



МОСКОВСКИЙ
ФИЗИКО-ТЕХНИЧЕСКИЙ
ИНСТИТУТ

ОЛИМПИАДА "ФИЗТЕХ"
ПО МАТЕМАТИКЕ

10 КЛАСС. Вариант 8



1. [4 балла] Ненулевые числа x, y, z удовлетворяют системе уравнений

$$\begin{cases} xy = -6z + z^2, \\ yz = -6x + x^2, \\ zx = -6y + y^2. \end{cases}$$

Найдите все возможные значения выражения $(x - 6)^2 + (y - 6)^2 + (z - 6)^2$, если известно, что система имеет хотя бы одно решение в ненулевых числах.

[2 балла] Десятичная запись натурального числа n состоит из 20 001 девятки. Сколько девяток содержит десятичная запись числа n^3 ?

3. [5 баллов] Окружность ω с диаметром AB пересекает сторону BC остроугольного треугольника ABC в точке D . Точка F выбрана на отрезке AC так, что $DF \perp AC$, а E — точка пересечения отрезка DF с окружностью ω , отличная от D . Найдите AF , если $AC = 20$, $AB = 10$, $BE = 9$.

[4 балла] В теленграе ведущий берет несколько коробок и ровно в три из них кладет по одному шарику. Игрок может указать на пять коробок и открыть их. Если в этих коробках лежат все три шарика, то игрок выигрывает. Игроку разрешили открыть девять коробок. Во сколько раз увеличилась вероятность выигрыша игрока?

[5 баллов] Найдите все значения параметра a , при которых корни уравнения $x^2 - (a^2 - 4a)x + a^2 - 6a + 4 = 0$ являются шестым и седьмым членами некоторой непостоянной арифметической прогрессии, а корни уравнения $5x^2 - (a^3 - 4a^2)x - 2a^3 - 6a - 15 = 0$ являются пятым и восьмым членами этой прогрессии.

[5 баллов] На координатной плоскости построена фигура Φ , состоящая из всех точек, координаты $(x; y)$ которых удовлетворяют неравенству $\left|y - 20 + \frac{x}{2\sqrt{3}}\right| + \left|y - 20 - \frac{x}{2\sqrt{3}}\right| \leqslant 8$. Фигуру Φ непрерывно повернули вокруг начала координат на угол π против часовой стрелки. Найдите площадь множества M , которое замела фигура Φ при этом повороте.

[6 баллов] На гипотенузе BC прямоугольного треугольника ABC выбраны точки P и Q так, что $AB = BP$, $AC = CQ$. Внутри треугольника ABC выбрана точка D , для которой $DP = DQ$, а $\angle PDQ = 90^\circ$. Найдите $\angle DCB$, если известно, что $\angle CBA = 46^\circ$.



На одной странице можно оформлять только одну задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.

1

2

3

4

5

6

7

СТРАНИЦА
4 ИЗ 4

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

при $z = 0$

$$(x-6)^2 + (y-6)^2 + (2-6)^2 = 72$$

при $z \neq 0$

$$(x-6)^2 + (y-6)^2 + (z-6)^2 = 108$$

NB! В ходе решения я рассматривал

случаи отмечения 1 из непечатных

н-кы члновия симметричное для x, y, z ,

и без вынуждения применения к вспомогательным

и обратн к 1 именований

Ответ: 72; 108; 135



На одной странице можно оформлять только одну задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.

- | | | | | | | |
|-------------------------------------|--------------------------|--------------------------|--------------------------|--------------------------|--------------------------|--------------------------|
| 1 | 2 | 3 | 4 | 5 | 6 | 7 |
| <input checked="" type="checkbox"/> | <input type="checkbox"/> |

СТРАНИЦА
3 из ____

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

⇒ либо.

Р-м. верхнего синечу

$$\begin{cases} z = x + y \\ x = 6 - z - y \\ y = 6 - x - z \end{cases} \Rightarrow x = 6 - x - y - 6 \Rightarrow x = 3 - y \\ x + y = 3 \\ z = 3.$$

либо

$$\begin{cases} x = 6 - z - y \\ y = 6 - z - x \\ z = 6 - y - x \end{cases}$$

$$(3-y)y = -9.$$

$$y^2 - 3y - 9 = 0.$$

$$D: 9 + 81 = 9 \cdot 5$$

$$y_1 = \frac{3 + 3\sqrt{5}}{2}$$

$$y_{11} = \frac{3 - 3\sqrt{5}}{2}$$

$$x_1 = \frac{3 - 3\sqrt{5}}{2}$$

$$x_{11} = \frac{3 + 3\sqrt{5}}{2}$$

$$\text{мога. } (x-6)^2 + (y-6)^2 + (z-6)^2 = \\ = 9 + \left(\frac{3\sqrt{5}-9}{2}\right)^2 + \left(\frac{9+3\sqrt{5}}{2}\right)^2 = \\ = 9 + 81 + 45 = 135$$

Рассмотрим нижнюю синечу

$$x + y + z = 6, \text{ что кев-ко.}$$

⇒ теперь осталось решить про

$$\begin{cases} x < 0 \\ z = 0 \\ x + y + z = 6 \end{cases} \Rightarrow x + y = 6$$

$$z^2 - 6z = 0 = xy$$

$$\Rightarrow xy = 0.$$

$$\Rightarrow z^2 = 0 = y^2 - 6y \Rightarrow \begin{cases} y = 6 \\ y = 0 \end{cases}$$



На одной странице можно оформлять только одну задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.

1

2

3

4

5

6

7

СТРАНИЦА
1 из _____

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

№1

2

\Rightarrow если какие-то 2 числа равны
между собой, то произв = -2
тогда $\Rightarrow (x-6)^2 + (y-6)^2 + (z-6)^2 = 64 + 8 = 72$
(если $x, y, z \neq 0$)

Одн-6 разности б-ны, когда

$x \neq y \neq z$.

$$\begin{cases} x^2 + xy + y^2 - 6(x+y) = 0 \Rightarrow (x+y-3)^2 = 9 + xy \\ x^2 + xz + z^2 - 6(x+z) = 0 \quad 9 + xy - 9 - 6z + z^2 = \\ z^2 + zy + y^2 - 6(z+y) = 0 \quad = (z-3)^2 \end{cases}$$

$$\Rightarrow (z-3)^2 = (x+y-3)^2$$

$$\Rightarrow \begin{cases} z = x+y \\ z = 6 - x - y \end{cases}$$

$$\left\{ \begin{array}{l} z = x+y \\ z = 6 - x - y \end{array} \right. \Rightarrow z - x = x - z \Rightarrow \emptyset$$

Опять же так.
Все симметрично

получаем

$$\begin{cases} x = y + 2 \\ x = 6 - y - 2 \\ y = x + z \\ y = 6 - x - z \end{cases}$$



На одной странице можно оформлять **только одну** задачу. Отметьте **крестиком** номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в **решении каждой задачи отдельно**.

1

2

3

4

5

6

7

СТРАНИЦА
1 из _____

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач **нумеруются отдельно**. Порча QR-кода недопустима!

$$\text{w1(1)} \left\{ \begin{array}{l} xy = -6x^2 + z^2 \\ xz = -6y^2 + y^2 \\ zy = -6x^2 + x^2 \end{array} \right.$$

$$x, y, z \neq 0.$$

$$(2) \left\{ \begin{array}{l} xz = -6y^2 + y^2 \\ zy = -6x^2 + x^2 \end{array} \right.$$

$$\boxed{3} \quad (2) \quad x, y, z \neq 0$$

$$\text{uz } (3) \quad z = \frac{-6x^2 + x^2}{y}$$

нормализовать (2)

$$\frac{-6x^2 + x^2}{y} = -6y^2 + y^2$$

мк.к. условие

$$-6x^2 + x^2 = -6y^2 + y^2$$

(симметрично)

$$(x-y)(x^2 + xy + y^2 - 6(x+y)) = 0$$

или x, y, z

$$x = y$$

$$\Rightarrow \left\{ \begin{array}{l} (x-y)(x^2 + xy + y^2 - 6(x+y)) = 0 \\ (z-y)(z^2 + zy + y^2 - 6(z+y)) = 0 \end{array} \right.$$

$$(z-y)(z^2 + zy + y^2 - 6(z+y)) = 0$$

$$(x-z)(x^2 + xz + z^2 - 6(x+z)) = 0$$

$$\boxed{3} \quad x = y$$

$$\text{uz } (3) \quad zy = -6y^2 + y^2 \Rightarrow z = -6 + y.$$

$$\text{uz } (1) \quad y^2 = 36 - 6y + y^2 - 12y + 36.$$

$$18y = 72$$

$$y = 4 = x \Rightarrow z = -2.$$



На одной странице можно оформлять только одну задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.

1

2

3

4

5

6

7

СТРАНИЦА
1 из 1

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

$$\underbrace{9 \dots 9}_{20001} = 10^{20002} - 1$$

$$= \underbrace{(10^{20002} - 1)^3}_{20001} = \underbrace{10^{60006}}_{20001} - \underbrace{3 \cdot 10^{40004}}_{20001} + \underbrace{3 \cdot 10^{20002} - 1}_{20001}$$
$$= \underbrace{9 \dots 9}_{20001} \underbrace{700 \dots 029 \dots 9}_{20001}$$

Итого: $10^{20001} \cdot 2 = 40002$

Ответ: 40002



На одной странице можно оформлять только одну задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.

- | | | | | | | |
|--------------------------|--------------------------|--------------------------|-------------------------------------|--------------------------|--------------------------|--------------------------|
| 1 | 2 | 3 | 4 | 5 | 6 | 7 |
| <input type="checkbox"/> | <input type="checkbox"/> | <input type="checkbox"/> | <input checked="" type="checkbox"/> | <input type="checkbox"/> | <input type="checkbox"/> | <input type="checkbox"/> |

СТРАНИЦА
1 из 1

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

У нас было n коробок
тогда в-ов для вертушки.

спрятать их : $\binom{n}{3}$

тогда. шанс угадать все 3
шара $\frac{3!}{3^3}$ 3 кнопочки. $\frac{1}{C_h^3}$

C_5^3 - кол-во в-ов расположения

так 3-х упаковок коробок с шарами.

Чтобы 5-ти ~~выбрать~~ ^{открыть}

\Rightarrow шанс. при 5 коробках =

$= \frac{C_5^3}{C_h^3}$, при 9 аналогично

$$\Rightarrow \frac{C_9^3}{C_h^3} : \frac{C_5^3}{C_h^3} = \frac{C_9^3}{C_5^3}$$

$$= \frac{9! \cdot 2!}{6! \cdot 5!} = \frac{9 \cdot 8 \cdot 7}{5 \cdot 4 \cdot 3} = \frac{6 \cdot 7}{5} = \frac{42}{5}$$

Ответ: В $\frac{42}{5}$



На одной странице можно оформлять **только одну** задачу. Отметьте **крестиком** номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении **каждой** задачи **отдельно**.

1

2

3

4

5

6

7

СТРАНИЦА
2 из 2

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач **нумеруются отдельно**. Порча QR-кода недопустима!

$$x^2 - 5x - 1 = 0.$$

$$D: 25 + 4 = 29$$

$$x_1 = \frac{5 + \sqrt{29}}{2}$$

$$x_2 = \frac{5 - \sqrt{29}}{2}$$

$$x_2 - x_1 = d = \sqrt{29}$$

$$x^2 - 5x - 5y = 0.$$

$$D: 25 + 5y \cdot 4 = 25 + 236 = 261 =$$

$$x_3 = \frac{5 - \sqrt{-3\sqrt{29}}}{2} = x_1 - d$$

$$x_4 = \frac{5 + \sqrt{-3\sqrt{29}}}{2} = x_2 + \sqrt{-3\sqrt{29}} = x_2 + d.$$

$$\Rightarrow a = 5 \text{ Чр. лн}$$

$$\text{Ответ: } a = 5$$



На одной странице можно оформлять только одну задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.

- | | | | | | | |
|----------------------------|----------------------------|----------------------------|----------------------------|---------------------------------------|----------------------------|----------------------------|
| <input type="checkbox"/> 1 | <input type="checkbox"/> 2 | <input type="checkbox"/> 3 | <input type="checkbox"/> 4 | <input checked="" type="checkbox"/> 5 | <input type="checkbox"/> 6 | <input type="checkbox"/> 7 |
|----------------------------|----------------------------|----------------------------|----------------------------|---------------------------------------|----------------------------|----------------------------|

СТРАНИЦА
1 из 2

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

$$\begin{cases} x^2 - (a^2 - 4a)x + a^2 - 6a + 4 = 0 \\ 5x^2 - (a^3 - 4a^2)x - 2a^3 - 6a - 15 = 0 \end{cases}$$

Члены прогрессии - q_i : i -номер,
 d - разность

$$\frac{a^2 - 4a}{2} = \frac{q_6 + q_7}{2} = \frac{q_1 + 11d}{2}$$

$$\frac{a^3 - 4a^2}{10} = \frac{q_5 + q_8}{2} = \frac{q_1 + 11d}{2} = \frac{a^2 - 4a}{2}$$

$$(a^2 - 4a) \cdot 5 = a^3 - 4a^2$$

$$(a^2 - 4a)(5 - a) = 0$$

$$\begin{cases} a = 4 \\ a = 5 \\ a = 0 \end{cases} \quad \text{mk.}$$

проверка

$$a = 4. \quad x^2 - 4 = 0. \Rightarrow x = \pm 2. \Rightarrow d = 4, q_7 = 2. \Rightarrow q_8 = 4.$$

$$5x^2 - 4a^2 = 0 \Rightarrow x =$$

$$x = 0 \Rightarrow x \notin q_8 \Rightarrow \emptyset$$

$$a = 5.$$

$$x^2 + 4 = 0 \Rightarrow \emptyset \Rightarrow a = 5$$

$$x^2 - 5x - 1 = 0 \quad x^2 - 5x - 1 = 0$$

$$5x^2 - 25x - 25 = 0 \quad x^2 - 5x - 5 = 0$$



На одной странице можно оформлять только одну задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.

- | | | | | | | |
|--------------------------|--------------------------|--------------------------|--------------------------|--------------------------|-------------------------------------|--------------------------|
| 1 | 2 | 3 | 4 | 5 | 6 | 7 |
| <input type="checkbox"/> | <input checked="" type="checkbox"/> | <input type="checkbox"/> |

СТРАНИЦА
3 ИЗ 3

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

плотарб ~~коэф~~ 2-х коробок

исходных фланг.: $18\sqrt{3} \cdot 8 = 128\sqrt{3}$

и. закрашенные секторы. (на карте.)

$$6 \times S = \frac{\pi R^2 \cdot \frac{6}{6}}{360^\circ \pi} - S_{\text{брак}} = \frac{\pi R^2}{12} - \frac{24 \cdot 8\sqrt{3}}{2} =$$

$$= 64\pi - 96\sqrt{3} \text{ м.к.м.к. } \Rightarrow$$

$$6S = 128\pi - 192\sqrt{3}$$

$$\text{ищем: } 128 \cdot 3\pi = 128\pi + 128\sqrt{3} + 128\pi - 192\sqrt{3} =$$

$$= 128 \cdot 3\pi = 64\sqrt{3} = 384\pi - 64\sqrt{3}$$

Ответ: $384\pi - 64\sqrt{3}$



На одной странице можно оформлять только одну задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.

1

2

3

4

5

6

7

СТРАНИЦА
2 из 3

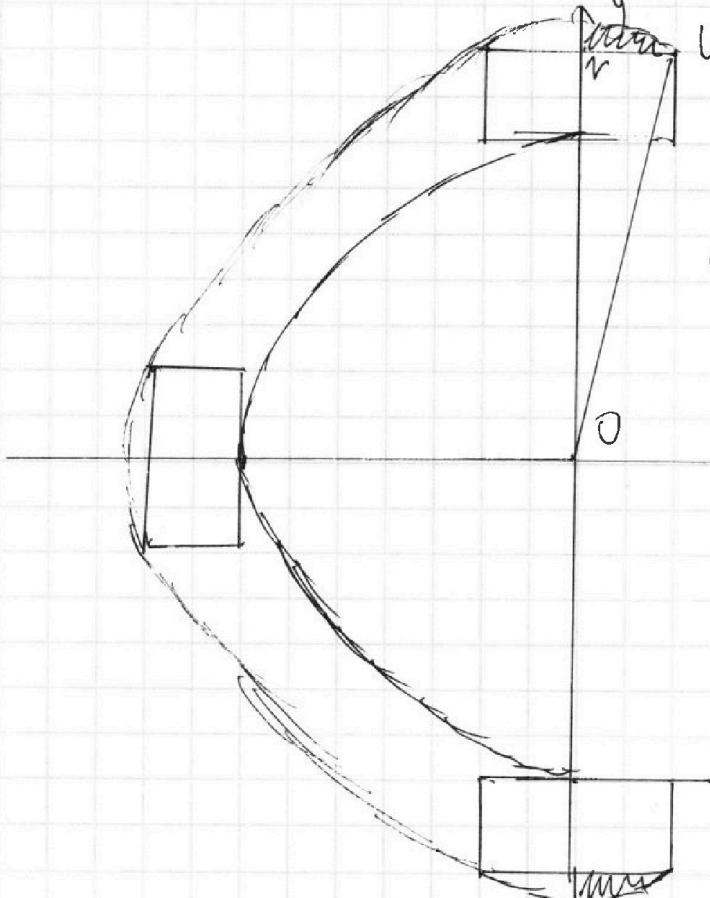
Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

наде обрата на π
наш прямоугольник закрасим.
кишарт в форме ^{полукруга} круга.
~~ст-квз~~ (поскольку точки длины)

самые удаленно.

поскольку из концов у нас больше.
не будем же t , а $y=20$.

\Rightarrow итоговая формула: $y = \sqrt{R^2 - x^2}$



$$\Rightarrow \min(y) = 16;$$

$$4. R \text{ должно} = 0,2$$

$$\begin{aligned} \textcircled{2} \quad & \sqrt{R^2 + x^2} = \max(y) + \min(y) \\ & = \sqrt{20^2 + 3 \cdot 2^2} = \\ & = 2\sqrt{12} = 16\sqrt{3} \end{aligned}$$

$$\sin \angle ROQ = \frac{RQ}{OQ} = \frac{1}{2}$$

$$\Rightarrow \angle ROQ = 30^\circ$$

$$\text{Площадь полукруга} = \frac{\pi R^2}{2} = 128\pi$$

$$\text{Площадь дыр} = \frac{\pi R^2}{2} = 128\pi \cdot \frac{\sqrt{3}}{4}$$

прибавим сюда еще



На одной странице можно оформлять **только одну** задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.

- 1 2 3 4 5 6 7

СТРАНИЦА
1 из 3

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач **нумеруются отдельно**. Порча QR-кода недопустима!

$$|y - 20 + \frac{x}{2\sqrt{3}}| + |y - 20 - \frac{x}{2\sqrt{3}}| \leq 8$$

Заметим, что на графике фигура симметрична относительно оси $y = 20$.

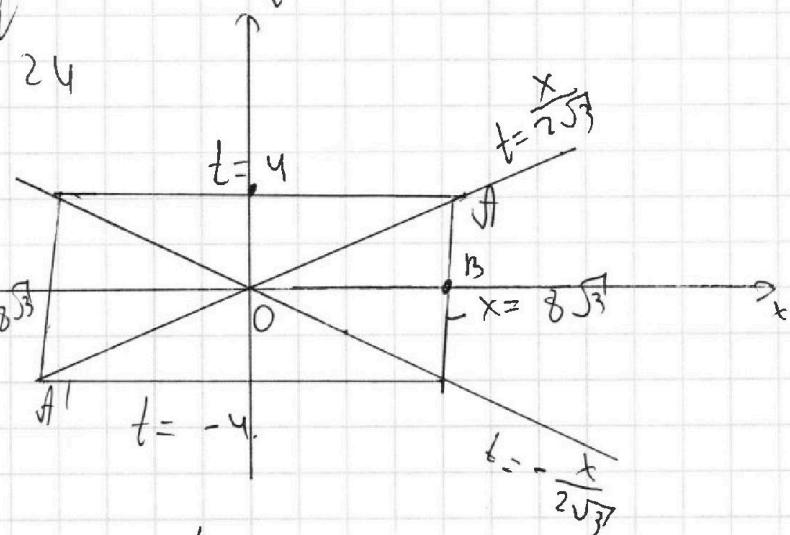
$$x=0.$$

$$\text{Замена: } y - 20 = t.$$

$$2|t - 20| \leq 8$$

~~$t - 20 \leq 4$~~
 ~~$t - 20 \geq -4$~~
 $16 \leq t \leq 24$

$$|t + \frac{x}{2\sqrt{3}}| + |t - \frac{x}{2\sqrt{3}}| \leq 8.$$



$$|t + \frac{x}{2\sqrt{3}}| + |t - \frac{x}{2\sqrt{3}}| \leq 8$$

$$\textcircled{1} t + \frac{x}{2\sqrt{3}}, t - \frac{x}{2\sqrt{3}} \geq 0$$

$$\textcircled{2} t - \frac{x}{2\sqrt{3}} \geq 0$$

$$t + \frac{x}{2\sqrt{3}} \leq 0$$

$$\textcircled{1} t \leq 4.$$

$$\textcircled{3} \begin{cases} t - \frac{x}{2\sqrt{3}} \leq 0 \\ t + \frac{x}{2\sqrt{3}} \geq 0 \end{cases}$$

$$\textcircled{4} \begin{cases} t - \frac{x}{2\sqrt{3}} \leq 0 \\ t + \frac{x}{2\sqrt{3}} \leq 0 \end{cases}$$

$$\Rightarrow \textcircled{2} x \geq -8\sqrt{3}$$

$$\textcircled{3} x \leq 8\sqrt{3}$$

$$\textcircled{4} t \geq -4.$$

$$OA = \sqrt{t^2 + x^2} = \sqrt{16 + 192} = \sqrt{208} = 4\sqrt{13}$$

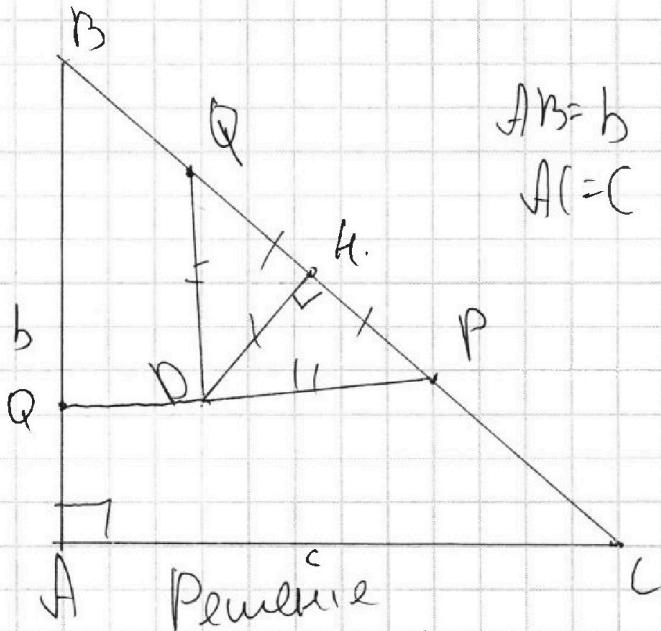
На одной странице можно оформлять только одну задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.



- | | | | | | | |
|--------------------------|--------------------------|--------------------------|--------------------------|--------------------------|--------------------------|-------------------------------------|
| <input type="checkbox"/> | <input checked="" type="checkbox"/> |
|--------------------------|--------------------------|--------------------------|--------------------------|--------------------------|--------------------------|-------------------------------------|

СТРАНИЦА
1 из 1

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!



Дано:

$$AB = BP$$

$$AC = CQ$$

$$BP = PQ$$

$$\angle PDG = 90^\circ$$

$$\angle CBH = 45^\circ$$

$$\angle DCB = ?$$

Решение.

$$QD = \sqrt{b^2 + r^2} \quad \triangle DPQ - \text{побл. } \angle D, \text{ прямогр.}$$

$$\Rightarrow QH = HP = DH = \frac{QD}{2} \quad (DH - \text{бок-та}$$

$$\text{и шир-ка}) \Rightarrow QH = \frac{QD}{2} = \frac{c+r}{2} = \frac{c+b-\sqrt{c^2+b^2}}{2}$$

$$= r \cdot (\text{нс } (b - b\sqrt{r^2 + b^2}) \text{ прямогр. } \triangle) \Rightarrow DH = r$$

$$BH = \frac{\sqrt{2}b}{2} - \frac{c+b-\sqrt{c^2+b^2}}{2} = \frac{b - c + \sqrt{c^2+b^2}}{2} =$$

$$= \sqrt{b^2 + r^2} - r \Rightarrow \overline{DH} = \text{чекир. } (\triangle ABC),$$

н-нг. $DH \perp BC$, и. $BH \perp CH = BD$:

$$BQ \perp AB$$

$$\Rightarrow (D - \text{дис-ка} \Rightarrow \angle DCB = \frac{\angle BCA - 90^\circ}{2} = \frac{45^\circ - 90^\circ}{2} = 22.5^\circ)$$

Ответ: 22.5°

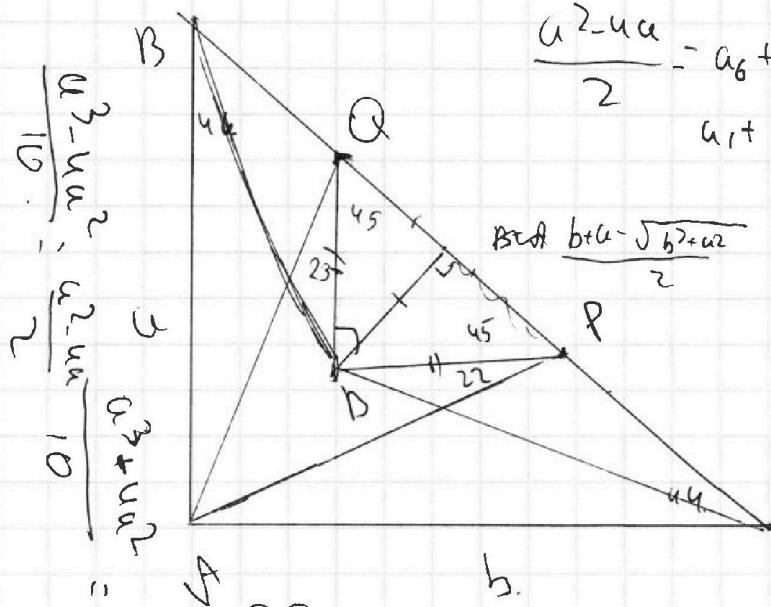


На одной странице можно оформлять только одну задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.

- | | | | | | | |
|---------------------------------------|---------------------------------------|----------------------------|----------------------------|----------------------------|----------------------------|----------------------------|
| <input checked="" type="checkbox"/> 1 | <input checked="" type="checkbox"/> 2 | <input type="checkbox"/> 3 | <input type="checkbox"/> 4 | <input type="checkbox"/> 5 | <input type="checkbox"/> 6 | <input type="checkbox"/> 7 |
|---------------------------------------|---------------------------------------|----------------------------|----------------------------|----------------------------|----------------------------|----------------------------|

СТРАНИЦА
ИЗ

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!



$$\frac{a^2 - ua}{2} = a_6 + \frac{\alpha}{2}$$

$$b^2 + u^2 = \frac{(b+u-\sqrt{b^2+u^2})}{2}$$

$$\frac{(b+u-\sqrt{b^2+u^2})}{b-u+\sqrt{b^2+u^2}} =$$

$$= \frac{(b+u-\sqrt{b^2+u^2})(b-u-\sqrt{b^2+u^2})}{-2ab}$$

$$= \frac{b^2 - 2b\sqrt{b^2+u^2} + u^2}{-2ab}$$

$$= \frac{b^2 - 2\sqrt{b^2+u^2} - b}{-2ab}$$

$$5b^2 + 8u^2 + 4b\sqrt{b^2+u^2}$$

$$4(b^2+u^2)$$

$$(2\sqrt{b^2+u^2} - b)^2 + 4u^2$$

$$b^2 - 4bu.$$

$$u. D = 9.$$

$$|y - 20| \leq 8.$$

$$16 \leq y \leq 24$$

$$-16\sqrt{3} \leq x \leq 16\sqrt{3}$$

$$-8\sqrt{3} \leq x \leq 8\sqrt{3}$$

$$225(a^2 - ua)^2 - 4ad(a^2 + u^2) = (a^3 - ua^2)^2 + 20(2a^3 + bu + 15)$$

$$au^2 = (a^3 - ua^2) x + a^2 a^2 u^2 + bu.$$

$$5 - u.$$

$$\frac{D}{\sqrt{3}} = D$$



На одной странице можно оформлять **только одну** задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.

- | | | | | | | |
|---------------------------------------|---------------------------------------|----------------------------|----------------------------|----------------------------|----------------------------|----------------------------|
| <input checked="" type="checkbox"/> 1 | <input checked="" type="checkbox"/> 2 | <input type="checkbox"/> 3 | <input type="checkbox"/> 4 | <input type="checkbox"/> 5 | <input type="checkbox"/> 6 | <input type="checkbox"/> 7 |
|---------------------------------------|---------------------------------------|----------------------------|----------------------------|----------------------------|----------------------------|----------------------------|

СТРАНИЦА
ИЗ

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

$x = y$. $((z+y)-3)^2 = 9 + 2y$ $A(=20)$
 $z = -6 + y$. $((z+y)-3)^2 = (x-3)^2$ $AB=10$.
 $y^2 = 36 - 6y + y^2$ D $BE = 9$
 $x^2 - 6x = x^2$ $\cos \angle EDB = \frac{\sqrt{9}}{10}$
 $x = 0$ $18y = 72$ E $\cos \angle EDB = -\frac{\sqrt{9}}{10}$
 $z = -12 + 2x$ $y = 4$ F
 $z = -2$ A $z + y - 3 = x - 3$
 $z + y - 3 = 3 - x$
 $x = y$ $z = z + y$.
 $z = 6 - x - y$ $x = z + y$.
 $x = 6 - 2 - y$ $y - 6 = \frac{z}{x}$
 $z - 6 = \frac{y}{x}$ $z - x = z + y$
 $x^2 + x/y - 6 + y^2 - 6y$. $\frac{x^2 z^2}{y^2} + \frac{y^2 x^2}{z^2} + \frac{y^2 z^2}{x^2}$
 $D: y^2 - 12y + 36 - 4y^2 + 24y - 3y^2 + 12y + 36 \geq 0$
 $(y-6)(y+2)(y-12) \leq 0$
 $y \in [2; 6]$
 $-6y^2 + 4y^2 - 6x^2 + x^2 + 3$.
 $(x-y)(x^2 + xy + y^2 - 6(x-y)) = 0$
 $(x-y)((x+y)(x+y-6) - 8y)$
 $z = x + y$
 $k = y + 2$
 $z - x = x - 2$



На одной странице можно оформлять только одну задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.

СТРАНИЦА
_ ИЗ _

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

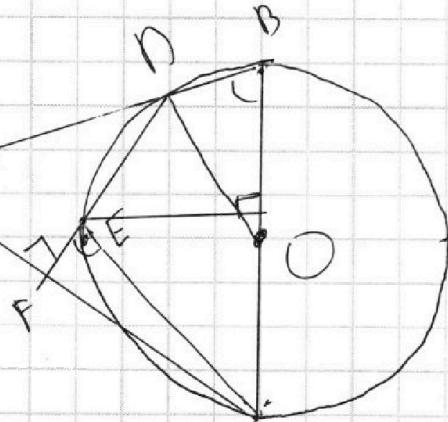
$$z = x + y.$$

2

$$x = 6 - z - y.$$

$$x = 3 - y.$$

$$z = 3.$$



AF?

$$AC = 20$$

$$AB = 10$$

$$BE = 9$$

$$AE = \sqrt{31}$$

$\angle BAE = 10^\circ$
 $\angle BAE = 2^\circ$

4-

$$(x-2)y = x-2(6-z-x) \\ (x-2)(z+x+y-6) = 0$$

$$(10^{2000} - 1)^3 = 99\dots9 \quad n+1$$

$$= 10^{30003} \quad \overbrace{89\dots91}^n$$

$$\begin{array}{r} 999 \\ 999 \\ 999 \\ \hline 999 \end{array}$$

$$\begin{array}{r} 8991 \\ 8991 \\ 8991 \\ \hline 8991 \end{array}$$

$$998001$$

$$\begin{array}{r} 899991 \\ 899991 \\ 899991 \\ 899991 \\ \hline 899980001 \end{array}$$

$$(y-6)(y+3) \leq 0 \quad =$$

$$-3 \quad 6 \quad \overbrace{51}^{51}$$

б) табл. ок.

$$(6-x-y)y = -6x+x^2$$

$$6y - xy - y^2 = -6x + x^2.$$

$$xy = -36 + 6x + 6y \quad -xy = -6x + x^2 + x(6-x-y)$$

$$+ 36 + x^2 + y^2 - 12x - 12y + 2xy$$

$$\therefore (y-6)(y+6-xy) \quad x^2 + x(6-x-y) + y^2 - 6y = 0.$$



На одной странице можно оформлять только одну задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.

- 1 2 3 4 5 6 7

СТРАНИЦА
ИЗ

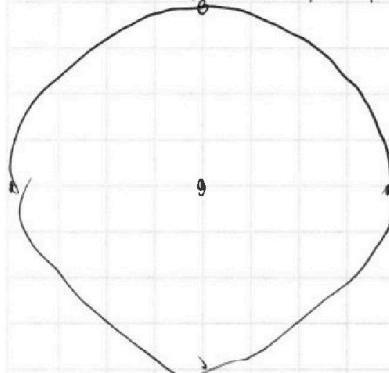
Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

$$\begin{array}{r} 8 \\ \times 9 \\ \hline 49 \\ 89 \\ \hline 8910 \\ 9801 \end{array}$$

$$\begin{array}{r} 9 \\ \times 29 \\ \hline 229 \end{array}$$

$$\begin{array}{r} 499 \\ 999 \\ 891 \\ 899 \\ \hline 8991 \\ 98901 \end{array}$$

$$\begin{array}{r} 9 \\ \times 9 \\ \hline 8991 \\ 8991 \\ \hline 899101 \end{array}$$



$$\begin{array}{r} 8991 \\ 8991 \\ 8991 \\ 8991 \\ 9989001 \end{array}$$

$$\left(\underbrace{9 + 90 + 900 + \dots + 9 \cdot 10^{2001}}_{C_n^3} \right)^3 = \frac{4+3+2+1}{8+7+6+\dots+1} = \frac{10}{36} = \frac{5}{18}$$