



МОСКОВСКИЙ
ФИЗИКО-ТЕХНИЧЕСКИЙ
ИНСТИТУТ

ОЛИМПИАДА "ФИЗТЕХ"
ПО МАТЕМАТИКЕ

10 КЛАСС. Вариант 8



1. [4 балла] Ненулевые числа x, y, z удовлетворяют системе уравнений

$$\begin{cases} xy = -6z + z^2, \\ yz = -6x + x^2, \\ zx = -6y + y^2. \end{cases}$$

Найдите все возможные значения выражения $(x - 6)^2 + (y - 6)^2 + (z - 6)^2$, если известно, что система имеет хотя бы одно решение в ненулевых числах.

2. [2 балла] Десятичная запись натурального числа n состоит из 20 001 девятки. Сколько девяток содержит десятичная запись числа n^3 ?
3. [5 баллов] Окружность ω с диаметром AB пересекает сторону BC остроугольного треугольника ABC в точке D . Точка F выбрана на отрезке AC так, что $DF \perp AC$, а E — точка пересечения отрезка DF с окружностью ω , отличная от D . Найдите AF , если $AC = 20$, $AB = 10$, $BE = 9$.
4. [4 балла] В телеигре ведущий берет несколько коробок и ровно в три из них кладет по одному шарик. Игрок может указать на пять коробок и открыть их. Если в этих коробках лежат все три шарика, то игрок выигрывает. Игроку разрешили открыть девять коробок. Во сколько раз увеличилась вероятность выигрыша игрока?
5. [5 баллов] Найдите все значения параметра a , при которых корни уравнения $x^2 - (a^2 - 4a)x + a^2 - 6a + 4 = 0$ являются шестым и седьмым членами некоторой непостоянной арифметической прогрессии, а корни уравнения $5x^2 - (a^3 - 4a^2)x - 2a^3 - 6a - 15 = 0$ являются пятым и восьмым членами этой прогрессии.
6. [5 баллов] На координатной плоскости построена фигура Φ , состоящая из всех точек, координаты $(x; y)$ которых удовлетворяют неравенству $\left|y - 20 + \frac{x}{2\sqrt{3}}\right| + \left|y - 20 - \frac{x}{2\sqrt{3}}\right| \leq 8$. Фигуру Φ непрерывно повернули вокруг начала координат на угол π против часовой стрелки. Найдите площадь множества M , которое заняла фигура Φ при этом повороте.
7. [6 баллов] На гипотенузе BC прямоугольного треугольника ABC выбраны точки P и Q так, что $AB = BP$, $AC = CQ$. Внутри треугольника ABC выбрана точка D , для которой $DP = DQ$, а $\angle PDQ = 90^\circ$. Найдите $\angle DCB$, если известно, что $\angle CBA = 46^\circ$.



На одной странице можно оформлять только одну задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.

1 2 3 4 5 6 7

СТРАНИЦА
1 ИЗ 1

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

№ 1

Решение:

раскрыв скобки, получим $(x-b)^2 + (y-b)^2 + (z-b)^2 =$
 $= z^2 + y^2 + x^2 - 12(x+y+z) + 108.$

сложив уравнения системы, получим

$$6(x+y+z) = x^2 + y^2 + z^2 + xy - 2x - 2y$$

$$6(x+y+z) = (x+y+z)^2 + 7(xy+xz+yz).$$

переходим правую часть в левую, получим:

$$x^2 + y^2 + z^2 - \underbrace{2(x+y+z)^2}_{12(x+y+z)} - 6(xy+xz+yz).$$



На одной странице можно оформлять **только одну** задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.

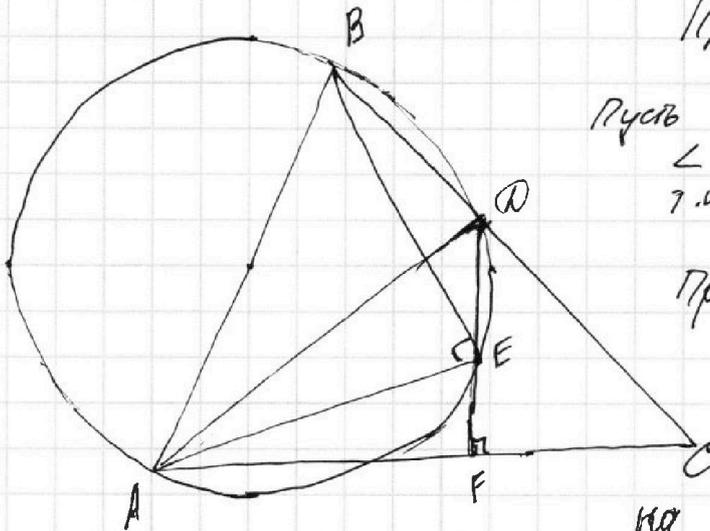
1 2 3 4 5 6 7

СТРАНИЦА
1 ИЗ 1

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

№ 3

Решение:



Проведем AE . Т.к AB — диаметр, то $\angle AEA = 90^\circ$.
Пусть $\angle BAE = \alpha$, тогда $\angle ADE = 180^\circ - \alpha$,
т.к $ADEA'$ — вписанн. (сб-бс).

Проведем AD . $\angle ADA = 90^\circ$, т.к. опирается на диаметр.
Отсюда $\angle ADD = 90^\circ$.
 $\angle FDC = \angle ADC - \angle ADE$.
 $\angle ADE = \angle ARE$ как омп.

на отрезке AE .

Тогда $\angle FDE = 90^\circ - \angle ARE = \angle BAE = \alpha$.
т.к. $\alpha + \angle ARE = 90^\circ$ в $\triangle AEA$.

В $\triangle FDC$: $\angle FCD = \angle DEC = 90^\circ - \angle FDC = 90^\circ - \alpha = \angle AAE$.
Значит, $\triangle ABE \sim \triangle ADC$ по 2-м \angle ($\angle ADC = \angle AEA = 90^\circ$, $\angle BAE = \angle FDC$).
Тогда $\angle DAC = \alpha$.
Рассм. $\triangle ABE$ ($\angle AEA = 90^\circ$)

по 1. Пифагора $AB^2 = BE^2 + AE^2$, $AE = \sqrt{100 - 81}$

$$AE^2 = \sqrt{AB^2 - BE^2} = \sqrt{100 - 81} = \sqrt{19}$$

$$\cos \alpha = \frac{AE}{AB} = \frac{\sqrt{19}}{10}$$

В $\triangle ADC$: ($\angle ADC = 90^\circ$)

$$AD = AC \cdot \sin \angle C = \cos \alpha = 20 \cdot \frac{\sqrt{19}}{10} = 2\sqrt{19}$$

В $\triangle ADF$: ($\angle AFD = 90^\circ$ по чл); $AF = AD \cdot \cos \alpha = 2 \cdot \frac{\sqrt{19} \cdot \sqrt{19}}{10} =$

Ответ: 3,8

$$= \frac{19}{5} = 3,8$$



На одной странице можно оформлять только одну задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.

1 2 3 4 5 6 7

СТРАНИЦА

1 из 2

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

№ 5.

Решение: 1) Обозначим условия, при которых ~~я~~ корни ур-ний - члены арифм. прогрессии.

Пусть 1-й член прогрессии b , её разность: $d \neq 0$.
 n -й член: b_n

Тогда по 1-му условию получаем,

$$b + 4d + b + 7d = \frac{a^2 - 4a^2}{5}$$

$$2b + 11d = \frac{a^2 - 4a^2}{5}$$

$$b + 5d + b + 6d = a^2 - 4a$$

$$2b + 11d = a^2 - 4a$$

2) Приведем правую часть:

$$\frac{a^2 - 4a^2}{5} = a^2 - 4a \quad \Leftrightarrow \quad a^2 - 4a^2 = 5a^2 - 20a$$

$$a^3 - 9a^2 + 20a = 0 \quad \Leftrightarrow \quad a(a^2 - 9a + 20) = 0$$

Решая ур-ние, получаем корни $a=0$, $a=5$, $a=4$.

3) Подставим ~~корни~~ a в ур-ние, чтобы найти, при наших условиях корни - члены арифм. прогрессии.

$$a=0: \quad x^2 = 0$$

$$x = \pm 0$$

$$5x^2 = 15$$

$$x = \pm \sqrt{3}$$

Очевидно, что корни не являются членами арифм. прогрессии

$$a=4: \quad x^2 + 16 - 24 + 4 = 0$$

$$x^2 = 4 \quad x = \pm 2$$

$$5x^2 - 2 \cdot 64 - 24 + 15 = 0 \quad 5x^2 = 127 \quad x = \pm \sqrt{\frac{127}{5}}$$

Очевидно, что корни не являются членами арифм. прогрессии



На одной странице можно оформлять только одну задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.

1 2 3 4 5 6 7

СТРАНИЦА
2 из 2

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

$$\Rightarrow a=0 \quad a=5: \quad x^2 - (25-20)x + 25 - 20 + 4 = 0$$

$$x^2 - 5x - 1 = 0. \quad x_{1,2} = \frac{5 \pm \sqrt{29}}{2}$$

$$5x^2 - (125 - 4 \cdot 25)x - 2 \cdot 125 - 6 \cdot 5 - 15 = 0$$

$$5x^2 - 25x - 250 - 30 - 15 = 0$$

$$\cancel{5x^2} \quad x^2 - 5x - 29 = 0.$$

$$x_{3,4} = x_{3,4} = \frac{5 \pm \sqrt{25 + 4 \cdot 29}}{2} = \frac{5 \pm \sqrt{29}}{2}$$

т.к. корни 1-го ур-ния — комплексные числа
то их разность = d :
 $d = \pm \sqrt{29}$.

Итак заметим, что если $d > 0$, т.е. $d = \sqrt{29}$, то

$$x_1 \text{ и } x_2 \text{ — корни} \quad b_7 = \frac{5 + \sqrt{29}}{2}, \quad b_8 = \frac{5 + 2\sqrt{29}}{2}$$

$$b_7 + \sqrt{29} = b_8 \quad \text{— верно}$$

$$\text{Также,} \quad b_5 + d = b_8 = \frac{5 + 2\sqrt{29}}{2}, \quad b_6 = \frac{5 + \sqrt{29}}{2}$$

$$\text{Или} \quad b_5 + d = b_6 + \sqrt{29} = b_8 \quad \text{— верно}$$

$$\text{Аналогично с } d = -\sqrt{29}: \quad b_4 = \frac{5 - \sqrt{29}}{2}, \quad b_8 = \frac{5 - 2\sqrt{29}}{2}$$

$$b_4 + d = b_8 \quad \text{— верно.} \quad b_5 = \frac{5 + 2\sqrt{29}}{2}, \quad b_6 = \frac{5 + \sqrt{29}}{2}$$

$b_5 + d = b_6$ — верно. Заметим, что при $a=5$
корни ур-ния будут вещественными числами.

Ответ: ~~a~~ $a=5$.

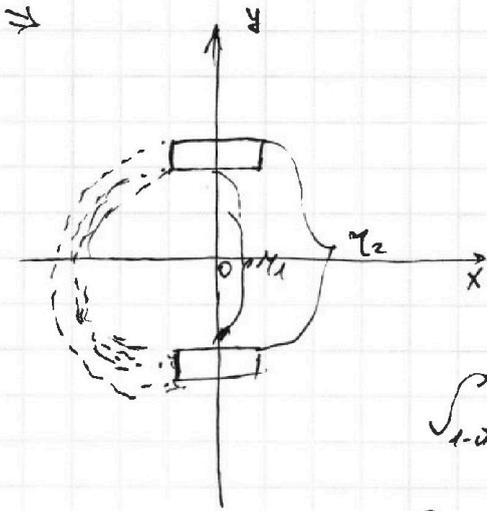


На одной странице можно оформлять **только одну** задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.

1 2 3 4 5 6 7

СТРАНИЦА
2 из 2

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!



Пусть при повороте на π получим фигуру Φ' .

Во время поворота Φ аннает ~~ни~~ область, находящуюся между 2-мя ~~на~~ дугами радиусов 16 и 24.

$$S_{1-\text{дуги}} = \frac{\pi \cdot r_1^2}{2} = \frac{\pi \cdot 16^2}{2} = 128\pi.$$

$$S_{2-\text{дуги}} = \frac{\pi r_2^2}{2} = \frac{\pi \cdot 24^2}{2} = 288\pi.$$

Тогда ~~M~~ ~~также~~ ~~на~~ ~~дуги~~ S_M , ~~во~~ ~~в~~ ~~дуги~~ S_2 P_1 :

$$S_M = S_2 - S_1 = 288\pi - 128\pi = 160\pi.$$

Ответ: 160π .



На одной странице можно оформлять только одну задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.

1 2 3 4 5 6 7

СТРАНИЦА
1 из 2

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

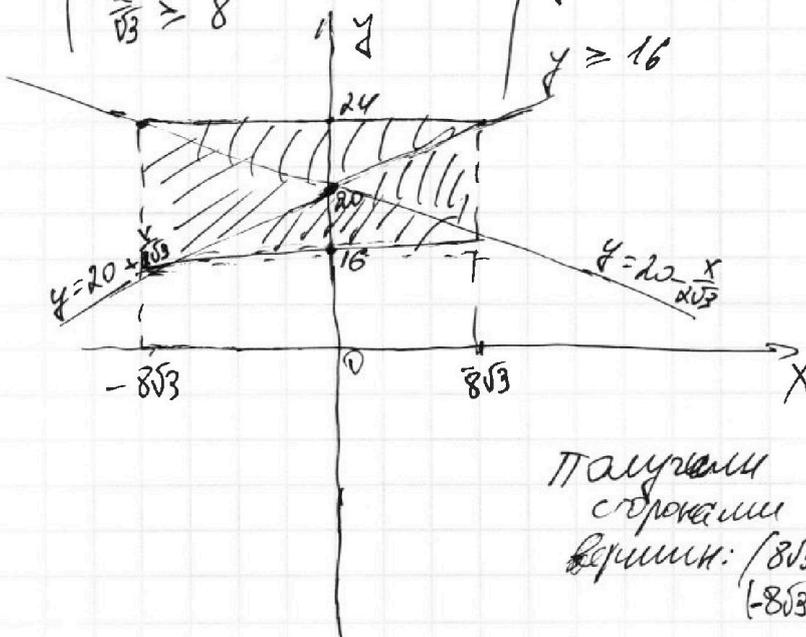
№.6

Решение: Построим Φ на м.стн:

$$1) \begin{cases} y - 20 + \frac{x}{2\sqrt{3}} \geq 0 \\ y - 20 - \frac{x}{2\sqrt{3}} \geq 0 \\ y - 20 + \frac{x}{2\sqrt{3}} + y - 20 - \frac{x}{2\sqrt{3}} \leq 8 \end{cases} \begin{cases} y \geq 20 - \frac{x}{2\sqrt{3}} \\ y \leq 20 + \frac{x}{2\sqrt{3}} \\ y \leq 9 \text{ и } y \leq 24 \end{cases}$$

$$2) \begin{cases} y - 20 + \frac{x}{2\sqrt{3}} \geq 0 \\ y - 20 - \frac{x}{2\sqrt{3}} \leq 0 \\ y - 20 + \frac{x}{2\sqrt{3}} - y + 20 + \frac{x}{2\sqrt{3}} \leq 8 \end{cases} \begin{cases} y \geq 20 - \frac{x}{2\sqrt{3}} \\ y \leq 20 + \frac{x}{2\sqrt{3}} \\ \frac{x}{\sqrt{3}} \leq 8 \end{cases}$$

$$3) \begin{cases} y \leq 20 - \frac{x}{2\sqrt{3}} \\ y \geq 20 + \frac{x}{2\sqrt{3}} \\ \frac{x}{\sqrt{3}} \geq 8 \end{cases} \quad 4) \begin{cases} y \leq 20 - \frac{x}{2\sqrt{3}} \\ y \leq 20 + \frac{x}{2\sqrt{3}} \\ y \geq 16 \end{cases}$$



Получили прямоугольник со сторонами 8 и $16\sqrt{3}$, координаты вершин: $(8\sqrt{3}; 16)$ $(8\sqrt{3}; 24)$ $(-8\sqrt{3}; 16)$ $(-8\sqrt{3}; 24)$
=>



На одной странице можно оформлять только одну задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.

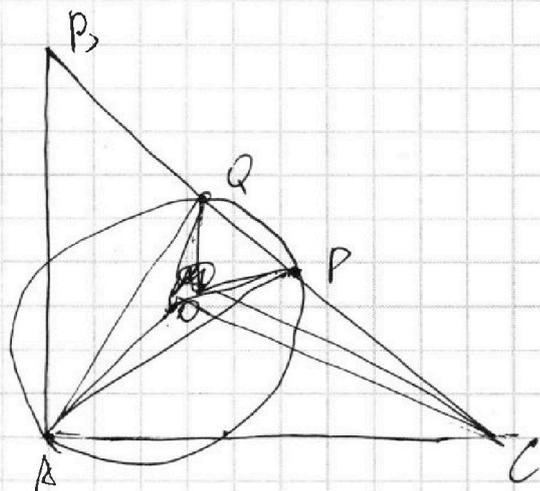
1 2 3 4 5 6 7

СТРАНИЦА
1 ИЗ 2

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

№.7

Решение:



$$\angle BCA = 90^\circ - \angle BAC = 41^\circ$$

т.к. $\triangle ARP$ и $\triangle QAC$ PO ,
то $\angle BAP = \frac{180 - \angle ABC}{2} = 61^\circ$

$$\angle QAC = \frac{180 - \angle BCA}{2} = 68^\circ$$

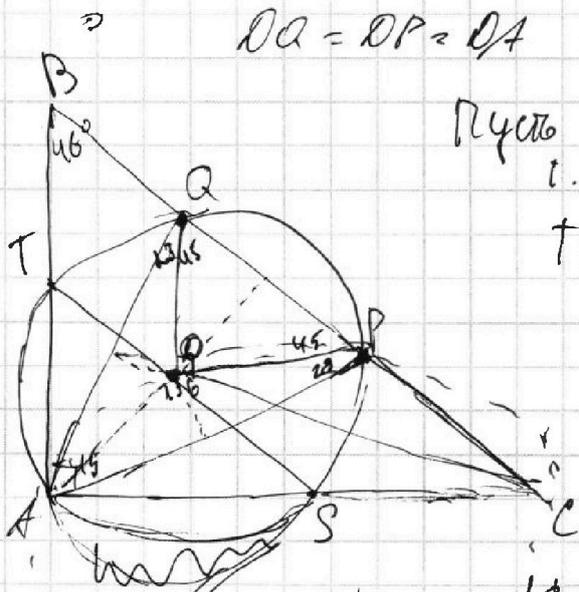
$$\angle QAP = \angle BAC$$

$$\angle BAC = \angle BAP + \angle QAC - \angle QAP$$

$$\angle QAP = \angle BAP + \angle QAC - \angle BAC = 49^\circ$$

Значит, $\angle QAP = \frac{\angle QAP}{2}$. D - то центр опис. окр-ти $\triangle QAP$.

$$DQ = DP = DA - \text{радиусы}$$



Пусть окр-ты $\odot AB$ и $\odot AC$ в
т. T и S севт.

ТС - диаметр, т.к. $\angle A = 90^\circ$

$$\angle OQ = \angle OQC = 135^\circ$$

т.к. O центр $\odot Q$

$$\angle AOP = \angle AQP = 2 = 136$$

т.к. $\angle ACQ + \angle AOP = 180^\circ$, $\triangle OPC$ - вписан

того $\angle OCP = \angle OAP$ как отв. на $\perp DP$.

\Rightarrow



На одной странице можно оформлять только одну задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.

1 2 3 4 5 6 7

СТРАНИЦА
2 из 2

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

$\Rightarrow \triangle ADP$ - р.б. т.к. $AD = DP$ как радиусы.
 $\angle DPA = \angle DAP$.

$$\angle DPA = \angle BPA - \angle DPQ = 67 - 45 = 22^\circ$$

Тогда $\angle DCP = \angle DCM = 22^\circ$.

Ответ: 22° .



На одной странице можно оформлять только одну задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.

1 2 3 4 5 6 7

СТРАНИЦА
_ ИЗ _

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

3 5-6 $1+2+5+4+5 = 9$ $15+6+8+2 = 31+10 = 41$

$$x^2 + y^2 + z^2 = 12/(x+y+z) + 108. \quad - ?$$

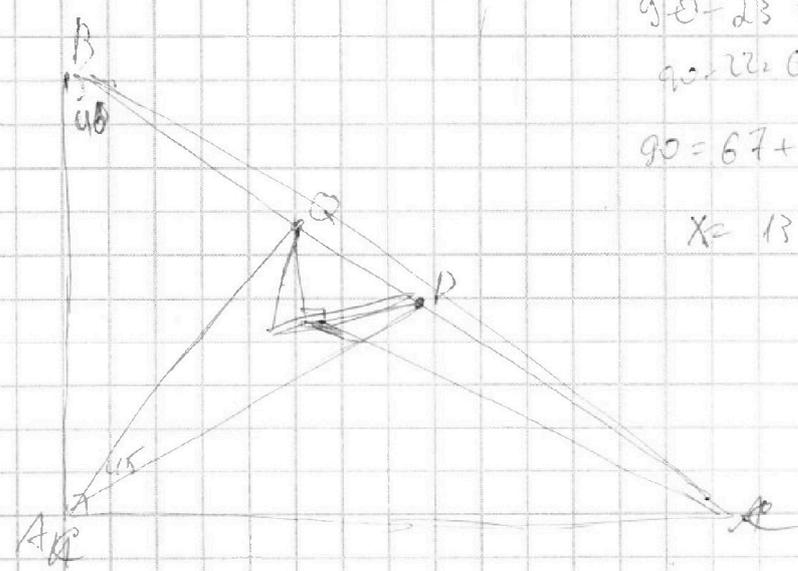
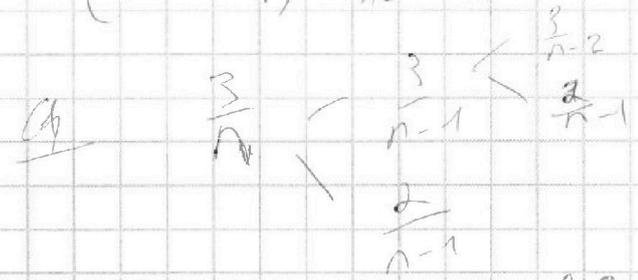
$$xy + 6z +$$

$$xy + xz + yz = 6/(x+y+z) + 108.$$

$$xy + z^2(z-6)$$

$$\frac{(xy)^2}{z^2} + \frac{(xz)^2}{y^2} + \frac{(yz)^2}{x^2}$$

$$(10^{2000} - 1)^3 = 10^{6000} - 10$$



$$90 - 23 = 67$$

$$90 - 22 = 68$$

$$\begin{array}{r} 67 \\ + 68 \\ \hline 135 \end{array}$$

$$90 = 67 + 68 - X$$

$$X = 135 - 90$$

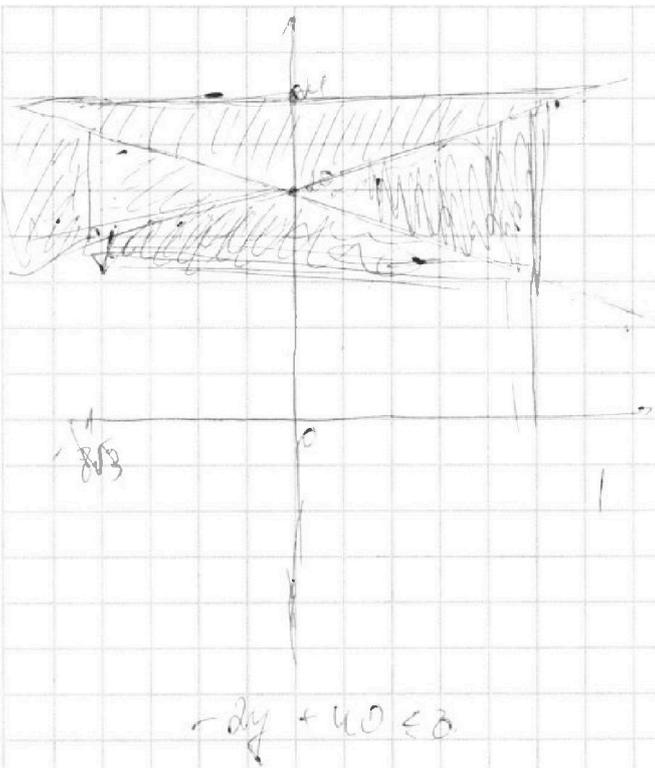


На одной странице можно оформлять **только одну** задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении **каждой** задачи отдельно.

1 2 3 4 5 6 7

СТРАНИЦА
__ ИЗ __

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!



$$y - 20 - \frac{x}{2\sqrt{3}} \geq 0$$

$$y - 20 - \frac{x}{2\sqrt{3}} \geq 0$$

$$2y - 40 \leq 8$$

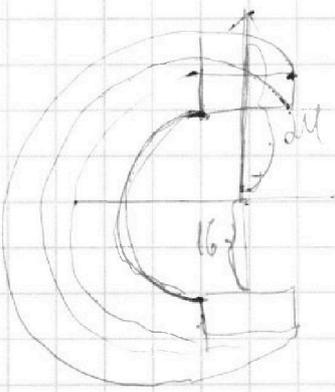
$$2y \leq 48 \quad y \leq 24$$

$$y - 20 + \frac{x}{2\sqrt{3}} \leq 0$$

$$y - 20 + \frac{x}{2\sqrt{3}} \leq y + 20 + \frac{x}{2\sqrt{3}} \leq 8$$

$$\frac{x}{\sqrt{3}} \leq 8$$

$$x \leq 8\sqrt{3}$$



$$-y + 20 - \frac{x}{2\sqrt{3}} \geq 0$$

$$-2y \geq -32 \quad y \leq 16$$

$$-y - y + 40 \leq 8$$

$$2y \leq 32 \quad y \leq 16$$

$$\frac{24^2 \cdot \pi - 16^2 \cdot \pi}{2}$$

$$-y + 20 - \frac{x}{2\sqrt{3}} + y - 20 - \frac{x}{2\sqrt{3}} \leq 8$$



На одной странице можно оформлять **только одну** задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.

1 2 3 4 5 6 7

СТРАНИЦА
__ ИЗ __

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

$n = 99 \dots 9$ } n - цифрок 72 $\frac{36}{3}$

$$(x-6)^2 + (y-6)^2 + (z-6)^2 = x^2 - 12x + 36 + y^2 - 12y + 36 + z^2 - 12z + 36 =$$

$$= x^2 + y^2 + z^2 - 12(x+y+z) + 108.$$

$$\begin{cases} xy = -6z + z^2 \\ yz = -6x + x^2 \\ zx = -6y + y^2 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x^2 + y^2 + z^2 - 6(x+y+z) = xy + yz + zx \\ x^2 + y^2 + z^2 - 6(x+y+z) + 108 = \end{cases}$$

$$+6(x+y+z) = x^2 + y^2 + z^2 - xy - yz - zx$$

$$\left[(x+y+z)^2 = x^2 + y^2 + z^2 + 2xy + 2xz + 2yz = x^2 + y^2 + z^2 - 2xy - 2xz - 2yz \right]$$

$$6(x+y+z) = x^2 + y^2 + z^2 + 2xy + 2xz + 2yz - 3(xy + xz + yz)$$

$$6(x+y+z) = (x+y+z)^2 - 3(xy + xz + yz)$$

$$6(x+y+z) = x^2 + y^2 + z^2 - 2(xy + xz + yz) + xy + yz + zx$$

$$6(x+y+z) = (x-y-z)^2 + x^2 + y^2 + z^2 - 6z - 6x - 6y$$

$$x = \frac{-6z + z^2}{y} \quad z = \frac{-6z + z^2}{y} = \frac{-6(-6z + z^2)}{y}$$

$$6(x+y+z) = (x-y-z)^2$$

$$\frac{6(x+y+z)}{6} = \frac{(x-y-z)^2}{6}$$



На одной странице можно оформлять только одну задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.

1 2 3 4 5 6 7

СТРАНИЦА
__ ИЗ __

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

Handwritten solution on grid paper for a geometry problem involving a sphere and a triangle.

Diagram 1 (Top Left): Shows a sphere with a triangle ABC inscribed in a great circle. Point D is on the arc AC. A line segment AF is drawn from A to the base BC. Calculations: $AF = AD \cdot \cos \alpha = 2 \cdot \frac{2\sqrt{19} \cdot \sqrt{19}}{10} = \frac{2 \cdot 19 \cdot \sqrt{19}}{5}$.

Diagram 2 (Top Right): Shows a similar sphere setup. Calculations: $\frac{FC}{DF} = 2 \frac{DF}{AF} = \frac{DC}{AD}$, leading to $DF = \sqrt{AF \cdot FC}$.

Diagram 3 (Middle): Shows a sphere with a triangle ABC. Point D is on AC, and point E is on BC. Calculations: $BE^2 = AD^2 + DE^2 + 2 \cdot AD \cdot DE \cdot \frac{\sqrt{19}}{10}$. Then $81 = 100 + DE^2 + 5\sqrt{19} \cdot AD \cdot DE$. It asks for AF and lists $AC = 20$, $AD = 10$, $BE = 9$. It concludes $100 - 81 = 19$.

Diagram 4 (Bottom): Shows a sphere with a triangle ABC. Point D is on AC, and point E is on BC. Calculations: $DC = AC \cdot \cos \beta = 20 \cdot \frac{9}{10} = 18$. $AD = AC \cdot \sin \beta = 20 \cdot \frac{\sqrt{19}}{10} = 2\sqrt{19}$. $\cos \alpha = \frac{\sqrt{19}}{10}$. $FC = DC \cdot \cos \beta = \frac{AE}{\frac{\sqrt{19}}{10}} \cdot \frac{9}{10} = \frac{AB}{\frac{\sqrt{19} \cdot 9}{10}} = \frac{DF}{BE}$.



На одной странице можно оформлять **только одну** задачу. Отметьте **крестиком** номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении **каждой** задачи отдельно.

1 2 3 4 5 6 7

СТРАНИЦА
ИЗ

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

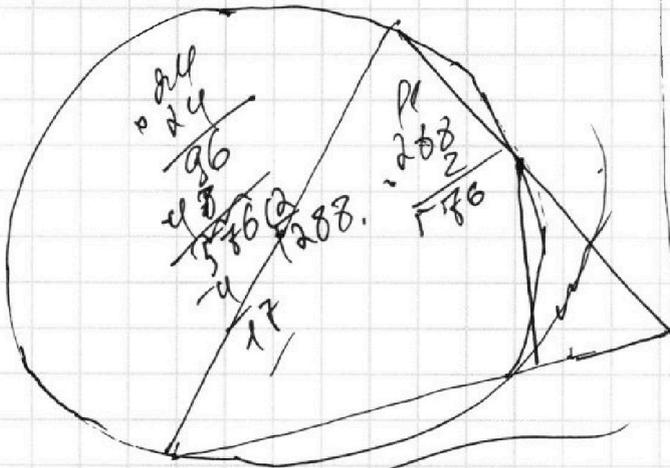
№3.

Решение:

$$xy = z^2 - 6z$$

$$xy(z-6)^2 + 6z - 9$$

$$xy - 6z + 9 + xz + yz$$



$$xy - xz + yz - 6(x+y+z) + \sqrt{17} = 17$$

$$b + 4d = \frac{a^3 - 4a^2 - \sqrt{10}}{10}$$

$$b + 5d = \frac{a^2 - 4a - \sqrt{10}}{2}$$

$$b + 6d = \frac{a^2 - 4a + \sqrt{10}}{2}$$

$$b + 7d = \frac{a^3 - 4a^2 + \sqrt{10}}{10}$$

$$d = \sqrt{10}$$

$$2d = \frac{\sqrt{10}}{5}$$

$$x^2 - (a^2 - 4a)x + a^2 - 6a + 4 = 0 \quad [D_1 \geq 0] \quad \frac{208}{17}$$

$$D_1 = a^4 - 8a^3 + 16a^2 - 4a^2 + 24a - 16 = a^4 - 8a^3 + 12a^2 + 24a - 16 > 0$$

$$x_1 = \frac{a^2 - 4a + \sqrt{a^4 - 8a^3 + 12a^2 + 24a - 16}}{2} \geq \frac{a^4 - 8a^3 + 12a^2 + 24a - 16}{2} > 0$$

$$x_2 = \frac{a^2 - 4a - \sqrt{10}}{2}$$

$$5x^2 - (a^3 - 4a^2)x - 2a^3 - 6a - 15 = 0$$

$$D_2 = a^6 - 8a^5 + 16a^4 + 8a^3 + 24a^2 + 60 > 0$$

$$x_3 = \frac{a^3 - 4a^2 + \sqrt{10}}{10}$$

$$x_4 = \frac{a^3 - 4a^2 - \sqrt{10}}{10}$$

$$\frac{\sqrt{15}}{15}$$

~~128 - 0~~
~~128 - 20 + 15~~
~~100 + 15~~
~~152 + 15~~
 2



На одной странице можно оформлять только одну задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.

1 2 3 4 5 6 7

СТРАНИЦА
ИЗ

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

$$d^2 = a^4 - 8a^3 + 12a^2 + 24a - 16$$

$$9d^2 = a^6 - 8a^5 + 16a^4 + 8a^3 + 24a^2 + 60$$

$$225d^2 = a^6 - 8a^5 + 16a^4 + 8a^3 + 24a^2 + 60$$

$$225(a^4 - 8a^3 + 12a^2 + 24a - 16) = a^6 - 8a^5 + 16a^4 + 8a^3 + 24a^2 + 60$$

$$225a^4 - 8 \cdot 225a^3 + 12 \cdot 225a^2 + 24 \cdot 225a - 16 \cdot 225 =$$

$$a^6 - 8a^5 - 209a^4 + 8 \cdot 226a^3 - 12(223)a^2 + 60 + 16 \cdot 225 = 0$$

$$1 - 8 - 209 + 8 \cdot 226 - 12 \cdot 223 + 60 + 16 \cdot 225 = 0$$

$$-216 + 1808 - 2676 + 60 + 16 \cdot 225 =$$

$$= 2892 + 1808 + 60 + 36$$

$$x^2 + y^2 + z^2 - 12(x+y+z) + 108 = 0$$

$$6(x+y+z) = x^2 + y^2 + z^2 - xy - yz - zx$$

$$x^2 + y^2 + z^2 + 6z - z^2 = x^2 + y^2 + z^2 + 6z - z^2$$

$$6(x+y+z) = (x+y+z)^2 - 3(xy+yz+xz)$$

$$3(xy+yz+xz) = (x+y+z)(x+y+z-6)$$

$$x^2 + y^2 + z^2 - 2x^2 - 2y^2 - 2z^2 + 2xy + yz + zx + 108 =$$

$$= -x^2 - y^2 - z^2 + 2(xy+yz+xz) + 108 =$$

$$= -(x+y+z)^2 + 108$$



На одной странице можно оформлять только одну задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.

1 2 3 4 5 6 7

СТРАНИЦА
__ ИЗ __

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

$$2b + 4d = a^2 - 4a \quad ; \quad 2b + 5d = a^3 - 4a^2 \quad ; \quad 2b + 6d = a^5 - 4a^4 \quad ; \quad 2b + 7d = a^7 - 4a^6$$

$$2b + 4d = a^2 - 4a$$

$$a^2 - 4a = a^3 - 4a^2$$

$$2b + 4d = a^3 - 4a^2$$

$$a^3 - 4a^2 = a^5 - 4a^4$$

$$a^3 - 5a^2 + 4a = 0$$

$$a^5 - 4a^4 + 4a = 0$$

$$a=0 \quad a^3 - 5a^2 + 4a = 0$$

$$a=1 \quad a=4$$

или $a=0$

$$x^2 = 0$$

$$x^2 = 0 \quad x^2 - 15 = 0$$

$$152$$

$$\frac{23}{5} = 4.6$$

$$-\sqrt{15} ; -1 ; 1 ; \sqrt{15} \quad \text{Нет}$$

$$a=1 \quad 1) x^2 + 3x - 1 = 0$$

$$D = 9 + 4 = 13$$

$$2) 5x^2 + 3x - 13 = 0$$

$$D = 9 + 115 = 124$$

$$x_{1,2} = \frac{-3 \pm \sqrt{13}}{2}$$

$$x_{1,2} = \frac{-3 \pm \sqrt{124}}{2}$$

$$a=4 \quad x^2 + 16 - 24 + 4 = 0$$

Нет

$$x^2 - 4 = 0 \quad x = \pm 2$$

$$D = 2 \cdot 64 - 6 \cdot 4 + 15 = 0$$

$$a=4$$

$$x^2 - 128 - 24 - 15 = 0$$

$$x^2$$

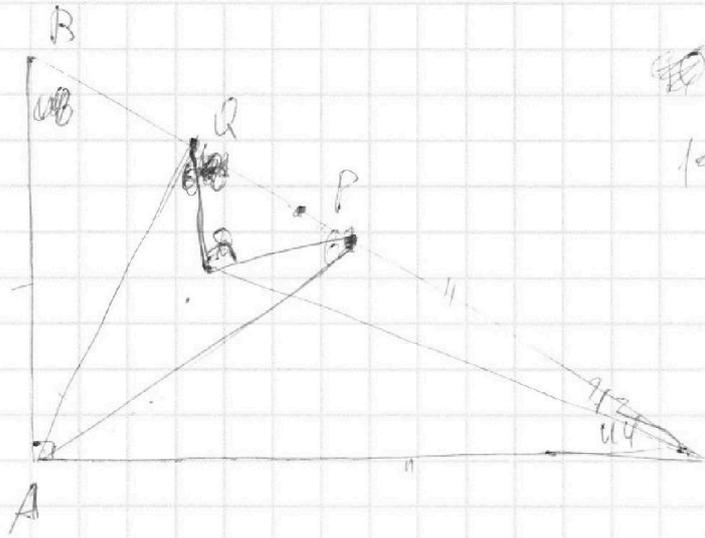


На одной странице можно оформлять **только одну** задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении **каждой** задачи отдельно.

1 2 3 4 5 6 7

СТРАНИЦА
__ ИЗ __

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!



~~100~~ - $90 - 23 = 67$
~~100~~ $90 - 22 =$
 $6 + 9 + 10 + 6 =$
 $= 15 + 10 + 6$

$n = \frac{99 \cdot 9}{1000}$

$999 = 9(111)$
 $31/1$

$n = 10$

$9^9 = 81$
 $99^9 = 9 \cdot 11^9$
 $9^9 (111)^9$

$= \frac{273}{111} \dots$
 2000

$a^2 - 4a = a^2 - 4a^2$

$(b + 4d)(b + 7d) = -2a^3 - 6a - 15$

$b^2 + 11d^2 + 11db = -2a^3 - 6a - 15$

~~$b^2 + 11d^2$~~ +
 $b^2 + 30d^2 + 11db = a^2 - 6a + 4 = 0$

$19d^2 = 2a^3 + 6a + 15 + a^2 - 6a + 4$

$19d^2 = 2a^3 + a^2 + 19$

$2d^2 = 2a^3 + a^2 + 19$