ширинами: $C_{x-3}^3 = \frac{(x-3)!}{3! \cdot (x-6)!}$
(одинаковые)

$$P(6) = \frac{C_{x-3}^3}{C_x^6} = \frac{\frac{(x-3)!}{3!(x-6)!}}{\frac{x!}{6!(x-6)!}} = \frac{(x-3)! \cdot 6! \cdot (x-6)!}{3! (x-6)! \cdot x!} = \\ = \frac{(x-3)! \cdot 6 \cdot 5 \cdot 4 \cdot 3 \cdot 2 \cdot 1}{(x-3)! (x-2)(x-1)x \cdot 3 \cdot 2 \cdot 1} = \frac{6 \cdot 5 \cdot 4}{(x-2)(x-1)x} = \frac{120}{x(x-1)(x-2)}$$

$$\frac{P(6)}{P(5)} = \frac{C_{x-3}^3 \cdot C_x^5}{C_x^6 \cdot C_{x-3}^2} = \frac{\frac{120}{x(x-1)(x-2)}}{\frac{60}{x(x-1)(x-2)}} = 2$$

Ответ: в два раза

На одной странице можно оформлять **только одну** задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в **решении каждой задачи отдельно**.

- | | | | | | | |
|--------------------------|--------------------------|--------------------------|--------------------------|-------------------------------------|--------------------------|--------------------------|
| <input type="checkbox"/> | <input type="checkbox"/> | <input type="checkbox"/> | <input type="checkbox"/> | <input checked="" type="checkbox"/> | <input type="checkbox"/> | <input type="checkbox"/> |
|--------------------------|--------------------------|--------------------------|--------------------------|-------------------------------------|--------------------------|--------------------------|

СТРАНИЦА
1 из 1

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!



$$x^2 - (a^2 - a)x + a - 5 = 0 \quad x_1 = q + 4d \quad x_2 = q + 5d \quad \text{Ответ: } a=4$$

$$4x^2 - (a^3 - a^2)x + 2a^4 + 2a^2 - a^6 - 4 = 0 \quad x_3 = q + 2d \quad x_4 = q + 7d$$

$$\begin{aligned} 1) (x-x_1)(x-x_2) &= x^2 - x_1x - x_2x + x_1x_2 = x^2 - (x_1+x_2)x + x_1x_2 = \\ &= x^2 - (a^2 - a)x + a - 5 \Rightarrow a^2 - a = x_1 + x_2 \quad a - 5 = x_1x_2 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} 4(x-x_3)(x-x_4) &= 4x^2 - 4x_4x - 4x_3x + 4x_3x_4 = \\ &= 4x^2 - 4(x_3+x_4)x + 4 \cdot x_3x_4 = 4x^2 - (a^3 - a^2)x + 2a^4 + 2a^2 - a^6 - 4 \Rightarrow \end{aligned}$$

$$a^3 - a^2 = 4(x_3+x_4) \quad 2a^4 + 2a^2 - a^6 - 4 = 4 \cdot x_3 \cdot x_4 \quad \text{Учтено: } x_1 = (6-9\sqrt{3})/6$$

$$\begin{aligned} 2) x_1 + x_2 &= 2q + 9d = x_3 + x_4 = 2q + 9d \Rightarrow \\ (a^2 - a) &= \frac{a^3 - a^2}{4} \quad a^3 - a^2 = 4a^2 - 4a \quad \text{+ } 4 \cdot 2\sqrt{3}; \quad x_2 = (6-9\sqrt{3}) + 9 \cdot 2\sqrt{3} \\ a(a^2 - 5a + 4) &= 0 \quad a^3 - a^2 = a^3 - 5a^2 + 4a = 0 \quad x_3 = (6-9\sqrt{3}) + 7 \cdot 2\sqrt{3}; \quad q = 6 - 9\sqrt{3} / d = 2\sqrt{3} \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} 1. \text{ Если } a=0, \text{ то } x^2 - 5 = 0 \quad x = \pm \sqrt{5} \quad 4x^2 - 4 = 0 \quad x = \pm 1 \\ -\sqrt{5}; -1; 1; \sqrt{5} \quad \text{--- не подходит (разность равна)} \end{aligned}$$

$$2. \text{ Если } a^2 - 5a + 4 = 0 \quad D = 25 - 16 = 9 \quad a = \frac{9 \pm \sqrt{13}}{2} = 4; 1$$

$$\begin{aligned} \text{Если } a=1, \text{ то } x^2 - (1^2 - 1)x + 1 - 5 = x^2 - 4 = 0 \quad x = \pm 2 \\ 4x^2 - (1^3 - 1^2)x + 2 \cdot 1 \cdot 4 + 2 \cdot 1^2 \cdot 1 - 16 - 4 = \\ = 4x^2 - 1 = 0 \quad x = \pm 0,5; \text{ то } \quad -2; -0,5; 0,5; 2 \quad x_1 = \frac{1}{2}, x_2 = \frac{1}{2}, x_3 = \frac{1}{2}, x_4 = \frac{1}{2} \quad q = -18 \quad q = 18 \end{aligned}$$

$$x_1 = q + 4d = -2 \quad x_2 = q + 5d = 2 \quad \text{или наоборот, то } d = 4; -4$$

$$\text{а. м. р. } x_3 = q + 2d = -0,5 \quad x_4 = q + 7d = 0,5 \quad \text{такой вариант}$$

$$\begin{aligned} \text{либо } x_3 < x_1 < x_2 < x_4 &\rightarrow \text{ширина не в том порядке} \leftarrow \text{не подходит} \\ \text{либо } x_3 > x_1 > x_2 > x_4 &\rightarrow \end{aligned}$$

$$3. \text{ Если } a=4, \text{ то } x^2 - 12x + 1 = 0 \quad D = 144 - 16 = 128 \quad x = \frac{128 \pm \sqrt{148}}{2} =$$

$$4x^2 - 48x + 2 \cdot 256 + 2 \cdot 16 \cdot 4^2 - 4^6 - 4 = 0$$

$$x^2 - 12x + 128 + 8 - 1024 - 1 = x^2 - 12x - 889 \quad D = 144 + 3584 =$$

$$x = \frac{12 \pm \sqrt{148}}{2} = 6 \pm 2,5\sqrt{148} = 6 \pm 5\sqrt{37} \quad = 100 \cdot 32 =$$

Ответ: $a=4$



На одной странице можно оформлять только одну задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.

1

2

3

4

5

6

7

СТРАНИЦА
_ ИЗ _

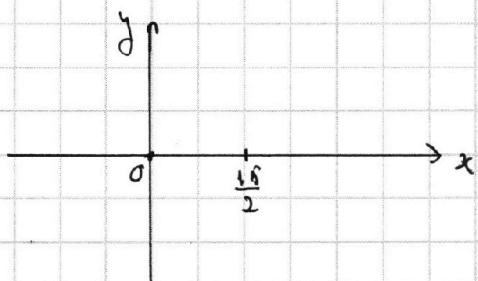
Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

(x; y)

$$\left| x - \frac{15}{2} + \frac{4}{6\sqrt{3}} \right| + \left| x - \frac{15}{2} - \frac{4}{6\sqrt{3}} \right| \leq 3$$

Получим симметричный график ($c-y$)

$$\left| x - \frac{15}{2} + \frac{4}{6\sqrt{3}} \right| + \left| x - \frac{15}{2} - \frac{4}{6\sqrt{3}} \right| \leq 3$$



Если $x \geq \frac{15}{2}$

$$\begin{aligned} 1. \quad y &\geq \left(x - \frac{15}{2} \right) \cdot 6\sqrt{3} \\ &\geq 6\sqrt{3}x - 45\sqrt{3} \end{aligned}$$

$$\left(x - \frac{15}{2} + \frac{4}{6\sqrt{3}} \right)^2 + 2 \left| x - \frac{15}{2} + \frac{4}{6\sqrt{3}} \right| + \left(x - \frac{15}{2} - \frac{4}{6\sqrt{3}} \right)^2 \leq 9$$

$$a = x - \frac{15}{2} \quad b = \frac{4}{6\sqrt{3}} \quad (a+b)^2 + 2|a+b||a-b| + (a-b)^2 =$$

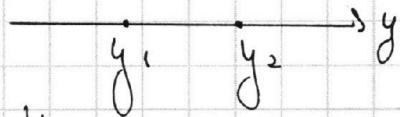
$$\begin{aligned} &= a^2 + 2ab + b^2 + a^2 - 2ab + b^2 + 2|a+b||a-b| = \\ &= 2(a^2 + b^2 + |a+b||a-b|) \leq 9 \end{aligned}$$

$$a \geq -b \quad a \geq b$$

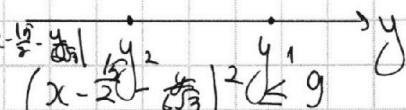
Найдем y_1 : $y_1 = \left(\frac{15}{2} - x \right) \cdot 6\sqrt{3}$

$$y_2 = \left(x - \frac{15}{2} \right) \cdot 6\sqrt{3}$$

При $x \geq \frac{15}{2}$



Итак:



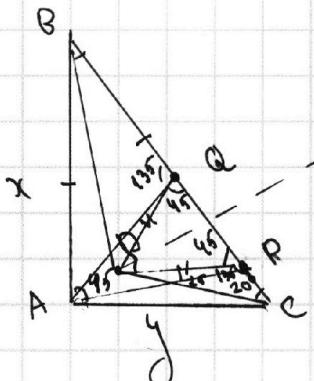
На одной странице можно оформлять только одну задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.



- 1 2 3 4 5 6 7

СТРАНИЦА
1 ИЗ 1

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!



$$\begin{aligned}\triangle ABC \quad & \angle A = 90^\circ \quad P, Q \in BC \\ & AB = BP \quad AC = CQ \quad DP = DQ \\ & \angle PDQ = 90^\circ \quad \angle DCB = 20^\circ \\ & \angle DBC - ?\end{aligned}$$

1) Решение $AB = x, AC = y$, тогда

$$BC^2 = x^2 + y^2 = (x+y-QP)^2$$

$$\begin{aligned}QP^2 = & x^2 + y^2 - (x+y-QP)^2 \\ & + 2xy - 2xQP - 2yQP\end{aligned}$$

$$QP^2 = QP(2x+2y) + 2xy = 0$$

$$D = 4x^2 + 4y^2 - 8xy - 8xy = 4(x^2 - 4xy + y^2)$$

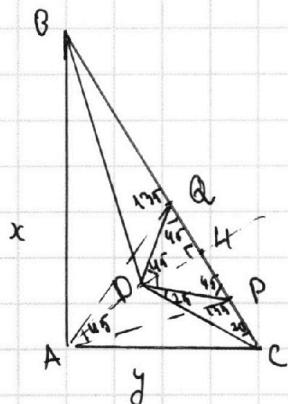
$$QP = \frac{2x+2y}{2} = x+y + \sqrt{x^2 - 4xy + y^2}$$

2) Решение $\angle CAQ = \angle QAC = \alpha$; $\angle BAP = \angle BPA = \beta$, тогда $\angle QAP = 180 - \alpha - \beta$

$$\angle BAP + \angle QAC - \angle QAP = 90^\circ \quad \beta + \alpha - (180 - \alpha - \beta) = 90^\circ$$

$$2\alpha + 2\beta = 270^\circ \quad \alpha + \beta = 135^\circ \Rightarrow \angle QAP = 45^\circ$$

$$\angle RDC = \angle BCA = \angle DPC = 135^\circ \Rightarrow \angle PDC = 25^\circ$$



Можем заметить, что D - центр описанной окружности QAP - т.к.

$$\angle QDP = 2\angle QAP = 90^\circ \Rightarrow QD = DP = AD$$

(радиусы) т.к. $\angle QP = 90^\circ$, сумма $\angle QDA = 180^\circ$

$$\angle PDA = 135^\circ$$

$$180 - (110 + \alpha + 20) = 90 - \alpha = \angle DAC, \text{сум} \angle QCA = \alpha$$

$$\angle BAP = 90 - (90 - \alpha) = \alpha \quad DH \perp BC \Rightarrow \angle HPC = 45^\circ$$

$$\angle QAP + \angle HPC = 45^\circ$$

$A \cap QB$:

$$135 + 135 + \alpha + (90 - \alpha) = 360^\circ$$

$$\frac{\sqrt{2}}{2} (x+y) \sin \alpha + \frac{\sqrt{2}}{2} (x^2 - 4xy + y^2)$$

$$\angle PDC = 25^\circ$$



На одной странице можно оформлять **только одну** задачу. Отметьте **крестиком** номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в **решении каждой задачи отдельно**.

1

2

3

4

5

6

7

СТРАНИЦА
_ ИЗ _

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по **каждой из задач** нумеруются **отдельно**. Порча QR-кода недопустима!



На одной странице можно оформлять **только одну** задачу. Отметьте **крестиком** номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в **решении каждой задачи отдельно**.

СТРАНИЦА
ИЗ

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

На одной странице можно оформлять **только одну** задачу. Отметьте **крестиком** номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в **решении каждой задачи отдельно**.



- 1 2 3 4 5 6 7

СТРАНИЦА
ИЗ

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по **каждой из задач** нумеруются **отдельно**. Порча QR-кода недопустима!

$$2x^2 + 2y^2 + 2z^2 - 2xy - 2yz - 2zx = -6(x+y+z)$$

$$2(x+y+z)^2 = 2x^2 + 2y^2 + 2z^2 + 4xy + 4yz + 4zx$$

$$2(x+y+z)^2 = -6(x+y+z) \rightarrow -2x - 2y - 2z$$

$$18 = -6(x+y+z - xy - yz - zx)$$

$$d = x_2 - x_1 = 2\sqrt{37} \quad -3 = -3 - xy - yz - zx$$

ГДЗ

$$6 - \sqrt{37} = q + 8\sqrt{37}$$

$$q = -9\sqrt{37} + 6$$

$$xy + yz + zx = 0$$

$$(x-x_1)(x-x_2) = x^2 - x_2x - x_1x + x_1x_2 = -x^2 - (x_2+x_1)x + x_1x_2$$

$$\begin{array}{r} 8 \\ \times 9 \\ \hline 88 \end{array}$$

$$\begin{array}{r} 9801 \\ 88209 \\ \hline 970299 \end{array}$$

$$n^3 = 10^{40000} - 1 =$$

$$(x+y+z)^2 = x^2 + xy + xz + yx + yz + zy =$$

$$+ xz + yz + zx =$$

$$\frac{(x-3)(x-4)(x-5)}{2} \quad \frac{60}{1}$$

$$x \cdot \frac{(x-1)(x-2)(x-3)(x-4)}{5 \cdot 4 \cdot 3 \cdot 2}$$

$$148 \frac{37}{1} \quad \frac{x(x-1)(x-2)(x-3)(x-4)(x-5)}{6 \cdot 5 \cdot 4 \cdot 3 \cdot 2} \quad \frac{120}{25 \cdot 6}$$

$$\begin{array}{r} 148 \\ \times 2 \\ \hline 296 \end{array}$$

$$\begin{array}{r} 148 \\ \times 2 \\ \hline 296 \end{array}$$

$$\left(x - \frac{15}{2} + \frac{y}{6\sqrt{3}} \right)^2 +$$

$$+ 2 \left| x - \frac{15}{2} + \frac{y}{6\sqrt{3}} \right| / \left| x - \frac{15}{2} - \frac{y}{6\sqrt{3}} \right| +$$

$$\frac{2}{k} \frac{3}{4} \frac{4}{4}$$

$$y \geq 45\sqrt{3}$$

$$y \leq -45\sqrt{3}$$

$$\begin{array}{r} 1024 \\ \times 9910 \\ \hline 9910 \end{array}$$

$$\begin{array}{r} 135 \\ \times 889 \\ \hline 1144 \end{array}$$

$$\begin{array}{r} 11 \\ \times 3556 \\ \hline 3700 \end{array}$$

$$2 + \beta - (80 - 2 - \beta) = 90$$

$$2x + 2\beta = 160 \rightarrow 200$$

$$2 + \beta = 135$$

$$37 \cdot 100$$

$$\begin{array}{r} 3556 \\ \times 144 \\ \hline 3700 \end{array}$$

$$\begin{array}{r} 33 \\ \times 889 \\ \hline 3700 \end{array}$$

$$\begin{array}{r} 135 \\ \times 9910 \\ \hline 135 \end{array}$$

$$\begin{array}{r} 135 \\ \times 889 \\ \hline 135 \end{array}$$

