

МОСКОВСКИЙ
ФИЗИКО-ТЕХНИЧЕСКИЙ
ИНСТИТУТ

ОЛИМПИАДА "ФИЗТЕХ"
ПО МАТЕМАТИКЕ

10 КЛАСС. Вариант 5



1. [4 балла] Ненулевые числа x, y, z удовлетворяют системе уравнений

$$\begin{cases} xy = 3z + z^2, \\ yz = 3x + x^2, \\ zx = 3y + y^2. \end{cases}$$

Найдите все возможные значения выражения $(x + 3)^2 + (y + 3)^2 + (z + 3)^2$, если известно, что система имеет хотя бы одно решение в ненулевых числах.

2. [2 балла] Десятичная запись натурального числа n состоит из 40 000 девяток. Сколько девяток содержит десятичная запись числа n^3 ?

3. [5 баллов] Окружность ω с диаметром AB пересекает сторону BC остроугольного треугольника ABC в точке D . Точка F выбрана на отрезке AC так, что $DF \perp AC$, а E — точка пересечения отрезка DF с окружностью ω , отличная от D . Найдите AF , если $AC = 10$, $AB = 6$, $BE = 5$.

4. [4 балла] В телеигре ведущий берет несколько коробок и ровно в три из них кладет по одному шарик. Игрок может указать на пять коробок и открыть их. Если в этих коробках лежат все три шарика, то игрок выигрывает. Игроку разрешили открыть шесть коробок. Во сколько раз увеличилась вероятность выигрыша игрока?

5. [5 баллов] Найдите все значения параметра a , при которых корни уравнения $x^2 - (a^2 - a)x + a - 5 = 0$ являются пятым и шестым членами некоторой непостоянной арифметической прогрессии, а корни уравнения $4x^2 - (a^3 - a^2)x + 2a^4 + 2a^2 - a^6 - 4 = 0$ являются третьим и восьмым членами этой прогрессии.

6. [5 баллов] На координатной плоскости построена фигура Φ , состоящая из всех точек, координаты $(x; y)$ которых удовлетворяют неравенству $\left|x - \frac{15}{2} + \frac{y}{6\sqrt{3}}\right| + \left|x - \frac{15}{2} - \frac{y}{6\sqrt{3}}\right| \leq 3$. Фигуру Φ непрерывно повернули вокруг начала координат на угол π против часовой стрелки. Найдите площадь фигуры, которую замела фигура Φ при этом повороте.

7. [6 баллов] На гипотенузе BC прямоугольного треугольника ABC выбраны точки P и Q так, что $AB = BP$, $AC = CQ$. Внутри треугольника ABC выбрана точка D , для которой $DP = DQ$, а $\angle PDQ = 90^\circ$. Найдите $\angle DBC$, если известно, что $\angle DCB = 20^\circ$.



На одной странице можно оформлять только одну задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.

1 2 3 4 5 6 7

СТРАНИЦА
1 из 1

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

N1 Ответ: 18

$$\begin{cases} xy = 3z + z^2 & (1) \\ yz = 3x + x^2 & (2) \\ zx = 3y + y^2 & (3) \end{cases}$$

$$(1) - (2) = 3z + z^2 - 3x - x^2 = xy - yz; \quad z^2 - x^2 + 3z - 3x - xy + yz = (z-x) \cdot$$

$$(x+y+z+3) = 0; \quad \text{либо } z=x, \text{ либо } x+y+z+3=0.$$

Если $x+y+z+3=0$, то посмотрим на выражение $(x+y+z+6)^2 =$
 $x^2 + y^2 + z^2 + 36 + 12x + 12y + 12z + 2xy + 2xz + 2yz$; Пользуясь (1), (2), (3)

получим: $(xy + xz + yz) \cdot 2 = (x^2 + z^2 + y^2 + 3x + 3y + 3z) \cdot 2$. Тогда имеем

выражение: $(x+y+z+6)^2 = x^2 + y^2 + z^2 + 12x + 12y + 12z + 36 + 2x^2 + 2y^2 + 2z^2 +$
 $6x + 6y + 6z = 3x^2 + 3y^2 + 3z^2 + 18x + 18y + 18z + 36$.

Так как $x+y+z+3=0$, то $x+y+z+6=3$, то если $(x+y+z+6)^2 = 9$

Тогда $3x^2 + 3y^2 + 3z^2 + 18x + 18y + 18z + 36 = 9$, т.е. $(x^2 + y^2 + z^2 + 6x + 6y + 6z) = 27$

$(x+3)^2 + (y+3)^2 + (z+3)^2 = x^2 + y^2 + z^2 + 6x + 6y + 6z + 27$. Мы знаем,

что $x^2 + y^2 + z^2 + 6x + 6y + 6z = \frac{27}{3} \Rightarrow (x+3)^2 + (y+3)^2 + (z+3)^2 = 27 - \frac{27}{3} =$

$\frac{54}{3} = 18$. Если же $z=x$, то по (2) имеем: $yx = 3x + x^2$ т.к. $x \neq 0$

$y = x + 3$, по (3) имеем: $x^2 = 3(x+3) + (x+3)^2 = x^2 + 9x + 18$; $9x = -18$

$x = -2 = z$, $y = x + 3 = 1$; тогда x, y, z подходит под систему:

$2 \cdot 1 = 3 \cdot 2 + (-2)^2 \quad (-2)(-2) = 3 \cdot 1 + 1$. Ну а тогда $(x+3)^2 + (y+3)^2 + (z+3)^2 = 1^2 + 4^2 + 1^2 =$

18. Ответ: 18, если записать при $x=z=-2, y=1$

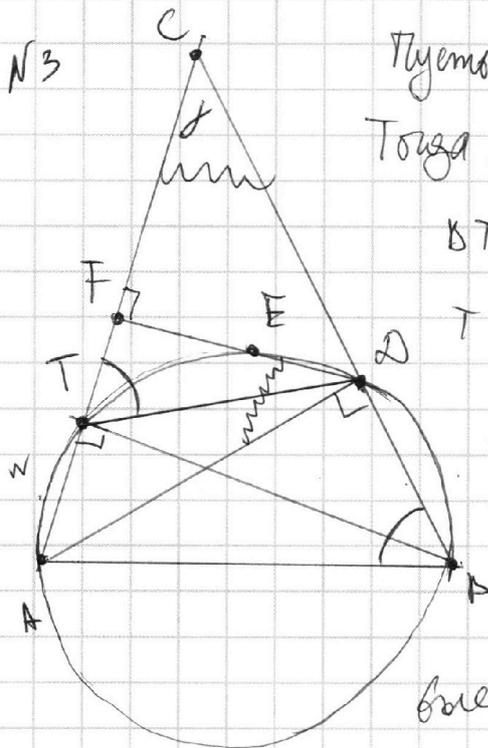


На одной странице можно оформлять **только одну** задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.

1 2 3 4 5 6 7

СТРАНИЦА
1 из 1

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!



Пусть w пересечет AC в точке T
 Тогда $\angle ATB = 90^\circ$ т.к. AB - диаметр и
 $BT \perp AC$, $DE \perp AC \Rightarrow DE \parallel BT$ и
 $TE \parallel DB$ - лемма 1 окружности и,
 значит $TEDB$ - равнобедренная
 трапеция (или $TEDB$) и имеет
 $TD = EB$ (это будут либо одно-
 бочные стороны либо диа



На одной странице можно оформлять **только одну** задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.

1 2 3 4 5 6 7

СТРАНИЦА
1 из 1

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

Пусть n всего было и коробок. Посчитаем вероятность того, что игрок открыл 5 коробов и проиграл. Всего способов выбрать 5 коробов из n это C_n^5 (где $C_n^k = \frac{n!}{k!(n-k)!}$ - число сочетаний) если же из выбранных 5 коробов 3 должны быть фиксированными (те в которых лежат шарик), то кол-во таких наборов коробов это C_{n-3}^2 (кол-во способов выбрать 2 случайные коробки из всех кроме 3 где лежат шарик)

Тогда вероятность победы при выборе 5 коробов:

$\frac{C_{n-3}^2}{C_n^5}$ Если же выбираются 6 коробов, то по аналогичным рассуждениям всего способов выбрать 6 коробов C_n^6 , способов выбрать 6 коробов среди которых могло быть 3 с шариками C_{n-3}^3 (теперь уже надо добирать 3 шарика, а не 2)

Тогда вероятность победы при выборе 6 коробов: $\frac{C_{n-3}^3}{C_n^6}$. Нужно узнать:

$$\frac{C_{n-3}^3}{C_n^6} : \frac{C_{n-3}^2}{C_n^5} = \frac{(n-3)(n-4)(n-5) \cdot 6!}{3! \cdot n(n-1)(n-2)(n-3)^2(n-4)^2(n-5) \cdot 5!} \cdot \frac{n(n-1)(n-2)(n-3)(n-4) \cdot 5!}{(n-3)(n-4) \cdot 5!} =$$

$$\frac{n(n-1)(n-2)(n-3)^2(n-4)^2(n-5) \cdot 6! \cdot 2!}{n(n-1)(n-2)(n-3)^2(n-4)^2(n-5) \cdot 3! \cdot 5!} = \frac{6! \cdot 2!}{3! \cdot 5!} = 2$$

Ответ: увеличится в 2 раза



На одной странице можно оформлять **только одну** задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.

1 2 3 4 5 6 7

СТРАНИЦА
1 из 3

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

$$x^2 - (a^2 - a)x + a - 5 = 0 \quad N5$$

Пусть корни этого уравнения это $p+4q$ и $p+5q$ (где $p, p+4q, p+5q, \dots, p+nq, \dots$ - арифметическая прогрессия из условия).

$$4x^2 - (a^3 - a^2)x + 2a^4 + 2a^2 - a^6 - 4 = 0 \quad \text{— корни этого уравнения}$$

$$\text{это } p+2q, p+7q.$$

Сумма корней 1 уравнения это $p+4q + p+5q = 2p+9q$,

с другой стороны по т. Виета это $a^2 - a$, то есть:

$$a^2 - a = 2p + 9q. \quad \text{Аналогично во 2 уравнении по теореме}$$

$$\text{Виета } p+2q + p+7q = \frac{a^3 - a^2}{4} = 2p + 9q. \quad \text{То есть:}$$

$$a^2 - a = \frac{a^3 - a^2}{4} = 2p + 9q; \quad 4a^2 - 4a = a^3 - a^2; \quad a^3 - 5a^2 + 4a = 0$$

$$a(a^2 - 5a + 4) = 0; \quad a(a-1)(a-4) = 0. \quad \text{То есть } a=0 \text{ или } a=1$$

$$\text{или } a=4.$$

Если $a=0$, то 1 уравнение: $x^2 - (0-0)x + 0-5 = 0$

$$x^2 - 5 = 0 \quad x = \sqrt{5} \quad \text{или} \quad x = -\sqrt{5}$$

2 уравнение: $4x^2 - (0-0)x + 2 \cdot 0 + 2 \cdot 0 - 0 - 4 = 0$

$$4x^2 - 4 = 0; \quad x^2 - 1 = 0; \quad x = -1 \quad \text{или} \quad x = 1$$

То есть: $|\sqrt{5} + \sqrt{5}| = |p+4q - p-5q| = |q|, \quad |q| = |2\sqrt{5}|$, с другой

стороны $|1+1| = |p+2q - p-7q| = |5q|, \quad |q| = \left|\frac{2}{5}\right|$ противоречие.



На одной странице можно оформлять **только одну** задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.

1 2 3 4 5 6 7

СТРАНИЦА
2 из 3

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

Если $a=1$, то 1 уравнение: $x^2 - (1^2 - 1)x + 1 - 5 = 0$
 $x^2 - 4 = 0$ $x = -2$ или $x = 2$

Второе уравнение: $4x^2 - (1^3 - 1^2)x + 2 \cdot 1^4 + 2 \cdot 1^2 - 1^0 - 4 = 0$
 $4x^2 - 1 = 0$ $x = -\frac{1}{2}$ или $x = \frac{1}{2}$

$|p + 4q - p - 5q| = |-2 - 2| \Rightarrow |q| = |4|$, с другой стороны
из 2 уравнения: $|p + 2q - p - 7q| = |\frac{1}{2} + \frac{1}{2}| \Rightarrow |5q| = 1 \Rightarrow$
 $|q| = \frac{1}{5}$, противоречие

Если $a=4$, то 1 уравнение: $x^2 - (4^2 - 4)x + 4 - 5 = 0$
 $x^2 - 12x - 1 = 0$ $D = 144 + 4 = 148$

Корни: $\frac{12 \pm \sqrt{148}}{2} = \frac{12 \pm 2\sqrt{37}}{2} = 6 \pm \sqrt{37}$

Второе уравнение: $4x^2 - (4^3 - 4^2)x + 2 \cdot 4^4 + 2 \cdot 4^2 - 4^0 - 4 = 0$
 $x^2 - (4^2 - 4)x + 2 \cdot 4^3 + 2 \cdot 4 - 4^0 - 1 = 0$

$x^2 - 12x + 128 + 8 - 1024 - 1 = 0$; $x^2 - 12x - 889 = 0$

$D = 144 + 4 \cdot 889 = 4(36 + 889) = 4 \cdot 925$

Корни: $\frac{12 \pm \sqrt{925}}{2} = 6 \pm \sqrt{925}$

Из 1 уравнения: $|p + 4q - p - 5q| = |6 - \sqrt{37} - 6 - \sqrt{37}|$; $|q| = |2\sqrt{37}|$

Из 2 уравнения: $|p + 2q - p - 7q| = |6 + \sqrt{925} - 6 + \sqrt{925}|$; $|5q| = |2\sqrt{925}|$

$|q| = |2\sqrt{37}| = |2\sqrt{925}| = \frac{2 \cdot 5 \cdot \sqrt{37}}{5} = |2\sqrt{37}|$ $p + 2q = 6 - 5\sqrt{37} \Rightarrow$

$p = 6 - 9\sqrt{37}$ $q = 2\sqrt{37}$, такая профессия пойдёт потому что:



На одной странице можно оформлять **только одну** задачу. Отметьте **крестиком** номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении **каждой задачи отдельно**.

1 2 3 4 5 6 7

СТРАНИЦА
3 из 3

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

$$p+4qz = 6 - 9\sqrt{37} + 4 \cdot 2\sqrt{37} = 6 - \sqrt{37} \quad \leftarrow \text{корни 1 уравнения}$$

$$p+5qz = 6 - 9\sqrt{37} + 5 \cdot 2\sqrt{37} = 6 + \sqrt{37}$$

$$p+2qz = 6 - 9\sqrt{37} + 2 \cdot 2\sqrt{37} = 6 - 5\sqrt{37}$$

$$p+7qz = 6 - 9\sqrt{37} + 7 \cdot 2\sqrt{37} = 6 + 5\sqrt{37} \quad \leftarrow \text{корни 2 уравнения}$$

Итак, получаемся, что $a=0$, $a=1$ не подходит,

$a=4$ - подходит

Ответ: $a=4$



На одной странице можно оформлять только одну задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.

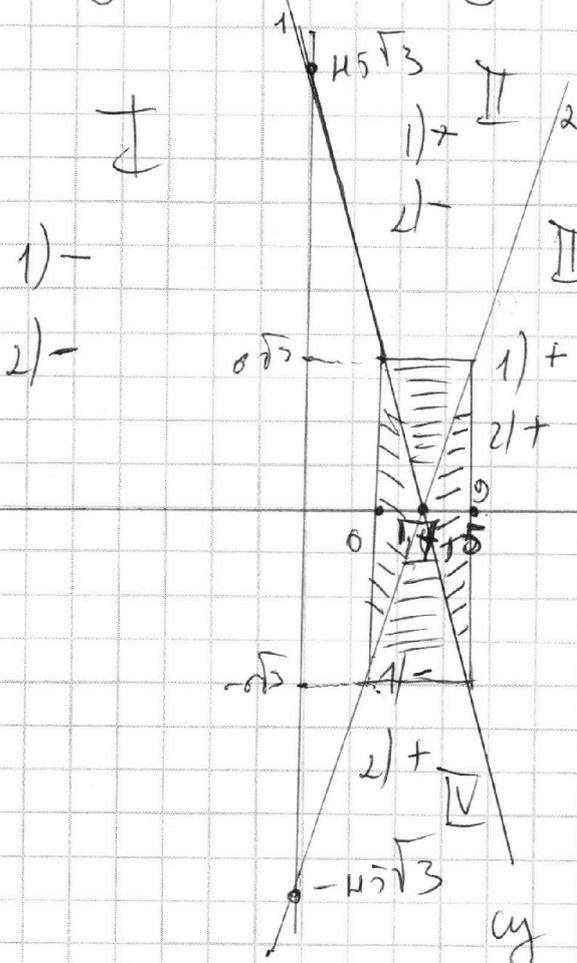
1 2 3 4 5 6 7

СТРАНИЦА
1 ИЗ 4

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

№6
Матрицей прямые $x - \frac{15}{2} + \frac{y}{8\sqrt{3}} = 0$ и $x - \frac{15}{2} - \frac{y}{8\sqrt{3}} = 0$

т.е. $y = -8\sqrt{3}x + 45\sqrt{3}$ и $y = 8\sqrt{3}x - 45\sqrt{3}$:



Заметим, что обе эти прямые проходят через точку $(7.5; 0)$ и 1) прямая проходит через $(0; 45\sqrt{3})$, а 2) прямая через $(0; -45\sqrt{3})$.

Эти прямые делят координатную плоскость на 4 части в каждой из которых значения

$x - \frac{15}{2} + \frac{y}{8\sqrt{3}}$ и $x - \frac{15}{2} - \frac{y}{8\sqrt{3}}$ координатны или

отрицательны, обозначим их как 1) и 2)

соответственно и поставим + если значение положительное, - если значение отрицательное. Т.к. оба значения при $x=0$ отрицательны то в 1) части



На одной странице можно оформлять только одну задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.

1 2 3 4 5 6 7

СТРАНИЦА
2 из 4

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

1) - 2) - в I и IV части 1) -, а во II и III части 1) +. Аналогично в I и II части 2) -, а в III и IV части 2) +.

Если 2) + 2) + то значение $|x - \frac{15}{2} + \frac{y}{\sqrt{3}}| + |x - \frac{15}{2} - \frac{y}{\sqrt{3}}|$

$$\text{то } x - \frac{15}{2} + \frac{y}{\sqrt{3}} + x - \frac{15}{2} - \frac{y}{\sqrt{3}} \leq 3$$

$$2x - 15 \leq 3 \Rightarrow x \leq 9, \text{ то есть подходит в}$$

этой части $x \geq 6$

Если 1) - 2) -, то $|x - \frac{15}{2} + \frac{y}{\sqrt{3}}| + |x - \frac{15}{2} - \frac{y}{\sqrt{3}}| =$

$$\frac{15}{2} - x - \frac{y}{\sqrt{3}} - x + \frac{15}{2} + \frac{y}{\sqrt{3}} \leq 3; \quad 15 - 2x \leq 3 \text{ т.е. } x \geq 6$$

Если 1) + 2) -, то $|x - \frac{15}{2} + \frac{y}{\sqrt{3}}| + |x - \frac{15}{2} - \frac{y}{\sqrt{3}}| =$

$$x - \frac{15}{2} + \frac{y}{\sqrt{3}} - x + \frac{15}{2} + \frac{y}{\sqrt{3}} \leq 3$$

$$y \leq \sqrt{3}$$

Если 1) - 2) +, то $|x - \frac{15}{2} + \frac{y}{\sqrt{3}}| + |x - \frac{15}{2} - \frac{y}{\sqrt{3}}| = \frac{15}{2} - x - \frac{y}{\sqrt{3}} +$

$$x - \frac{15}{2} - \frac{y}{\sqrt{3}} \leq 3 \Rightarrow y \geq -\sqrt{3}$$

В итоге получаем прямоугольник с координатами $(6; -\sqrt{3})$ $(6; \sqrt{3})$ $(9; \sqrt{3})$ $(9; -\sqrt{3})$ которого закрашена внутренность - множество наших точек подходящих под условие.

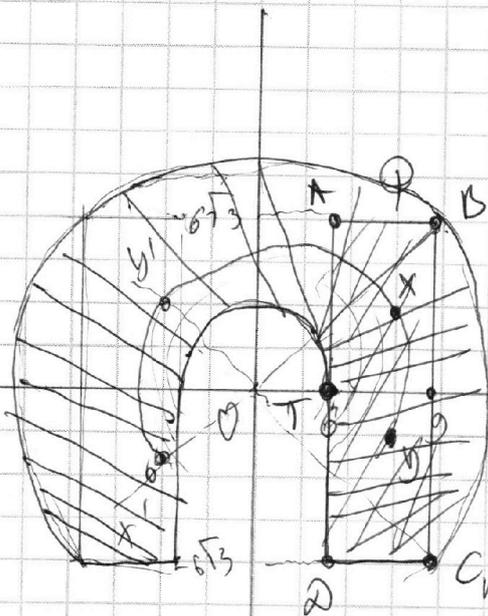


На одной странице можно оформлять только одну задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.

- 1 2 3 4 5 6 7

СТРАНИЦА
3 ИЗ 11

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!



Замечая, что траектории точек при повороте на π про-
тив часовой стрелки это
полуокружность с центром
в O и радиусом OX .

Тогда если взять пару
симметричных отн. оси абсцисс
точек X и Y при диаметрах
прямоугольника P то они образуют

2 траектории в виде 2 полуокружностей через O
которые закончатся в X' и Y' где X', Y' симметричны
 Y отн. O . То есть пара точек X и Y заметит
дугу $YXY'X'$ так $OX = OY$ и X и Y симметричны
отн. оси Ox . Тогда поворот заметит фигуру закра-
шенную на рисунке. У большой дуги радиус это OY у
маленькой OT т.к. T -ближайшая точка P от оси Ox ,
 B -самая дальняя точка P отн. O . Перережем
картинку, (или на след. стр)

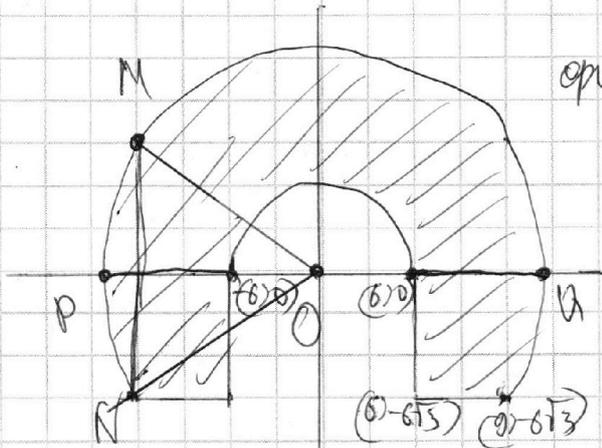


На одной странице можно оформлять только одну задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.

1 2 3 4 5 6 7

СТРАНИЦА
из 4

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!



Разделим нашу получившуюся фигуру на 3 части прямой Ox . Посчитаем площадь каждой верхней половины, это $\frac{\pi R^2}{2} - \frac{\pi r^2}{2}$ где R - радиус большой дуги r - радиус маленькой дуги

$$R = \sqrt{9^2 + (6\sqrt{3})^2} = \sqrt{81 + 96} = \sqrt{177}$$

$$r = 6 \quad \text{Тогда} \quad \frac{\pi}{2}(R^2 - r^2) = \frac{(177 - 36)\pi}{2} = \frac{141\pi}{2}$$

Теперь посчитаем площади 2 криволинейных трапеций которые остались для этого посчитаем площадь сектора OMN . Пусть $\angle MON = 2\alpha$, тогда $\sin \alpha = \frac{6}{R}$

$$\frac{6}{\sqrt{177}}, \quad \cos \alpha = \frac{9\sqrt{3}}{\sqrt{177}} \Rightarrow \sin 2\alpha = 2 \sin \alpha \cos \alpha = \frac{2 \cdot 6 \cdot 9\sqrt{3}}{177} = \frac{108\sqrt{3}}{177} = \frac{36\sqrt{3}}{59}$$

$$\text{Тогда } S_{\text{сектора}}(OMN) = \frac{\pi R^2 \cdot \arcsin(\frac{36\sqrt{3}}{59})}{2\pi} = \frac{177 \arcsin(\frac{36\sqrt{3}}{59})}{2}$$

$$\text{Площадь нашей трапеции} = \frac{S_{\text{сек}}(OMN) - S_{\Delta OMA}}{2} + 18\sqrt{3} = \frac{177 \arcsin(\frac{36\sqrt{3}}{59})}{2} - 27\sqrt{3} + 18\sqrt{3}$$

$$\text{Тогда ответ: } \frac{141\pi}{2} + \frac{177 \arcsin(\frac{36\sqrt{3}}{59})}{2} - 27\sqrt{3} + 38\sqrt{3}$$

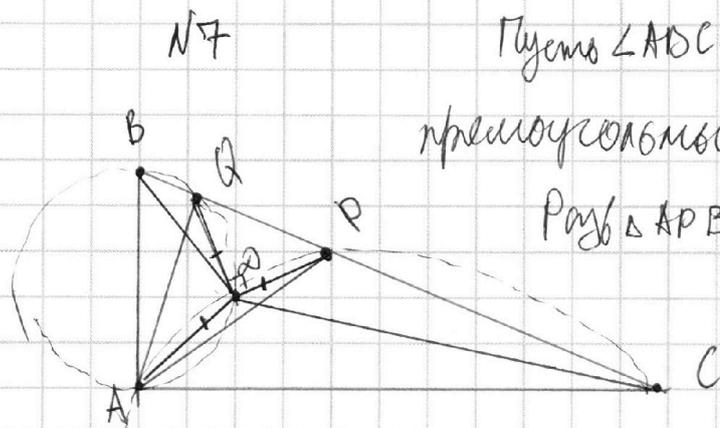


На одной странице можно оформлять **только одну** задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.

1 2 3 4 5 6 7

СТРАНИЦА
1 из 1

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!



Пусть $\angle ABC = \alpha$, тогда $\text{рау } \triangle ABC$ - прямоугольный, но $\angle AQB = 90 - \alpha$.

Рау $\triangle APB$, $AP = PB$, но:

$$\angle BPA = \angle BAP = \frac{180 - \angle ABP}{2} =$$

$$90 - \frac{\alpha}{2}$$

Аналогично в $\triangle QCA$: $\angle AQC = \angle QAC = \frac{180 - \angle QCA}{2} = 45 + \frac{\alpha}{2}$.

$$\angle QAP = \angle BAP + \angle QAC - \angle BAC = 90 - \frac{\alpha}{2} + 45 + \frac{\alpha}{2} - 90 = 45^\circ$$

Тогда точка Q внутри $\triangle APB$ такова, что $QD = QP$ и

$\angle QDP = 90^\circ = 2 \cdot \angle QAP$. Значит D - центр описанной

окружности $\triangle QAP$. Тогда $\angle ADP = 2 \cdot \angle QAP = 2 \cdot (45 + \frac{\alpha}{2}) =$

$90 + \alpha$, $\angle DCA = 90 - \alpha$ но есть $\angle ADP + \angle DCA = 90 + \alpha +$

$90 - \alpha = 180^\circ \Rightarrow ADPC$ - вписанный. Аналогично

$$\angle AQA = 2 \cdot \angle QPA = 2 \cdot (90 - \frac{\alpha}{2}) = 180 - \alpha, \angle ABQ = \alpha \Rightarrow$$

$\angle AQA + \angle ABQ = \alpha + 180 - \alpha = 180^\circ \Rightarrow AQDB$ - вписанный.

Рау $AQPC$ - вписанный, но $\angle QCP = \angle QAP = 45^\circ$. Тогда

$$\angle AQP = 180 - 2 \cdot \angle QAP = 140^\circ \Rightarrow \angle AQP = \frac{\angle AQP}{2} = 70^\circ \text{ так как}$$

D - центр описанной окр. $\triangle AQP$, $\angle AQD = \angle AQP - \angle QDP = 70 - 45 = 25^\circ$

$\angle AQD = \angle QAD$ м.к. $AQ = QD$ и по вписанности $AQDB$; $\angle QAD =$

$\angle QDB = \angle QBC$. $\angle QAD = 25^\circ \Rightarrow \angle QBC = 25^\circ$ Ответ: 25°



На одной странице можно оформлять **только одну** задачу. Отметьте **крестиком** номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении **каждой задачи отдельно**.

1 2 3 4 5 6 7

СТРАНИЦА
__ ИЗ __

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

$$xy = 3z + z^2$$

$$yz = 3x + x^2$$

$$y(x-z) = 3(z-x) + (z-x)(z+x) = (z-x)(3+x+z)$$

$$(z-x)(x+y+z-3) = 0$$

$$(x+z)y$$

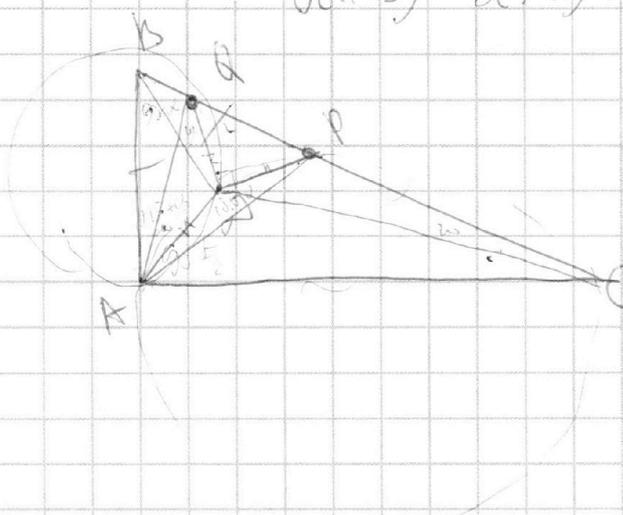
$$x^2 + 6x + 0$$

$$y^2 + 6y + 9$$

$$z^2 + 6z + 9$$

$$2p + 1q = a^2 - a$$

$$(p+4q)(p+5q) = a^2 - 5$$



$$z = x$$

$$(x+y+z+6)^2 = x^2 + y^2 + z^2 + 6x + 6y + 6z + 36 + 2xy + 2xz + 2yz$$

$$y = 3+x$$

$$2xy + 2xz + 2yz = 6z + 2z^2 + 6x + 6x^2 + 6y + 2y^2$$

$$x^2 = 3(3+x) + (3+x)^2$$

$$3x^2 + 5y^2 + 5z^2 + 18x + 18y + 18z + 36 = (x+y+z+6)^2$$

$$x^2 = 9 + 3x + 9 + 6x + x^2$$

$$3x + 18 = 0$$

$$x = -2$$

$$p + 4q \quad p \quad p+q \quad p+2q \quad 6y + 12 \quad a^2 - 2 + 2a^2$$

$$x^2 - (a^2 - a)x + (a - 5) = 0 \quad \text{корни: } p + 4q \quad p + 5q$$

$$4x^2 - (a^3 - a^2) + 2a^4 + 2a^2 - a^2 - 4 \quad p + 2q \quad p + 7q$$

$$2a^4 - a^6 = a^4(2 - a^2) + 2(a^2 - 2) = (a^4 - 2)(2 - a^2)$$

$$(a^2 - \sqrt{2})(a^2 + \sqrt{2})(a + \sqrt{2})(a - \sqrt{2})$$

$$(a^3 + a\sqrt{2} - \sqrt{2}a^2 - 2)$$



На одной странице можно оформлять только одну задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.

1 2 3 4 5 6 7

СТРАНИЦА
__ ИЗ __

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

$\frac{6}{\sqrt{6}}$

$x = -0.5$ 0 10.5

$x - \frac{15}{2} + \frac{6}{\sqrt{6}} = 0$

$y = x\sqrt{6} + 115\sqrt{3}$

$y = x\sqrt{6} - 115\sqrt{3}$

$\left| x - \frac{15}{2} + \frac{6}{\sqrt{6}} \right| + \left| x - \frac{15}{2} - \frac{6}{\sqrt{6}} \right| \leq 3$

$x - \frac{15}{2} + \frac{6}{\sqrt{6}} \geq 0$ $x - \frac{15}{2} - \frac{6}{\sqrt{6}} \leq 0$

~~$x - \frac{15}{2} + \frac{6}{\sqrt{6}} + \frac{15}{2} + \frac{6}{\sqrt{6}} - x \leq 3$~~

$\frac{6}{\sqrt{6}} \leq 3$

$x - \frac{15}{2} + \frac{6}{\sqrt{6}} + x - \frac{15}{2} - \frac{6}{\sqrt{6}} \leq 3$

$2x - 15 \leq 3$

$x \leq 9$

$x - \frac{15}{2} + \frac{6}{\sqrt{6}} \leq 0$ $x \leq \frac{15}{2}$

$x_1 = 9$ 8.6

$x_2 = 9.2$

34 59



На одной странице можно оформлять только одну задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.

1 2 3 4 5 6 7

СТРАНИЦА
__ ИЗ __

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

