



МОСКОВСКИЙ
ФИЗИКО-ТЕХНИЧЕСКИЙ
ИНСТИТУТ

ОЛИМПИАДА "ФИЗТЕХ"
ПО МАТЕМАТИКЕ

10 КЛАСС. Вариант 8



1. [4 балла] Ненулевые числа x, y, z удовлетворяют системе уравнений

$$\begin{cases} xy = -6z + z^2, \\ yz = -6x + x^2, \\ zx = -6y + y^2. \end{cases}$$

Найдите все возможные значения выражения $(x-6)^2 + (y-6)^2 + (z-6)^2$, если известно, что система имеет хотя бы одно решение в ненулевых числах.

2. [2 балла] Десятичная запись натурального числа n состоит из 20 001 девятки. Сколько девяток содержит десятичная запись числа n^3 ?
3. [5 баллов] Окружность ω с диаметром AB пересекает сторону BC остроугольного треугольника ABC в точке D . Точка F выбрана на отрезке AC так, что $DF \perp AC$, а E — точка пересечения отрезка DF с окружностью ω , отличная от D . Найдите AF , если $AC = 20$, $AB = 10$, $BE = 9$.
4. [4 балла] В телеигре ведущий берет несколько коробок и ровно в три из них кладет по одному шарик. Игрок может указать на пять коробок и открыть их. Если в этих коробках лежат все три шарика, то игрок выигрывает. Игроку разрешили открыть девять коробок. Во сколько раз увеличилась вероятность выигрыша игрока?
5. [5 баллов] Найдите все значения параметра a , при которых корни уравнения $x^2 - (a^2 - 4a)x + a^2 - 6a + 4 = 0$ являются шестым и седьмым членами некоторой непостоянной арифметической прогрессии, а корни уравнения $5x^2 - (a^3 - 4a^2)x - 2a^3 - 6a - 15 = 0$ являются пятым и восьмым членами этой прогрессии.
6. [5 баллов] На координатной плоскости построена фигура Φ , состоящая из всех точек, координаты $(x; y)$ которых удовлетворяют неравенству $\left|y - 20 + \frac{x}{2\sqrt{3}}\right| + \left|y - 20 - \frac{x}{2\sqrt{3}}\right| \leq 8$. Фигуру Φ непрерывно повернули вокруг начала координат на угол π против часовой стрелки. Найдите площадь множества M , которое замела фигура Φ при этом повороте.
7. [6 баллов] На гипотенузе BC прямоугольного треугольника ABC выбраны точки P и Q так, что $AB = BP$, $AC = CQ$. Внутри треугольника ABC выбрана точка D , для которой $DP = DQ$, а $\angle PDQ = 90^\circ$. Найдите $\angle DCB$, если известно, что $\angle CBA = 46^\circ$.



На одной странице можно оформлять только одну задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.

1	2	3	4	5	6	7
☒	☐	☐	☐	☐	☐	☐

СТРАНИЦА

4 из 4

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

при $2 \rightarrow x = 0$

$$(x-6)^2 + (y-6)^2 + (z-6)^2 = 72$$

при $3 \rightarrow x = 0$

$$(x-6)^2 + (y-6)^2 + (z-6)^2 = 108$$

Важно! В ходе решения я рассматриваю случаи относительно 1 из переменных, т.к. условия симметричные для x, y, z , и все выкладки применимы ко всем, и беру к 1 итоговой S

Ответ: 72; 108; 135



На одной странице можно оформлять только одну задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.



СТРАНИЦА
3 из 3

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

$\Rightarrow$ либо.

Р-м. верхнюю систему

$$\begin{cases} z = x + y \\ x = 6 - z - y \\ y = 6 - x - z \end{cases}$$

$$\Rightarrow x = 6 - x - y - y \Rightarrow x = 3 - y$$

$$x + y = 3$$

$$z = 3.$$

$$(3 - y)y = -9.$$

$$y^2 - 3y - 9 = 0.$$

$$D: 9 + 9 \cdot 4 = 45$$

$$y_1 = \frac{3 + 3\sqrt{5}}{2}$$

$$y_{II} = \frac{3 - 3\sqrt{5}}{2}$$

$$x_1 = \frac{3 - 3\sqrt{5}}{2}$$

$$x_{II} = \frac{3 + 3\sqrt{5}}{2}$$

погр. $(x-6)^2 + (y-6)^2 + (z-6)^2 =$
 $= 9 + \left(\frac{3\sqrt{5}-9}{2}\right)^2 + \left(\frac{9+3\sqrt{5}}{2}\right)^2 =$

$$= 9 + 81 + 45 = 135$$

Рассмотрим нижнюю систему

$$x + y + z = 6, \text{ что не в-но.}$$

$\Rightarrow$ теперь рассмотрим раимонро

$$u < 0$$

$$\begin{cases} z = 0 \\ x + y = 6 \end{cases}$$

$$\Rightarrow x + y = 6$$

$$\begin{cases} x = 0 \\ y = 6 \end{cases}$$

$$z^2 - 6z = 0 = xy$$

$$\Rightarrow x \text{ или } y = 0.$$

$$\Rightarrow z \neq 0 = y^2 - 6y \Rightarrow \begin{cases} y = 6 \\ y = 0 \end{cases}$$



На одной странице можно оформлять **только одну** задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.

1 ☒ 2 ☐ 3 ☐ 4 ☐ 5 ☐ 6 ☐ 7 ☐

СТРАНИЦА
2 из 2

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

№1

$\Rightarrow$ если какие-то 2 числа равны между собой, то третье $= -2$.

тогда $\Rightarrow (x-6)^2 + (y-6)^2 + (z-6)^2 = 64 + 8 = 72$
(если $x, y, z \neq 0$)

от -6 радиусов в-ть, когда $x \neq y \neq z$.

$$\begin{cases} x^2 + xy + y^2 - 6(x+y) = 0 \Rightarrow (x+y-3)^2 = 9 + xy \\ x^2 + xz + z^2 - 6(x+z) = 0 \\ z^2 + zy + y^2 - 6(z+y) = 0 \end{cases}$$

$$\begin{aligned} 9 + xy - 9 - 6z + z^2 &= \\ &= (z-3)^2 \end{aligned}$$

$$\Rightarrow (z-3)^2 = (x+y-3)^2$$

$$\Rightarrow \begin{cases} z = x+y \\ z = 6 - x - y \end{cases}$$

Опять не так.
Все аналогично
получаем

$$\begin{cases} z = x+y \\ x = z+y \end{cases} \Rightarrow z - x = x - z \Rightarrow \emptyset$$

$$\begin{cases} x = y+2 \\ x = 6-y-2 \\ y = x+2 \\ y = 6-x-2 \end{cases}$$



На одной странице можно оформлять **только одну** задачу. Отметьте **крестиком** номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в **решении** каждой задачи **отдельно**.

1 ☒ 2 ☐ 3 ☐ 4 ☐ 5 ☐ 6 ☐ 7 ☐

СТРАНИЦА
1 из 1

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

$$\text{или } \begin{cases} (1) & xy = -6z + z^2 \\ (2) & xz = -6y + y^2 \\ (3) & zy = -6x + x^2 \end{cases}$$

$$x, y, z \neq 0.$$

$$(2) \quad xz = -6y + y^2$$

$$(3) \quad zy = -6x + x^2$$

$$\text{или } x, y, z \neq 0$$

$$\text{из } (3) \quad z = \frac{-6x + x^2}{y}$$

$$\text{подставляем в } (2)$$

$$\frac{-6x^2 + x^3}{y} = -6y + y^2$$

т.к. к. условие

$$-6x^2 + x^3 = -6y^2 + y^3$$

(симметрично)

$$(x-y)(x^2 + xy + y^2 - 6(x+y)) = 0$$

для x, y, z

$$\Rightarrow \begin{cases} (x-y)(x^2 + xy + y^2 - 6(x+y)) = 0 \\ (z-y)(z^2 + zy + y^2 - 6(z+y)) = 0 \\ (x-z)(x^2 + xz + z^2 - 6(x+z)) = 0 \end{cases}$$

$$\text{или } x = y$$

$$\text{из } (3) \quad zy = -6y + y^2 \Rightarrow z = -6 + y$$

$$\text{из } (1) \quad y^2 = 36 - 6y + y^2 - 12y + 36$$

$$18y = 72$$

$$y = 4 = x \Rightarrow z = -2$$



На одной странице можно оформлять **только одну** задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.

1
☐

2
☒

3
☐

4
☐

5
☐

6
☐

7
☐

СТРАНИЦА
1 из 1

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

$$\underbrace{9 \dots 9}_{20001} = 10^{20002} - 1$$

$$= \underbrace{9}_{20001} \underbrace{9700029}_{20003} \underbrace{9}_{20001} = 10^{60066} - 3 \cdot 10^{40006} + 3 \cdot 10^{20002} - 1$$

Итого: кол-во 9-к;

$$20001 \cdot 2 = 40002$$

Ответ: 40002



На одной странице можно оформлять только одну задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.

1 2 3 4 5 6 7
☐ ☐ ☐ ☒ ☐ ☐ ☐

СТРАНИЦА
1 из 1

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

У нас было n коробок
тогда в.ов для веруемо.

справить их: C_n^3

тогда. шанс угадать все 3
шара за 3 попытки: $\frac{1}{C_n^3}$

C_5^3 - кол-во в.ов расположения

~~все~~ 3-х урочках коробок (шаров).

средн 5-ти ~~выбавив~~ ^{открытых}

$\Rightarrow$ шанс. при 5^й коробке =
 $= \frac{C_5^3}{C_n^3}$, при 9 ~~аналогично~~

$$\Rightarrow \frac{C_9^3}{C_n^3} : \frac{C_5^3}{C_n^3} =$$

$$= \frac{9! \cdot 2!}{6! \cdot 5!} = \frac{9 \cdot 8 \cdot 7}{5 \cdot 4 \cdot 3} = \frac{6 \cdot 7}{5} = \frac{42}{5}$$

Ответ: $\frac{42}{5}$



На одной странице можно оформлять **только одну** задачу. Отметьте **крестиком** номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении **каждой** задачи отдельно.

1
☐

2
☐

3
☐

4
☐

5
☒

6
☐

7
☐

СТРАНИЦА
2 из 2

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. **Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно.** Порча QR-кода недопустима!

$$x^2 - 5x - 1 = 0.$$

$$D: 25 + 4 = 29$$

$$x_1 = \frac{5 + \sqrt{29}}{2}$$

$$x_2 = \frac{5 - \sqrt{29}}{2}$$

$$x_2 - x_1 = d = \sqrt{29}$$

$$x^2 - 5x - 59 = 0.$$

$$D: 25 + 59 \cdot 4 = 25 + 236 = 261 =$$

$$29 \cdot 9$$

$$x_3 = \frac{5 - 3\sqrt{29}}{2} = x_1 - d$$

$$x_4 = \frac{5 + 3\sqrt{29}}{2} = x_2 + \sqrt{29} = x_2 + d.$$

$$\Rightarrow a = 5 \text{ ур. ен}$$

$$\text{Answer: } a = 5$$



На одной странице можно оформлять **только одну** задачу. Отметьте **крестиком** номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении **каждой** задачи отдельно.

1 ☐ 2 ☐ 3 ☐ 4 ☐ 5 ☒ 6 ☐ 7 ☐

СТРАНИЦА
1 из 2

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

$$\begin{cases} x^2 - (a^2 - 4a)x + a^2 - 6a + 4 = 0 \\ 5x^2 - (a^3 - 4a^2)x - 2a^3 - 6a - 15 = 0 \end{cases}$$

Члены прогрессии - q_i : i -номер,
 d - разность

$$\frac{a^2 - 4a}{2} = \frac{q_6 + q_7}{2} = \frac{q_1 + 11d}{2}$$

$$\frac{a^3 - 4a^2}{10} = \frac{q_5 + q_9}{2} = \frac{q_1 + 11d}{2} = \frac{a^2 - 4a}{2}$$

$$(a^2 - 4a) \cdot 5 = a^3 - 4a^2$$

$$(a^2 - 4a)(5 - a) = 0$$

$$\begin{cases} a = 4 \\ a = 5 \\ a = 0 \end{cases}$$

проверно

$a = 4$

$$x^2 - 4 = 0 \Rightarrow x = \pm 2 \Rightarrow d = 4, q_7 = 2 \Rightarrow q_8 = 4$$

$$5x^2 - 14x = 0 \Rightarrow x =$$

$$x = 0 \Rightarrow x \neq q_8 \Rightarrow \emptyset$$

$a \neq 0$

$$x^2 + 4 = 0 \Rightarrow a = 5$$

$$x^2 - 5x - 1 = 0 \quad x^2 - 5x - 1 = 0$$

$$5x^2 - 25x - 235 = 0 \quad x^2 - 5x - 59 = 0$$



На одной странице можно оформлять **только одну** задачу. Отметьте **крестиком** номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении **каждой** задачи **отдельно**.

1
☐

2
☐

3
☐

4
☐

5
☐

6
☒

7
☐

СТРАНИЦА
3 ИЗ 3

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются **отдельно**. Порча QR-кода недопустима!

площадь ~~каждой~~ 2-х половинок

искорышек фигур: $128\sqrt{3} \cdot 0.8 = 128\sqrt{3}$

и закращенные секторы (см. на рис.)

$$\text{и } S = \pi R^2 \cdot \frac{\pi}{6} - S_{\triangle AOB} = \frac{\pi R^2}{12} - \frac{24 \cdot 8\sqrt{3}}{2}$$

$$= 64\pi - 96\sqrt{3} \text{ м.к. и } \times 2 \Rightarrow$$

$$\text{и } S = 128\pi - 192\sqrt{3}$$

$$\text{и } \text{итого: } 128 \cdot 3\pi = 128\pi + 128\sqrt{3} + 128\pi - 192\sqrt{3} =$$

$$= 128 \cdot 3\pi - 64\sqrt{3} = 384\pi - 64\sqrt{3}$$

$$\text{Ответ: } 384\pi - 64\sqrt{3}$$



На одной странице можно оформлять **только одну** задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.

1
☐2
☐3
☐4
☐5
☐6
☒7
☐СТРАНИЦА
2 из 3

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

нале оборота на π

нам прямоугольник закрасит.

площадь в форме ^{на указыва} круга.

~~ср-ч. из!~~ (поскольку точки A и A'

самые удаленные.

поскольку изначало у нас в центре.
на условие не t , а $y=20$.

$\Rightarrow$ итоговая формула: $\text{уд. } r$ внешнего
инверсии.

$$\Rightarrow \sin(y) = 16;$$

$$4. R \text{ до конца} = 0.02$$

$$\begin{aligned} \textcircled{3} \sqrt{OR^2 + RQ^2} &= \sqrt{\max(y)^2 + \max(x)^2} \\ &= \sqrt{20^2 + 3 \cdot 8^2} = \\ &= 8\sqrt{12} = 16\sqrt{3} \end{aligned}$$

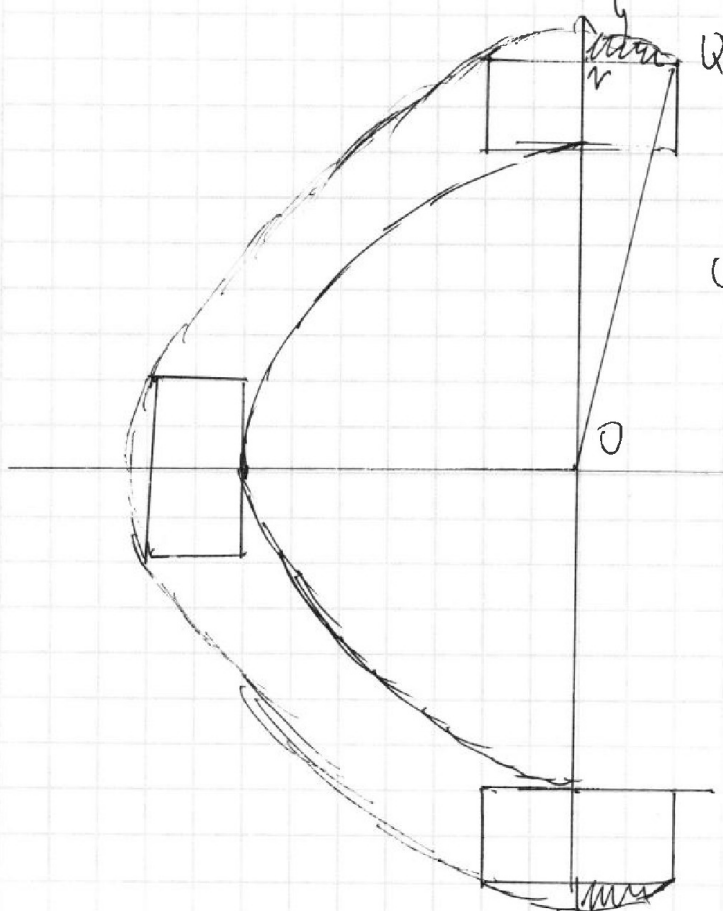
$$\sin \angle ROQ = \frac{RQ}{OR} = \frac{1}{2}$$

$$\Rightarrow \angle ROQ = 30^\circ$$

$$S_{\text{полукруга, мал}} = \frac{\pi r^2}{2} = 128\pi$$

$$S_{\text{полукруга, бол}} = \frac{\pi R^2}{2} = 128\pi\sqrt{3}$$

придадим значения:





На одной странице можно оформлять **только одну задачу**. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.

1 ☐ 2 ☐ 3 ☐ 4 ☐ 5 ☐ 6 ☒ 7 ☐

СТРАНИЦА
1 из 3

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

$$|y - 20 + \frac{x}{2\sqrt{3}}| + |y - 20 - \frac{x}{2\sqrt{3}}| \leq 8$$

Заметим, что на графике.
фигура симметрична от yx .

$$x=0$$

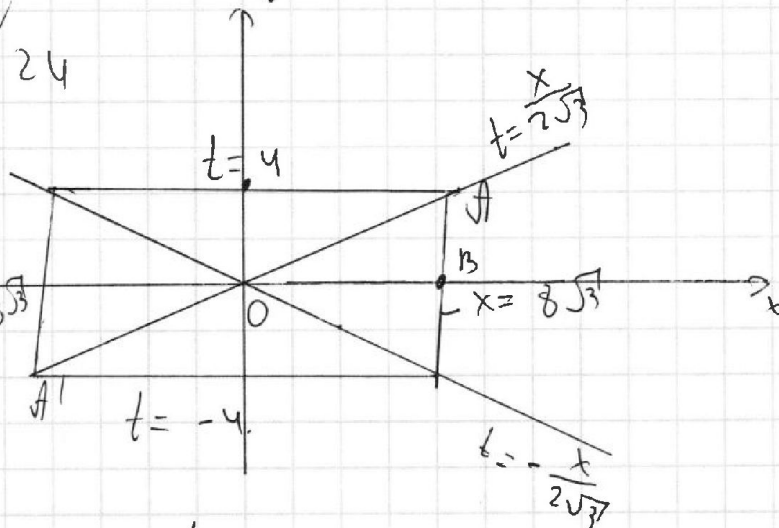
$$\text{Замена: } y-20=t$$

$$2|y-20| \leq 8$$

$$|y-20| \leq 4$$

$$16 \leq y \leq 24$$

$$|t + \frac{x}{2\sqrt{3}}| + |t - \frac{x}{2\sqrt{3}}| \leq 8$$



$$|t + \frac{x}{2\sqrt{3}}| + |t - \frac{x}{2\sqrt{3}}| \leq 8$$

$$\textcircled{1} t + \frac{x}{2\sqrt{3}}, t - \frac{x}{2\sqrt{3}} \geq 0$$

$$\textcircled{2} \begin{cases} t - \frac{x}{2\sqrt{3}} \geq 0 \\ t + \frac{x}{2\sqrt{3}} \leq 0 \end{cases}$$

$$\textcircled{3} \begin{cases} t - \frac{x}{2\sqrt{3}} \leq 0 \\ t + \frac{x}{2\sqrt{3}} \geq 0 \end{cases} \Rightarrow$$

$$\textcircled{4} \begin{cases} t - \frac{x}{2\sqrt{3}} \leq 0 \\ t + \frac{x}{2\sqrt{3}} \leq 0 \end{cases}$$

$$\textcircled{1} t \leq 4$$

$$\textcircled{2} x \geq -8\sqrt{3}$$

$$\textcircled{3} x \leq 8\sqrt{3}$$

$$\textcircled{4} t \geq -4$$

$$OA = \sqrt{AB^2 + OB^2} = \sqrt{16 + 192} = \sqrt{208} = 4\sqrt{13}$$

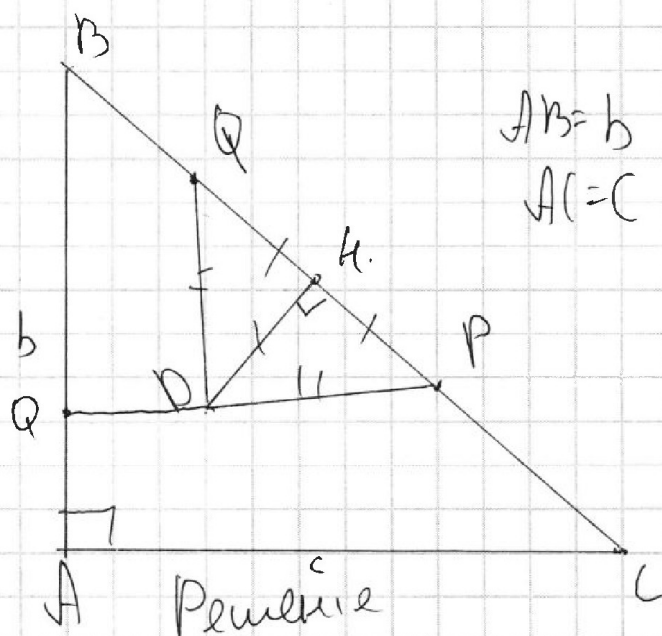


На одной странице можно оформлять только одну задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.

1 ☐ 2 ☐ 3 ☐ 4 ☐ 5 ☐ 6 ☐ 7 ☒

СТРАНИЦА
1 из 1

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!



Дано:

$$AB = BP$$

$$AC = CQ$$

$$DP = DQ$$

$$\angle PDQ = 90^\circ$$

$$\angle CBA = 40^\circ$$

$$\angle DCB = ?$$

$\triangle DPQ$ - равн. $\triangle$ прямоуг.

$$\Rightarrow QH = HP = DK = \frac{QP}{2} \quad (DK - \text{высота}$$

$$\text{и медиана}) \Rightarrow QH = \frac{QP}{2} = \frac{c + b - \sqrt{c^2 + b^2}}{2}$$

$$= r \quad (\text{по в-ву прямоуг. } \triangle) \Rightarrow DK = r$$

$$BK = \frac{b}{2} - \frac{c + b - \sqrt{c^2 + b^2}}{2} = \frac{b - c + \sqrt{c^2 + b^2}}{2}$$

$$= AB - r \Rightarrow r = \text{удал. } (ABC)$$

$$h - \text{высота } DK \perp BC, \text{ и } BK = BQ:$$

$$BQ \perp AB$$

$$\Rightarrow \angle BDC = 90^\circ - 40^\circ = 50^\circ$$

$$\text{Ответ: } 22^\circ$$

$$= 22^\circ$$

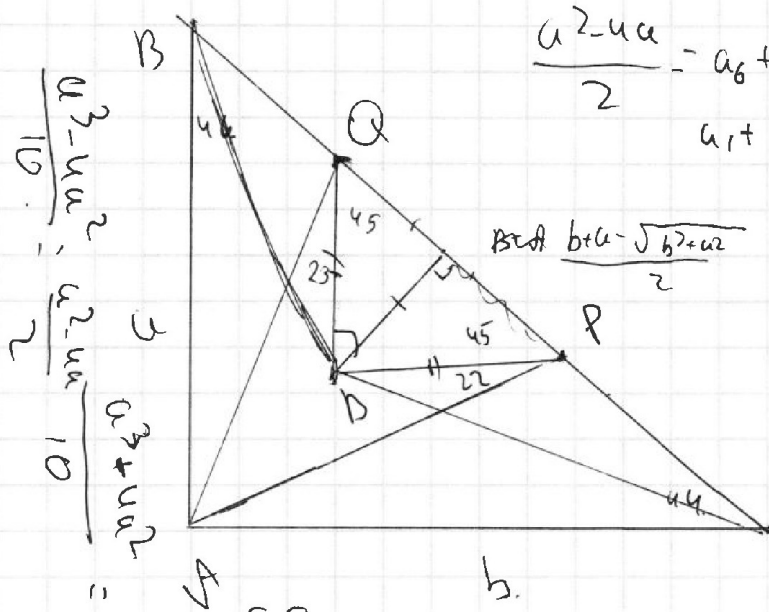


На одной странице можно оформлять **только одну** задачу. Отметьте **крестиком** номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении **каждой задачи отдельно**.



СТРАНИЦА
__ ИЗ __

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!



$$\frac{a^2 - 4a}{2} = a_6 + \frac{a}{2} + \frac{11a}{2}$$

$$\frac{(b+a-\sqrt{b^2+a^2})}{b-a+\sqrt{b^2+a^2}} =$$

$$= \frac{(b+a-\sqrt{b^2+a^2})(b-a-\sqrt{b^2+a^2})}{-2ab}$$

$$= \frac{\frac{3}{5}a^2 - 2b\sqrt{b^2+a^2} - 4a^2}{-2ab}$$

$$= \frac{b - 2\sqrt{b^2+a^2}}{-2a}$$

$$\frac{2\sqrt{b^2+a^2} - b}{2a}$$

$$5b^2 + 8a^2 + 4b\sqrt{b^2+a^2}$$

$$4(b^2+a^2)$$

$$(2\sqrt{b^2+a^2} - b)^2 + 4a^2$$

$$b^2 - 4ac$$

$$D = 9$$

$$x^2 - (a^2 - 4a)x + a^2 - 4a + 4 = 0$$

Д:

$$|y - 20| \leq 8$$

$$16 \leq y \leq 28$$

$$-16\sqrt{3} \leq x \leq 16\sqrt{3}$$

$$-8\sqrt{3} \leq x \leq 8\sqrt{3}$$

$$\frac{2}{5} = D$$

$$225(a^2 - 4a)^2 - 4(a^2 - 4a + 4) = (a^3 - 4a^2)^2 + 20(2a^3 + 6a + 15)$$

$$ax^2 - (a^2 - 4a^2)x + a^2 - 4a^2 + 4a$$

$$5 - a$$



На одной странице можно оформлять **только одну** задачу. Отметьте **крестиком** номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении **каждой** задачи **отдельно**.

1 ☒ 2 ☒ 3 ☐ 4 ☐ 5 ☐ 6 ☐ 7 ☐

СТРАНИЦА
__ ИЗ __

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

$x=y$. $((z+y)-3)^2 = 9+zy$
 $z=6+y$
 $y^2 = 36-6y+y^2-12y+36$
 $x^2-6x=x^2$
 $18y=72$
 $x=0$
 $y=4=x$
 $z=-2$
 $z=-12+2x$

$AC=20$
 $AB=10$
 $BE=9$
 $\cos \angle EAB = \frac{\sqrt{19}}{10}$
 $\cos \angle EPB = -\frac{\sqrt{19}}{10}$

$x-6 = \frac{y}{x}$
 $y-6 = \frac{z}{y}$
 $z-6 = \frac{x}{z}$
 $x=z+y$

$z=6-x-y$
 $x=6-2y$
 $x^2+x(y-6)+y^2-6y$
 $y^2-12y+36-y^2-24y$
 $-3y^2+12y+36 \geq 0$
 $y^2-4y+12 \leq 0$
 $(y-6)(y+2) \leq 0$
 $y \in [2, 6]$
 $-6y^2+y^3 = -6y^2+y^3$
 $(x-y)(x^2+xy+y^2-6xy) = 0$
 $(x-y)((x+y)(x+y-6)-xy)$

$z^2 \geq 4x^4$
 $z=x+y$
 $x=y+2$
 $z-x=x-z$

