



МОСКОВСКИЙ
ФИЗИКО-ТЕХНИЧЕСКИЙ
ИНСТИТУТ

ОЛИМПИАДА "ФИЗТЕХ"
ПО МАТЕМАТИКЕ

10 КЛАСС. Вариант 5



1. [4 балла] Ненулевые числа x, y, z удовлетворяют системе уравнений

$$\begin{cases} xy = 3z + z^2, \\ yz = 3x + x^2, \\ zx = 3y + y^2. \end{cases}$$

Найдите все возможные значения выражения $(x+3)^2 + (y+3)^2 + (z+3)^2$, если известно, что система имеет хотя бы одно решение в ненулевых числах.

2. [2 балла] Десятичная запись натурального числа n состоит из 40 000 девяток. Сколько девяток содержит десятичная запись числа n^3 ?
3. [5 баллов] Окружность ω с диаметром AB пересекает сторону BC остроугольного треугольника ABC в точке D . Точка F выбрана на отрезке AC так, что $DF \perp AC$, а E – точка пересечения отрезка DF с окружностью ω , отличная от D . Найдите AF , если $AC = 10$, $AB = 6$, $BE = 5$.
4. [4 балла] В теленгриде ведущий берет несколько коробок и ровно в три из них кладет по одному шарику. Игрок может указать на пять коробок и открыть их. Если в этих коробках лежат все три шарика, то игрок выигрывает. Игроку разрешили открыть шесть коробок. Во сколько раз увеличилась вероятность выигрыша игрока?
5. [5 баллов] Найдите все значения параметра a , при которых корни уравнения $x^2 - (a^2 - a)x + a - 5 = 0$ являются пятым и шестым членами некоторой непостоянной арифметической прогрессии, а корни уравнения $4x^2 - (a^3 - a^2)x + 2a^4 + 2a^2 - a^6 - 4 = 0$ являются третьим и восьмым членами этой прогрессии.
6. [5 баллов] На координатной плоскости построена фигура Φ , состоящая из всех точек, координаты $(x; y)$ которых удовлетворяют неравенству $\left|x - \frac{15}{2} + \frac{y}{6\sqrt{3}}\right| + \left|x - \frac{15}{2} - \frac{y}{6\sqrt{3}}\right| \leq 3$. Фигуру Φ непрерывно повернули вокруг начала координат на угол π против часовой стрелки. Найдите площадь фигуры, которую замела фигура Φ при этом повороте.
7. [6 баллов] На гипотенузе BC прямоугольного треугольника ABC выбраны точки P и Q так, что $AB = BP$, $AC = CQ$. Внутри треугольника ABC выбрана точка D , для которой $DP = DQ$, а $\angle PDQ = 90^\circ$. Найдите $\angle DCB$, если известно, что $\angle DCB = 20^\circ$.



На одной странице можно оформлять только одну задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.

СТРАНИЦА
1 ИЗ 1

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

$$(xy=3z+z^2)$$

$$\left\{ \begin{array}{l} y = 3x + x^2 \end{array} \right.$$

$$xz = 3y + y^2$$

$$\left\{ \begin{array}{l} x+3 = \frac{y-z}{x} \end{array} \right.$$

$$\begin{cases} y + z = \frac{xz}{y} \\ z + x = \frac{xy}{z} \end{cases}$$

n.k. persons form plenum,
no P Kosygin's replacement person
in Form 20

$$\left\{ \begin{array}{l} 9+4xy \geq 0 \\ 9+4yz \geq 0 \\ 9+4xz \geq 0 \end{array} \right. \quad \left\{ \begin{array}{l} xy \geq -\frac{9}{4} \\ yz \geq -\frac{9}{4} \\ xz \geq -\frac{9}{4} \end{array} \right.$$

$$\begin{aligned} (x+3)^2 + (y+3)^2 + (z+3)^2 &= \frac{y^2 z^2}{x^2} + \frac{x^2 z^2}{y^2} + \frac{x^2 y^2}{z^2} \geq 3 \\ &= \frac{x^4 y^4 + y^4 z^4 + z^4 x^4}{x^2 y^2 z^2} \geq \frac{\left(\frac{9}{4}\right)^4 \cdot 3}{\left(\frac{9}{4}\right)^3} = \frac{27}{4} \end{aligned}$$

pro rep. Konz:

$$\cancel{f_1} \cancel{f_2} \cancel{f_3} \cancel{f_4} \cancel{f_5} \cancel{f_6} \cancel{f_7} \cancel{f_8} \cancel{f_9} \cancel{f_{10}} \cancel{f_{11}} \cancel{f_{12}} \cancel{f_{13}} \cancel{f_{14}} \cancel{f_{15}} \cancel{f_{16}} \cancel{f_{17}} \cancel{f_{18}} \cancel{f_{19}} \cancel{f_{20}}$$

$$\sqrt[3]{\frac{x^4y^4}{z^4} + \frac{y^4z^4}{x^4} + \frac{z^4x^4}{y^4}} = \sqrt[3]{\frac{x^8y^8 + y^8z^8 + z^8x^8}{x^4y^4z^4}}$$

$$\geq 3 \sqrt{3 \frac{\left(\frac{19}{4}\right)^{\frac{8}{3}}}{\left(\frac{7}{4}\right)^6}} = 3 \cdot \frac{7}{4} = \frac{21}{4} \quad \frac{21}{4} \leq S \leq \frac{27}{4}$$



На одной странице можно оформлять только одну задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.

1

2

3

4

5

6

7

СТРАНИЦА
2 ИЗ 2

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

$$\text{н.к } \angle DFC - \text{ прямой, но } CF = CD \cdot \sin F = \frac{25}{3} \cdot \frac{5}{6} = \frac{125}{18}$$

$$AF = AC - FC = 10 - \frac{125}{18} = \frac{180 - 125}{18} = \boxed{\frac{55}{18}}$$

$$\text{Отвтм. } AF = \frac{55}{18}$$

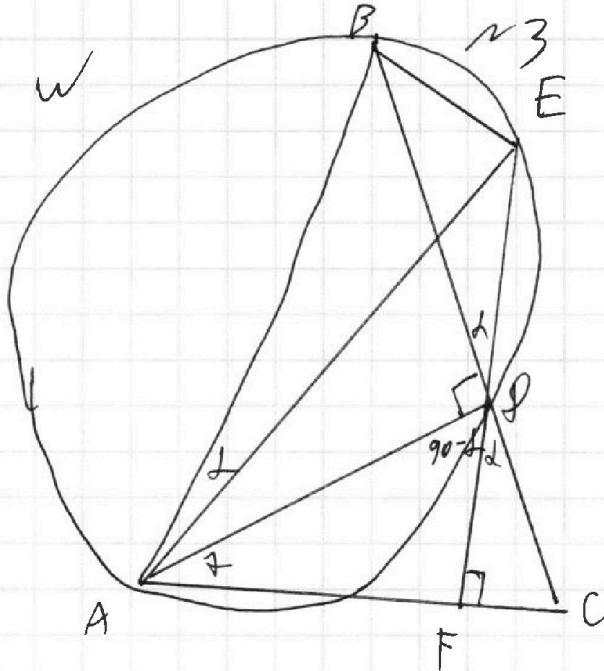


На одной странице можно оформлять **только одну** задачу. Отмстите крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи **отдельно**.

- | | | | | | | |
|--------------------------|--------------------------|-------------------------------------|--------------------------|--------------------------|--------------------------|--------------------------|
| 1 | 2 | 3 | 4 | 5 | 6 | 7 |
| <input type="checkbox"/> | <input type="checkbox"/> | <input checked="" type="checkbox"/> | <input type="checkbox"/> | <input type="checkbox"/> | <input type="checkbox"/> | <input type="checkbox"/> |

СТРАНИЦА
1 из 2

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!



loss: ~~✓~~

$$AC = 10 \quad QF \perp AC$$

$$AB=6$$

$$RE = 5,$$

$$AB=2R$$

Laius: AF-7

Таким образом, когда $CBD = \perp$ (взаимно перпендикулярны)

Правоъгълни АЕ, тогава $\angle RAE = \angle BDE = 90^\circ$ (н.к. сум-
съмър на огън са идентични)

M.K. AB-granule, no $2R=6$, $R=3$

~~Ex.~~ A BCD Counter $b_4 = 5$ no n. carryes

$$3 = \frac{BE}{2\sin\theta}, \quad \sin\theta = \frac{5}{6}$$

n. K. AB- perpendicular, $\angle ADB = 90^\circ \Rightarrow \angle ADC = 90^\circ \Rightarrow$

$\Rightarrow \angle ADF = 90^\circ - \angle u_{m,k}$, $\angle AFD = 90^\circ$, no $\angle DAF = \angle$

$$\text{ber. } k_1 = A \cdot \delta C - \text{exponent}, \text{ and } \omega = \delta C \cdot \sin \vartheta = \frac{10 \cdot 5}{6} = \frac{25}{3}$$



На одной странице можно оформлять только одну задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.

- | | | | | | | |
|--------------------------|--------------------------|--------------------------|-------------------------------------|--------------------------|--------------------------|--------------------------|
| 1 | 2 | 3 | 4 | 5 | 6 | 7 |
| <input type="checkbox"/> | <input type="checkbox"/> | <input type="checkbox"/> | <input checked="" type="checkbox"/> | <input type="checkbox"/> | <input type="checkbox"/> | <input type="checkbox"/> |

СТРАНИЦА
1 из 1

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

~4

Гусь всю и кордок, погод видит 5 мух

C_n^5 способами

Найдем сколько комбинаций кордоков с мухами. Кордок с мухами право 3, значит можно погод видеть еще 2 из оставшихся, а это C_{n-3}^2 способов.

Погод видит право:

$$\frac{C_{n-3}^2}{C_n^5} = \frac{(n-3)(n-4) \cdot 720}{2 \cdot n(n-1)(n-2)(n-3)(n-4)} = \frac{60}{n(n-1)(n-2)}$$

Если можно видеть в кордок:

60 комбинаций:

C_n^6

сочетаний:

$$\text{вероятность: } \frac{C_{n-3}^3}{C_n^6} = \frac{(n-3)(n-4)(n-5) \cdot 720}{6 \cdot n(n-1)(n-2)(n-3)(n-4)(n-5)} = \frac{120}{n(n-1)(n-2)}$$

Значит, что это 62 раза больше, чем право
видеть.

Отв. 62 раза увеличился



На одной странице можно оформлять только одну задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.



- | | | | | | | |
|--------------------------|--------------------------|--------------------------|--------------------------|-------------------------------------|--------------------------|--------------------------|
| 1 | 2 | 3 | 4 | 5 | 6 | 7 |
| <input type="checkbox"/> | <input type="checkbox"/> | <input type="checkbox"/> | <input type="checkbox"/> | <input checked="" type="checkbox"/> | <input type="checkbox"/> | <input type="checkbox"/> |

СТРАНИЦА
2 из 2

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

$$\text{усл } a=1$$

$$(1) \quad x^2 - 4 = 0$$

$$(2) \quad 4x^2 - 1 = 0$$

имеем различные корни $\Rightarrow 1+0$

$$\text{усл } a=4$$

$$(1) \quad x^2 - 12x - 1 = 0 \quad \cancel{\text{реш}}$$

$$(2) \quad 4x^2 - 48x + 512 + 32 - 4096 - 4 = 0 \quad \cancel{\text{реш}}$$

$$\cancel{(1) \quad x^2 - 12x - 1 = 0}$$

$$(2) \quad x^2 - 12x + 128 + 8 - 1024 - 1 = 0$$

$$(2) \quad x^2 - 12x - 889 = 0$$

дела уравнение имеет одинаким множеством решений
и свободный член разное $\Rightarrow 4$

корни будут различными $\Rightarrow 1+0$

$$\boxed{\text{реш. } a=0, a=1, a=4}$$



На одной странице можно оформлять только одну задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.

- | | | | | | | |
|--------------------------|--------------------------|--------------------------|--------------------------|-------------------------------------|--------------------------|--------------------------|
| 1 | 2 | 3 | 4 | 5 | 6 | 7 |
| <input type="checkbox"/> | <input type="checkbox"/> | <input type="checkbox"/> | <input type="checkbox"/> | <input checked="" type="checkbox"/> | <input type="checkbox"/> | <input type="checkbox"/> |

СТРАНИЦА
1 из 2

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

$$x^2 - (a^2 - a)x + a - 5 = 0 \quad (1) \quad \begin{cases} b_1 \\ b_2 \end{cases} - \text{однократн. корень}$$

$$x_1, x_2 = b_5, b_6 \quad J \neq 0$$

$$4x^2 - (a^3 - a^2)x + 4a^4 + 2a^2 - a^6 - 4 = 0 \quad (2)$$

$$x_3, x_4 = b_3, b_8$$

н. ч. Видимо чл(1)

$$x_1 + x_2 = a^2 - a$$

$$b_5 + b_6 = a^2 - a$$

$$2b_1 + 9J = a^2 - a$$

но ч. видимо чл(2)

$$x_3 + x_4 = \frac{a^3 - a^2}{4}$$

$$b_3 + b_8 = \frac{a^3 - a^2}{4}$$

$$2b_1 + 9J = \frac{a^3 - a^2}{4}$$

Значим

$$\frac{a^3 - a^2}{4} = a^2 - a$$

$$a^3 - 5a^2 + 4a = 0$$

$$a(a^2 - 5a + 4) = 0$$

$$a(a-1)(a-4) = 0$$

$$a=0$$

$$a=4$$

$$a=-1$$

$$\text{чл } a \neq 0 \Rightarrow 0$$

$$(1) \quad x^2 - 5 = 0$$

$$(2) \quad 4x^2 - 4 = 0$$

одинокий полиномиальный корень = 1 ≠ 0

~~4~~



На одной странице можно оформлять только одну задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.

- | | | | | | | |
|----------------------------|----------------------------|----------------------------|----------------------------|----------------------------|---------------------------------------|----------------------------|
| <input type="checkbox"/> 1 | <input type="checkbox"/> 2 | <input type="checkbox"/> 3 | <input type="checkbox"/> 4 | <input type="checkbox"/> 5 | <input checked="" type="checkbox"/> 6 | <input type="checkbox"/> 7 |
|----------------------------|----------------------------|----------------------------|----------------------------|----------------------------|---------------------------------------|----------------------------|

СТРАНИЦА
1 из 3

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

№ 26

$$φ : \left| x - \frac{15}{2} + \frac{y}{6\sqrt{3}} \right| + \left| x - \frac{15}{2} - \frac{y}{6\sqrt{3}} \right| \leq 3$$

Рассмотрим φ.

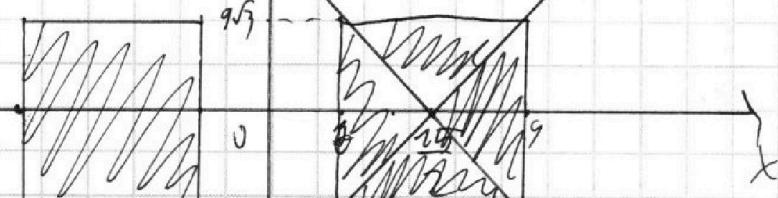
$$(1) x - \frac{15}{2} + \frac{y}{6\sqrt{3}} = 0, (1) y = \cancel{45\sqrt{3}} - 6\sqrt{3}x$$

$$(2) x - \frac{15}{2} - \frac{y}{6\sqrt{3}} = 0, (2) y = 6\sqrt{3}x - 45\sqrt{3}$$

y
— +

(2)

++



$$x - \frac{15}{2} + \frac{y}{6\sqrt{3}} + x - \frac{15}{2} - \frac{y}{6\sqrt{3}} \leq 3$$

$$2x \leq 18$$

$$x \leq 9$$

+ -

$$-x + \frac{15}{2} - \frac{y}{6\sqrt{3}} + x - \frac{15}{2} - \frac{y}{6\sqrt{3}} \leq 3$$

$$y \geq -9\sqrt{3}$$

+ -

(1)

(1) и (2) — это две линии.

Рассмотрим зоны пологой линии и неподвижной линии.

На одной странице можно оформлять только одну задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.



- | | | | | | | |
|--------------------------|--------------------------|--------------------------|--------------------------|--------------------------|-------------------------------------|--------------------------|
| 1 | 2 | 3 | 4 | 5 | 6 | 7 |
| <input type="checkbox"/> | <input checked="" type="checkbox"/> | <input type="checkbox"/> |

СТРАНИЦА
2 ИЗ 3

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

-+

$$x - \frac{15}{2} + \frac{y}{6\sqrt{3}} - x + \frac{15}{2} + \frac{y}{6\sqrt{3}} \leq 3$$

$$y \leq 9\sqrt{3}$$

- -

$$-x + \frac{15}{2} - \frac{y}{6\sqrt{3}} - x + \frac{15}{2} + \frac{y}{6\sqrt{3}} \leq 3$$

$$x \geq 6$$

Получим квадиаграммы со сторонами

3 и $9\sqrt{3}$ и с осью симметрии Ox

значит что получим ~~одинаковую окружность~~ и две окружности с одинаковой окружностью и одна из которых \rightarrow и при перевороте будет одна из них без отражения..

Значит между двумя окружностями будет между маленькой двумя окружностями и между маленькой и большой окружностью

$R = \sqrt{81 + 81} = 9\sqrt{2} = 18$ и между маленькой и большой окружностью с одинаковыми радиусами получим квадиаграмму и между отражением то есть одинаковой окружностью

$$\text{_____}^2$$

На одной странице можно оформлять только одну задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.

- | | | | | | | |
|--------------------------|--------------------------|--------------------------|--------------------------|--------------------------|-------------------------------------|--------------------------|
| <input type="checkbox"/> | <input checked="" type="checkbox"/> | <input type="checkbox"/> |
|--------------------------|--------------------------|--------------------------|--------------------------|--------------------------|-------------------------------------|--------------------------|

СТРАНИЦА
3 ИЗ 3

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

$$R_1 = \sqrt{81+81 \cdot 3} = 2 \cdot 9 = 18$$

$$R_2 = \sqrt{30+81 \cdot 3} = 3\sqrt{4+21} = 3\sqrt{25} = 15$$

$$r=6$$

$$S_1 = 18^2 \pi - \frac{\cancel{R^2}}{2} + R_1^2 \cdot \sin \frac{\cancel{\alpha}}{2}$$

~~$$\sin \frac{\alpha}{2} = \frac{2}{2} = \frac{1}{2}$$~~

~~$$j = \frac{\cos \frac{\alpha}{2}}{\sin \frac{\alpha}{2}} = \frac{\sqrt{3}}{1}$$~~

$$\sin \frac{\alpha}{2} = \frac{9}{18} = \frac{1}{2}$$

~~$$\frac{\alpha}{2} = \frac{\pi}{6}$$~~

$$z = \frac{\pi}{3}$$

$$S_1 = 18^2 \pi - \frac{\pi \cdot 18^2}{6} + \frac{18^2 \cdot \sqrt{3}}{4} =$$

$$S_2 = \frac{\alpha \cdot R^2}{2} = \frac{\pi}{6} \cdot 9 \cdot 31 = \frac{93\pi}{2}$$

$$S_3 = 36\pi - \frac{\pi \cdot 36}{3} = 36\pi - 12\pi = 24\pi$$

$$S = 324\pi - 54\pi + 81\sqrt{3} - \frac{93\pi}{2} - 24\pi =$$

$$= \frac{387\pi}{2} + 81\sqrt{3}$$

$$\text{Отвт. } S = \frac{387\pi}{2} + 81\sqrt{3}$$

На одной странице можно оформлять только одну задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.

- | | | | | | | |
|----------------------------|----------------------------|----------------------------|----------------------------|----------------------------|----------------------------|---------------------------------------|
| <input type="checkbox"/> 1 | <input type="checkbox"/> 2 | <input type="checkbox"/> 3 | <input type="checkbox"/> 4 | <input type="checkbox"/> 5 | <input type="checkbox"/> 6 | <input checked="" type="checkbox"/> 7 |
|----------------------------|----------------------------|----------------------------|----------------------------|----------------------------|----------------------------|---------------------------------------|

СТРАНИЦА
2 ИЗ 3

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!



Задача $PQ = PR = \sqrt{4r^2} = 2\sqrt{2}$, $\angle QPC = \angle BQD = 135^\circ$,
 $\angle PDC = 25^\circ$.

но и. а. синусов при $\triangle PFC$:

$$\frac{PC}{\sin 25^\circ} = \frac{PD}{\sin 20^\circ}$$

$$\frac{a-2r}{\sin 25^\circ} = \frac{\sqrt{2}}{\sin 20^\circ}, b = \frac{\sqrt{2} \cdot \sin 25^\circ}{\sin 20^\circ} + 2r$$

$$n.k. c = a+b-2r$$

$$c^2 = a^2 + b^2 - 2ab \cos C$$

$$a = \frac{2r^2 - 2rb}{2r - b} = \frac{2r^2 - 2r\sqrt{2} \cdot \sin 25^\circ}{2r - \sqrt{2} \cdot \sin 25^\circ} =$$

$$2r - 2r - \frac{\sqrt{2} \cdot \sin 25^\circ}{\sin 20^\circ}$$

$$= 2r + \frac{2\sqrt{2} \cdot \sin 25^\circ}{\sin 20^\circ} = \frac{\sqrt{2} \cdot \sqrt{2} \sin 20^\circ + 2\sqrt{2} \sin 25^\circ}{\sin 20^\circ} =$$

$$= \frac{\sqrt{2} \sin 20^\circ}{\sin 25^\circ} + 2r$$

$$BQ = a - 2r = \frac{\sqrt{2} \sin 20^\circ}{\sin 25^\circ}$$

нужно $\angle BQD = 2$,

но и. синусов при $\triangle BQD$:

нужно $\angle BQD = 45^\circ - 2$

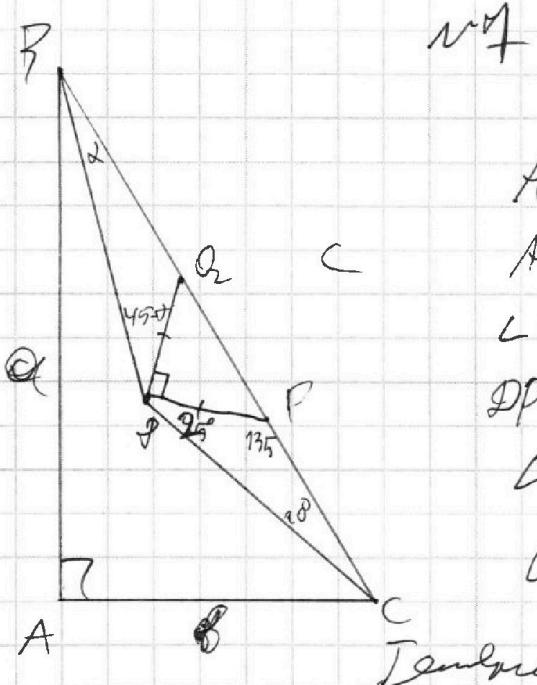
$$\frac{r\sqrt{2}}{\sin \alpha} = \frac{r\sqrt{2} - \sin 20^\circ}{\sin 25^\circ \cdot \sin(45^\circ - 2)}$$

На одной странице можно оформлять только одну задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.

- | | | | | | | |
|--------------------------|--------------------------|--------------------------|--------------------------|--------------------------|--------------------------|-------------------------------------|
| 1 | 2 | 3 | 4 | 5 | 6 | 7 |
| <input type="checkbox"/> | <input checked="" type="checkbox"/> |

СТРАНИЦА
1 из 5

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!



$$AB = BP$$

$$AC = QC$$

$$\angle QQP = 90^\circ$$

$$DP = PQ$$

$$\angle DCB = 20^\circ$$

$$\angle BDC - ?$$

Доказать

В левильн мезур B и P, искате доне для

$$BP + CQ < BC$$

$AB + AC < BC$ - приведене мез- бы О.

$$AB = a$$

$$AC = b,$$

$$BC = c$$

н.к. $\triangle ABC$ -треугольн, то $c = a + b - 2r$, чл в пределах
закона окн.

$$a + b - PC = c = a + b - 2r$$

$$PC = 2r$$

н.к. $\triangle PQC$ - равнобедрн треугольн. $\Rightarrow \angle QCP > \angle QPP$



На одной странице можно оформлять только одну задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.

- | | | | | | | |
|--------------------------|--------------------------|--------------------------|--------------------------|--------------------------|--------------------------|-------------------------------------|
| 1 | 2 | 3 | 4 | 5 | 6 | 7 |
| <input type="checkbox"/> | <input checked="" type="checkbox"/> |

СТРАНИЦА
3 ИЗ 3

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

$$\sin(\alpha + \beta) = \sin \alpha \cos \beta - \cos \alpha \sin \beta$$

$$\sin(\alpha + \beta) = \frac{\sqrt{2}}{2} \sin 25^\circ - \frac{\sqrt{2}}{2} \sin 25^\circ \cos \alpha$$

$$\cos \alpha = \frac{\frac{\sqrt{2}}{2} \sin 25^\circ}{\sin 20^\circ + \frac{\sqrt{2}}{2} \sin 25^\circ}$$

$$\alpha = \arctan\left(\frac{\frac{\sqrt{2}}{2} \sin 25^\circ}{\sin 20^\circ + \frac{\sqrt{2}}{2} \sin 25^\circ}\right)$$

$$\boxed{\text{решение} \quad \alpha = \arctan\left(\frac{\frac{\sqrt{2}}{2} \sin 25^\circ}{\sin 20^\circ + \frac{\sqrt{2}}{2} \sin 25^\circ}\right)}$$



На одной странице можно оформлять **только одну** задачу. Отметьте **крестиком** номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в **решении каждой задачи отдельно**.

- | | | | | | | |
|---------------------------------------|---------------------------------------|---------------------------------------|---------------------------------------|---------------------------------------|---------------------------------------|---------------------------------------|
| <input checked="" type="checkbox"/> 1 | <input checked="" type="checkbox"/> 2 | <input checked="" type="checkbox"/> 3 | <input checked="" type="checkbox"/> 4 | <input checked="" type="checkbox"/> 5 | <input checked="" type="checkbox"/> 6 | <input checked="" type="checkbox"/> 7 |
|---------------------------------------|---------------------------------------|---------------------------------------|---------------------------------------|---------------------------------------|---------------------------------------|---------------------------------------|

СТРАНИЦА
ИЗ

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по **каждой** из задач **нумеруются отдельно**. Порча QR-кода недопустима!

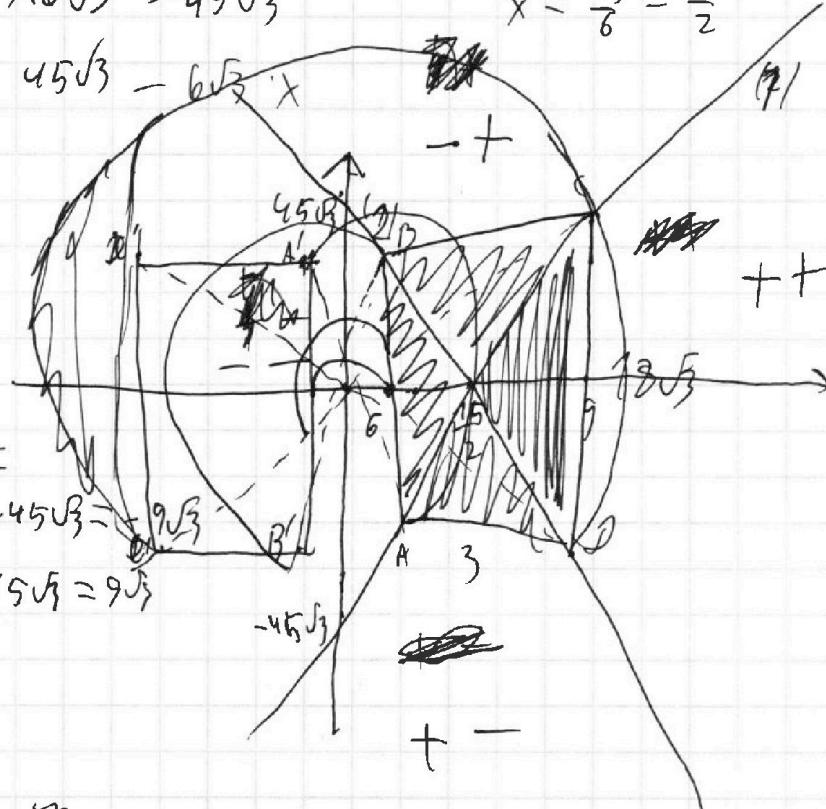
$$(1) x - \frac{15}{2} - \frac{y}{6\sqrt{3}}$$

$$(2) x - \frac{15}{2} + \frac{y}{6\sqrt{3}}$$

$$(1) y = x\sqrt{6}\sqrt{3} - 45\sqrt{3}$$

$$(2) y > 45\sqrt{3} - 6\sqrt{3}x$$

$$6 - 15 - \\ 3\sqrt{6}\sqrt{3} - 45\sqrt{3} = 9\sqrt{3} \\ 5\sqrt{6}\sqrt{3} - 45\sqrt{3} = 9\sqrt{3}$$



+ +

$$x - \frac{15}{2} + \frac{y}{6\sqrt{3}} + x - \frac{15}{2} - \frac{y}{6\sqrt{3}} \leq 3$$

$$2x - 15 \leq 3$$

$$x \leq 9$$

--

$$-x + \frac{15}{2} + \frac{y}{6\sqrt{3}} + x + \frac{15}{2} - \frac{y}{6\sqrt{3}} \leq 7$$

$$15 - 2x \leq 3$$

$$4x \geq 6$$

$$-x + \frac{15}{2} + \frac{y}{6\sqrt{3}} + x - \frac{15}{2} + \frac{y}{6\sqrt{3}} \leq 3$$

$$\frac{y}{3\sqrt{3}} \leq 3$$

$$y \leq 9\sqrt{3}$$

$$\leq \frac{3\sqrt[3]{x^8 \cdot y^3 \cdot z^2}}{x^2 \cdot y^2 \cdot z^2} = \frac{3\sqrt[3]{x \cdot y^2 \cdot z^2}}{z} \geq 3 \cdot \sqrt[3]{\frac{y^6}{z^6}} = \frac{81}{26}$$

$$\frac{x^4 y^4 + y^4 z^4 + x^4 z^4}{x y \cdot y z \cdot x z} \geq \frac{3 \cdot \left(\frac{9^4}{4}\right)}{9^3} = \frac{3 \cdot 9}{4} = \frac{27}{4}$$

$$\leq \sqrt[3]{x^4 \cdot y^4 \cdot z^4} = \sqrt[3]{x^4 y^2 z^2}$$



На одной странице можно оформлять только одну задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.

- | | | | | | | |
|---------------------------------------|---------------------------------------|---------------------------------------|---------------------------------------|---------------------------------------|---------------------------------------|---------------------------------------|
| <input checked="" type="checkbox"/> 1 | <input checked="" type="checkbox"/> 2 | <input checked="" type="checkbox"/> 3 | <input checked="" type="checkbox"/> 4 | <input checked="" type="checkbox"/> 5 | <input checked="" type="checkbox"/> 6 | <input checked="" type="checkbox"/> 7 |
|---------------------------------------|---------------------------------------|---------------------------------------|---------------------------------------|---------------------------------------|---------------------------------------|---------------------------------------|

СТРАНИЦА
ИЗ

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

$$x^2 - (a^3 - a)x + a^2 - 5 \geq 0$$

$$x_1, x_2 = b_5, b_6$$

$$4x^2 - (a^3 - a^2)x + 2a^4 + 7a^2 - a^6 \geq 0 \quad a^3 = 729$$

$$x_3, x_4 = b_3, b_8$$

$$2b_1 + 9d = a^2 - a$$

$$2b_1 + 9d = \frac{a^3 - a^2}{4}$$

$$a = 0$$

$$\begin{cases} y^2 - 5 = 0 \\ 4x^2 - 4 = 0 \end{cases}$$

$$a = 1$$

$$\begin{cases} x^2 - 4 = 0 \\ 4x^2 - 1 = 0 \end{cases}$$

$$729.$$

$$(x+y+z)^2 = 3(x^2 + y^2 + z^2) + 6(xy + yz + zx)$$

$$a^2 = a^2 + 9a^2 - 2 + 81 =$$

$$= 8100 + 360 + 81 = 8541$$

$$a^3 = 729$$

$$8541 \cdot 99 = (85440 - 854) / 10$$

$$a^3 - a^2 = (a^3 - a^2) = (85440 - 854) / 10 =$$

$$a^3 - 5a^2 + 4a = 0 =$$

$$a(a^2 - 5a + 4) = 0 \quad 85440$$

$$a(a-1)(a-4) = 0 \quad - \frac{8544}{76869}$$

$$a = 0$$

$$\frac{85440}{76869}$$

$$a = 1$$

$$\frac{76869}{76869}$$

$$a = 4$$

$$x^2 + y^2 + z^2 + 6(xy + yz + zx) =$$

$$= xy + yz + zx + 3(xy + yz + zx) =$$

$$= \underline{x^2 + y^2 + z^2} - x^2 - y^2 - z^2 + 3(xy + yz + zx) =$$

$$a = 4$$

$$x^2 - 4x - 1 = 0$$

$$1(x^2 - 4x) + \cancel{572} + 32 - 4 - \cancel{4096}$$

$$xy + yz + zx = \underline{(x+y+z)^2 - x^2 - y^2 - z^2}$$

$$= 729$$

На одной странице можно оформлять **только одну** задачу. Отметьте **крестиком** номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.

СТРАНИЦА
из



Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

$$n = \underbrace{99999\dots9}_{40000} = 9 \cdot \underbrace{11111\dots1}_{40000}$$

$$\begin{aligned} & \cancel{\text{страница}} \\ \bar{0} &= (x; 3) \quad \bar{0}_1 = (x; x) \\ \bar{0} &= (y; 3) \quad \bar{0}_2 = (y; y) \\ \bar{c} &= (z; 3) \quad \bar{c}_1 = (z; z) \end{aligned}$$

$$(x+3)^2 + (y+3)^2 + (z+3)^2 =$$

$$= x^2 + y^2 + z^2 + 6x + 6y + 6z + 27$$

$$xy + yz + zx + 3x + 3y + 3z + 27$$

$$\frac{x^2y^2}{x^2} + \frac{y^2z^2}{x^2} + \frac{x^2z^2}{y^2} \geq 3\sqrt[3]{\frac{x^4y^4z^4}{x^2y^2z^2}} =$$

$$= x^4y^4 + y^4z^4 + x^4z^4 = 3\sqrt[3]{x^2y^2z^2}$$

$$\frac{t_0 = -3}{2} + \frac{t_1 = 9}{4} = \boxed{-\frac{9}{4}}$$

$$\binom{n}{n-3} = \frac{a(n-3)(n-4)(n-5)}{(n-4)(n-5)}$$

$$\binom{n}{n} = \frac{6 \cdot n(n-1)(n-2)(n-3)}{(n-4)(n-5)}$$

$$= \frac{120}{n(n-1)(n-2)}$$

$$n^3 = 243 \cdot (11111\dots11)^3$$

$$11^3 = 121 \cdot 11 = 1210 + 121 = 1331$$

$$11^4 = 1331 \cdot 11 = 13310 + 1331 = 14641$$

$$11^5 = 146410 + 14641 = \cancel{146410} \cancel{14641} =$$

$\binom{5}{n}$ - первое
число
в ряду

$$\begin{aligned} \frac{\binom{n}{n-3}}{\binom{n}{5}} &= \frac{(n-3) \cdot (n-4) \cdot 120}{2 \cdot n(n-1)(n-2)(n-3)(n-4)} = \\ &= \frac{60}{n(n-1)(n-2)} \end{aligned}$$

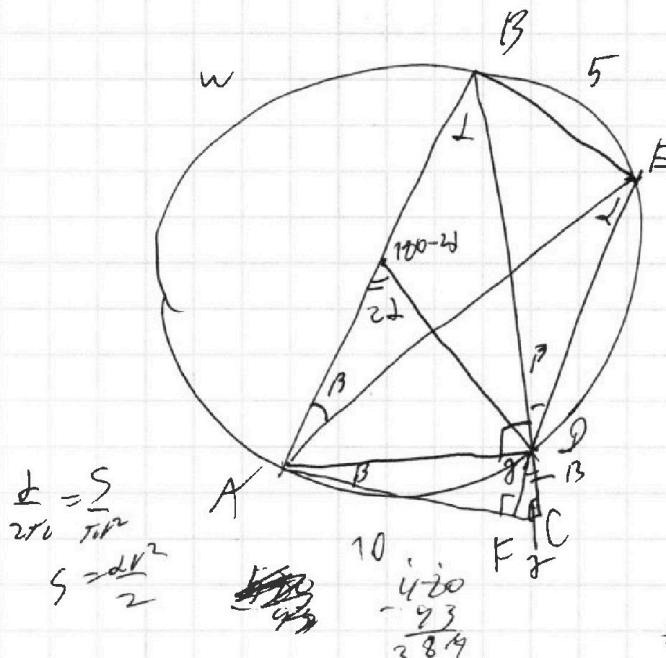


На одной странице можно оформлять только одну задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.

 1 2 3 4 5 6 7

СТРАНИЦА
ИЗ

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

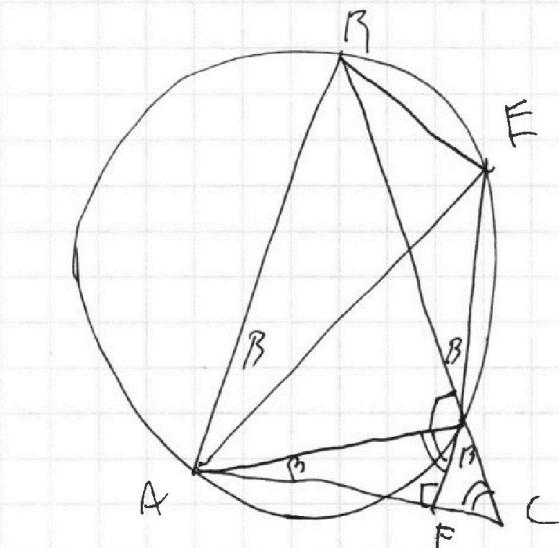


$$\frac{1}{2} = \frac{s}{\frac{\pi r^2}{2}}$$

$$s = \frac{\pi r^2}{2}$$

$$AF = 10 - FC = 100 + 18 = 118$$

$$FC = CD \cdot \operatorname{tg} B = \frac{125\sqrt{11}}{3 \cdot 3}$$



$AC \perp EF$

$$AC = 10$$

$$AR = 6$$

$$BB = 5$$

$$R = 3$$

$$AF = ?$$

~~sin~~

$$3 = \frac{5}{\sin B}$$

$$\sin B = \frac{5}{3}$$

$AD \perp BC$

$$AD^2 = \frac{36}{25}$$

$$CD^2 = \frac{36-25}{25} = \frac{11}{25}$$

$$\operatorname{tg} B = \frac{5}{\sqrt{11}} = \frac{5\sqrt{11}}{11}$$

$$x = \frac{-3 \pm \sqrt{9+4y^2}}{2}$$

$$x+3 = \frac{3 \pm \sqrt{9+4y^2}}{2}$$

На одной странице можно оформлять только одну задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.

1

2

3

4

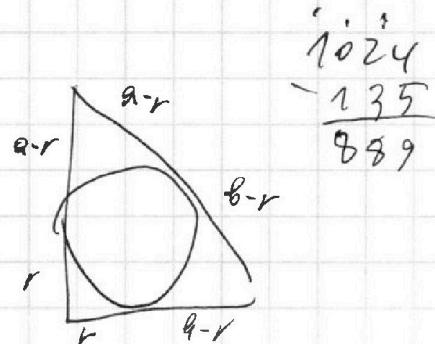
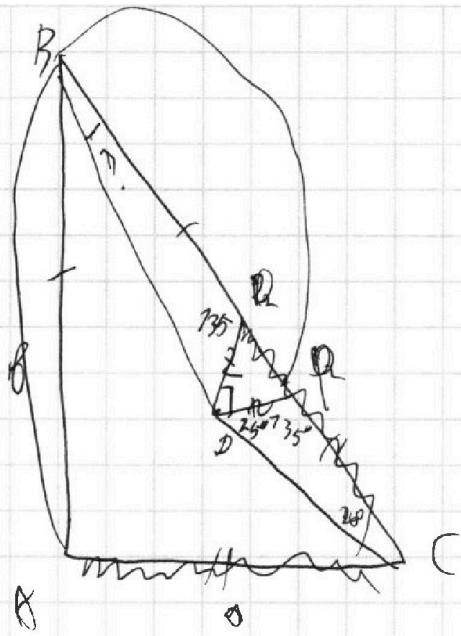
5

6

7

СТРАНИЦА
ИЗ

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!



$$\begin{array}{r} 1024 \\ - 135 \\ \hline 889 \end{array}$$

$$l = a + b - 2r$$

$$PQ = 2r$$

$$PQ = \sqrt{\frac{4r^2}{2}} = \frac{2r}{\sqrt{2}} = r\sqrt{2}$$

$$CP = a - 2r$$

$$BQ = b - 2r$$

$$\frac{a - 2r}{\sin 25^\circ} = \frac{r\sqrt{2}}{\sin 20^\circ}$$

$$a = \frac{r\sqrt{2} \cdot \sin 25^\circ + 2r}{\sin 20^\circ}$$

$$\frac{b - 2r}{\sin 25^\circ} + 2r$$

$$b^2 - 4b^2 = a^2 + b^2 + 4r^2 - 4ar - 4br + 2a^2$$

$$b = \frac{2r^2 - 2ar}{2r - 4} = \frac{2r^2 - 4r^2 - \frac{2r^2\sqrt{2}\sin 25^\circ}{\sin 20^\circ}}{2r - 4} =$$

$$= \frac{r\sqrt{2}\sin 25^\circ}{\sin 20^\circ}$$

$$= \frac{2r + 2r\sqrt{2}\sin 25^\circ}{\sin 20^\circ}$$

$$= \frac{2r\sin 20^\circ + 2r\sqrt{2}\sin 25^\circ}{\sqrt{2}\sin 25^\circ}$$

$$\frac{b}{\sin 45^\circ} = \frac{r\sqrt{2}}{\sin 20^\circ}$$

$$\theta \sin \alpha = r\sqrt{2} \sin(25^\circ - 20^\circ) = r\sqrt{2} \left(\frac{\sqrt{2}}{2} \cos 20^\circ - \frac{\sqrt{2}}{2} \sin 20^\circ\right) = r \cos 20^\circ - r \sin 20^\circ$$



На одной странице можно оформлять только одну задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.

- | | | | | | | |
|---------------------------------------|---------------------------------------|---------------------------------------|---------------------------------------|---------------------------------------|---------------------------------------|---------------------------------------|
| <input checked="" type="checkbox"/> 1 | <input checked="" type="checkbox"/> 2 | <input checked="" type="checkbox"/> 3 | <input checked="" type="checkbox"/> 4 | <input checked="" type="checkbox"/> 5 | <input checked="" type="checkbox"/> 6 | <input checked="" type="checkbox"/> 7 |
|---------------------------------------|---------------------------------------|---------------------------------------|---------------------------------------|---------------------------------------|---------------------------------------|---------------------------------------|

СТРАНИЦА
ИЗ

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

$$2v \sin \alpha + \frac{\sqrt{2} v \sin 20^\circ}{\sin 25^\circ} \cdot \sin \alpha = v \frac{\cos \alpha}{\sin 25^\circ} - v \sin \alpha$$

~~2 sin α~~

$$3 \sin \alpha + \frac{\sqrt{2} \sin 20^\circ \cdot \sin \alpha}{\sin 25^\circ} = \cos \alpha$$

$$\frac{4 \sin \alpha}{\sin 25^\circ} \left(3 + \frac{\sqrt{2} \sin 20^\circ}{\sin 25^\circ} \right) = 1$$

$$4 \sin \alpha \left(3 + \frac{\sqrt{2} \sin 20^\circ}{\frac{\cos 20^\circ - \sin 20^\circ}{\sqrt{2}}} \right) = 1$$

$$\frac{3(\cos 20^\circ - 3 \sin 20^\circ + 2 \sin 20^\circ)}{\cos 20^\circ - \sin 20^\circ} = \frac{3 \cos 20^\circ - \sin 20^\circ}{\cos 20^\circ - \sin 20^\circ} + \frac{2 \cos 20^\circ}{\cos 20^\circ - \sin 20^\circ} =$$

$$= 1 + \frac{2 \cos 20^\circ}{\sin 25^\circ}$$

$$B = \frac{v/2r - \alpha - \alpha_1}{2r - \alpha} = 1 - \frac{v\alpha}{2r\alpha_1}$$

$$\sin 25^\circ = \sin(45^\circ - 20^\circ) =$$

$$= \sin(90^\circ - 20^\circ - 45^\circ) = \cos(20^\circ + 45^\circ) =$$

$$= \frac{\sqrt{2}}{2} \cos 20^\circ \frac{\sqrt{2}}{2} \sin 20^\circ$$

$$\begin{cases} 9 + 4xy \geq 0 & xy \geq \frac{9}{4} \\ 9 + 4yz \geq 0 & yz \geq -\frac{9}{4} \\ 9 + xz \geq 0 & xz \geq -\frac{9}{4} \end{cases}$$

~~xy = 7 + z^2~~

$$x + 3 = \underline{xy}$$

$$y + 3 = \underline{xz}$$

$$z + 3 = \underline{xy}$$

$$\begin{aligned} x^2 + y^2 + z^2 + 6(x + y + z) + 27 &= xy + yz + zx + 3(xy + yz + zx) = \\ &= xy + yz + zx + 3(x + y + z) + 3(y + z + x) = xy + yz + zx + \\ &+ 3\left(\frac{xy}{z} + \frac{yz}{x} + \frac{xz}{y}\right) + 3(x + y + z) = \\ &= 3(x + y + z) + x^2 + y^2 + z^2 + 3(xy + yz + zx) = \\ &= 3(x + y + z) + x^2 + y^2 + z^2 \end{aligned}$$

$$x(x - y) + y(y - z) + z(z - x) + 3(x + y + z) = 0$$