



МОСКОВСКИЙ
ФИЗИКО-ТЕХНИЧЕСКИЙ
ИНСТИТУТ

ОЛИМПИАДА "ФИЗТЕХ"
ПО МАТЕМАТИКЕ

10 КЛАСС. Вариант 8



1. [4 балла] Ненулевые числа x, y, z удовлетворяют системе уравнений

$$\begin{cases} xy = -6z + z^2, \\ yz = -6x + x^2, \\ zx = -6y + y^2. \end{cases}$$

Найдите все возможные значения выражения $(x-6)^2 + (y-6)^2 + (z-6)^2$, если известно, что система имеет хотя бы одно решение в ненулевых числах.

2. [2 балла] Десятичная запись натурального числа n состоит из 20 001 девятки. Сколько девяток содержит десятичная запись числа n^3 ?

3. [5 баллов] Окружность ω с диаметром AB пересекает сторону BC остроугольного треугольника ABC в точке D . Точка F выбрана на отрезке AC так, что $DF \perp AC$, а E — точка пересечения отрезка DF с окружностью ω , отличная от D . Найдите AF , если $AC = 20$, $AB = 10$, $BE = 9$.

4. [4 балла] В телеигре ведущий берет несколько коробок и ровно в три из них кладет по одному шару. Игрок может указать на пять коробок и открыть их. Если в этих коробках лежат все три шарика, то игрок выигрывает. Игроку разрешили открыть девять коробок. Во сколько раз увеличилась вероятность выигрыша игрока?

5. [5 баллов] Найдите все значения параметра a , при которых корни уравнения $x^2 - (a^2 - 4a)x + a^2 - 6a + 4 = 0$ являются шестым и седьмым членами некоторой непостоянной арифметической прогрессии, а корни уравнения $5x^2 - (a^3 - 4a^2)x - 2a^3 - 6a - 15 = 0$ являются пятым и восьмым членами этой прогрессии.

6. [5 баллов] На координатной плоскости построена фигура Φ , состоящая из всех точек, координаты $(x; y)$ которых удовлетворяют неравенству $\left|y - 20 + \frac{x}{2\sqrt{3}}\right| + \left|y - 20 - \frac{x}{2\sqrt{3}}\right| \leq 8$. Фигуру Φ непрерывно повернули вокруг начала координат на угол π против часовой стрелки. Найдите площадь множества M , которое замела фигура Φ при этом повороте.

7. [6 баллов] На гипотенузе BC прямоугольного треугольника ABC выбраны точки P и Q так, что $AB = BP$, $AC = CQ$. Внутри треугольника ABC выбрана точка D , для которой $DP = DQ$, а $\angle PDQ = 90^\circ$. Найдите $\angle DCB$, если известно, что $\angle CBA = 46^\circ$.



На одной странице можно оформлять только одну задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.

1 ☒ 2 ☐ 3 ☐ 4 ☐ 5 ☐ 6 ☐ 7 ☐

СТРАНИЦА

1 ИЗ 2

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

Должно быть xy на z и $(z^2 - 6z)$ на z

$$\begin{cases} xy = z^2 - 6z \\ yz = x^2 - 6x \\ zx = y^2 - 6y \end{cases}$$

yz должно быть на x и $(x^2 - 6x)$ должно быть на x
и zx должно быть на y и $(y^2 - 6y)$ на y , тогда
получим

$$\begin{cases} xyz = z^2(z - 6) \\ xyz = x^2(x - 6) \\ xyz = y^2(y - 6) \end{cases}$$

$$\text{т.е. } xyz = x^2(x - 6) = z^2(z - 6) = y^2(y - 6)$$

$$\text{Также заметим, что } xy = z(z - 6) \rightarrow \frac{xy}{z} = z - 6 \rightarrow$$

$$\frac{x}{z} = \frac{z - 6}{y} \quad (\text{можем свободно делить, т.к. } y \neq 0, x \neq 0, z \neq 0)$$

$$\text{также из } x^2(x - 6) = z^2(z - 6) \rightarrow \frac{x^2}{z^2} = \frac{z - 6}{x - 6}$$

$$\text{тогда } \frac{x^2}{z^2} = \frac{(z - 6)^2}{y^2} = \frac{z - 6}{x - 6} \rightarrow \frac{z - 6}{y^2} = \frac{1}{x - 6} \rightarrow$$

$$(z - 6)(x - 6) = y^2$$

$$\text{тогда } xyz = y^2(y - 6) = \cancel{(z - 6)(z - 6)} \cancel{(y - 6)}$$

$$(z - 6)(y - 6)(x - 6)$$

раскроем скобки



На одной странице можно оформлять только одну задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.



СТРАНИЦА
2 ИЗ 2

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

$$(z-6)(x-6)(y-6) = (zx - 6x - 6z + 36)(y-6) =$$
$$zxy - 6xy - 6zy + 36y - 6zx + 36x + 36y - 6 \cdot 36 = xyz$$

$$\rightarrow -6xy - 6zy + 36y - 6zx + 36x + 36y - 6 \cdot 36 = 0$$

$$\rightarrow -xy - zy - zx + 6y + 6x + 6z - 36 = 0$$

Заменим xy на $(z^2 - 6z)$, yz на $(x^2 - 6x)$, а xz на $(y^2 - 6y)$, тогда

$$-z^2 + 6z - x^2 + 6x - y^2 + 6y + 6y + 6x + 6z - 36 = 0$$

$$\rightarrow z^2 - 12z + x^2 - 12x + y^2 - 12y + 36 = 0$$

Заметим, что $(x-6)^2 + (y-6)^2 + (z-6)^2 =$

$$x^2 - 12x + 36 + y^2 - 12y + 36 + z^2 - 12z + 36$$

Обозначим выражение $z^2 - 12z + x^2 - 12x + y^2 - 12y + 36$ за A , $A = 0$

тогда $x^2 - 12x + 36 + y^2 - 12y + 36 + z^2 - 12z + 36 =$

$$A + 36 + 36 = A + 72 \rightarrow x^2 - 12x + 36 + y^2 - 12y + 36 + z^2 - 12z + 36 = 72$$

Ответ: 72.



На одной странице можно оформлять только одну задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.

1	2	3	4	5	6	7
☐	☒	☐	☐	☐	☐	☐

СТРАНИЦА
1 из 2

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

Заметим, что $n = 10^{20001} - 1$, тогда $n^3 = (10^{20001} - 1)^3$
 $= 10^{20001 \cdot 3} - 3 \cdot 10^{20001 \cdot 2} + 3 \cdot 10^{20001} - 1$

Потому заметим, что $10^{20001 \cdot 3} - 1 = 10^{60003} - 1$ —
 число из 60003 девяток

$$3 \cdot 10^{20001 \cdot 2} - 3 \cdot 10^{20001} = 3 \cdot 10^{20001} (10^{20001} - 1)$$

Заметим, что $3 \cdot (10^{20001} - 1)$ — число вида

$$2 \underbrace{9 \dots 9}_{20000} 7, \text{ т. к. } 3 \cdot (10^{20001} - 1) = 3 \cdot 10^{20001} - 3 = \underbrace{3 \underbrace{0 \dots 0}_{20001} - 3}$$

Потому $3 \cdot 10^{20001} (10^{20001} - 1) =$ число вида

$$\underbrace{29 \dots 97}_{20000} \underbrace{0 \dots 0}_{20001}. \text{ Потому } n^3 = \underbrace{9 \dots 9}_{60003} - \underbrace{29 \dots 97}_{20000} \underbrace{0 \dots 0}_{20001}$$

т. е. $n^3 =$

$$\underbrace{9 \dots 9}_{20000} \underbrace{9 \dots 9}_{20002} \underbrace{9 \dots 9}_{20001} -$$

$$\underbrace{29 \dots 97}_{20000} \underbrace{000 \dots 0}_{20001}, \text{ тогда заметим, что это будет}$$

число вида $\underbrace{9 \dots 9}_{20000} \underbrace{700 \dots 0}_{20000} \underbrace{2999 \dots 9}_{20001}, \text{ т. е. всего}$

девяток будет $20000 + 20001 = 40001$.

Ответ: 40001

На одной странице можно оформлять только одну задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.

1
☐

2
☐

3
☒

4
☐

5
☐

6
☐

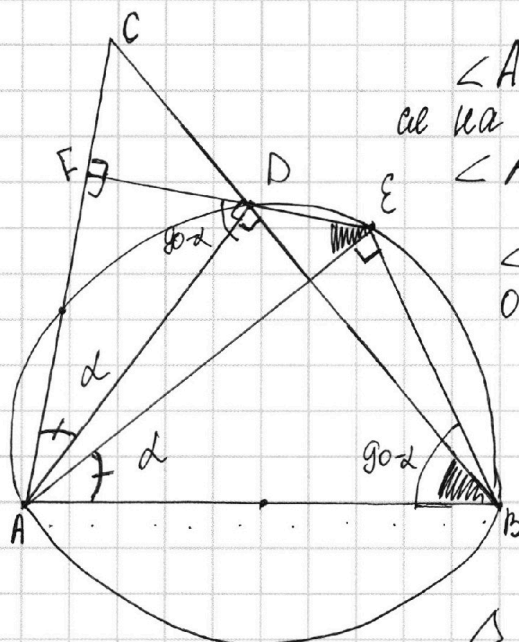
7
☐

СТРАНИЦА
1 из 2

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!



$AC = 20$
 $AB = 10$
 $BE = 9$
 $AF = ?$



$\angle ADB = 90^\circ$, т.к. опирается на диаметр, аналогично $\angle AEB = 90^\circ$

$\angle ABD = \angle AED$, т.к. опираются на одну дугу AD окружности

Заметим, что

тогда $\triangle FEA \sim \triangle DBA$, т.к.

$\angle AFD = 90^\circ$ (потому что $DF \perp AC$), $\angle FEA = \angle DBA$, $\angle ADB = 90^\circ \rightarrow \angle FAE = \angle DAB$ (т.к. сумма углов в B равна 180°), заметим, что $\angle FAE = \angle FAD + \angle DAE$, $\angle DAB = \angle DAE + \angle EAB \rightarrow$ т.к. $\angle FAE = \angle DAB$,

то $\angle FAD = \angle EAB$, тогда $\angle FDA = 90^\circ$, а $\angle FAD$ обозначим за α , тогда $\angle FDA = 90^\circ - \alpha$, аналогично

$\angle ABE = 90^\circ - \alpha$, т.к. $\angle AEB = 90^\circ$, $\angle EAB = \alpha \rightarrow \triangle FAD \sim \triangle AEB$ по трем углам $\rightarrow \frac{BE}{FD} = \frac{AE}{AF} = \frac{AB}{AD}$

заметим, что $\triangle ADC$ - прямоугольный и DF - высота из прямого угла $\rightarrow DF^2 = FC \cdot AF \rightarrow$

$DF = \sqrt{FC \cdot AF}$, $AC = 20 \rightarrow$ если $AF = x$, то $FC = 20 - x \rightarrow$

$DF = \sqrt{x \cdot (20 - x)}$. Тогда в $\triangle ABE$ $BE = 9$, $AB = 10 \rightarrow$



На одной странице можно оформлять **только одну** задачу. Отметьте **крестиком** номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в **решении каждой задачи отдельно**.

1	2	3	4	5	6	7
☐	☐	☒	☐	☐	☐	☐

СТРАНИЦА
2 ИЗ 2

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

по теореме Пифагора $AE = \sqrt{10^2 - 9^2} = \sqrt{AB^2 - BE^2} =$
 $\sqrt{19}$, тогда $\frac{\sqrt{19}}{x} = \frac{AE}{AF}$, $\frac{9}{\sqrt{(20-x)x}} = \frac{EB}{FD} \rightarrow$

$$\frac{\sqrt{19}}{x} = \frac{9}{\sqrt{(20-x)x}} \rightarrow \sqrt{19} \cdot \sqrt{(20-x)x} = 9x \rightarrow$$

$$19 \cdot (20-x)x = 81x^2 \rightarrow 19 \cdot 20x - 19x^2 = 81x^2 \rightarrow$$

$$19 \cdot 20x = 100x^2 \quad x \neq 0 \rightarrow 19 \cdot 20 = 100x \rightarrow x = \frac{19}{5} = \frac{28}{10}$$

$$= 2,8 \rightarrow AF = 2,8$$

Ответ: 2,8



На одной странице можно оформлять только одну задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.

1	2	3	4	5	6	7
☐	☐	☐	☐	☒	☐	☐

СТРАНИЦА
4 из 3

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

Заметим, что сумма $a_5 + a_8$ равна сумме $a_6 + a_7$, где a_5, a_6, a_7, a_8 — 5, 6, 7 и 8 членов прогрессии соответственно, т.е. сумма корней первого выражения равна сумме корней второго выражения. По теореме Виета сумма корней равна $-\frac{b}{a}$, где b — коэф. при x , a — коэф. при x^2 , т.е. если x_1 и x_2 корни $x^2 - (a^2 - 4a)x + a^2 - 6a + 4 = 0$, то $x_1 + x_2 = a^2 - 4a$.

Аналогично если x_3, x_4 — корни $5x^2 - (a^3 - 4a^2)x - 2a^3 - 6a - 15 = 0$, то $x_3 + x_4 = \frac{a^3 - 4a^2}{5}$, тогда

$$a^2 - 4a = \frac{a(a^2 - 4a)}{5} \rightarrow 5(a^2 - 4a) = a(a^2 - 4a) \rightarrow$$

$$(a^2 - 4a)(a - 5) = 0 \rightarrow \begin{cases} a = 5 \\ a^2 - 4a = 0 \end{cases} \rightarrow \begin{cases} a = 5 \\ a = 0 \\ a = 4 \end{cases}$$

Разберем случаи:

1) $a = 0$, тогда 1 выражение имеет вид $x^2 + 4 = 0$, заметим, что у этого выражения нет корней

2) $a = 4$, тогда 1 выражение имеет вид $x^2 - (4^2 - 4 \cdot 4)x + 4^2 - 6 \cdot 4 + 4 = 0 \Leftrightarrow x^2 + 4^2 - 6 \cdot 4 + 4 = 0 \rightarrow x^2 - 4 = 0 \rightarrow x^2 = 4 \rightarrow x_1 = -2, x_2 = 2$



На одной странице можно оформлять только одну задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.

1 ☐ 2 ☐ 3 ☐ 4 ☐ 5 ☒ 6 ☐ 7 ☐

СТРАНИЦА
2 ИЗ 3

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

второе выражение равн имеет вид $5x^2 - (4^3 - 4 \cdot 4^2)x - 2 \cdot 4^3 - 6 \cdot 4 - 15 = 0 \Leftrightarrow 5x^2 - 167 = 0 \rightarrow x^2 = \frac{167}{5} \rightarrow$

$x_3 = \sqrt{\frac{167}{5}}, x_4 = -\sqrt{\frac{167}{5}}$

тогда пусть наша последовательность будет возрастающей, тогда пятый член последовательности будет $-\sqrt{\frac{167}{5}}$, а восьмым

$\sqrt{\frac{167}{5}}$

, тогда в члене последовательности будет (-2) , а седьмым 2 . Но заметим, что $a_7 - a_6 = 2 - (-2) = 4 = d$, где d - разность прогрессии

$a_8 - a_5 = \sqrt{\frac{167}{5}} - (-\sqrt{\frac{167}{5}}) = 2\sqrt{\frac{167}{5}} = 3d$

тогда $4 \cdot 3 = 3d = 2\sqrt{\frac{167}{5}} \rightarrow \frac{4}{2} = \sqrt{\frac{167}{5}} \cdot 2$ (т.к $4 \cdot 3 \neq 2 \cdot \sqrt{\frac{167}{5}} \cdot 2$)

3) $a = 5$

первое выражение имеет вид $x^2 - (5^2 - 4 \cdot 5)x + 5^2 - 6 \cdot 5 + 4 = 0 \Leftrightarrow x^2 - 5x - 1 = 0 \rightarrow D = 5^2 - 4 \cdot (-1) = 29 \rightarrow$

$x_1 = \frac{5 - \sqrt{29}}{2}, x_2 = \frac{5 + \sqrt{29}}{2}$

второе выражение имеет вид $5x^2 - (5^3 - 4 \cdot 5^2)x - 2 \cdot 5^3 - 6 \cdot 5 - 15 = 0 \Leftrightarrow x^2 - (5^2 - 4 \cdot 5)x - 2 \cdot 5^2 - 6 \cdot 5 - 3 = 0 \rightarrow$

$x^2 - 5x - 41 = 0 \rightarrow D = 5^2 + 4 \cdot 41 = 189$

$x_1 = \frac{5 - \sqrt{189}}{2}, x_2 = \frac{5 + \sqrt{189}}{2}$



На одной странице можно оформлять только одну задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.

☐☐☐☐☒☐☐

СТРАНИЦА
3 из 3

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

Предположим, что ^{процессия} последовательность возрастает

$$\text{тогда } a_6 = \frac{5 - \sqrt{29}}{2}, a_7 = \frac{5 + \sqrt{29}}{2}, a_5 = \frac{5 - \sqrt{189}}{2}$$

$$a_8 = \frac{5 + \sqrt{189}}{2}$$

$$\text{тогда } a_7 - a_6 = d \text{ (d - разность$$

$$\text{процессии)} = \sqrt{29}, a_8 - a_5 = 3d = \sqrt{189}$$

$$\text{тогда } \sqrt{29} \cdot 3 = \sqrt{189} \Leftrightarrow 29 \cdot 9 = 189 \rightarrow \text{нет}$$

→ таких a нет

Ответ: таких a нет

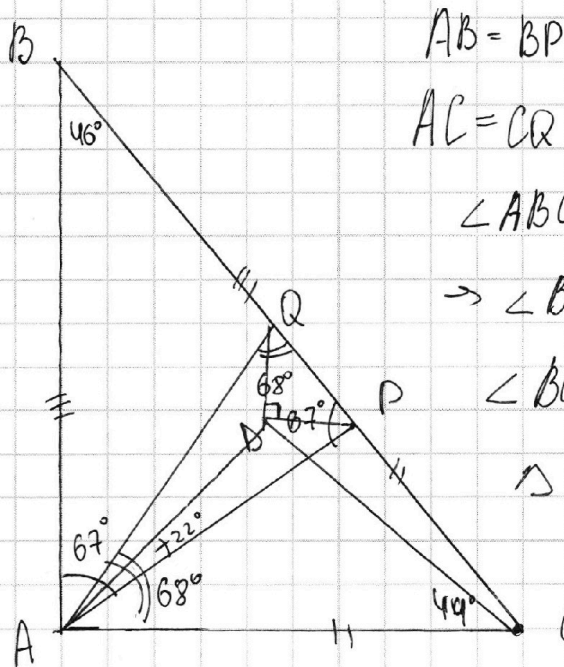


На одной странице можно оформлять только одну задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.

1 ☐ 2 ☐ 3 ☐ 4 ☐ 5 ☐ 6 ☐ 7 ☒

СТРАНИЦА
1 из 1

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!



$$AB = BP$$

$$AC = CQ$$

$$\angle ABC = 46^\circ, \triangle ABP - \text{равноб.}$$

$$\rightarrow \angle BAP = \angle BPA = \frac{180 - 46}{2} = 67^\circ$$

$$\angle BCA = 90^\circ - \angle ABC = 44^\circ$$

$$\triangle ACQ - \text{равноб.} \rightarrow$$

$$\angle QAC = \angle AQC = \frac{180 - 44}{2}$$

$$= 68^\circ$$

$$\angle BAC = 90^\circ = \angle BAP + \angle QAC - \angle QAP = 67^\circ + 68^\circ -$$

$$\angle QAP \rightarrow \angle QAP = 45^\circ. \text{ Заметим, что в } \triangle APQ$$

$$DP = DQ \text{ и } \angle QDP = 2\angle QAP \rightarrow D - \text{центр описанной окр-ти } \triangle APQ$$

(т.к. если у $\triangle APQ$ центр описанной окр-ти O , то $OP = OQ$ и $\angle QOP = 2\angle QAP \rightarrow O$ совпадает с D)

$$\rightarrow QD = DP = AD. \triangle DCA = \triangle DCP \text{ (} PC = AC, AD = DP$$

$$\text{и т.к. } \angle QAC = 68^\circ, \angle QAP = 45^\circ, \text{ то } \angle PAC =$$

$$23^\circ, \angle DPA = 67^\circ - 45^\circ \text{ (т.к. } \triangle DQP - \text{прямоугольный}$$

$$\text{и равноб.}, \text{ то } \angle QPD = 45^\circ) = 22^\circ, \text{ тогда } \angle DAP$$

$$= \angle DPA = 22^\circ \rightarrow \angle QAD = 23^\circ = \angle DAQ$$



На одной странице можно оформлять **только одну** задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.

1
☐

2
☐

3
☐

4
☐

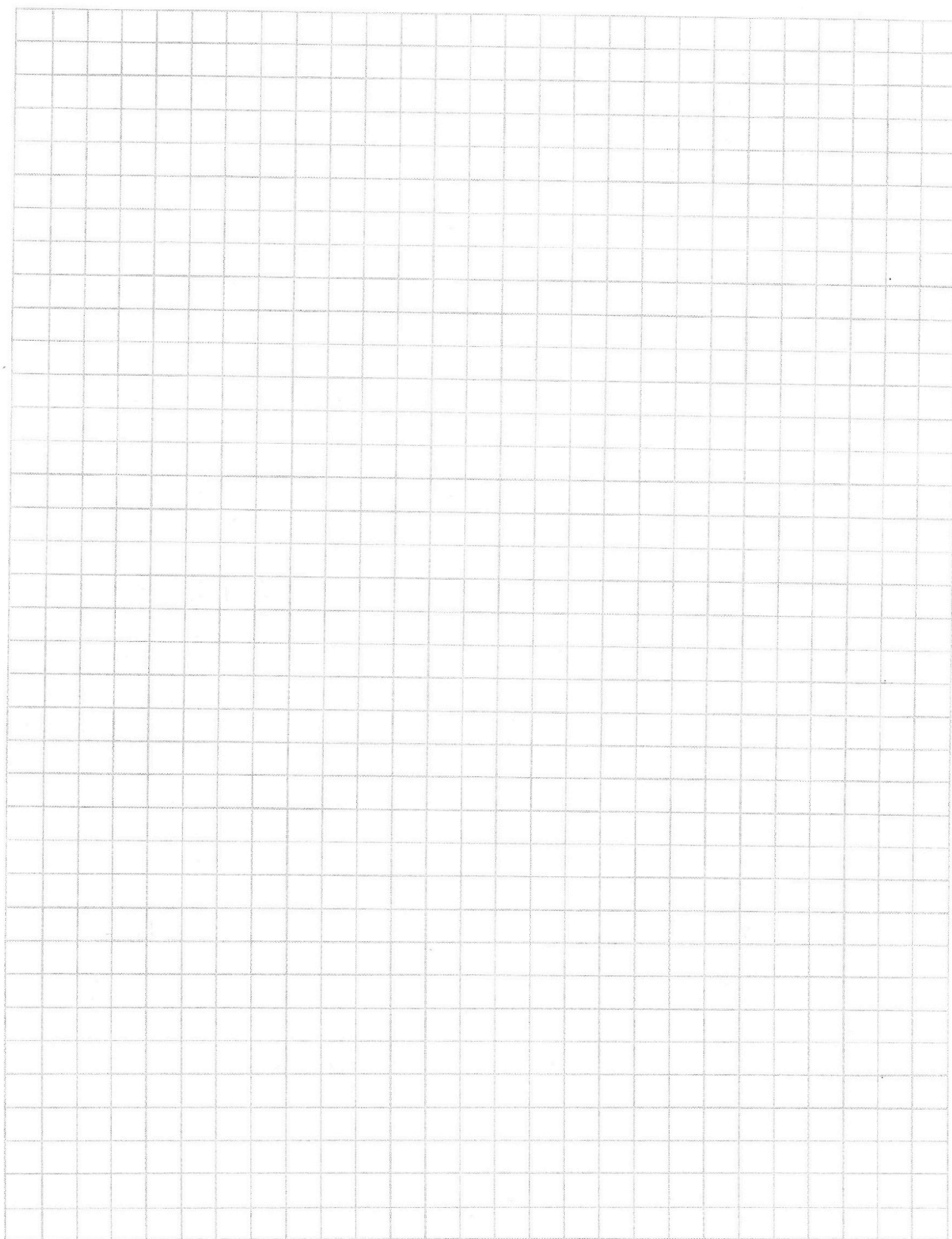
5
☐

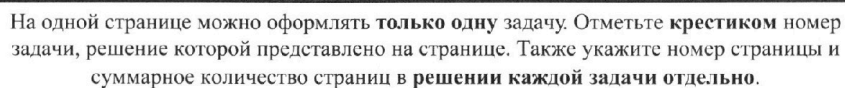
6
☐

7
☐

СТРАНИЦА
__ ИЗ __

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!



7

СТРАНИЦА
ИЗ

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

$$\rightarrow \underline{x < 6, y < 6, z < 6}$$

54

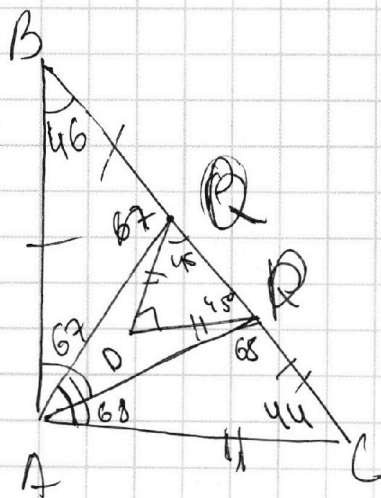
4) $x \leq 0, y \leq 0, z \leq 0$

$\angle DCB = ?$

$$\begin{array}{r} 180 \\ - 44 \\ \hline 136 \end{array}$$

$$\begin{array}{r} 180 \\ - 46 \\ \hline 134 \end{array}$$

$$90 - 46 = 44$$





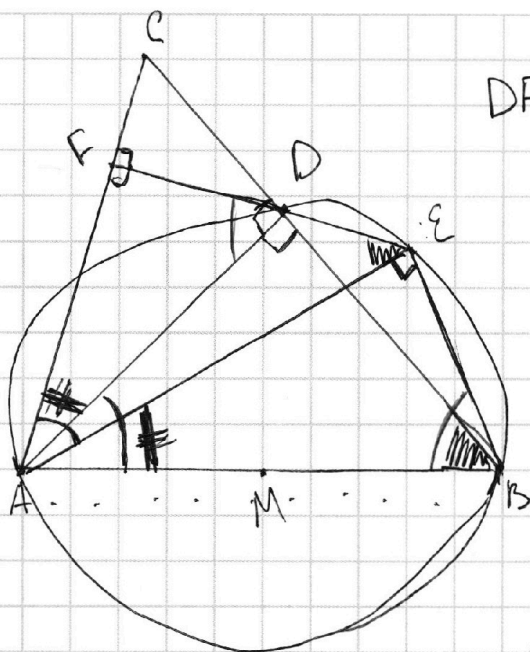
На одной странице можно оформлять **только одну** задачу. Отметьте **крестиком** номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в **решении каждой задачи отдельно**.

1 ☐ 2 ☐ 3 ☐ 4 ☐ 5 ☐ 6 ☐ 7 ☐

СТРАНИЦА
__ ИЗ __

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

27.



$$DF^2 = FC \cdot AC$$

$DF = ?$

$$AB = 10$$

$$AC = 20$$

$$BE = 9$$

$$AE = \sqrt{19}$$

$$\triangle FEA \sim \triangle ADB$$

$$\angle EAB = \angle CAD$$

$$\triangle AFD \sim \triangle AEB$$

$$FD = \sqrt{(20-x)(x)}$$

$$\frac{\sqrt{19}}{\cancel{AE} \cdot x} = \frac{9}{\sqrt{(20-x)x}} = \frac{10}{\sqrt{20-x+x^2}} \quad \frac{AE}{AF} = \frac{EB}{FD} = \frac{AB}{AD}$$

$$\frac{\sqrt{19}}{x} = \frac{9}{\sqrt{(20-x)x}} = \frac{10}{\sqrt{(20-x)x+x^2}} \quad \frac{81}{62}$$

$$\sqrt{19} \cdot \sqrt{(20-x)x} = x \cdot 9$$

$$19 \cdot (20-x)x = x^2 \cdot 81$$

$$19 \cdot (20x - x^2) = x^2 \cdot 81 \rightarrow 19 \cdot 20x - 19x^2 = 81x^2$$

$$19 \cdot 20x = 62x^2 \rightarrow 19 \cdot 20 = 62 \cdot x \rightarrow x = \frac{19 \cdot 20}{62}$$



На одной странице можно оформлять **только одну** задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.

1 2 3 4 5 6 7
☐ ☐ ☐ ☐ ☐ ☐ ☐

СТРАНИЦА
 ИЗ

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

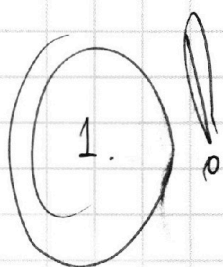
$$5. \quad x^2 - (a^2 - 4a)x + (a^2 - 6a + 4) = 0 \quad x_1 \quad x_2$$

$$5x^2 - (a^3 - 4a^2)x + (2a^3 - 6a - 15) = 0 \quad x_3 \quad x_4$$

$$1) \quad x^2 - (a^2 - 4a)x + (a^2 - 6a + 4) = 0$$

$$2) \quad 5x^2 - a(a^2 - 4a)x + (-2a^3 - 6a - 15) = 0$$

$$\Delta_1 = (a^2 - 4a)^2 - 4(a^2 - 6a + 4) = a^4 - 8a^3 + 16a^2 - 4a^2 + 24a - 16 = a^4 - 4a^3 + 12a^2 - 16a + 16$$



$$\begin{cases} xy = z(z-6) \\ yz = x(x-6) \\ xz = y(y-6) \end{cases}$$

$$\frac{xy}{yz} = \frac{z(z-6)}{x(x-6)} \quad \frac{x}{z} = \frac{z}{x} \cdot \frac{(z-6)}{(x-6)}$$

$$xyz = z^2(z-6) = x^2(x-6) = y^2(y-6)$$

1) $x > y > z$ 1) $x > 6, y > 6, z > 6$ $x^2(x-6) > y^2(y-6) > z^2(z-6)$
 2) если $x > 6, y > 6, z < 6$, то $x^2(x-6) > y^2(y-6) > z^2(z-6)$
 3) если $x > 6, y < 6, z < 6$ $\rightarrow x = y = z$
 4) если $x, y, z > 0$, то $x, y, z > 6$

5) $x < 6, y < 6, z < 6$ $\rightarrow x = y = z$

6) $x > 0, y < 0, z < 0$, то $xy > 0, z^2(z-6) > 0$

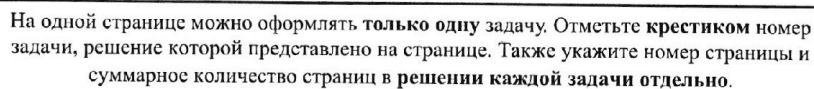
7) $x < 0, y < 0, z < 0$

8) $x > y > z$

9) $x^2 < y^2 < z^2$

10) $x > y$
 $x^2 > y^2$

11) $|x-6| < |y-6| < |z-6|$
 $|x-6| < |y-6|$



7

СТРАНИЦА
ИЗ

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

$$+36y - 6zx - 6x^2 - 6y^2 = 36.6 = 47.2$$

$$-xy - yz + 6y = zx + 6x + 6z + 36.6 = 0$$



На одной странице можно оформлять только одну задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.

1 ☐ 2 ☐ 3 ☐ 4 ☐ 5 ☐ 6 ☐ 7 ☐

СТРАНИЦА
__ ИЗ __

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

$$xyz = (x-6)(y-6)(z-6)$$

$$(x-6)(y-6) = xy - 6y - 6x + 36$$

$$(xy - 6y - 6x + 36)(z-6) = xyz - 6yz - 6xz + 36z - 6xy + 36y + 36x - 36 - 6$$

$$-yz - xz + 6z - xy + 6y + 6x - 36 = 0$$

$$6z + 6y + 6x = 36 + yz + xz + xy$$

$$6z + 6y + 6x = 36 + yz + xz + xy$$

$$6(z+x+y) = 36 + x^2 + y^2 + z^2$$

$$(x-6)^2 + (y-6)^2 + (z-6)^2$$

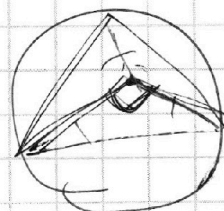
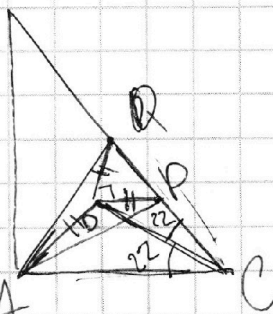
$$x^2 - 12x + 36 + y^2 - 12y + 36 + z^2 - 12z + 36$$

$$= z^2 + 6z - x^2 + 6x - y^2 + 6y + 6y + 6x + 6z - 36 = 0$$

$$z^2 - 12z + y^2 - 12y + x^2 - 12x - 36 = 0$$

$$\begin{array}{r} 300 \\ - 100 \\ \hline 200 \\ - 120 \\ \hline 80 \\ - 46 \\ \hline 134 \end{array}$$

$$\begin{array}{r} 3000 \\ - 1000 \\ \hline 2000 \\ - 1200 \\ \hline 800 \\ - 460 \\ \hline 1340 \end{array}$$



$$(9-h)h = (9-x)h = (9-z)h \Rightarrow z = 9-h$$



На одной странице можно оформлять только одну задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.

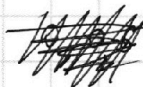
1 2 3 4 5 6 7

СТРАНИЦА
__ ИЗ __

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

1.

$$\begin{cases} xy = -6z + z^2 = z(z-6) \\ yz = -6x + x^2 = x(x-6) \\ xz = -6y + y^2 = y(y-6) \end{cases}$$



$$x, y, z \neq 0$$

$$\begin{aligned} xy &= z(z-6) \\ yz &= x(x-6) \\ xz &= y(y-6) \end{aligned}$$

$$x = y = z$$

пусть $x > 0, y > 0, z > 0$ $x > y > z$ $x > 0, y > 0, z > 0$

$$x^2 > y^2 > z^2$$

$$(x-6) > (y-6) > (z-6)$$

$$xy < 0 \quad z(z-6) > 0$$

пусть

$$x > 0, y > 0, z < 0$$

$$x > 0, y < 0, z < 0 \rightarrow \text{не может быть}$$

не может быть

$$x < 0, y < 0, z < 0$$

$$xy > 0 \quad z(z-6)$$

$$xz < 0 \quad y(y-6) < 0 \Rightarrow y < 6$$

$$yz < 0 \quad x(x-6) < 0 \Rightarrow x < 6$$

$$\begin{cases} xy = z(z-6) \\ yz = x(x-6) \\ xz = y(y-6) \end{cases}$$

$$x^2 \cdot (x-6) = z^2 \cdot (z-6)$$

$$\frac{x^2}{z^2} > 0 \quad \frac{x-6}{z-6} < 0$$

$$x < 6, y < 6, z < 0$$

$$x^2(x-6) = y^2(y-6)$$

$$x^2 > y^2$$

$$x-6 > y-6$$

$$\frac{x^2}{y^2} = \frac{y-6}{x-6}$$

$$x > y, x > 0, y > 0$$

$$z < 0$$



На одной странице можно оформлять **только одну** задачу. Отметьте **крестиком** номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в **решении каждой задачи отдельно**.

1 2 3 4 5 6 7

☐ ☐ ☐ ☐ ☐ ☐ ☐

СТРАНИЦА
__ ИЗ __

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

2. $\underbrace{9 \dots 9}_{2001} \quad n = 10^{2001} - 1$

$\underbrace{99}_2 = 10^2 - 1$

$\underbrace{999}_3 = 10^3 - 1$

$(a-b)^3 = (a-b)^2(a-b) = (a^2 - 2ab + b^2)(a-b) = a^3 - 2a^2b +$

$b^2a - a^2b + 2ab^2 - b^3 = a^3 - 3a^2b + 3ab^2 - b^3$

$\begin{array}{r} \times 99 \\ 99 \\ \hline 882 \end{array}$

$\begin{array}{r} \times 99 \\ 99 \\ \hline 882 \\ 8820 \\ \hline 9801 \end{array}$

$10^{6003} - 3 \cdot 10^{4002} + 3 \cdot 10^{2001} - 1$

$10^{6003} - 1 + 3 \cdot 10^{2001} (1 - 10^{2001})$

$10^{6003} - 1 - 3 \cdot 10^{2001} (10^{2001} - 1)$

$10^6 - 1 - 3 \cdot 10^2 (10^2 - 1)$

$\begin{array}{r} 999 \\ 6 \end{array}$

$9900 \times 3 = 29700$

$\begin{array}{r} \times 99 \\ 99 \\ \hline 88209 \\ 88209 \\ \hline 970299 \end{array}$

$\begin{array}{r} \times 99 \\ 3 \\ \hline 297 \end{array}$

$\begin{array}{r} \times 999 \\ 3 \\ \hline 2997 \end{array}$

$\begin{array}{r} 3 \cdot 10^{2001} - 1 \\ 3 \cdot (10^{2001} - 1) \\ = 29 \dots 9700 \dots 0 \\ \quad \quad \quad 2001 \end{array}$

$\begin{array}{r} 999999 \\ 29700 \\ \hline 970299 \end{array}$

$\begin{array}{r} 6003 \\ 9999 \dots 9 \\ 99929970 \dots 0 \\ \hline \quad \quad \quad 2001 \end{array}$

посчитать!



На одной странице можно оформлять **только одну** задачу. Отметьте **крестиком** номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в **решении каждой задачи отдельно**.

1 2 3 4 5 6 7
☐ ☐ ☐ ☐ ☐ ☐ ☐

СТРАНИЦА
__ ИЗ __

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

$$2. \quad h = 10^{20001} - 1 \quad h^3 = (10^{20001} - 1)^3 = 10^{60003} - 3 \cdot 10^{40002} + 3 \cdot 10^{20001} - 1$$

$$10^{60003} - 1 = \underbrace{9 \dots 9}_{60003}$$

$$3. \quad (10^{40002} - 10^{20001}) = 10^{20001} \cdot (10^{20001} - 1)$$

$$10^{20001} - 1 = \underbrace{9 \dots 9}_{20001} \quad 3 \cdot (10^{20001} - 1) =$$

$$3 \cdot 10^{20001} - 3 = \underbrace{29 \dots 97}_{20002}$$

$$\begin{array}{r} \underbrace{29 \dots 97}_{20002} \cdot 10^{20001} \\ - \underbrace{9 \dots 9}_{20001} \\ \hline \underbrace{299 \dots 70 \dots 0}_{20002} \end{array}$$

$$\begin{array}{r} 60003 \\ - 20002 \\ \hline 40001 \\ - 20001 \\ \hline 20000 \end{array}$$

2

$$\begin{array}{r} \underbrace{9 \dots 9}_{20000} \underbrace{9 \dots 9}_{20001} \\ - \underbrace{9 \dots 9}_{20001} \\ \hline \end{array}$$

$$\begin{array}{r} \underbrace{9 \dots 9}_{20001} \underbrace{9 \dots 9}_{20002} \\ - \underbrace{299 \dots 70 \dots 0}_{20002} \\ \hline \end{array}$$



На одной странице можно оформлять **только одну** задачу. Отметьте **крестиком** номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в **решении каждой задачи отдельно**.

1 ☐ 2 ☐ 3 ☐ 4 ☐ 5 ☐ 6 ☐ 7 ☐

СТРАНИЦА
__ ИЗ __

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

$$a_5 + a_8 = a_6 + a_7$$

$$x_1 + x_2 = \frac{-6}{a}$$

Сумма корней по i. Виета?

$$5x^2 - 5(5^2 - 4 \cdot 5)$$

$$\frac{a^2 - 4a}{5} \equiv \frac{a(a^2 - 4a)}{5} \rightarrow \frac{a}{5}$$

$$\rightarrow \Delta = 5(a^2 - 4a) = a(a^2 - 4a)$$

$$\left\{ \begin{array}{l} a=5 \\ a^2 - 4a = 0 \end{array} \right. \Rightarrow a(a-4) = 0 \rightarrow \begin{array}{l} a=0 \\ a=4 \end{array}$$

$$\left\{ \begin{array}{l} a=5 \\ a=0 \\ a=4 \end{array} \right.$$

64

$$\begin{array}{r} 104 \\ -15 \\ \hline 89 \end{array}$$

если $a=5$

$$x^2 + 4 = 0 \rightarrow \text{корней нет}$$

-2 если $a=4$

$$x^2 + 4^2 - 6 \cdot 4 + 4 = 0$$

$$-2 - \sqrt{\frac{89}{5}} \pm \sqrt{\frac{89}{5}} \cdot 2$$

$$x^2 + 16 - 24 + 4 = 0$$

$$x^2 - 4 = 0 \rightarrow \begin{array}{l} x_1 = 2 \\ x_2 = 2 \end{array}$$

$$5x^2 - \cancel{15} \cdot 2 \cdot 4^2 - 6 \cdot 4 + 15 = 0$$

$$x^2 = \frac{89}{5}$$

$$128 - 24 - 15 = 89$$

$$5x^2 - 89 = 0 \rightarrow \cancel{15} = 15$$

$$x = \pm \sqrt{\frac{89}{5}}$$



На одной странице можно оформлять только одну задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.

1 2 3 4 5 6 7
☐ ☐ ☐ ☐ ☐ ☐ ☐

СТРАНИЦА
 _ ИЗ _

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

$$x^2 - (5^2 - 4 \cdot 5)x + 5^2 - 6 \cdot 5 + 4 = 0$$

$$x^2 - 5x - 1 = 0$$

$$D = 25 + 4 \cdot 1 = 29$$

$$x_{1,2} = \frac{5 \pm \sqrt{29}}{2}$$

$$= \sqrt{29}$$

$$5x^2 - 5(5^2 - 4 \cdot 5)x - 2 \cdot 5^3 - 6 \cdot 5 - 15 = 0$$

$$x^2 - (5^2 - 4 \cdot 5)x - 2 \cdot 5^2 - 6 - 3 = 0$$

$$D = 5^2 + 4 \cdot 4 = 41$$

$$x_{1,2} = \frac{5 \pm \sqrt{41}}{2}$$

$$\sqrt{186} = 4\sqrt{29}$$

$$189/29$$

$$\sqrt{29}$$

$$\sqrt{189} = 3\sqrt{21}$$

$$\sqrt{189} = 3$$

$$2^3 = 64$$

$$\begin{array}{r} 50 \\ - 6 \\ \hline 44 \end{array}$$

$$\begin{array}{r} 44 \\ - 3 \\ \hline 41 \end{array}$$

$$128 + 24 + 15 = 167$$

$$10 = 10 - 5 \cdot 2$$

$$\begin{array}{r} 44 \\ + 25 \\ \hline 169 \end{array}$$



На одной странице можно оформлять только одну задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.

1 2 3 4 5 6 7
☐ ☐ ☐ ☐ ☐ ☐ ☐

СТРАНИЦА
__ ИЗ __

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

$$x^2 + 4 = 0 \rightarrow \text{нет корней}$$

$$x^2 + 4^2 - 6 \cdot 4 + 4 = 0 \rightarrow x^2 - 4$$

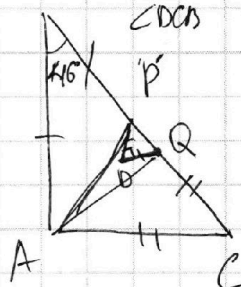
$$5x^2 - 2 \cdot 4^3 - 6 \cdot 4 - 15 = 5x^2 - 167 = 0 \rightarrow$$

$$-128 - 24 - 15$$

$$5x^2 = 167 \rightarrow x = \pm \sqrt{\frac{167}{5}}$$

$$AB = BP$$

B



$$\begin{array}{r} 186 \overline{) 16} \\ 31 \end{array}$$

$$\begin{array}{r} 128 \\ + 24 \\ \hline 152 \\ + 15 \\ \hline 167 \end{array}$$

$$-2 - \sqrt{\frac{167}{5}} \quad \sqrt{\frac{167}{5}} \quad 2$$

$$\sqrt{\frac{167}{5}} \quad 2 \quad 167 \quad 20 \quad 2$$

$$- \sqrt{\frac{167}{5}} \quad -2 \quad 2 \quad \sqrt{\frac{167}{5}}$$

↑
неправда

$$-124$$

$$x^2 - (5^2 - 4 \cdot 5) x + 5^2 - 6 \cdot 5 + 4 =$$

$$x^2 - 5x - 1 = 0 \rightarrow (x-3)(x-2)$$

$$\begin{array}{r} 41 \\ \times 4 \\ \hline 164 \\ + 25 \\ \hline 186 \end{array}$$

$$D = 25 + 4 \cdot 1 = 29$$

$$x_1 = \frac{5 - \sqrt{29}}{2}$$

$$x_2 = \frac{5 + \sqrt{29}}{2}$$

$$x^2 - 5x - 410$$

$$D = 25 + 4 \cdot 41$$

$$\sqrt{1861}$$

$$5x^2 - 5 \cdot 5x - 2 \cdot 5^3 - 6 \cdot 5 - 15 = 0$$

$$5x^2 - 25x - 5(2 \cdot 5^2 - 6 - 3) = 0$$