



МОСКОВСКИЙ
ФИЗИКО-ТЕХНИЧЕСКИЙ
ИНСТИТУТ

ОЛИМПИАДА "ФИЗТЕХ"
ПО МАТЕМАТИКЕ

10 КЛАСС. Вариант 7



1. [4 балла] Ненулевые числа x, y, z удовлетворяют системе уравнений

$$\begin{cases} xy = 4z + z^2, \\ yz = 4x + x^2, \\ zx = 4y + y^2. \end{cases}$$

Найдите все возможные значения выражения $(x+4)^2 + (y+4)^2 + (z+4)^2$, если известно, что система имеет хотя бы одно решение в ненулевых числах.

2. [2 балла] Десятичная запись натурального числа n состоит из 25 000 девяток. Сколько девяток содержит десятичная запись числа n^3 ?
3. [5 баллов] Окружность ω с диаметром AB пересекает сторону BC остроугольного треугольника ABC в точке D . Точка F выбрана на отрезке AC так, что $DF \perp AC$, а E — точка пересечения отрезка DF с окружностью ω , отличная от D . Найдите AF , если $AC = 20$, $AB = 15$, $BE = 10$.
4. [4 балла] В теленгре ведущий берет несколько коробок и ровно в три из них кладет по одному шарику. Игрок может указать на пять коробок и открыть их. Если в этих коробках лежат все три шарика, то игрок выигрывает. Игроку разрешили открыть восемь коробок. Во сколько раз увеличилась вероятность выигрыша игрока?
5. [5 баллов] Найдите все значения параметра a , при которых корни уравнения $x^2 - (a^2 - a)x + \frac{2-a^3}{3} = 0$ являются четвертым и пятым членами некоторой непостоянной арифметической прогрессии, а корни уравнения $2x^2 - (a^3 - a^2)x - 2a^6 - 8a - 4 = 0$ являются вторым и седьмым членами этой прогрессии.
6. [5 баллов] На координатной плоскости построена фигура Φ , состоящая из всех точек, координаты $(x; y)$ которых удовлетворяют неравенству $\left|y - 15 + \frac{x}{6\sqrt{3}}\right| + \left|y - 15 - \frac{x}{6\sqrt{3}}\right| \leqslant 6$. Фигуру Φ непрерывно повернули вокруг начала координат на угол π по часовой стрелке. Найдите площадь множества M , которое замела фигура Φ при этом повороте.
7. [6 баллов] На гипotenузе BC прямоугольного треугольника ABC выбраны точки P и Q так, что $AB = BP$, $AC = CQ$. Внутри треугольника ABC выбрана точка D , для которой $DP = DQ$, а $\angle PDQ = 90^\circ$. Найдите $\angle DCB$, если известно, что $\angle DBC = 35^\circ$.

На одной странице можно оформлять **только одну** задачу. Отметьте **крестиком** номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в **решении каждой задачи отдельно**.



- | | | | | | | |
|-------------------------------------|--------------------------|--------------------------|--------------------------|--------------------------|--------------------------|--------------------------|
| 1 | 2 | 3 | 4 | 5 | 6 | 7 |
| <input checked="" type="checkbox"/> | <input type="checkbox"/> |

СТРАНИЦА
1 из 1

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по **каждой из задач** нумеруются **отдельно**. Порча QR-кода недопустима!

$$\begin{cases} XY = 4x + z^2 \\ YZ = 4y + x^2 \\ XZ = 4z + y^2 \end{cases}$$

$$XY - YZ = 4x + z^2 - 4y - x^2 \Rightarrow y(x-z) = 4(z-x) + (z-x)$$

$$\Rightarrow (z+x) = (z-x)(x+y+z+y) = 0 \Rightarrow \begin{cases} z = x \\ x+y+z+y = 0 \end{cases}$$

Задача решена методом полного вынесения за скобки

$$x+y+z+y = 0, \text{ т.к.}$$

$$(x+y)^2 + (y+z)^2 + (z+x)^2 = \cancel{xy+yz+xz} - x^2 + 4x + y^2 + 4y + z^2 + 4z +$$

$$+ 4(x+y+z) + 48 = xy + yz + xz + (-16) + 48 = xy + yz + xz + 32 =$$

$$= x^2 + y^2 + z^2 + 4(x+y+z) + 32 = x^2 + y^2 + z^2 - 16 + 32 = x^2 + y^2 + z^2 +$$

$$+ 16 = A$$

$$x^2 + y^2 + z^2 = (x+y+z)^2 - 2(xy + yz + xz) = 16 - 2(x^2 + y^2 + z^2 + 4)$$

$$(x+y+z)^2 = 16 - 2(x^2 + y^2 + z^2) + 32 \Rightarrow x^2 + y^2 + z^2 = 16 \Rightarrow A =$$

$$= 16 + 16 = 32$$

Если же $x = z \Rightarrow$

$$\begin{cases} XY = 4x + x^2 \\ YZ = 4y + x^2 \\ XZ = 4z + y^2 \end{cases}$$

$$X(y-x) = 4(x-y) + (x-y)(x+y)$$

$$(x-y)(y+x+y+x) = 0$$

$$\begin{cases} x = y \\ 2x+y = -4 \end{cases}$$

если это возможно

Если $x = y = z \Rightarrow x^2 = 4x + x^2 \Rightarrow 4x = 0 \Rightarrow x = 0 \Rightarrow y = z = 0$

тогда не можем подставить $\Rightarrow \cancel{x=y} 2x+y = -4$

$$2(x+y)^2 + (y+z)^2 = 32, \text{ аналогично т. к. мы будем } \Rightarrow z$$

значением из X и получим 1 строкой

Ответ: 32.



На одной странице можно оформлять **только одну** задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в **решении каждой задачи отдельно**.

- | | | | | | | |
|--------------------------|-------------------------------------|--------------------------|--------------------------|--------------------------|--------------------------|--------------------------|
| 1 | 2 | 3 | 4 | 5 | 6 | 7 |
| <input type="checkbox"/> | <input checked="" type="checkbox"/> | <input type="checkbox"/> |

СТРАНИЦА
1 ИЗ 1

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

$$n = \underbrace{9 \dots 9}_{25000} = 10^{25000} - 1; n^3 = (10^{25000} - 1)^3 = 10^{75000} - 1 - 3 \cdot 10^{5000} +$$

+ 3.10²⁵⁰⁰⁰

$$10^{25000} - 3 \cdot 10^{50000} = \underbrace{9 \dots 9}_{\cancel{3}} \underbrace{70 \dots 0}_{50000}$$

$$\begin{array}{r} -10\ldots 0\ldots 0 \\ \hline 30\ldots 0 \\ \hline 20970\ldots 0 \end{array}$$

$$\begin{array}{r} \cancel{9\dots} \cancel{970\dots} 0 \\ \cancel{24999} \\ + 3 \cdot 10^{\cancel{25000}} \\ \hline \cancel{9\dots} \cancel{970\dots} 030\dots 0 \end{array}$$

$$\underbrace{9 \dots 9}_{24999} \underbrace{70 \dots 0}_{24999} \underbrace{30 \dots 0}_{25000} - 1 = \underbrace{9 \dots 9}_{24999} \underbrace{70 \dots 0}_{24999} \underbrace{29 \dots 9}_{25000}$$

Unser Gebet 9999

Ombem: 99999.

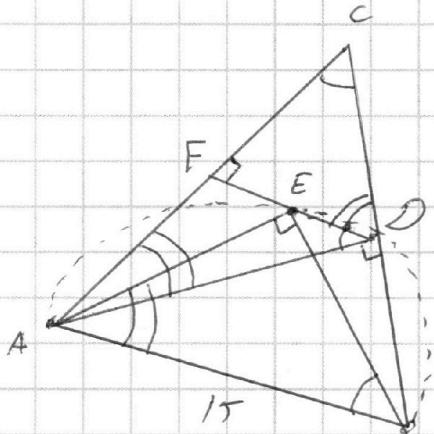
На одной странице можно оформлять **только одну** задачу. Отметьте **крестиком** номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в **решении каждой задачи отдельно**.



- | | | | | | | |
|--------------------------|--------------------------|-------------------------------------|--------------------------|--------------------------|--------------------------|--------------------------|
| <input type="checkbox"/> | <input type="checkbox"/> | <input checked="" type="checkbox"/> | <input type="checkbox"/> | <input type="checkbox"/> | <input type="checkbox"/> | <input type="checkbox"/> |
|--------------------------|--------------------------|-------------------------------------|--------------------------|--------------------------|--------------------------|--------------------------|

СТРАНИЦА
1 из 1

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач **нумеруются отдельно**. Порча QR-кода недопустима!



1. Пл. к. ~~6~~ W. AB - диаметр, то
 $\angle AEB = \angle ADB = 90^\circ$ (внеш. угол, тупой
угол на диаметре) \Rightarrow 10 м. бисс.

$$\text{Раз: } AE = \sqrt{AB^2 - BE^2} = \sqrt{225 - 100} = 5\sqrt{5}$$

2. $\angle ABE = l \Rightarrow$ 10 м. о. Σ умнож

$$O - \text{ко. } \angle EAB = 90^\circ - l$$

$$\cos l = \frac{BE}{AB} = \frac{10}{15} = \frac{2}{3} \xrightarrow{\text{мн. } l < 90^\circ} \sin l = \sqrt{1 - \cos^2 l} = \sqrt{\frac{5}{9}} = \frac{\sqrt{5}}{3}$$

$$AE \perp DB - \text{внеш. тупой-ко. мн. диаметр } \in W \xrightarrow{\cos l = \frac{2}{3}} \sin l = \cos(90^\circ - l)$$

$$\angle EBA = \angle EDA \text{ по cb-by внеш. тупой-ко. } AEDB \xrightarrow{\cos l = \sin(90^\circ - l)}$$

$$\Rightarrow \angle EDA = \angle FDA = l : \text{ по cb-by внеш. тупой-ко. } AEDB \Rightarrow$$

$$\angle EAD = 180^\circ - \angle EDB = \angle FDC = \cancel{90^\circ - l} \Rightarrow \angle FDC = 90^\circ - l$$

$$\text{Площадь } \Sigma \text{ умнож } O - \text{ко. } \angle FCD = 90^\circ - \angle FDC = 90^\circ - (90^\circ - l) = l$$

$$\Rightarrow \angle CAD = 90^\circ - \angle ACD = 90^\circ - l \Rightarrow \triangle AEB \sim \triangle ACD \text{ по}$$

гипотенузам ($\angle EAB \approx \angle CAD$, $\angle EBA = \angle ACD$) \Rightarrow

$$\Rightarrow \frac{AE}{AD} = \frac{AB}{AC} = \frac{EB}{CD} = \frac{15}{20} = \frac{3}{4} = \frac{10}{CD} \Rightarrow CD = \frac{40}{3}, AD = \frac{4}{3}, AE =$$

$$= \frac{4}{3} \cdot 5\sqrt{5} = \frac{20\sqrt{5}}{3}. \quad \sin \angle FDA = \sin l = \frac{\sqrt{5}}{3} = \frac{AF}{AD} \Rightarrow$$

$$\Rightarrow AF = \frac{\sqrt{5}}{3} \cdot \frac{20\sqrt{5}}{3} = \frac{100}{9}$$

Ответ: $\frac{100}{9}$

На одной странице можно оформлять **только одну** задачу. Отметьте **крестиком** номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.



- | | | | | | | |
|--------------------------|--------------------------|--------------------------|-------------------------------------|--------------------------|--------------------------|--------------------------|
| <input type="checkbox"/> | <input type="checkbox"/> | <input type="checkbox"/> | <input checked="" type="checkbox"/> | <input type="checkbox"/> | <input type="checkbox"/> | <input type="checkbox"/> |
|--------------------------|--------------------------|--------------------------|-------------------------------------|--------------------------|--------------------------|--------------------------|

СТРАНИЦА
1 из 1

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

Давайте считать вероятность через отнесение всех благоприятных исходов к общему числу всех исходов.

1) Когда мы выбираем 5 коробок ~~из n~~ из n коробок n . Тогда способов выбрать 5 коробок из n : C_n^5 . Погашаем чистых благоприятных исходов, т.е. когда среди этих 5 коробок: 3 с маркиами. Когда такое происходит, то у нас 3 коробки с марками, & оставшиеся 2 коробки пустые. Добавим когда задействует или 3 коробки с марками и оставляет какие-то 2 из оставшихся, ~~оставшихся~~ ($n-3$) коробки, способов можно сделать: $C_{n-3}^2 \Rightarrow P(6 \text{ коробках, есть } 3 \text{ с марками}) = \frac{C_{n-3}^2}{C_n^5}$

2) Когда мы выбрали 3 коробки, то способов выбрать их: C_n^3 . Число благоприятных исходов будем считать в аналогии с 1 и в первом случае: ~~если задействует 3 коробки, и тогда есть еще выбор 5 коробок из ($n-3$) оставшихся. Способов такое сделано:~~ $C_{n-3}^5 \Rightarrow$ число вер-кн =

$$\frac{C_{n-3}^5}{C_n^3}$$

Однако в задаче такое отнесение: $\frac{n \cdot (n-1) \cdot 2!}{5! \cdot (n-3)(n-4)} = \frac{(n-5) \cdot (n-7) \cdot 8 \cdot 7 \cdot 6 \cdot 2}{5! \cdot (n-5) \cdot (n-7)} = \frac{C_n^5 \cdot C_7^5}{C_{n-3}^2} = \frac{(n-3) \dots (n-7) \cdot 8!}{5! \cdot 7 \cdot 6 \cdot 5! \cdot (n-3) \dots (n-7)}$

Ответ: 5,6 раз

I-



На одной странице можно оформлять только одну задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.

- | | | | | | | |
|--------------------------|--------------------------|--------------------------|--------------------------|-------------------------------------|--------------------------|--------------------------|
| <input type="checkbox"/> | <input type="checkbox"/> | <input type="checkbox"/> | <input type="checkbox"/> | <input checked="" type="checkbox"/> | <input type="checkbox"/> | <input type="checkbox"/> |
|--------------------------|--------------------------|--------------------------|--------------------------|-------------------------------------|--------------------------|--------------------------|

СТРАНИЦА
1 из 2

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

Будем первым членом арифметической прогрессии: b_1 и шаг $d \Rightarrow$

$$\Rightarrow \text{составим для первого уравнение: } b_1 + 3d + 4d = \alpha^2 - \alpha$$

$$\text{Для 2 уравнения: } \begin{cases} 2b_1 + d + 6d = \alpha^3 - \alpha^2 \\ (b_1 + 3d)(b_1 + 4d) = \frac{\alpha^3 - \alpha^2}{3} \end{cases}$$

$$2b_1 + 7d = \frac{\alpha^3 - \alpha^2}{2} = \alpha^2 - \alpha \Rightarrow \alpha^3 - \alpha^2 = 2\alpha^2 - 2\alpha \Rightarrow$$

$$\Rightarrow \alpha^3 - 3\alpha^2 + 2\alpha = 0 \Rightarrow \alpha(\alpha - 2)(\alpha - 1) = 0$$

$$\begin{cases} \alpha = 0 \\ \alpha = 1 \\ \alpha = 2 \end{cases}$$

$$\alpha = 0 \Rightarrow \begin{cases} b_1^2 + 7b_1d + 12d^2 = \frac{2}{3} \\ 2b_1 + 7d = 0 \end{cases} \quad b_1 = -\frac{7d}{2}$$

$$\frac{49d^2}{4} - \frac{49d^2}{2} + 12d^2 = \frac{2}{3} \Rightarrow 12d^2 - \frac{49d^2}{4} = \frac{2}{3} = -\frac{1}{4}d^2 =$$

$$=\frac{2}{3} \Rightarrow d^2 = -\frac{8}{3} \quad \text{D ик. } d^2 > 0$$

$$\alpha = 1 \Rightarrow \begin{cases} b_1^2 + 7b_1d + 12d^2 = \frac{1}{3} \\ 2b_1 + 7d = 0 \end{cases} \quad \text{может не иметь реш., т.к.} \\ \text{одинаковые значения } -\frac{1}{4}d^2 \leq \frac{1}{3}$$

$$\alpha = 2 \Rightarrow \begin{cases} 2b_1 + 7d = 2 \\ b_1^2 + 7b_1d + 12d^2 = -2 \end{cases} \quad b_1 = 1 - \frac{7}{2}d \\ (1 - \frac{7}{2}d)^2 + 7(1 - \frac{7}{2}d)d +$$

$$+ 12d^2 = -2 = 1 + \frac{49}{4}d^2 - 7d + 7d - \frac{49}{2}d^2 + 12d^2 = 0$$

$$\approx -\frac{d^2}{4} + 1 = -2 \Rightarrow -\frac{d^2}{4} = -3 \Rightarrow d^2 = 12 \Rightarrow \begin{cases} d = \sqrt{12} \\ d = -\sqrt{12} \end{cases}$$



На одной странице можно оформлять только одну задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.

1

2

3

4

5

6

7

СТРАНИЦА
2 ИЗ 2

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

$$d = \sqrt{12} = 2\sqrt{3} \Rightarrow b_1 = 1 - \frac{3}{2}d = 1 - 2\sqrt{3}$$

$$d = -\sqrt{12} = -2\sqrt{3} \Rightarrow b_1 = 1 - \frac{3}{2}d = 1 + 2\sqrt{3}$$

Ответ: 2

На одной странице можно оформлять **только одну** задачу. Отметьте **крестиком** номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в **решении каждой задачи отдельно**.



- | | | | | | | |
|--------------------------|--------------------------|--------------------------|--------------------------|--------------------------|-------------------------------------|--------------------------|
| <input type="checkbox"/> | <input checked="" type="checkbox"/> | <input type="checkbox"/> |
|--------------------------|--------------------------|--------------------------|--------------------------|--------------------------|-------------------------------------|--------------------------|

СТРАНИЦА
1 из 2

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач **нумеруются отдельно**. Порча QR-кода недопустима!

$$|y - 15 + \frac{x}{6\sqrt{3}}| + |y - 15 - \frac{x}{6\sqrt{3}}| \leq 6. (1)$$

$$\text{I. } x \geq 0 \Rightarrow -\frac{x}{6\sqrt{3}} < \frac{x}{6\sqrt{3}} \Rightarrow (1) = \begin{cases} y - 15 + \frac{x}{6\sqrt{3}} + y - 15 - \frac{x}{6\sqrt{3}} \leq 6, y - 15 \geq \\ \geq \frac{x}{6\sqrt{3}} \end{cases}$$

$$y - 15 + \frac{x}{6\sqrt{3}} - y + 15 + \frac{x}{6\sqrt{3}} \leq 6,$$

$$-\frac{x}{6\sqrt{3}} \leq y - 15 \leq$$

$$\leq \frac{x}{6\sqrt{3}}$$

вторая

$$15 - y - \frac{x}{6\sqrt{3}} - y + 15 + \frac{x}{6\sqrt{3}} \leq 6, y < -\frac{x}{6\sqrt{3}}$$

$$-30 \leq 6, y \geq \frac{x}{6\sqrt{3}} + 15$$

$$\frac{2x}{6\sqrt{3}} \leq 6, \frac{-x}{6\sqrt{3}} \leq y \leq \frac{x}{6\sqrt{3}} + 15 \Rightarrow$$

$$30 \leq 6, y \leq -\frac{x}{6\sqrt{3}} + 15$$

$$\text{II. } x < 0 \Rightarrow \frac{x}{6\sqrt{3}} < -\frac{x}{6\sqrt{3}} \Rightarrow (1) = \begin{cases} y - 15 + \frac{x}{6\sqrt{3}} + y - 15 - \frac{x}{6\sqrt{3}} \leq 6, y \geq -\frac{x}{6\sqrt{3}} + 15 \\ 15 - y - \frac{x}{6\sqrt{3}} + y - 15 - \frac{x}{6\sqrt{3}} \leq 6, \frac{x}{6\sqrt{3}} + 15 \leq y \leq -\frac{x}{6\sqrt{3}} + 15 \end{cases}$$

Вторая

$$-30 \leq 6, y \geq -\frac{x}{6\sqrt{3}} + 15$$

$$-\frac{2x}{6\sqrt{3}} \leq 6, \frac{x}{6\sqrt{3}} + 15 \leq y \leq -\frac{x}{6\sqrt{3}} + 15$$

$$30 \leq 6, y \leq -\frac{x}{6\sqrt{3}} + 15$$

$$(1) (=) \begin{cases} y \geq \frac{x}{6\sqrt{3}} + 15, x \geq 0 \\ 0 \leq x \leq 18\sqrt{3}; -\frac{x}{6\sqrt{3}} + 15 \leq y \leq \frac{x}{6\sqrt{3}} + 15 \end{cases}$$

$$\begin{cases} y \geq -\frac{x}{6\sqrt{3}} + 15, x \leq 0 \\ 0 \geq x \geq -18\sqrt{3}, \frac{x}{6\sqrt{3}} + 15 \leq y \leq -\frac{x}{6\sqrt{3}} + 15 \end{cases}$$

На одной странице можно оформлять **только одну** задачу. Отметьте **крестиком** номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в **решении каждой задачи отдельно**.

- | | | | | | | |
|--------------------------|--------------------------|--------------------------|--------------------------|--------------------------|-------------------------------------|--------------------------|
| <input type="checkbox"/> | <input checked="" type="checkbox"/> | <input type="checkbox"/> |
|--------------------------|--------------------------|--------------------------|--------------------------|--------------------------|-------------------------------------|--------------------------|

СТРАНИЦА
2 ИЗ 2

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по **каждой из задач** нумеруются **отдельно**. Порча QR-кода недопустима!

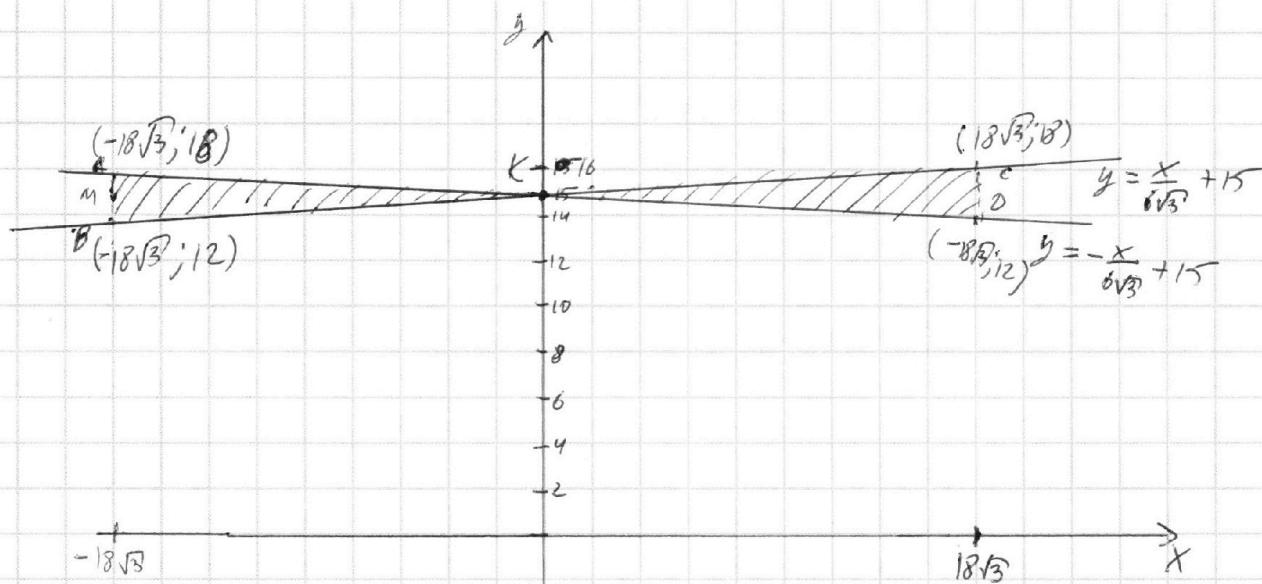


рисунок градусов
уничтожен

$$y = \frac{x}{6\sqrt{3}} + 15$$

$$y(18\sqrt{3}) = 3 + 15 = 18$$

$$y(-18\sqrt{3}) = -3 + 15 = 12$$

$$y = -\frac{x}{6\sqrt{3}} + 15$$

$$y(18\sqrt{3}) = -3 + 15 = 12$$

$$y(-18\sqrt{3}) = 3 + 15 = 18$$

Углы повернутые вокруг оси π , между которыми находится фигура Φ симметричны относительно этого угла. Тогда фигура Φ симметрична относительно оси Δ -типа, а не α -типа.

Найдем радиусы окружностей. Угол $\angle AKB$ определяется из координат вершин A и B : $(-18\sqrt{3}; 15)$ и $(18\sqrt{3}; 15)$. Тогда $\cos \angle AKB = \frac{981+981-36}{2 \cdot 981} = \frac{926}{981} = \frac{463}{490}$.

$$\sin \angle AKB = \sqrt{1 - \left(\frac{463}{490}\right)^2} = \sqrt{\frac{3249}{2401}} = \frac{54\sqrt{3}}{49}$$

$$S_{AKB} = \frac{1}{2} \cdot 18\sqrt{3} \cdot 18\sqrt{3} \cdot \frac{54\sqrt{3}}{49} = \frac{6 \cdot 18\sqrt{3}}{2} \cdot 54\sqrt{3} = 54\sqrt{3} \cdot 54\sqrt{3} = 2916 \cdot 3 = 8748$$

$$S_{\text{внешней}} = 981\pi - 8748$$

$$\text{Ответ: } 981\pi - 8748$$

На одной странице можно оформлять **только одну** задачу. Отметьте **крестиком** номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в **решении каждой задачи отдельно**.

- | | | | | | | |
|----------------------------|----------------------------|----------------------------|----------------------------|----------------------------|----------------------------|----------------------------|
| <input type="checkbox"/> 1 | <input type="checkbox"/> 2 | <input type="checkbox"/> 3 | <input type="checkbox"/> 4 | <input type="checkbox"/> 5 | <input type="checkbox"/> 6 | <input type="checkbox"/> 7 |
|----------------------------|----------------------------|----------------------------|----------------------------|----------------------------|----------------------------|----------------------------|

СТРАНИЦА
ИЗ

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по **каждой из задач** нумеруются **отдельно**. Порча QR-кода недопустима!

$$= \frac{(n^2 - n)(n-5)(n-6)(n-7)8 \cdot 7 \cdot 6 \cdot 2}{5! (n-5)(n-6)(n-7)} = \frac{8 \cdot 7 \cdot 6 \cdot 2}{5 \cdot 4 \cdot 3 \cdot 2} = \frac{8 \cdot 7 \cdot 2}{5 \cdot 4 \cdot 2} = \frac{4 \cdot 7}{5} = \frac{28}{5} =$$

$$= 5\frac{3}{5} = 5,6 \text{ кг}$$

$$5. x^2 - (\alpha^2 - \alpha)x + \frac{\alpha^2 - \alpha^3}{3} = 0 \quad D = \alpha^4 + \alpha^2 - 2\alpha^3 - \frac{8}{3} + \frac{4}{3}\alpha^3 = \alpha^4 + \alpha^2 - \frac{2}{3}\alpha^3 - \frac{8}{3}$$

$$2x^2 - (\alpha^3 - \alpha^2)x - 2\alpha^6 - 8\alpha - 4 = 0$$

$$\begin{cases} 2b_1 + 3d + 4d = \alpha^2 - \alpha \\ (b_1 + 3d)(b_1 + 4d) = \frac{\alpha^2 - \alpha^3}{3} \end{cases} \quad \begin{cases} 2b_1 + 5d = \alpha^2 - \alpha \\ b_1^2 + 12d^2 + 7db_1 = \frac{\alpha^2 - \alpha^3}{3} \end{cases} \quad b_1 = \frac{\alpha^2 - \alpha - 5d}{2}$$

$$3b_1^2 + 36d^2 + 21db_1 =$$

$$= 2 - \alpha^3 \quad 3 \cdot \frac{(\alpha^2 - \alpha - 5d)^2}{4} + 36d^2 + \frac{21d(\alpha^2 - \alpha - 5d)}{2} = 2 - \alpha^3$$

$$3(\alpha^2 - \alpha - 5d)^2 + 36d^2 + 21d(\alpha^2 - \alpha - 5d) = 8 - 2\alpha^3$$

$$3\alpha^4 + 3\alpha^2 + 25d^2 - 6\alpha^3 - 30\alpha^2d + 30\alpha d + 144d^2 + 42d\alpha^2 - 42d\alpha + 210d^2 = 8 - 2\alpha^3$$

$$\begin{cases} 2b_1 + d + 6d = \frac{\alpha^2 - \alpha}{2} \\ (b_1 + d)(b_1 + 6d) = -\alpha^6 - 9\alpha - 2 \end{cases} \quad \alpha^2 - \alpha = \frac{\alpha^3 - \alpha^2}{2} \quad 2\alpha^2 - 2\alpha = \alpha^3 - \alpha^2$$

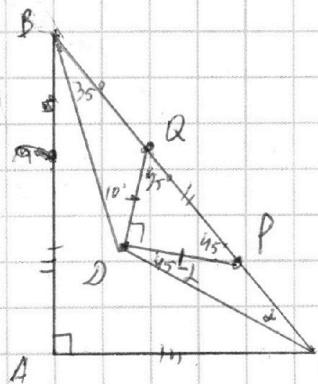
$$2\alpha^2 - 2\alpha = \alpha^3 - \alpha^2 \quad \alpha^3 - 3\alpha^2 + \alpha = 0 \quad \alpha(\alpha^2 - 3\alpha + 1) = 0$$

$$b_1^2 + 7db_1 + 12d^2 = -\alpha^6 - 9\alpha - 2 \quad \alpha^3 - 3\alpha^2 + 2\alpha = 0 \quad D = 9 - 4 = 5 \quad \alpha = \frac{3 \pm \sqrt{5}}{2}$$

$$b_1^2 + 7db_1 + 12d^2 = 2 - \alpha^3 \quad \alpha(\alpha - \frac{3 + \sqrt{5}}{2})(\alpha - \frac{3 - \sqrt{5}}{2}) = 0$$

$$6d^2 = \frac{2 - \alpha^3}{3} + \alpha^6 + 9\alpha + 2 = \frac{2 - \alpha^3 + 3\alpha^6 + 12\alpha + 6}{3} = \frac{8 - \alpha^3 + 3\alpha^6 + 12\alpha}{3}$$

7.



$$BP - AC = BA \cancel{+ PC} - PC = AB - AC$$

$$BQ + AC \cancel{- PC} = PC + AB$$

$$y - 15 > \frac{x}{6\sqrt{3}} \quad (6\sqrt{3})^2 = 36 \cdot 3 = 108$$

$$j = \frac{x}{6\sqrt{3}} + 15$$

$$\begin{array}{r} 1324 \\ \times 972 \\ \hline 1972 \\ 1296 \\ \hline 12648 \end{array}$$

$$\begin{array}{r} 981 \\ + 981 \\ \hline 1962 \\ - 1962 \\ \hline 0 \end{array}$$

$$\begin{array}{r} 981 \\ + 981 \\ \hline 1962 \\ - 1962 \\ \hline 0 \end{array}$$

$$\begin{array}{r} 1062 \\ + 1062 \\ \hline 2124 \\ - 1962 \\ \hline 162 \\ + 162 \\ \hline 324 \\ - 324 \\ \hline 0 \end{array}$$

$$\begin{array}{r} 163 \\ + 163 \\ \hline 326 \\ - 326 \\ \hline 0 \end{array}$$

$$\frac{1}{450+13} = 163$$



На одной странице можно оформлять **только одну** задачу. Отметьте **крестиком** номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в **решении каждой задачи отдельно**.

- | | | | | | | |
|----------------------------|----------------------------|----------------------------|----------------------------|----------------------------|----------------------------|----------------------------|
| <input type="checkbox"/> 1 | <input type="checkbox"/> 2 | <input type="checkbox"/> 3 | <input type="checkbox"/> 4 | <input type="checkbox"/> 5 | <input type="checkbox"/> 6 | <input type="checkbox"/> 7 |
|----------------------------|----------------------------|----------------------------|----------------------------|----------------------------|----------------------------|----------------------------|

СТРАНИЦА
ИЗ

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по **каждой из задач** нумеруются **отдельно**. Порча QR-кода недопустима!

$$\begin{aligned}
 & \frac{x^2y^2}{z^2} + \frac{y^2z^2}{x^2} + \frac{z^2x^2}{y^2} = \frac{x^2y^2 + x^2z^2 + y^2z^2}{x^2y^2z^2} = \frac{z^2(y+z)^2 + y^2(y+x)^2 + x^2(x+y)^2}{(z+y)^2(x+y)^2(y+x)^2} = \\
 & = \frac{z^2}{(x+y)^2(y+z)^2} + \dots \\
 & xyz = (z+y)(y+x)(x+y) \\
 & \frac{x^2}{z^2} = \frac{y+z}{y+x} \quad y^2 = (y+z)(y+x) \quad \frac{x^2y^2}{z^2} = (y+z)^2 \\
 & \frac{y^2}{z^2} = \frac{z+y}{y+x} \\
 & (x+y)^2 + (y+z)^2 + (z+x)^2 = xy + yz + xz + y(x+y+z) + 6\cancel{yz} \quad \text{или} \quad \text{или} \\
 & \cancel{xy}z = yz^2 + \cancel{yz}^3 \quad yz^2 + z^3 = yx^2 + x^3 = yy^2 + y^3 \\
 & \cancel{xyz} = yx^2 + x^3 \\
 & xyz = yy^2 + y^3 \quad \Rightarrow xy + yz + xz - 16yz = xy + yz + xz + 32 = \\
 & y^2 + yz + z^2 + yx + yz \geq 3yz + yx + yz \\
 & = 2xy + 2xz + 2yz - (x^2 + y^2 + z^2) + 16yz \\
 & x = y : \begin{cases} x^2 = yz + z^2 \\ xz = yx + x^2 \\ xz + yx + \cancel{y^2}x^2 \end{cases} \quad z^2 + yz - x^2 = 0 \quad D = 16 + 4y^2 \\
 & z_{1,2} = \frac{-y \pm \sqrt{16 + 4y^2}}{2} = -2 \pm \sqrt{4 + y^2} \\
 & \text{или} \quad x = -y - z \\
 & \frac{x^2}{z^2} = \frac{y+z}{y+x} \quad (x+y)(y+x)(z+y) = xyz \\
 & x^2y^2z^2 = (x+y+z)^2 - 2(xy + yz + xz) = 16 - 2(x^2y^2 + z^2 - 16) = \\
 & = 48 - 2(x^2y^2 + z^2) \\
 & x^2y^2 + z^2 = 16 \quad \Rightarrow \quad 32
 \end{aligned}$$



На одной странице можно оформлять **только одну** задачу. Отметьте **крестиком** номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и **суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно**.

СТРАНИЦА
— ИЗ —

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. **Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно.** Порча QR-кода недопустима!

$$2. \quad 1 = 9 \dots 9 = 10^{2500} - 1$$

$$n^3 = (10^{25000} - 1)^3 = 10^{75000} - 1 - 3 \cdot 10^{50000} + 3 \cdot 10^{25000} \equiv -1$$

$$\underbrace{10^9 \dots 0}_{\text{2}} - 3 \cdot 10^{5000} = 100 \dots 7000 \dots 0$$

$$100\dots70\dots0 + 3 \cdot 10^{2500} = 10\dots70\,030\dots0$$

$$10^6 - 3 \cdot 10^4 = 1000000 - 30000 =$$

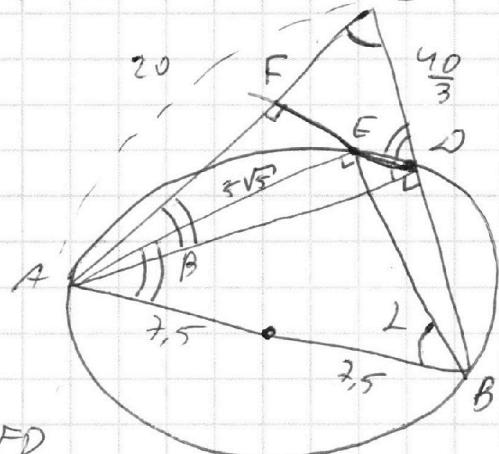
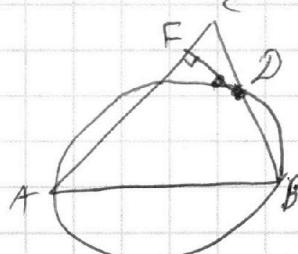
$$= 9870000$$

$$10^7 - 3 \cdot 10^6 = 997000$$

$$10^9 - 3 \cdot 10^8 = 999 \text{ } \underline{7} \text{ } 0 \dots$$

$$AC = 20$$

$$3. \quad 4+2+5+4+5+3+0 = 26$$



$$\cos L = \frac{FD}{AD} ; \cos P = \frac{FD}{\dots}$$

$$\sin 2 = \frac{AF}{AD} ; \sin A = \frac{CF}{CD}$$

$$\frac{3}{9} = \frac{EB}{CD} \Rightarrow CD = \frac{4}{3} EB = \frac{4}{3} \cdot 10 = \frac{40}{3}$$

$$\frac{\sqrt{3}}{3} = \frac{AF}{AD} = \frac{AF \cdot 3}{20\sqrt{3}} \Rightarrow AF = \frac{20 \cdot 5}{9} = \frac{100}{9}$$

$$\begin{array}{r} 1000000000000 \\ - 300000000 \\ \hline 999700000000 \end{array}$$

$\triangle AEB \sim \triangle ACD$ no givn given

$$\frac{AB}{AC} = \frac{15}{20} = \frac{3}{4} = \frac{AE}{AD} \Rightarrow AD = \frac{4}{3} \cdot AE = \frac{20\sqrt{3}}{3}$$

8 kugler : Preis : C₈

Beso mrook C⁵

Ökologisch: C₂, C₃ Zygote.

3 вопроса в борисовом
ко-но же языке)

8 London: Pres: C^o

$$\frac{C_{n=3}^5}{C_3^8}$$

Sur-⁵u-rob; C₁₋₂

$$\frac{C_{n-3}^5}{C_n^8} \cdot \frac{C_n^5}{C_{n-3}^2} = \frac{(n-3)(n-4)(n-5)(n-6)(n-7) \cdot 8!}{5! n(n-1) \cdots (n-7) 5! (n-3)(n-4)} \cdot n(n-1) \cdots (n-4) \cdot 2$$

На одной странице можно оформлять **только одну** задачу. Отметьте **крестиком** номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в **решении каждой задачи отдельно**.



- | | | | | | | |
|--------------------------|--------------------------|--------------------------|--------------------------|--------------------------|--------------------------|--------------------------|
| <input type="checkbox"/> |
|--------------------------|--------------------------|--------------------------|--------------------------|--------------------------|--------------------------|--------------------------|

СТРАНИЦА
ИЗ

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач **нумеруются отдельно**. Порча QR-кода недопустима!

$$\begin{aligned}
 & 1. \begin{cases} xy = yz + z^2 \\ yz = yx + x^2 \\ zx = yy + y^2 \end{cases} \quad \begin{array}{l} x \neq 0 \\ y \neq 0 \\ z \neq 0 \end{array} \quad \begin{array}{l} x = \frac{yz+z^2}{y}; \quad x = \frac{yy+y^2}{z} \\ yz^2 + z^3 = yy^2 + y^3 \\ y^3 - z^3 + y^2 - z^2 = 0 \end{array} \\
 & (y-z)(y^2 + yz + z^2) + y(y-z)(y+z) = 0 \\
 & (y-z)(y^2 + yz + z^2 + yy + yz) = 0 \quad y = z \\
 & y^2 = x(y+x) = \frac{yz+z^2}{y} \cdot \frac{yy+y^2+z^2}{z} \quad y^2 + (2+4)y + z^2 + 4z = 0 \\
 & y = \frac{(y+z)(yy+yz+z^2)}{yz} \quad D = (z+y)^2 - 4z^2 - 16z = z^2 + 8z + \\
 & \quad y^3 = 16y + 16z + 4z^2 + 4y^2 + 4z^2 + z^3 \quad + 16 - 4z^2 - 16z = -3z^2 - 8z + 16 = \\
 & \quad y^3 - z^3 = yz^2 - y^2 = 16y + 16z + 8z^2 + 4yz \quad = (z+y)^2 - 4z(z+y) = (z+y)(-3z+16) \\
 & (x+y)^2 + (y+z)^2 + (z+y)^2 \\
 & x^2 + 16 + 8x + y^2 + 16 + 8xy + z^2 + 8z + 16 = x(x+8) + y(y+8) + z(z+8) + 48 \\
 & \begin{cases} \frac{xy}{z} = y+z \\ \frac{yz}{x} = y+x \\ \frac{zx}{y} = y+y \end{cases} \quad \frac{x^2y^2}{z^2} + \frac{y^2z^2}{x^2} + \frac{z^2x^2}{y^2} = \frac{x^4y^4 + y^4z^4 + z^4x^4}{x^2y^2z^2} = \frac{(x^2+y^2+z^2)^2}{x^2y^2z^2} = \frac{64(x+y)(y+z)(z+y)}{(x+y)^2(y+z)^2} \\
 & \frac{x^2y^2z^2}{(x+y)^2} = 4^2(x+y)(y+z)(z+y)xyz = xyz(z+y)(y+z)(x+y) \\
 & \frac{y^2(y+z)^2 + x^2(y+x)^2}{(z+y)^2} \quad \frac{x}{z} = \frac{z+z^2}{x+x^2} = \frac{z^2+y+z}{x^2+y+x} \quad \frac{x^2}{z^2} = \frac{y+z}{y+x} \\
 & \quad \geq z^2 \quad \frac{(x+y)^2(y+z)^2}{(x+y)^2(y+z)^2} + \frac{y^2}{(x+y)(y+z)^2} + \frac{z^2}{(y+z)^2(x+y)^2} = \\
 & \quad z = \frac{x(x+y)}{y} = \frac{y(y+z)}{x} \quad \frac{(x+y)^2(y+z)^2}{(x+y)^2(y+z)^2} + \frac{y^2}{(x+y)(y+z)^2} + \frac{z^2}{(y+z)^2(x+y)^2} = \\
 & \quad = \frac{x(x+y)(y+z)y}{y^2(x+y)^2(y+z)^2} + \frac{z(z+y)x(x+y)}{z^2x^2(y+z)^2(x+y)^2} + \frac{y(y+z)z(z+y)}{y^2z^2(y+z)^2(y+z)^2} = \\
 & \quad = \frac{1}{(x+y)(y+z)} + \frac{1}{(y+z)(z+y)} + \frac{1}{(x+y)(z+y)} = \frac{x+y+z+12}{(x+y)(y+z)(z+y)} = \\
 & \quad = \underline{x+y+z+12} \\
 & \quad \underline{xyz} \\
 & 2(xy+yz+z^2)x^2(x^2+y^2+z^2+yz+xy) = (x+y+z)^2 - x^2 - y^2 - z^2 \\
 & 3x^2 + 3y^2 + 3z^2 + 8z + 8y + 8z = x^2 + y^2 + z^2 + 2xy + 2yz + 2xz \\
 & 2x^2 + 2y^2 + 2z^2 + 8z + 8y + 8z = 2xy + 2yz + 2xz
 \end{aligned}$$