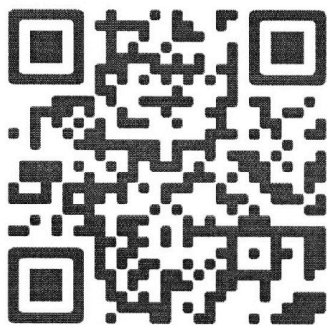




МОСКОВСКИЙ
ФИЗИКО-ТЕХНИЧЕСКИЙ
ИНСТИТУТ

ОЛИМПИАДА "ФИЗТЕХ"
ПО МАТЕМАТИКЕ

10 КЛАСС. Вариант 8



1. [4 балла] Ненулевые числа x, y, z удовлетворяют системе уравнений

$$\begin{cases} xy = -6z + z^2, \\ yz = -6x + x^2, \\ zx = -6y + y^2. \end{cases}$$

Найдите все возможные значения выражения $(x-6)^2 + (y-6)^2 + (z-6)^2$, если известно, что система имеет хотя бы одно решение в ненулевых числах.

2. [2 балла] Десятичная запись натурального числа n состоит из 20 001 девятки. Сколько девяток содержит десятичная запись числа n^3 ?
3. [5 баллов] Окружность ω с диаметром AB пересекает сторону BC остроугольного треугольника ABC в точке D . Точка F выбрана на отрезке AC так, что $DF \perp AC$, а E — точка пересечения отрезка DF с окружностью ω , отличная от D . Найдите AF , если $AC = 20$, $AB = 10$, $BE = 9$.
4. [4 балла] В телеигре ведущий берет несколько коробок и ровно в три из них кладет по одному шару. Игрок может указать на пять коробок и открыть их. Если в этих коробках лежат все три шарика, то игрок выигрывает. Игроку разрешили открыть девять коробок. Во сколько раз увеличилась вероятность выигрыша игрока?
5. [5 баллов] Найдите все значения параметра a , при которых корни уравнения $x^2 - (a^2 - 4a)x + a^2 - 6a + 4 = 0$ являются шестым и седьмым членами некоторой непостоянной арифметической прогрессии, а корни уравнения $5x^2 - (a^3 - 4a^2)x - 2a^3 - 6a - 15 = 0$ являются пятым и восьмым членами этой прогрессии.
6. [5 баллов] На координатной плоскости построена фигура Φ , состоящая из всех точек, координаты $(x; y)$ которых удовлетворяют неравенству $\left|y - 20 + \frac{x}{2\sqrt{3}}\right| + \left|y - 20 - \frac{x}{2\sqrt{3}}\right| \leq 8$. Фигуру Φ непрерывно повернули вокруг начала координат на угол π против часовой стрелки. Найдите площадь множества M , которое замела фигура Φ при этом повороте.
7. [6 баллов] На гипотенузе BC прямоугольного треугольника ABC выбраны точки P и Q так, что $AB = BP$, $AC = CQ$. Внутри треугольника ABC выбрана точка D , для которой $DP = DQ$, а $\angle PDQ = 90^\circ$. Найдите $\angle DCB$, если известно, что $\angle CBA = 46^\circ$.



На одной странице можно оформлять только одну задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.

1	2	3	4	5	6	7
☐	☐	☐	☒	☐	☐	☐

СТРАНИЦА
__ ИЗ __

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

Задача ч.

Пусть коробок n .

Тогда шанс, что шарк выиграет
при открытии 5 коробок равен:

$$I_1 = \frac{C_n^2}{C_n^5}$$

Если он открывает 9 коробок, шанс:

$$I_2 = \frac{C_n^6}{C_n^9}$$

$$\frac{I_2}{I_1} = \frac{C_n^6 - C_n^5}{C_n^9 - C_n^2}$$



На одной странице можно оформлять **только одну** задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.

1
☐

2
☐

3
☐

4
☐

5
☐

6
☒

7
☐

СТРАНИЦА
2 ИЗ 2

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

Задача 6.

А значит фигура будет выглядеть так (рис): это равно, ключевые точки

покажем на рис:

при $x=0$ $y \in [16, 24]$

при $x=2\sqrt{3}$ $y=20$

при $x > 2\sqrt{3}$ $y = \emptyset$

~~при $0 < x < 2\sqrt{3}$ $y \in \emptyset$~~

Поворот на π рад

переведем равно в положение 2.

При этом мы заметим фигуру $ABCD$.

Ее площадь: $S = \frac{\pi \cdot 24^2}{2} - \frac{\pi \cdot 16^2}{2} = \frac{\pi}{2} \cdot 8 \cdot 40 =$

$= 160\pi$ И чтобы получить площадь

множества M надо прибавить площади

т-ков ABE и CDF : $S_M = 160\pi + \left(\frac{8 \cdot 2\sqrt{3}}{2}\right) \cdot 2 =$

$= 160\pi + 16\sqrt{3}$

Ответ: $160\pi + 16\sqrt{3}$



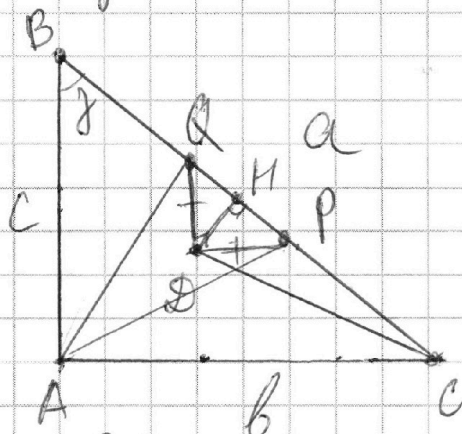
На одной странице можно оформлять только одну задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.

1 ☐ 2 ☐ 3 ☐ 4 ☐ 5 ☐ 6 ☐ 7 ☒

СТРАНИЦА
__ ИЗ __

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

Задача 7.



Пусть $\angle ABC = \gamma = 46^\circ$;

M - проекция D на PQ,

M - середина PQ, так как

$\angle PQD = \angle PPD$ (DQ = DP).

$BC = a$; $AC = b$; $AB = c \Rightarrow$

$\Rightarrow PQ = b + c - a$; $DM = \frac{PQ}{2}$, так как это

медиана в прямоугольнике DPQ.

$$CM = b - \frac{PQ}{2} = \frac{2b - b - c + a}{2} = \frac{a + b - c}{2}$$

$$\tan \angle BCD = \frac{DM}{CM} = \frac{b + c - a}{a + b - c} = \frac{\frac{b}{a} + \frac{c}{a} - 1}{1 + \frac{b}{a} - \frac{c}{a}}$$

$$= \frac{\sin \gamma + \cos \gamma - 1}{\sin \gamma - \cos \gamma + 1} \Rightarrow \angle BCD = \arctan \left(\frac{\sin 46^\circ + \cos 46^\circ - 1}{\sin 46^\circ - \cos 46^\circ + 1} \right)$$

$$\text{Ответ: } \angle BCD = \arctan \left(\frac{\sin 46^\circ + \cos 46^\circ - 1}{\sin 46^\circ - \cos 46^\circ + 1} \right)$$



На одной странице можно оформлять только одну задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.

1
☐

2
☐

3
☐

4
☐

5
☐

6
☒

7
☐

СТРАНИЦА
1 из 2

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

Задача 6.

$$\left|y - 20 + \frac{x}{2\sqrt{3}}\right| + \left|y - 20 - \frac{x}{2\sqrt{3}}\right| \leq 8.$$

Заметим, что фигура образованная.

этим выражением будет симметрична
отн. оси ординат, ($f(x) = f(-x)$).

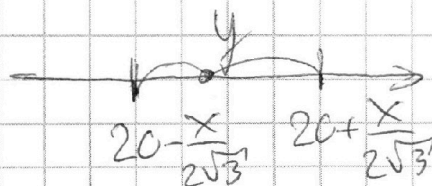
$$\left|y - \left(20 - \frac{x}{2\sqrt{3}}\right)\right| + \left|y - \left(20 + \frac{x}{2\sqrt{3}}\right)\right| \leq 8.$$

Это можно интерпретировать так:

на координатной оси мы выбираем

точкой y , чтобы сумма расстояний

от нее до $20 - \frac{x}{2\sqrt{3}}$ и $20 + \frac{x}{2\sqrt{3}}$ была ≤ 8



, при этом при увеличении
 x (мы рассматриваем
 $x \geq 0$ в силу предполагаемой

симметрии), крайние значения y , то есть
те при которых сумма расстояний $= 8$,
растут и изменяются линейно.



На одной странице можно оформлять только одну задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.

1 ☐ 2 ☒ 3 ☐ 4 ☐ 5 ☐ 6 ☐ 7 ☐

СТРАНИЦА
__ ИЗ __

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

Задача 2

$$n = \overbrace{9 \dots 9}^{20001} = 10^{20001} - 1 \Rightarrow n^3 = (10^{20001} - 1)^3 =$$

$$= 10^{60003} - 3 \cdot 10^{40002} + 3 \cdot 10^{20001} - 1 =$$

$$10^{60003} - 3 \cdot 10^{40002} = \overbrace{9 \dots 9}^{20000} \overbrace{70 \dots 0}^{40002} - \text{это видно,}$$

$$\begin{array}{r} 100 \ 00 \ 00 \\ - 30 \ 00 \\ \hline 9 \ 970 \ 00 \\ \hline \end{array}$$

$\underbrace{\hspace{1cm}}_{20000} \quad \underbrace{\hspace{1cm}}_{4002}$

если начать вычитать в столбик (рис).

$$3 \cdot 10^{20001} - 1 = \overbrace{29 \dots 9}^{20001}$$

$$n^3 = \overbrace{9 \dots 9}^{20000} \overbrace{70 \dots 0}^{40002} + \overbrace{29 \dots 9}^{20001} \text{ в числе}$$

слева нулей в конце больше чем разрядов в числе справа $\Rightarrow$ сдвигаем в n^3 $20000 + 20001 = 40001$

Ответ: 40001



На одной странице можно оформлять только одну задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.

1 ☐ 2 ☐ 3 ☐ 4 ☐ 5 ☒ 6 ☐ 7 ☐

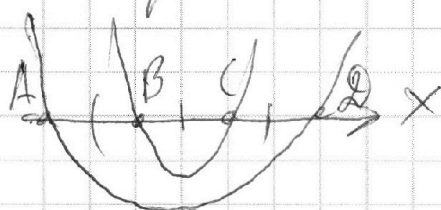
СТРАНИЦА
__ ИЗ __

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

Задача 5,

$$x^2 - (a^2 - 4a)x + a^2 - 6a + 4 = 0 \text{ и } 5x^2 - (a^3 - 4a^2)x -$$

$-2a^3 - 6a - 15 = 0$ — это парабола ветвями
вверх отн. x , изобразим: A, B, C, D — корни.



пятикратное, т.е. необходимо,
т.е. $AB = BC = CD$ для

арифм. прогрессии.

Из симметрии параболы и ~~факта~~ конструкции
центр $\Rightarrow$ у параболы совпадает координата
вершины. $\Rightarrow x_0 = \frac{a^2 - 4a}{2} = \frac{a^3 - 4a^2}{10} \Rightarrow$

$$\Rightarrow 5a^2 - 20a = a^3 - 4a^2 \Rightarrow a^3 - 9a^2 + 20a = 0$$

$a = 0$ — корни, если $a \neq 0 \Rightarrow a^2 - 9a + 20 = 0$

$$D = 1 \quad a_1 = \frac{9+1}{2} = 5 \quad a_2 = \frac{9-1}{2} = 4$$

Проверим какие a подходят:

I) $a = 0 \Rightarrow$ первое у-е имеет вид $x^2 + 4 = 0$ —
не имеет корней.

II) $a = 4 \Rightarrow x^2 - 4 = 0$ и $5x^2 - 167 = 0$, корни

$$-\sqrt{\frac{167}{5}}, -2, 2, \sqrt{\frac{167}{5}}; \quad 2 - (-2) \neq \sqrt{\frac{167}{5}} - 2 \Rightarrow$$



На одной странице можно оформлять только одну задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.

☐☐☐☐☒☐☐

СТРАНИЦА
__ ИЗ __

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

Задача 5.

$\Rightarrow a=4$ не подходит.

III) $a=5 \Rightarrow x^2 - 5x - 1 = 0$ и $5x^2 - 25x - 295 = 0 \Rightarrow$

$x^2 - 5x - 59 = 0$ корни первого: $D_1 = 29$

$x_1 = \frac{5 + \sqrt{29}}{2}$, $x_2 = \frac{5 - \sqrt{29}}{2}$; второго $D_2 = 261 \Rightarrow$

$\Rightarrow x_1 = \frac{5 + \sqrt{261}}{2}$, $x_2 = \frac{5 - \sqrt{261}}{2}$

$\frac{5 - \sqrt{29}}{2} - \frac{5 - \sqrt{261}}{2} = \frac{\sqrt{261} - \sqrt{29}}{2} = \frac{3\sqrt{29} - \sqrt{29}}{2} = \sqrt{29}$

$\frac{5 + \sqrt{29}}{2} - \frac{5 - \sqrt{29}}{2} = \frac{2\sqrt{29}}{2} = \sqrt{29}$

$\frac{5 + \sqrt{261}}{2} - \frac{5 + \sqrt{29}}{2} = \frac{\sqrt{261} - \sqrt{29}}{2} = \sqrt{29}$

подходит, разность прогрессии $\sqrt{29}$.

Ответ: 5



На одной странице можно оформлять только одну задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.

1
☐

2
☐

3
☒

4
☐

5
☐

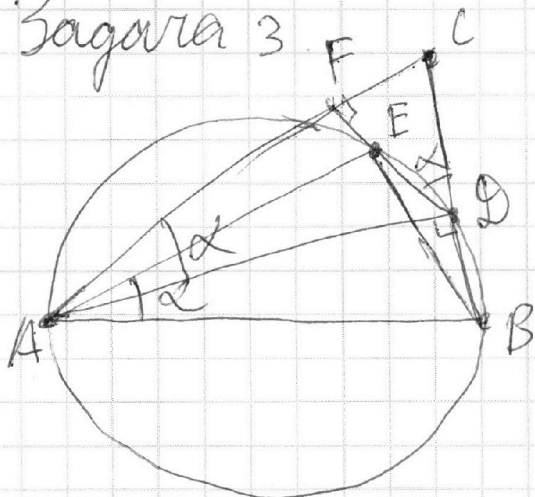
6
☐

7
☐

СТРАНИЦА
__ ИЗ __

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

Задача 3



Пусть $\angle EAB = \alpha \Rightarrow$
 $\Rightarrow \angle CDF = \alpha$ из
 вписанности $AEDB$.
 $\angle ADB = 90^\circ$ - опирается
 на диаметр $\Rightarrow$

$$\Rightarrow \angle EDA = 90^\circ - \alpha \Rightarrow \angle FAD = \alpha$$

По т.-м синусов для $\triangle BDE \Rightarrow \frac{BE}{\sin \alpha} = AB \Rightarrow$
 $\sin \alpha = \frac{BE}{AB} = 0,9; \cos^2 \alpha = 1 - \sin^2 \alpha = 0,19.$

Поскольку $\triangle AFD$ - прямоугольн. $\Rightarrow AF = \frac{FD}{\tan \alpha};$
 $FD = CD \cos \alpha \Rightarrow AF = \frac{CD \cos \alpha}{\tan \alpha} = \frac{CD \cos^2 \alpha}{\sin \alpha};$
 $CD = \frac{FC}{\sin \alpha} \Rightarrow AF = \frac{FC \cos^2 \alpha}{\sin^2 \alpha}.$

Также $AF = AC - FC = AC - \frac{AF \sin^2 \alpha}{\cos^2 \alpha} = AC - \tan^2 \alpha AF$
 $\Rightarrow AF = \frac{AC}{1 + \tan^2 \alpha} = \frac{20}{1 + \frac{19}{81}} = 3,8$

Ответ; 3,8.



На одной странице можно оформлять **только одну задачу**. Отметьте **крестиком** номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении **каждой задачи отдельно**.

1
☐

2
☐

3
☐

4
☐

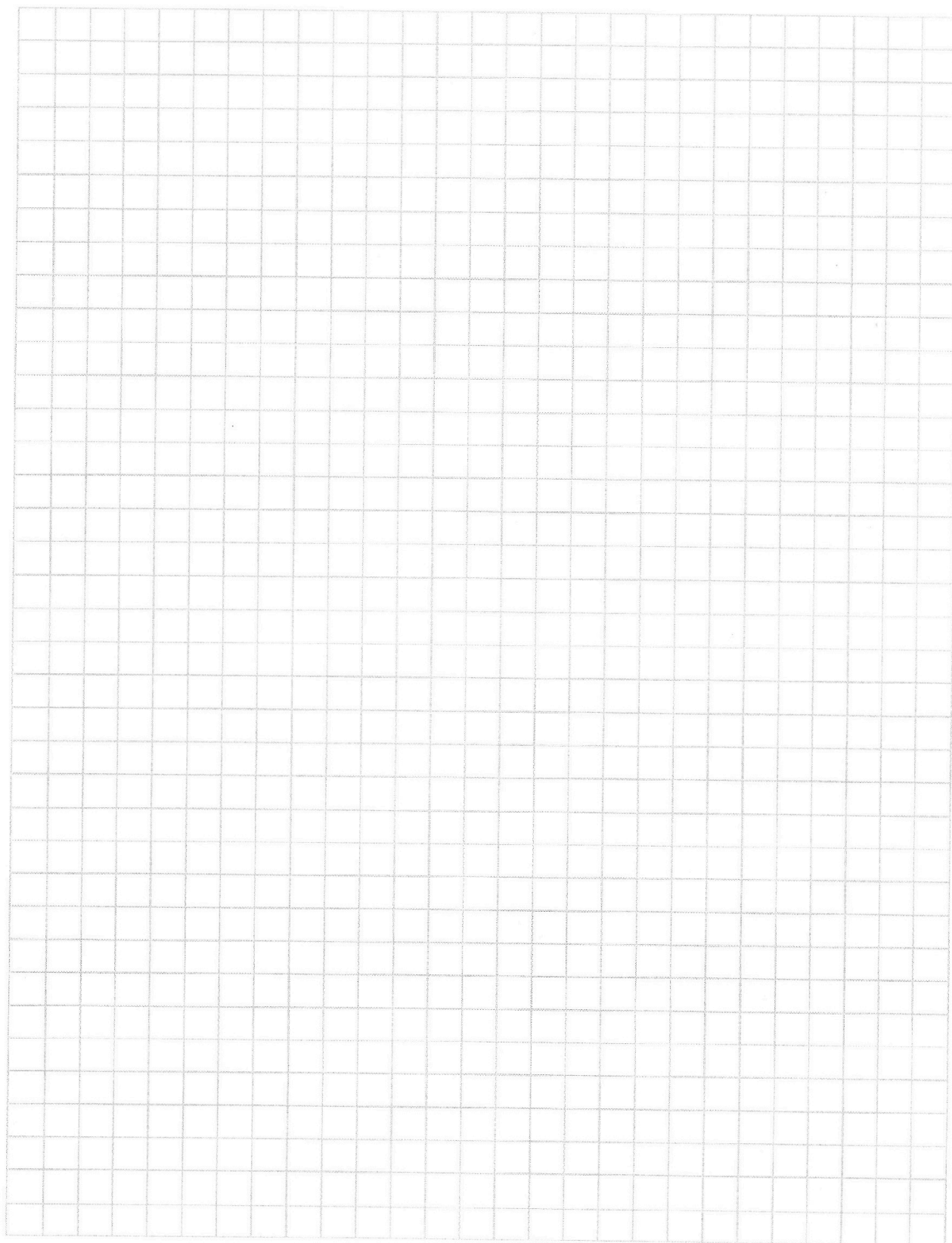
5
☐

6
☐

7
☐

СТРАНИЦА
__ ИЗ __

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. **Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно**. Порча QR-кода недопустима!





На одной странице можно оформлять **только одну** задачу. Отметьте **крестиком** номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении **каждой задачи отдельно**.

1	2	3	4	5	6	7
☐	☐	☐	☒	☐	☐	☐

СТРАНИЦА
1 из 1

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

Задача 4.

~~При открытии коробки~~

Пустить коробки n

Тогда шанс выиграть при 5 коробках:

$$I_1 = \frac{C_n^2}{C_n^5}, \text{ при } 9: I_2 = \frac{C_n^6}{C_n^9} \Rightarrow \frac{I_2}{I_1} = \frac{C_n^6 \cdot C_n^5}{C_n^9 \cdot C_n^2}$$

$$\Rightarrow \text{ответ: } \frac{C_n^6 \cdot C_n^5}{C_n^9 \cdot C_n^2}$$



На одной странице можно оформлять **только одну** задачу. Отметьте **крестиком** номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в **решении каждой задачи отдельно**.

1
☒

2
☐

3
☐

4
☐

5
☐

6
☐

7
☐

СТРАНИЦА
2 из 2

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

Задача 1.

Ответ 72.



На одной странице можно оформлять только одну задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.

1 ☒ 2 ☐ 3 ☐ 4 ☐ 5 ☐ 6 ☐ 7 ☐

СТРАНИЦА

1 из 2

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

Задача 1.

$$\begin{cases} xy = -6z + z^2 & (1) \\ yz = -6x + x^2 & (2) \\ xz = -6y + y^2 & (3) \end{cases} \quad \text{Вычтем из (1), (2):}$$

$$yz - xy = x^2 - z^2 - 6x + 6z \Rightarrow -y(x - z) = (x - z)(x + z) - 6(x - z) = (x - z)(x + z - 6)$$

$$\text{Если } x \neq z \Rightarrow x - z \neq 0 \Rightarrow$$

$$\Rightarrow -y = x + z - 6 \Rightarrow x + y + z = 6.$$

Если все $x = y = z \Rightarrow (1), (2), (3)$ примут вид $x^2 = -6x + x^2 \Rightarrow x = 0$, противоречит усл.

Иначе, возьмем не равные друг другу, не улаживаясь отбросить $x \neq z$ и найдем

$$x + y + z = 6.$$

$$\text{Пусть } p = x^2 + y^2 + z^2, q = xy + yz + xz.$$

$$\text{Сложим (1), (2), (3); найдем } q = p - 6(x + y + z) = p - 36.$$

$$\text{Также } (x + y + z)^2 = 36 = p + 2q \Rightarrow p + 2(p - 36) = 36 \Rightarrow$$

$$3p = 36 + 72 \Rightarrow p = 36; (x - 6)^2 + (y - 6)^2 + (z - 6)^2 = p - 12(x + y + z) + 108 =$$

$$= p - 12(x + y + z) + 108 = 36 - 12 \cdot 6 + 108 = 72$$



На одной странице можно оформлять **только одну** задачу. Отметьте **крестиком** номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в **решении каждой задачи** отдельно.

☐ 1

☐ 2

☐ 3

☐ 4

☐ 5

☐ 6

☐ 7

СТРАНИЦА
__ ИЗ __

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

$AF = ?$
 $AC = 20$
 $AB = 10$
 $BE = 9$
 $\frac{BE}{\sin \alpha} = 10$
 $\sin \alpha = 0,9$
 $\cos \alpha =$
 $AE \cdot BD + ED \cdot AB =$
 $= AD \cdot BE$
 $AB^2 = BD^2 + AD^2 =$
 $= BE^2 + AE^2$
 $AF \cdot AC = AD^2 =$
 $= AB^2 - BD^2$
 $300 = AD^2 - BD^2$
 $AC^2 - CD^2 = AB^2 - BD^2$
 $100 = BD^2 + AD^2$
 $AF^2 = AE^2 - FE^2$
 $FE = 10$



На одной странице можно оформлять **только одну** задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в **решении каждой задачи отдельно**.

1
☐

2
☐

3
☐

4
☐

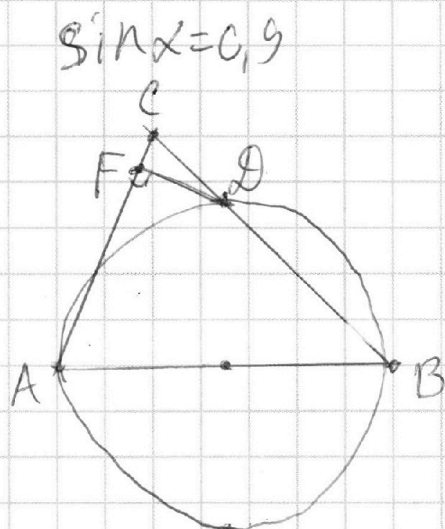
5
☐

6
☐

7
☐

СТРАНИЦА
__ ИЗ __

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!



$$\sin x = 0,9$$

$$AF = 20 - FC$$

$$CD = 0,9 \quad FC = 0,9 \cdot CD \cdot \sin x$$

$$FD = CD \cdot \cos x$$

$$AF = \frac{FD}{\sin x} = \frac{CD \cos^2 x}{\sin x} =$$

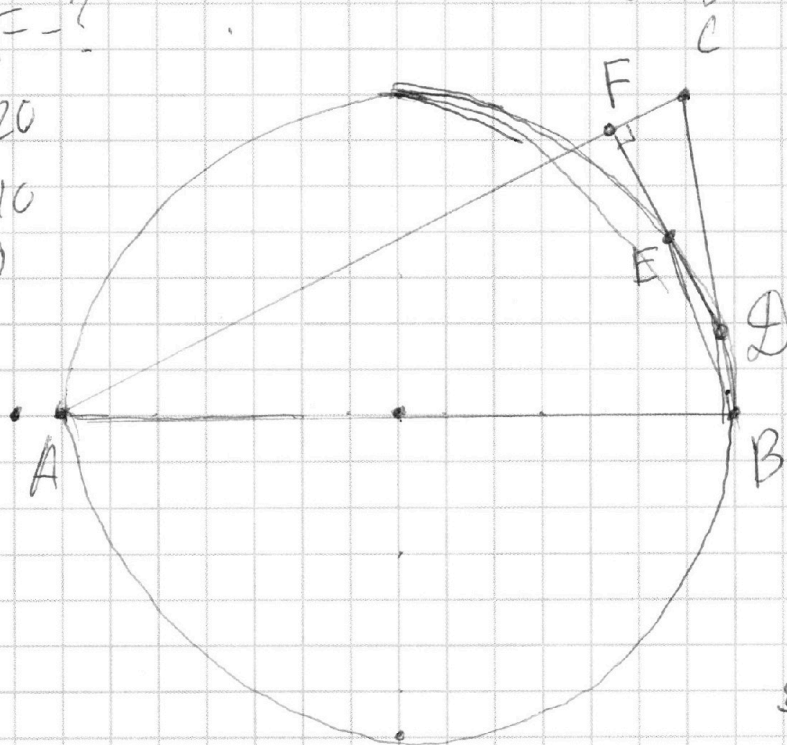
$$= \frac{CD \cos^2 x}{\sin^2 x}$$

AF = ?

$$AC = 20$$

$$AB = 10$$

$$BE = 9$$



$$\frac{100}{19}$$

~~81~~

$$\frac{38}{100}$$

$$19 - 20$$

$$100$$

$$\frac{20 \cdot 19}{100}$$

$$100 \quad 5$$

$$\frac{19}{5} = 3,8$$



На одной странице можно оформлять **только одну задачу**. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в **решении каждой задачи отдельно**.

1
☐

2
☐

3
☐

4
☐

5
☐

6
☐

7
☐

СТРАНИЦА
__ ИЗ __

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

$$x, y, z \neq 0$$

$$\begin{cases} xy = -6z + z^2 \\ yz = -6x + x^2 \\ xz = -6y + y^2 \end{cases}$$

$$(x-6)^2 + (y-6)^2 + (z-6)^2 = \overset{2}{x^2} + \overset{2}{y^2} + \overset{2}{z^2} - 12(x+y+z) + 108$$

$$(x+y+z)^2 = x^2 + y^2 + z^2 + 2(xz + xy + yz)$$

$$x^2 - 6x - yz = 0$$

$$D = 36 + 4yz$$

$$x^2 - z^2 - 6(x-z) = 4y(z-x)$$

$$(x-z)(x+z-6) = -4y(x-z)$$

$$x \neq z \Rightarrow x+z-6 = -4y \Rightarrow x+y+z = 6$$

$$I | x=y=z \Rightarrow x^2 = -6x + x^2 \Rightarrow x=0 \Rightarrow \text{против.}$$

$$II | x+y+z=6$$

$$x^2 + y^2 + z^2 + 2(xz + xy + yz) = 36$$

$$38 \quad p = 72 + 108 \quad p + 36 = 72$$

$$\begin{cases} p + 2q = 36 \\ p - 36 = q \end{cases} \Rightarrow q = 0 \quad p = 36$$



На одной странице можно оформлять только одну задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.

1	2	3	4	5	6	7
☐	☐	☐	☐	☐	☐	☐

СТРАНИЦА
__ ИЗ __

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

n коробок.

Можно, что в 5 коробках будут все 3 шарика:

$$I_1 = \frac{C_n^2}{C_n^5} = \frac{\frac{n!}{2!(n-2)!}}{\frac{n!}{5!(n-5)!}} = \frac{(n-5)! \cdot 5!}{(n-2)! \cdot 2!} = \frac{5!}{2! \cdot (n-4)(n-3)(n-2)}$$

Можно, при 7 коробках:

$$I_2 = \frac{C_n^4}{C_n^7} = \frac{7! \cdot (n-7)!}{4! \cdot (n-4)!}$$

$$\frac{I_2}{I_1} = \frac{7! \cdot (n-7)! \cdot 2! \cdot (n-2)!}{4! \cdot (n-4)! \cdot 5! \cdot (n-5)!} = \frac{7! \cdot 2!}{4! \cdot 5!} \cdot \frac{(n-4)(n-3)(n-2)}{(n-5)(n-6)(n-7)}$$

7 коробок.



На одной странице можно оформлять только одну задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.

1 2 3 4 5 6 7

СТРАНИЦА
из

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

$$x^2 - (a^2 - 4a)x + a^2 - 6a + 4 = 0 \quad | \quad p_1, p_2 \quad 1 \quad 4 \quad 6 \quad 4 \quad 1$$

$$D = a^4 - 8a^3 + 16a^2 - 4a^2 + 24a - 16 =$$

$$= a^4 - 8a^3 + 12a^2 + 24a - 16$$

$$p_1 = b_1 + 6d$$

$$p_2 = b_1 + 5d$$

6, 7

$$5x^2 - (a^3 - 4a^2)x - 2a^3 - 6a - 15 = 0 \quad | \quad q_1, q_2$$

$$p_1 + p_2 = \frac{a^2 - 4a}{2}$$

$$p_1 p_2$$

$$q_1 = b_1 + 7d$$

$$q_2 = b_1 + 4d$$

$$x_0 = \frac{a^2 - 4a}{2} = \frac{a^3 - 4a^2}{10}$$

$$9a^2 - 20a = a^3$$

$a = 0$, иначе:

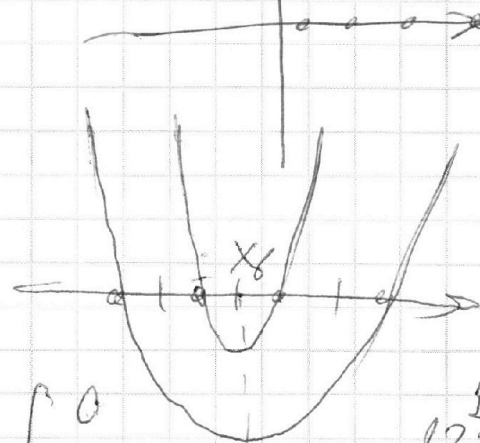
$$5a - 20 = a^2$$

$$9a - 20 = a^2$$

$$a^2 - 9a + 20 = 0$$

$$D = 81 - 80 = 1$$

$$a = \frac{9 \pm 1}{2} = \begin{cases} 5 \\ 4 \end{cases}$$



$$a = \begin{cases} 0 \\ 4 \\ 5 \end{cases} \quad \begin{matrix} 128 \\ 39 \\ 167 \end{matrix}$$

$$2 \cdot 64 - 24$$

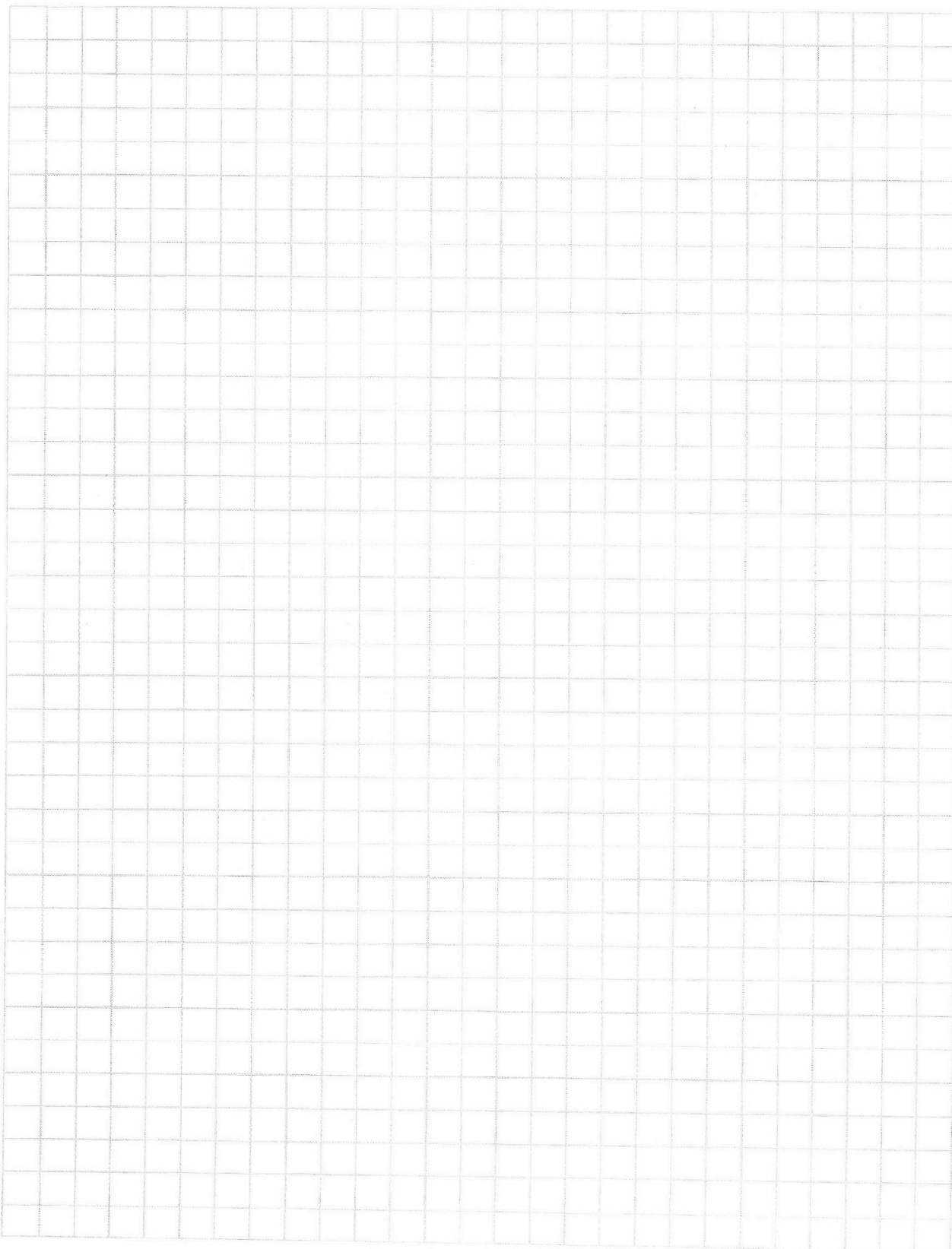


На одной странице можно оформлять **только одну** задачу. Отметьте **крестиком** номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в **решении каждой задачи отдельно**.

1 ☐ 2 ☐ 3 ☐ 4 ☐ 5 ☐ 6 ☐ 7 ☐

СТРАНИЦА
__ ИЗ __

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. **Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно.** Порча QR-кода недопустима!





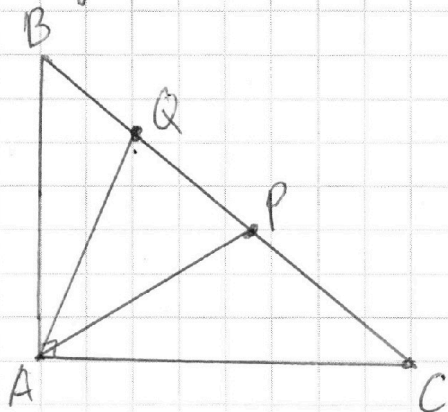
На одной странице можно оформлять **только одну** задачу. Отметьте **крестиком** номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в **решении каждой задачи отдельно**.

1	2	3	4	5	6	7
☐	☐	☐	☐	☐	☐	☒

СТРАНИЦА
__ ИЗ __

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

Задача 7





На одной странице можно оформлять **только одну** задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.

1



2



3



4



5



6



7



СТРАНИЦА

1 из 2

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

Задача 1.

$$\begin{cases} xy = -6z + z^2 & (1) \\ yz = -6x + x^2 & (2) \\ zx = -6y + y^2 & (3) \end{cases}$$

Вычтем выражение (1)

из выражения (2):

$$yz - xy = x^2 - z^2 - 6x + 6z \Rightarrow -y(x - z) = (x - z)(x + z) + (-6 \cdot (x - z)) = (x - z)(x + z - 6).$$

Если $x \neq z \Rightarrow x - z \neq 0$, сократим:

$$-y = x + z - 6 \Rightarrow x + y + z = 6.$$

Аналогичные преобразования мы можем провести для любой пары равенств и если какие-то две переменные из x, y, z не равны между собой $\Rightarrow x + y + z = 6$. Иначе

$x = y = z$, но тогда все данные равенства можно переписать как $x^2 = -6x + x^2 \Rightarrow 0 = -6x \Rightarrow x = 0 \Rightarrow$ противоречие, значит не все

переменные равны и $x + y + z = 6$.

Пусть $p = x^2 + y^2 + z^2$, $q = xy + yz + xz$.

Сложим (1), (2) и (3), получим:



На одной странице можно оформлять **только одну** задачу. Отметьте **крестиком** номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в **решении каждой задачи отдельно**.



СТРАНИЦА

2 из 2

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

$$q = p - 6(x + y + z) = p - 36$$

Также известно, что

$$(x + y + z)^2 = x^2 + y^2 + z^2 + 2(xy + yz + xz) \Rightarrow$$

$\Rightarrow 36 = p + 2q$, найдем истинную:

$$\begin{cases} 36 = p + 2q \\ q = p - 36 \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} q = 0 \\ p = 36 \end{cases} \quad \left(\begin{array}{l} p + q = 36 \Rightarrow 36 = p + 2q \\ = 36 + q \Rightarrow q = 0 \Rightarrow p = 36 \end{array} \right)$$

$$(x - 6)^2 + (y - 6)^2 + (z - 6)^2 = \overset{p}{x^2 + y^2 + z^2} - 12(x + y + z) + 108 =$$

$$= 36 - 12 \cdot 6 + 108 = 72.$$

Ответ: 72.



На одной странице можно оформлять **только одну** задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.



СТРАНИЦА
2 из 2

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

Задача 5.

$$\text{II) } a=4 \Rightarrow x^2-4=0 \text{ и } 5x^2-167=0.$$

Корни первого: $2; -2$, второго: $\sqrt{\frac{167}{5}}; -\sqrt{\frac{167}{5}}$,

помня, что $2 - (-2) \neq -2 - (-\sqrt{\frac{167}{5}})$, хотя бы

потому что справа иррациональное число $\Rightarrow$

$\Rightarrow$ не вписывается в прогрессию.

$$\text{III) } a=5 \Rightarrow x^2-5x-1=0 \text{ и } 5x^2-25x-295=0 \Rightarrow$$

$$x^2-5x-59=0, \text{ корни первого: } D_1=29 \Rightarrow$$

$$\Rightarrow x_1 = \frac{5+\sqrt{29}}{2}, x_2 = \frac{5-\sqrt{29}}{2}, \text{ корни второго: } D_2=261 \Rightarrow$$

$$\Rightarrow x_1 = \frac{5+\sqrt{261}}{2}, x_2 = \frac{5-\sqrt{261}}{2}.$$

$$\frac{5+\sqrt{29}}{2} - \frac{5-\sqrt{29}}{2} \neq \frac{5+\sqrt{261}}{2} - \frac{5-\sqrt{29}}{2}, \text{ слева имеем}$$

$$\sqrt{29} \text{ справа } \sqrt{261}$$

$$\text{Посмотрим на разности: } \frac{5+\sqrt{261}}{2} - \frac{5+\sqrt{29}}{2} = \frac{\sqrt{261}-\sqrt{29}}{2} =$$

$$= \frac{3\sqrt{29}-\sqrt{29}}{2} = \sqrt{29}; \quad \frac{5+\sqrt{29}}{2} - \frac{5-\sqrt{29}}{2} = \sqrt{29};$$

$$\frac{5-\sqrt{29}}{2} - \frac{5-\sqrt{261}}{2} = \frac{\sqrt{261}-\sqrt{29}}{2} = \sqrt{29}; \text{ видно, что}$$

числа образуют арифм. прогрессию с разницей

$\sqrt{29} \Rightarrow a=5$ подходит

Ответ: 5



На одной странице можно оформлять **только одну** задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.

1	2	3	4	5	6	7
☐	☒	☐	☐	☐	☐	☐

СТРАНИЦА

1 ИЗ 1

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

Задача 2.

$n = \overbrace{99 \dots 99}^{20001}$, мы можем записать это как

$$n = 10^{\overbrace{20001}^{20001}} - 1, \text{ тогда } n^3 = (10^{\overbrace{20001}^{20001}} - 1)^3 =$$

$$= 10^{\overbrace{60003}^{60003}} - 3 \cdot 10^{\overbrace{40002}^{40002}} + 3 \cdot 10^{\overbrace{20001}^{20001}} - 1$$

$$\text{Число } 10^{\overbrace{60003}^{60003}} - 3 \cdot 10^{\overbrace{40002}^{40002}} = \overbrace{99 \dots 99}^{20000} \overbrace{70 \dots 0}^{40002}$$

Это становится понятно,

если начать вычитать числа в столбик, первые 40002 разряда справа мы не трогали, там нули, в 40003 разряде справа сверху 0, снизу 3 $\Rightarrow$ в результате 7 и в оставшихся 20000 разрядах уже будут 9.

$$\text{Число } 3 \cdot 10^{\overbrace{20001}^{20001}} - 1 = \overbrace{299 \dots 99}^{20001}, \text{ мы здесь}$$

просто вычли единицу. (любое число) (правое)

$$\text{Итак как получаем } n^3 = \overbrace{99 \dots 99}^{20000} \overbrace{70 \dots 0}^{40002} + \overbrace{299 \dots 99}^{20001} =$$

Заметим что в конце нового числа нули в конце больше чем разрядов в правом $\Rightarrow$ кар-ва делится в n^3 правое $20000 + 20001 = 40001$.

Ответ: 40001.



На одной странице можно оформлять **только одну** задачу. Отметьте **крестиком** номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в **решении каждой задачи отдельно**.



СТРАНИЦА

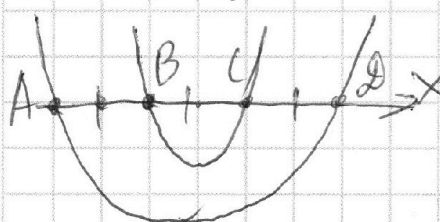
1 из 2

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

Задача 5.

$$x^2 - (a^2 - 4a)x + a^2 - 6a + 4 = 0 \text{ и } 5x^2 - (a^3 - 4a^2)x - 2a^3 - 6a - 15 = 0$$

это парабола ветвями вверх относительно x , отобразим их на графике:



Обозначим корни за A, B, C, D ,
по условию, что отрезки $AB = BC = CD$,
тогда корни являются

последовательными членами одной ариф. прогр.

Значит у парабол, в силу симметрии рисунка

и самой параболы, совпадает координата

$$\text{вершины: } x_B = \frac{a^2 - 4a}{2} = \frac{a^3 - 4a^2}{10} \Rightarrow 5a^2 - 20a = a^3 - 4a^2 \Rightarrow$$

$$\Rightarrow a^3 - 9a^2 + 20a = 0 \text{ или } a = 0 \text{ и это корень уравнения,}$$

$$\text{или } a \neq 0 \Rightarrow a^2 - 9a + 20 = 0 \quad D = 81 - 80 = 1 \quad a_1 = \frac{9+1}{2} = 5$$

$$a_2 = \frac{9-1}{2} = 4. \text{ Проверяем какие } a \text{ нам подходят:}$$

I) $a = 0 \Rightarrow y$ -ния в условии принимает вид:

$$x^2 + 4 = 0 \text{ и } 5x^2 - 15 = 0, \quad x^2 + 4 = 0 \text{ не имеет корней} \Rightarrow$$

$\Rightarrow$ не подходит.



На одной странице можно оформлять **только одну** задачу. Отметьте **крестиком** номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в **решении каждой задачи отдельно**.

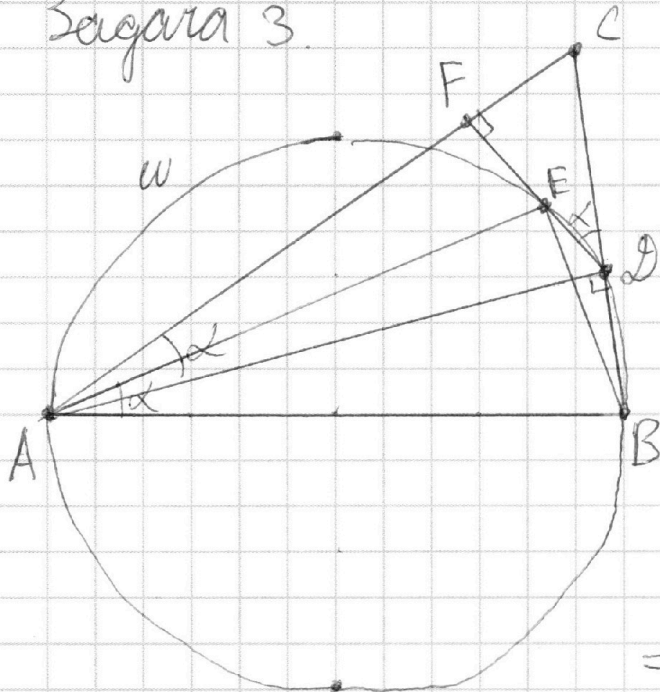


СТРАНИЦА

из 1

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

Задача 3.



Пусть $\angle EAB = \alpha \Rightarrow$
 $\Rightarrow \angle CDF = \alpha$ из вписанности $\angle AEDB$.

$\angle ADB = 90^\circ$, так как опирается на диаметр.

$\Rightarrow \angle EDA = 90^\circ - \alpha \Rightarrow$

$\Rightarrow \angle FAG = \alpha$.

Из теории синусов для $\triangle BDE \Rightarrow \frac{BE}{\sin \alpha} = AB \Rightarrow$
 $\Rightarrow \sin \alpha = \frac{BE}{AB} = 0,9 \Rightarrow \cos^2 \alpha = 1 - \sin^2 \alpha = 0,19$.

Поскольку $\triangle AFD$ - прямоугольный $\Rightarrow AF = \frac{FD}{\tan \alpha} =$
 $= FD \cdot \cos \alpha$, так как $\triangle CFD$ - прямоугольный $\Rightarrow$

$\Rightarrow AF = \frac{CD \cos \alpha}{\tan \alpha} = \frac{CD \cos^2 \alpha}{\sin \alpha}$; $CD = \frac{FC}{\sin \alpha} \Rightarrow$

$\Rightarrow AF = FC \frac{\cos^2 \alpha}{\sin^2 \alpha}$. Также $AF = AC - FC$, найдем

в итоге:

$\begin{cases} AF = FC \cdot \frac{\cos^2 \alpha}{\sin^2 \alpha} \\ AF = AC - FC \end{cases} \Rightarrow$

$\frac{\cos^2 \alpha}{\sin^2 \alpha} = \frac{AC - FC}{FC} \Rightarrow$

$AF = AC - AF \cdot \tan^2 \alpha \Rightarrow AF = \frac{AC}{1 + \tan^2 \alpha}$
 $\tan^2 \alpha = \frac{0,81}{0,19} = \frac{81}{19} \Rightarrow AF = \frac{20}{1 + \frac{81}{19}} = 3,8$

Ответ: 3,8



На одной странице можно оформлять только одну задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.

1 ☐ 2 ☐ 3 ☐ 4 ☐ 5 ☐ 6 ☐ 7 ☐

СТРАНИЦА
__ ИЗ __

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

$$BH = c - p + a = a + c - \frac{b+c-a}{2} = \frac{2a+2c-b-c+a}{2} = \frac{3a+c-b}{2}$$

$$\left(\frac{3a+c-b}{2}\right)/a = c^2$$

$$\frac{b}{b+c-a} = x$$

$$R = \frac{b+c-a}{\sqrt{2}} = \frac{PQ}{\sqrt{2}} \quad CP = b - PQ \cdot \frac{1}{x} = \frac{b+c-a}{b} = 1 \neq$$

$$\frac{CP}{PQ} = \frac{b}{PQ} - 1$$

$$\frac{R}{\sin \beta} = \frac{CP}{\sin(45^\circ - \beta)}$$

$\beta \neq 0$

PQ

$$\sin(45^\circ - \beta) = \frac{\sqrt{2}}{2}(\cos \beta - \sin \beta)$$

$$\frac{\sin(45^\circ - \beta)}{\sin \beta} = \frac{\sqrt{2}}{2}(\cot \beta - 1) = \frac{CP}{PQ} = \frac{b}{PQ} - 1 = \frac{b}{b+c-a} - 1 = \frac{\cancel{\sin 2\alpha} - \cos 2\alpha}{\sin 2\alpha + \cos 2\alpha - 1}$$

$$\frac{1}{x} = \frac{b+c-a}{b} = 1 + \cot 2\alpha - \frac{1}{\sin 2\alpha}$$

$$\frac{b}{a} = \sin 2\alpha$$

$$x = \frac{1}{1 + \cot 2\alpha - \frac{1}{\sin 2\alpha}} = \frac{\sin 2\alpha}{1 + \sin 2\alpha + \cos 2\alpha - 1}$$



На одной странице можно оформлять **только одну** задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении **каждой задачи отдельно**.

1 2 3 4 5 6 7
☐ ☐ ☐ ☐ ☐ ☐ ☐

СТРАНИЦА
 ИЗ

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

$$\frac{\sqrt{2}}{2} (\operatorname{ctg} \beta = 1) = \left(\frac{1 - \cos 2\alpha}{\sin 2\alpha + \cos 2\alpha - 1} \right) \sqrt{2} + 1$$

$$\left(\frac{1 - \cos 2\alpha}{\sin 2\alpha + \cos 2\alpha - 1} \right) \sqrt{2} + 1 = \operatorname{ctg} \beta$$

$$\frac{\sqrt{2} - \sqrt{2} \cos 2\alpha + \sin 2\alpha + \cos 2\alpha - 1}{\sin 2\alpha + \cos 2\alpha - 1}$$

$$\alpha \beta = \arctg \left(\frac{\sin 2\alpha + \cos 2\alpha - 1}{\sin 2\alpha + \cos 2\alpha (1 - \sqrt{2}) + \sqrt{2} - 1} \right)$$

$$DH = \frac{PQ}{2} = \frac{b+c-a}{2}$$

$$CH = b - \frac{PQ}{2} = \frac{2b - b - c + a}{2} = \frac{b+a-c}{2}$$

$$\operatorname{tg} \beta = \frac{DH}{CH} = \frac{b+c-a}{b+a-c} = \frac{\frac{b}{a} + \frac{c}{a} - 1}{\frac{b}{a} - \frac{c}{a} + 1} =$$

$$b+c-a = x(b+a)$$

$$\frac{\sin \gamma + \cos \gamma - 1}{\sin \gamma - \cos \gamma + 1}$$



На одной странице можно оформлять **только одну** задачу. Отметьте **крестиком** номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении **каждой задачи отдельно**.

1 ☐ 2 ☐ 3 ☐ 4 ☐ 5 ☐ 6 ☐ 7 ☐

СТРАНИЦА
__ ИЗ __

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

$$a=0: x^2 + 4 = 0$$

$$5x^2 - 15 = 0$$

$$a=4 \Rightarrow x^2 - 4 = 0$$

$$5x^2 - 167 = 0$$

$$16 - 24 + 4$$

$$-2 \cdot 64 - 6 \cdot 4 - 15$$

$$\begin{array}{r} 128 \\ 39 \\ 15 \\ \hline \end{array} \quad \begin{array}{r} 128 \\ 39 \\ 15 \\ \hline 167 \end{array}$$

$$\begin{array}{r} 167 \overline{) 5} \\ 17 \overline{) 33} \\ 2 \end{array}$$

$$-128 - 24 - 15 = -128 - 39$$

$$a=5: x^2 - 5x - 1 = 0$$

$$5x^2 - 25x - 295 = 0$$

$$x^2 - 5x - 59 = 0$$

$$25 - 20$$

$$25 - 30 + 4$$

$$\begin{array}{r} 295 \overline{) 5} \\ 45 \overline{) 59} \\ 3 \overline{) 59} \\ 59 \\ 4 \\ \hline 236 \end{array} \quad \begin{array}{r} 295 \overline{) 5} \\ 45 \overline{) 59} \\ 236 \\ 25 \\ \hline 261 \end{array}$$

$$D_1 = 25 + 4 = 29$$

$$D_2 = 261$$

$$29$$

$$\begin{array}{r} 261 \overline{) 29} \\ 261 \overline{) 9} \end{array}$$

$$-250 - 30 - 15$$

$$261 = 29 \cdot 9$$

$$25 - 30 + 4$$

$$x^2 = \frac{167}{5}$$

$$x = \pm \sqrt{33,4}$$

$$5 \sqrt{29}$$

$$x = \begin{array}{l} \frac{5 + \sqrt{29}}{2} \quad 7 \\ \frac{5 - \sqrt{29}}{2} \quad 6 \end{array}$$

$$x = \begin{array}{l} \frac{5 + \sqrt{261}}{2} \quad 8 \\ \frac{5 - \sqrt{261}}{2} \quad 5 \end{array}$$

$$-250 - 30 - 15$$

$$d = \frac{\sqrt{261} - \sqrt{29}}{2}$$



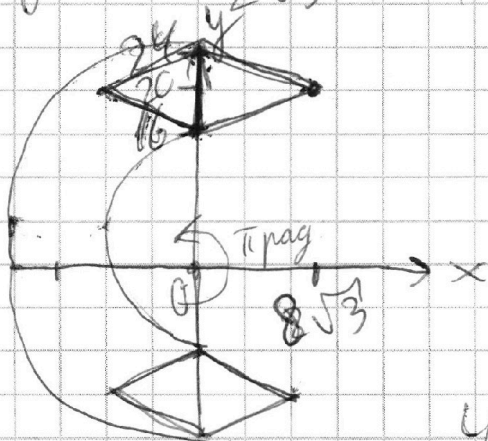
На одной странице можно оформлять только одну задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.

1 ☐ 2 ☐ 3 ☐ 4 ☐ 5 ☐ 6 ☐ 7 ☐

СТРАНИЦА
__ ИЗ __

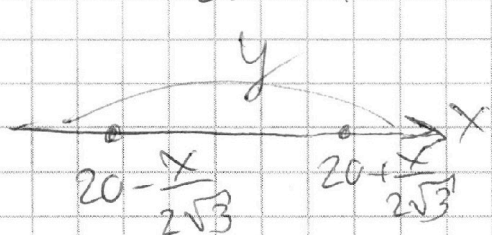
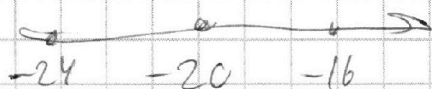
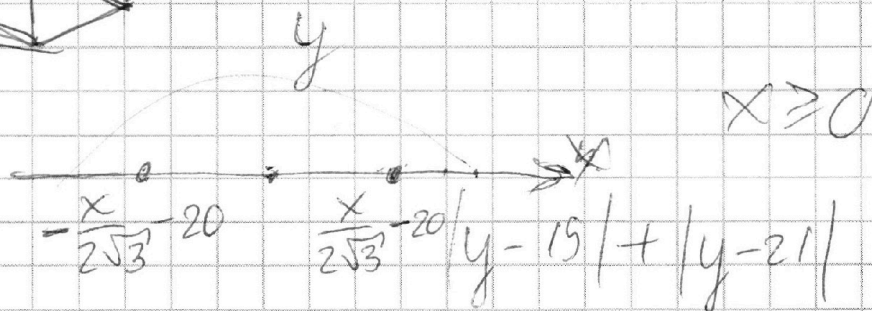
Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

$$\left| y - 20 + \frac{x}{2\sqrt{3}} \right| + \left| y - 20 - \frac{x}{2\sqrt{3}} \right| \leq 8$$



$$x=0 \quad \left| y - 20 \right| \leq 4$$
$$y \in [16; 24]$$

$$x = 2\sqrt{3}$$



$$\frac{x}{2\sqrt{3}} = 8$$

$$x \leq 8\sqrt{3}$$

$$x = 8\sqrt{3}$$

$$y = -20$$

$$\left| y - \left(20 - \frac{x}{2\sqrt{3}} \right) \right| + \left| y - \left(20 + \frac{x}{2\sqrt{3}} \right) \right| \leq 8$$

$$x=0$$

$$y \in [16; 24]$$

$$x = 8\sqrt{3}$$
$$y = 20$$



На одной странице можно оформлять **только одну** задачу. Отметьте **крестиком** номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в **решении каждой задачи отдельно**.

1	2	3	4	5	6	7
☐	☐	☐	☐	☐	☐	☐

СТРАНИЦА
__ ИЗ __

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются **отдельно**. Порча QR-кода недопустима!

