



МОСКОВСКИЙ
ФИЗИКО-ТЕХНИЧЕСКИЙ
ИНСТИТУТ

ОЛИМПИАДА "ФИЗТЕХ"
ПО МАТЕМАТИКЕ

10 КЛАСС. Вариант 7



1. [4 балла] Ненулевые числа x, y, z удовлетворяют системе уравнений

$$\begin{cases} xy = 4z + z^2, \\ yz = 4x + x^2, \\ zx = 4y + y^2. \end{cases}$$

Найдите все возможные значения выражения $(x+4)^2 + (y+4)^2 + (z+4)^2$, если известно, что система имеет хотя бы одно решение в ненулевых числах.

2. [2 балла] Десятичная запись натурального числа n состоит из 25 000 девяток. Сколько девяток содержит десятичная запись числа n^3 ?
3. [5 баллов] Окружность ω с диаметром AB пересекает сторону BC остроугольного треугольника ABC в точке D . Точка F выбрана на отрезке AC так, что $DF \perp AC$, а E — точка пересечения отрезка DF с окружностью ω , отличная от D . Найдите AF , если $AC = 20$, $AB = 15$, $BE = 10$.
4. [4 балла] В телеигре ведущий берет несколько коробок и ровно в три из них кладет по одному шарик. Игрок может указать на пять коробок и открыть их. Если в этих коробках лежат все три шарика, то игрок выигрывает. Игроку разрешили открыть восемь коробок. Во сколько раз увеличилась вероятность выигрыша игрока?
5. [5 баллов] Найдите все значения параметра a , при которых корни уравнения $x^2 - (a^2 - a)x + \frac{2-a^3}{3} = 0$ являются четвертым и пятым членами некоторой непостоянной арифметической прогрессии, а корни уравнения $2x^2 - (a^3 - a^2)x - 2a^6 - 8a - 4 = 0$ являются вторым и седьмым членами этой прогрессии.
6. [5 баллов] На координатной плоскости построена фигура Φ , состоящая из всех точек, координаты $(x; y)$ которых удовлетворяют неравенству $\left|y - 15 + \frac{x}{6\sqrt{3}}\right| + \left|y - 15 - \frac{x}{6\sqrt{3}}\right| \leq 6$. Фигуру Φ непрерывно повернули вокруг начала координат на угол π по часовой стрелке. Найдите площадь множества M , которое замела фигура Φ при этом повороте.
7. [6 баллов] На гипотенузе BC прямоугольного треугольника ABC выбраны точки P и Q так, что $AB = BP$, $AC = CQ$. Внутри треугольника ABC выбрана точка D , для которой $DP = DQ$, а $\angle PDQ = 90^\circ$. Найдите $\angle DCB$, если известно, что $\angle DBC = 35^\circ$.



На одной странице можно оформлять только одну задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.

1 ☒ 2 ☐ 3 ☐ 4 ☐ 5 ☐ 6 ☐ 7 ☐

СТРАНИЦА
2 из 2

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

5) Из уравнения (2) получаем:

$$xy + xz + yz = x^2 + y^2 + z^2 + 4(x + y + z) = x^2 + y^2 + z^2 - 16$$

6) <Верное тождество>:

$$\left[\frac{(x+y+z)^2 - (x^2 + y^2 + z^2)}{2} = xy + xz + yz \right] \Rightarrow$$

$$\Rightarrow 16 - (x^2 + y^2 + z^2) = 2(xy + xz + yz)$$

$$\Rightarrow x^2 + y^2 + z^2 - 16 = -2(xy + xz + yz)$$

7) Из п. 5 и п. 6: $-2(xy + xz + yz) = xy + xz + yz$

$$\Rightarrow xy + xz + yz = 0$$

8) Из п. 7 и п. 4 получаем:

$$32 + xy + xz + yz = 32 - \text{значение искомого выражения}$$

Ответ: 32



На одной странице можно оформлять только одну задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.

1
☒2
☐3
☐4
☐5
☐6
☐7
☐СТРАНИЦА
1 из 2

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

$$\begin{cases} xy = 4z + z^2 & (1) \\ yz = 4x + x^2 \\ xz = 4y + y^2 \end{cases}$$

1) сложим уравнения, получим:

$$x^2 + y^2 + z^2 = xy + xz + yz - 4(x + y + z) \quad (2)$$

2) перемножим уравнения, получим:

$$x^2 y^2 z^2 = xyz(x+4)(y+4)(z+4) \quad (x, y, z \neq 0 \text{ по условию})$$

$\Rightarrow xyz = (x+4)(y+4)(z+4)$; подставим xy из уравнения (1), получим:

$$z^2(z+4) = (x+4)(y+4)(z+4)$$

3) Если $z = -4$: $xy = -16 + 16 = 0 \Rightarrow$ одно из $x, y = 0$,

что противоречит условию $\Rightarrow z \neq -4 \Rightarrow$

$\Rightarrow z^2 = (x+4)(y+4)$ - подставим z^2 в уравнение (1):

$$(x+4)(y+4) + 4z = xy \Rightarrow$$

$$xy + 4x + 4y + 16 + 4z = xy \Rightarrow z = -x - y - 4$$

4) $x + y + z = -4$. $\Rightarrow \begin{cases} x = -4 - z - y \\ y = -4 - x - z \\ z = -4 - x - y \end{cases}$ $\rightarrow$ подставим
висканное выражение,
получим:

$$(-x-y)^2 + (-x-z)^2 + (-y-z)^2 = 2(x^2 + y^2 + z^2)$$

+ $2(xy + xz + yz)$; подставим (2) и получим:

$$2(x^2 + y^2 + z^2) + 2(xy + xz + yz) = (x + y + z)^2 + xy + yz + xz - 4(xyz)$$

$$= 32 + xy + xz + yz$$



На одной странице можно оформлять только одну задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.

1 ☐ 2 ☒ 3 ☐ 4 ☐ 5 ☐ 6 ☐ 7 ☐

СТРАНИЦА
1 ИЗ 1

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

1) Очевидно: $n = 10^{25000} - 1 \Rightarrow n^3 = (10^{25000} - 1)^3 =$
 $= (10^{25000})^3 - 3 \cdot (10^{25000})^2 + 3 \cdot 10^{25000} - 1$

2) $(10^{25000})^3 - 1$ имеет вид: 99...9, причём
 девятток в этом числе $25000^3 \Rightarrow$

3) $(10^{25000})^3 - 1 - 3 \cdot (10^{25000})^2$ имеет вид:
 99...969...9, причём шестёрка стоит в
 разряде с номером $\boxed{10^{25000}^2 + 1}$

4) прибавим к числу из п.3 $3 \cdot 10^{25000}$, полу-
 чим:

$$\begin{array}{r} \text{...11} \\ + 999 \dots 969 \dots 999 \dots 9 \\ \hline 3000 \dots 0 \quad (\rightarrow \text{25000 нулей}) \\ \hline 999 \dots 970 \dots 0299 \dots 99 \end{array}$$

↓
 в этих разрядах девятток нет,
 в остальных — есть.

5) посчитаем кол-во девятток, это:

[кол-во разрядов числа] - [кол-во разрядов,
 начинающихся с ^{цифры} 7 (и меньше разрядов)] +

[кол-во разрядов, которые не затронуты сло-
 жением п.4 (нули числа $3 \cdot 10^{25000}$)] =

$= 25000^3 - (25000^2 + 1) + 25000$

Ответ: $25000^3 - (25000^2 + 1) + 25000$

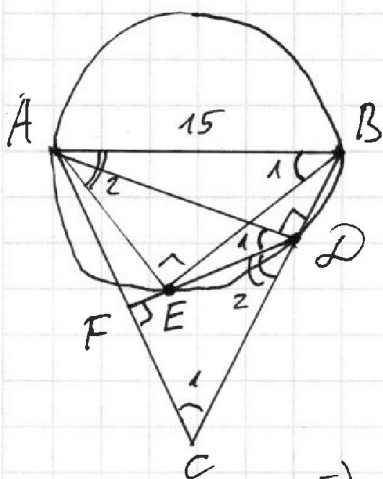


На одной странице можно оформлять только одну задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.



СТРАНИЦА
1 из 1

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!



1) $\angle AEB = \angle ADB = 90^\circ$ - опираются на диаметр AB .

2) Пусть: $\angle ABE = \angle 1$; $\angle EAB = \angle 2$

3) $\angle ABE = \angle ADE = \angle 1$ - опираются на одну дугу

4) $\angle 1 + \angle 2 = 90^\circ$ из прямоугольного $\triangle ABE$

5) $\angle FDC = 180^\circ - \angle ADB - \angle 1 = \angle 2$

6) $\angle DFC = \angle AEB = 90^\circ$ и $\angle FDC = \angle EAB = \angle 2 \Rightarrow$

$\triangle ABE \sim \triangle CDF \Rightarrow \angle ACB = \angle ABE = \angle 1$

7) $\angle ADC (= 90^\circ = \angle 1 + \angle 2) = \angle AEB$ и

$\angle ACB = \angle 1 = \angle ABE \Rightarrow \triangle ABE \sim \triangle ADC \Rightarrow$

$\triangle ABE \sim \triangle ADC \sim \triangle CDF$ (а также $\sim \triangle ADF$,

если DF - высота в прямоугольном $\triangle ADE$)

8) $\triangle ABE \sim \triangle ADC \Rightarrow \frac{15}{20} = \frac{10}{DC} \Rightarrow DC = \frac{40}{3}$

9) $\triangle ADC \sim \triangle DFC \Rightarrow \frac{20}{\frac{40}{3}} = \frac{\frac{40}{3}}{FC} \Rightarrow FC = \frac{40 \cdot 40}{9 \cdot 20} = \frac{80}{9}$

$\Rightarrow FC = 8\frac{8}{9}$

10) $AF = AC - FC \Rightarrow AF = 20 - 8\frac{8}{9} = 11\frac{1}{9}$

Ответ: $11\frac{1}{9}$



На одной странице можно оформлять только одну задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.

1	2	3	4	5	6	7
☐	☐	☐	☒	☐	☐	☐

СТРАНИЦА
1 ИЗ 1

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черпунком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

1) Пусть коробок всего: n

2) Вероятность величина, когда выбирают x коробок (считаем, что $x \geq 3$, что ясно из условия) равна: $\frac{[\text{Кол-во благоприятных вариантов}]}{[\text{Кол-во всех вариантов}]}$

При выборе x коробок ~~из~~ благоприятных вариантов: C_{n-3}^{x-3} (обязательно нужно взять коробки с шариками, остальные коробки могут быть модными)

а всего вариантов, очевидно: C_n^x

3) Ч.н.з получаем отношение, необходимое

для ответа ~~вероятности при $x=8$~~ $\frac{C_{n-3}^5}{C_n^8} : \frac{C_{n-3}^2}{C_n^5}$ (отношение вероятности при $x=8$ к вероятности при $x=5$)

$$\frac{C_{n-3}^5}{C_n^8} : \frac{C_{n-3}^2}{C_n^5} = \frac{(n-3)(n-4) \cdot \dots \cdot (n-7) \cdot 8!}{5! \cdot n(n-1)(n-2) \cdot \dots \cdot (n-7)} \cdot \frac{2! \cdot n(n-1) \cdot \dots \cdot (n-4)}{5! \cdot (n-3)(n-4)}$$

$$= \frac{8! \cdot 2!}{5! \cdot 5!} = \frac{8 \cdot 7 \cdot 6 \cdot 2}{5 \cdot 4 \cdot 3 \cdot 2} = 5,6$$

Ответ: 5,6



На одной странице можно оформлять **только одну** задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в **решении** каждой задачи **отдельно**.

1
☐

2
☐

3
☐

4
☐

5
☒

6
☐

7
☐

СТРАНИЦА
2 ИЗ 2

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются **отдельно**. Порча QR-кода недопустима!

3) $\alpha = 2$, уравнения примут вид:

(1) $x^2 - 2x - 2 = 0$ (2) $2x^2 - 4x - 148 = 0$

~~(2)~~ (1) ~~на~~ $D = 4 + 8 = 12$

$$x_{1,2} = \frac{\cancel{+1 \pm 8\sqrt{3}}}{\cancel{2}} \frac{2 \pm \sqrt{12}}{2} = 1 \pm \sqrt{3}$$

(2) $x^2 - 2x - 74 = 0$

$$D = 4 + 296 = 300$$

$$x_{3,4} = \frac{2 \pm \sqrt{300}}{2} = 1 \pm \sqrt{75} = 1 \pm 5\sqrt{3}$$

Эти значения подходят к прогрессии с первым членом $1 - 7\sqrt{3}$ и разностью $2\sqrt{3}$:

$1 - 7\sqrt{3}$, $1 - 5\sqrt{3}$; $1 - 3\sqrt{3}$; $1 - \sqrt{3}$; $1 + \sqrt{3}$; $1 + 3\sqrt{3}$; $1 + 5\sqrt{3}$
(1), (2) (3) (4) (5) (6), (7)

Ответ: $\alpha = 2$



На одной странице можно оформлять **только одну** задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.

1 ☐ 2 ☐ 3 ☐ 4 ☐ 5 ☒ 6 ☐ 7 ☐

СТРАНИЦА
1 из 2

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

1) Пусть первый член данной прогрессии равен x , а её разность равна d . Тогда её члены с номерами 4, 5, 2, 7 равны соответственно: $x+3d, x+4d, x+d, x+6d$, но тогда сумма членов 4 и 5 равна сумме членов 2 и 7.

2) Пусть корни первого уравнения равны x_1 и x_2 ; а второго: x_3 и x_4 . Тогда из п. 1 получим: $x_1 + x_2 = x_3 + x_4$, ~~то есть~~ из п.

Зная получаем:
$$x^2 - x = \frac{x^3 - x^2}{2} \Rightarrow$$

$$\Rightarrow 2x(x-1) = x^2(x-1) \Rightarrow x(x-1)(2-x) = 0 \Rightarrow$$

x принимает одно из трёх значений:

0, 1, 2.

1) $x = 0$, уравнения примут вид:

(1) $x^2 + \frac{2}{3} = 0$ и (2) $2x^2 - 4 = 0$

~~(1) и (2) не имеют решений~~ (1) - не имеет решений $x^2 \neq -\frac{2}{3}$

2) $x = 1$, уравнения примут вид:

(1) $x^2 + \frac{1}{3} = 0$ (2) $2x^2 - 14 = 0$

(1) - не имеет решений $x^2 \neq -\frac{1}{3}$



На одной странице можно оформлять **только одну** задачу. Отметьте **крестиком** номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.

1 2 3 4 5 6 7
☐ ☐ ☐ ☐ ☐ ☐ ☐

СТРАНИЦА
 _ ИЗ _

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

$$xy + xz + yz = 4x + 4y + 4z + x^2y^2 + z^2$$

$$-8(x+y+z) - (4x+4y+4z) + 3(xy+xz+yz) = (x+y+z)^2$$

$$xy = z(z+4)$$

$$\frac{xy}{z} = z+4 \Rightarrow \left(\frac{xy}{z}\right)^2 + \left(\frac{yz}{x}\right)^2 + \left(\frac{xz}{y}\right)^2 = 7$$

$$(x+y-z)^2 = x^2y^2 + z^2$$

$$z(xy - xz - yz)$$

~~или~~

$$3xyz = 3(x+4)(y+4)(z+4)$$

$$3x^2y^2z^2$$

$$x^2y^2z^2 = xyz(x+4)(y+4)(z+4)$$

$$xyz = (x+4)(y+4)(z+4)$$

$$x^2 + y^2 + z^2 + 8(x+y+z) + 48 = ?$$

$$xy + xz + yz + 4(x+y+z) + 48 = ?$$

$$x(y+4) + y(z+4) + z(x+4) + 48 = ?$$

$$1: \frac{5}{8}$$

$$0x^2 + 6y^2 + 6z^2 = ?$$

$$0x^2 + 6y^2 + 6z^2 = (x-4)(y-4)(z-4)$$

$$\frac{8}{5} = 1,6$$

$$z^2(z+4) = (x+y)(y+4)(z+4)$$

$$z^2 = (x+4)(y+4) = xy + 4x + 4y + 16$$

$$xyz = (x+4)(y+4)(z+4)$$

$$C_{11-3}^8$$

$$C_{11-3}^5$$

$$\{ xy = z(z+4) \}$$

$$C_{11}^5$$

$$C_{11-3}^8$$

$$z^2 = (x+4)(y+4)$$

$$(x+4)^2(y+4)^2 + (x+4)(y+4) + 8z + 16$$

$$(x+4)(x+y+8)$$

$$1 - \sqrt{3} \quad 1 + \sqrt{3}$$

$$1 + 5\sqrt{3}$$

$$34 - z$$

$$1 - 7\sqrt{3}$$

$$1 - \sqrt{3} \quad 1 - 3\sqrt{3} \quad 1 - \sqrt{3}$$

$$xy + xz + yz = x^2 + y^2 + z^2 + 4x + 4y + 4z$$

$$4z + (x+4)(y+4) = xy$$

$$4z + xy + 16 + 4x + 4y = xy$$

$$z = -x - y - 4 \quad -x = y - 4$$

$$2x^2 + 2y^2 + 2z^2 + 2xy + 2xz + 2yz = 3(xy + xz + yz) - 4(x+y+z)$$

$$= x^2 + y^2 + z^2 + 8xy + 8xz + 8yz + 48$$

$$x^2 + y^2 + z^2 - 4x - 6y$$

$$\begin{aligned} &? = (x+y)^2(x+z)^2 + (y+z)^2 \\ &= x^2 + 2y^2 + z^2 + 2(xy+xz+yz) \\ &= (x+y+z)^2 - (x+y+z) \end{aligned}$$

На одной странице можно оформлять только одну задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.

1 2 3 4 5 6 7

СТРАНИЦА
_ ИЗ _

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!



$$(10^{25000} - 1)^3 = (10^{25000})^3 - 3 \cdot (10^{25000})^2 + 3 \cdot 10^{25000} - 1$$

$$99 \dots 97299 \dots 9$$

$$5 \cdot 2^3 \rightarrow 5 \cdot 2^9 \text{ нулей}$$

$$5 \cdot 2^9 \rightarrow 5 \cdot 2^{10} \text{ нулей} = 3$$

$$\begin{array}{r} 15 \\ n-6 \\ \hline 62 \\ n-2 \end{array}$$

$$n \rightarrow 3 \text{ (1)}$$

$$5605. 8605.$$

$$\begin{array}{r} 10 \dots 0 \\ 30 \dots 0 \\ + 30 \dots 0 \\ - 1 \end{array}$$

$$5 \cdot 2^9 \leq 5 \cdot 2^6$$

$$x = \frac{40}{3}$$

$$\square \square \square \square$$

$$10 \dots 0$$

$$9999 \dots 970000$$

$$\begin{array}{r} 999 \dots 6 \dots 9 \\ 25000 \dots 33000 \end{array}$$

$$C^2_{n-2}$$

$$\text{формула } y = \frac{115}{15} = \frac{23}{3}$$

$$C^5_{n-5} \text{ формула } \frac{\sqrt{115}}{y} = \frac{15}{\sqrt{115}}$$

$$\frac{x}{y} = \frac{15}{\sqrt{115}}$$

$$(10^{25000})^3 - (10^{25000})^2 + 1 + 10^{25000}$$

$$1) \angle AEB = 90^\circ \Rightarrow d \Rightarrow \sqrt{115}$$

$$AE = \sqrt{115}$$

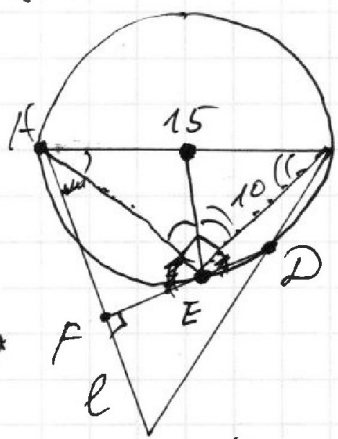
$$1) \angle AEB = 90^\circ \Rightarrow AE = \sqrt{115}$$

$$2) \angle B A$$

$$\angle 1 + \angle 2 + \angle 3 = 90^\circ$$

$$\angle 1 + 90^\circ + \angle 2 + \angle 3 = 180^\circ$$

$$\frac{C^2_{n-2}}{C^5_n} \text{ формула } \frac{5}{C^8_n}$$

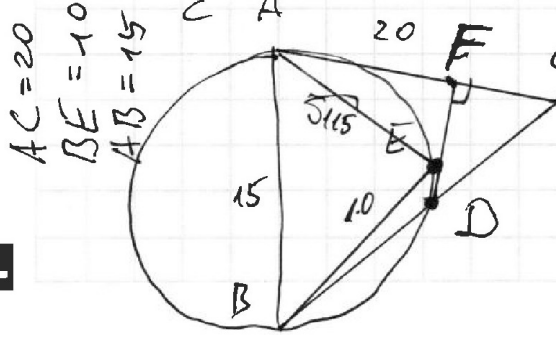
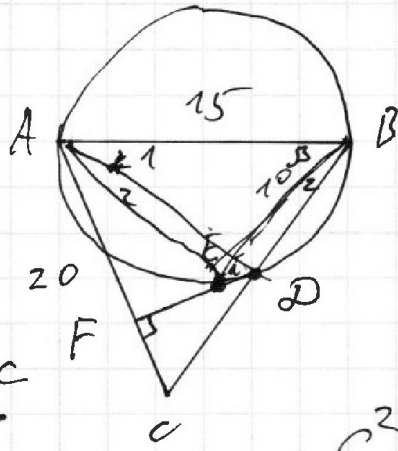


$$AC=20$$

$$BE=10$$

$$AB=15$$

$$AE=\sqrt{115}$$





На одной странице можно оформлять **только одну** задачу. Отметьте **крестиком** номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.

1 ☐ 2 ☐ 3 ☐ 4 ☐ 5 ☐ 6 ☐ 7 ☐

СТРАНИЦА
__ ИЗ __

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

$x^2 - 2x - 2$

$D = 4 + 8$

$-128 - 16 - 4$

-148

1) проведем AD и AE:

$$xyz = (x+y)(y+z)(z+x)$$

$$z^2 = (x+y)(y+z)$$

$$xy = 4z + xy + 16 + 4y + 4x$$

$$z = -x - y - 4$$

очном! $x = -y - z - 4$

$$y = -x - z - 4$$

$$x + y + z = -2x - 2y - 2z - 12$$

$$3x + 3y + 3z = 12$$

$$x + y + z = 4$$

$$z^2 - z(x+y+z) = xy$$

$$8-4 \quad x^2 + y^2 + z^2 = xy + xz + yz - 4x - 4y - 4z$$

$$4(xy + xz + yz)$$

$$2x^2 - 4x - 128 - 16 - 4 \quad 2(x+y+z)^2 - 2xy - 2xz - 2yz$$

$$z = -4$$

$$x + y + z = -4$$

$$x = -y$$

$$-y^2 = 0$$

$$y = 0 \quad (x+y)^2 + (x+z)^2 + (y+z)^2 =$$

$$(x+y+z)^2 + x^2 + y^2 + z^2$$

$$296$$

$$= 2x^2 + 2y^2 + 2z^2 + 2(xy + xz + yz)$$

$$= (x+y+z)^2 + x^2 + y^2 + z^2$$

$$16 + x^2 + y^2 + z^2$$

$$1+5\sqrt{3} \quad ax^2 + bx + c = 0$$

$$x^2 + \frac{b}{a}x + \frac{c}{a} = 0$$

$$\left(x + \frac{b}{2a}\right)^2 - \frac{b^2 - 4ac}{4a^2} = 0$$

$$-\frac{b}{2a} \pm \sqrt{\frac{b^2 - 4ac}{4a^2}}$$

-148

На одной странице можно оформлять только одну задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.



1 2 3 4 5 6 7

СТРАНИЦА
__ ИЗ __

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

② ③ ④ ⑤ ⑥ ⑦
al a+2d a+3d a+5d

$$x^2 - (a^2 - a)x + \frac{2-a^3}{3} = 0$$

$$2x^2 - (a^3 - a^2)x - 2a^6 - 8a - 4 = 0$$

$$x+y+z = -4$$

$$2(x^2 + y^2 + z^2) + 2(xy + xz + yz)$$

$$2(xy + xz + yz) = -2(x^2 + y^2 + z^2) + 4(x+y+z)$$

$$x^2 - (a^2 - a)x + \frac{2-a^3}{3} = 0$$

$$2x^2 - (a^3 - a^2)x - 2a^6 - 8a - 4 = 0$$

$$D_1 = (a^2 - a)^2 - \frac{4}{3}(2 - a^3) = a^4 - 2a^3 + a^2 - \frac{8}{3} + \frac{4}{3}a^3$$

$$x_{1,2} = \frac{-1 \pm \sqrt{D_1}}{2}$$

$$\begin{matrix} a \rightarrow a+d & a+6d & 2a+7d \\ & a+3d & a+4d \end{matrix}$$

$$x_{3,4} = \frac{-2 \pm \sqrt{D_2}}{2}$$

$$x_1 + x_2 = \frac{4(a^2 - a)}{2} = 2(a^2 - a)$$

$$x_3 + x_4 = \frac{a^3 - a^2}{2}$$

$$a^2 - a = \frac{a^3 - a^2}{2}$$

$$2a(a-1) = a^2(a-1)$$

$$a(a-1)(2-a) = 0$$

$$a=2$$

$$\begin{aligned} xy &= 4z + z^2 \\ xz &= 4y + y^2 \\ yz &= 4x + x^2 \end{aligned}$$

$$x^2 y^2 z^2$$

$$\begin{aligned} xyz &= (x+4)(y+4)(z+4) \\ x+y+z &= -4 \end{aligned}$$



На одной странице можно оформлять только одну задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.

1 ☐ 2 ☐ 3 ☐ 4 ☐ 5 ☐ 6 ☐ 7 ☐

СТРАНИЦА
__ ИЗ __

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

$$\begin{cases} xy = 4z + z^2 \\ yz = 4x + x^2 \\ xz = 4y + y^2 \end{cases}$$

$$xyz = (x+4)(y+4)(z+4)$$

$$x+y+z = -4$$

$$x^2 + y^2 + z^2 = 16$$

$$x^2 + y^2 + z^2 = 16 + xy + xz + yz$$

$$\frac{(x+y+z)^2 - x^2 - y^2 - z^2}{2} = xy + xz + yz$$

$$\frac{16 - x^2 - y^2 - z^2}{2} = xy + xz + yz$$

$$-16 + x^2 + y^2 + z^2 = xy + xz + yz$$

$$\frac{(x+y+z)^2 - x^2 - y^2 - z^2}{2} = xy + xz + yz$$

$$16 - (x^2 + y^2 + z^2) = 2(xy + xz + yz)$$