МОСКОВСКИЙ
ФИЗИКО-ТЕХНИЧЕСКИЙ
ИНСТИТУТ

ОЛИМПИАДА "ФИЗТЕХ"
ПО МАТЕМАТИКЕ

10 КЛАСС. Вариант 5

a+4k a+5k
a+2k a+7k

~~1.~~ [4 балла] Ненулевые числа x, y, z удовлетворяют системе уравнений

$$\begin{cases} xy = 3z + z^2, \\ yz = 3x + x^2, \\ zx = 3y + y^2. \end{cases}$$

$x^2 = 3x + x$ $\quad (x-y)(x+y+3+z) = 0 \quad x+y+z+3=0$

$(x-y)(x+y)+3(x-y)+z(x-y)$

$9 - 4xy \geq 0 \quad 9 - 4yz \geq 0 \quad 9 - 4xz \geq 0$

$0 < xy, yz, xz \leq \frac{9}{4}$

$(xyz)^2 \leq \left(\frac{9}{4}\right)^3$

$xyz \leq \left(\frac{3}{2}\right)^3$

$xy + yz + zx + 3x + 3y + 3z + 9 - 3$

Найдите все возможные значения выражения $(x+3)^2 + (y+3)^2 + (z+3)^2$, если известно, что система имеет хотя бы одно решение в ненулевых числах. $x^2 + y^2 + z^2 + 27 + 6(x+y+z)$

~~2.~~ [2 балла] Десятичная запись натурального числа n состоит из 40 000 девяток. Сколько девяток содержит десятичная запись числа n^3?

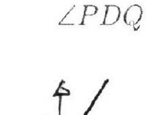
3. [5 баллов] Окружность ω с диаметром AB пересекает сторону BC остроугольного треугольника ABC в точке D. Точка F выбрана на отрезке AC так, что $DF \perp AC$, а E — точка пересечения отрезка DF с окружностью ω, отличная от D. Найдите AF, если $AC = 10$, $AB = 6$, $BE = 5$.

~~4.~~ [4 балла] В телеигре ведущий берет несколько коробок и ровно в три из них кладет по одному шарику. Игрок может указать на пять коробок и открыть их. Если в этих коробках лежат все три шарика, то игрок выигрывает. Игроку разрешили открыть шесть коробок. Во сколько раз увеличилась вероятность выигрыша игрока?

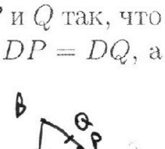
~~5.~~ [5 баллов] Найдите все значения параметра a, при которых корни уравнения $x^2 - (a^2 - a)x + a - 5 = 0$ являются пятым и шестым членами некоторой непостоянной арифметической прогрессии, а корни уравнения $4x^2 - (a^3 - a^2)x + 2a^4 + 2a^2 - a^6 - 4 = 0$ являются третьим и восьмым членами этой прогрессии. $x^2 - (4^2-4)x + 2\cdot 4^3 + 2\cdot 4 - 4^5 - 1 = 0$ $\quad -6\cdot 64 + 7 \quad 4^4 / 2 = 16$ $\quad 12^2 - 4$

6. [5 баллов] На координатной плоскости построена фигура Φ, состоящая из всех точек, координаты $(x; y)$ которых удовлетворяют неравенству $\left|x - \frac{15}{2} + \frac{y}{6\sqrt{3}}\right| + \left|x - \frac{15}{2} - \frac{y}{6\sqrt{3}}\right| \leqslant 3$. Фигуру Φ непрерывно повернули вокруг начала координат на угол π против часовой стрелки. Найдите площадь фигуры, которую замела фигура Φ при этом повороте.

7. [6 баллов] На гипотенузе BC прямоугольного треугольника ABC выбраны точки P и Q так, что $AB = BP$, $AC = CQ$. Внутри треугольника ABC выбрана точка D, для которой $DP = DQ$, а $\angle PDQ = 90°$. Найдите $\angle DBC$, если известно, что $\angle DCB = 20°$.



$(x-6)^2 - 37 \quad \frac{-6 \pm \sqrt{20}}{2} \quad 6 \pm \sqrt{20} \quad 144+4 \quad \frac{148}{4} \quad 12+25$



$-\frac{1}{3} \to 1$

$C_{a-3}^2 \quad C_{a-3}^3 \quad \frac{C_{a-3}^3}{C_{a-3}^2} = \frac{\frac{(a-3)!}{3!(a-6)!}}{\frac{(a-3)!}{2!(a-5)!}} = \frac{2(a-5)!}{6\cdot(a-6)!} = \frac{a-5}{3}$

$b^2 - 4ac$

144 $\quad x^3 + 3x^2$

$-\frac{1}{8} + \frac{3}{4}$

$-2 = -6 + 4$

$A = \sqrt{48^2 + 4\cdot 4\cdot 14\cdot 254}$

$\frac{1}{2} \to 1$

$\frac{C_a^3 - C_{a-3}^3}{C_a^3}$ $\quad 6!$

На одной странице можно оформлять **только одну** задачу. Отметьте **крестиком** номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в **решении каждой задачи отдельно**.

1 [X] 2 [ ] 3 [ ] 4 [ ] 5 [ ] 6 [ ] 7 [ ]

СТРАНИЦА 1 ИЗ 1

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. **Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно.** Порча QR-кода недопустима!

$$\begin{cases} xy = 3z + z^2 & (1) \\ yz = 3x + x^2 & (2) \\ zx = 3y + y^2 & (3) \end{cases}$$

Пусть, не умаляя общности, $x = -3$ (симметрия отн. x, y, z).
Тогда $yz = 3x + x^2 = 0$, т.е. $y = 0$ или $z = 0$. Противоречие.
Тогда $3x + x^2 \neq 0$, $3z + z^2 \neq 0$, $3y + y^2 \neq 0$ и на них можно делить.

$(1)-(2)$: $xy - yz = z^2 - x^2 + 3(z - x)$

$(z-x)(z+x) + 3(z-x) + y(z-x) = 0$

$(z-x)(3+x+y+z) = 0$.

I. Если $z = x$

$$\begin{cases} x^2 = 3y + y^2 \\ xy = 3x + x^2 \\ xy = 3x + x^2 \end{cases}$$

$$\begin{cases} x^2 = 3y + y^2 \\ y = 3 + x \end{cases}$$

$$\begin{cases} x^2 = 3y + y^2 \\ y^2 = 9 + 6x + x^2 \\ y = 3 + x \end{cases}$$

$$\begin{cases} 0 = 3y + 6x + 9 \\ y = 3 + x \end{cases}$$

$$\begin{cases} 0 = y + 2x + 3 \\ y = 3 + x \end{cases}$$

$$\begin{cases} y = 1 \\ x = z = -2 \end{cases}$$

Аналогично подходят случаи $(1; -2; -2)$ и $(-2; -2; 1)$.
Тогда $(x+3)^2 + (y+3)^2 + (z+3)^2 = 18$.

II $3 + x + y + z = 0 \Leftrightarrow x + y + z = -3$

$\cancel{(1)+(2)-(3):}$

$\cancel{xy + yz - zx = 3z + 3x + x^2 + z^2 - 3y - y^2}$

$\cancel{y(x+y+z) + 3y = x^2 + z^2 + 3x + 3z + 2x}$

$\cancel{-3y + 3y = x^2 + z^2 + 3x + 3z + 2x}$

$\cancel{0 = (x+z)^2 - xz + 3(x+z)}$

$\cancel{xz = (x+z)(x+z+3)}, \cancel{x + z + 3 = -y}$

$\cancel{xz = -y(x+z)}$

$\cancel{\text{Также } xz = y(3+y)}$

$(x+3)^2 + (y+3)^2 + (z+3)^2 = x^2 + y^2 + z^2 + 6(x+y+z) + 27 = x^2 + y^2 + z^2 + 9$

Заметим, что $yz = (3+x)x = (-y-z)(-y-z-3) = y^2 + z^2 + 3y + 3z + 2yz$, т.е.
$y^2 + z^2 + yz + 3y + 3z = 0 \Leftrightarrow y^2 + z^2 = -3y - 3z - yz$

Также из (2) верно $x^2 = yz - 3x$, и тогда
$x^2 + y^2 + z^2 = -3x - 3y - 3z = 9$.
Тогда $(x+3)^2 + (y+3)^2 + (z+3)^2 = 9 + 9 = 18$.
Пример: $x = y = -2$, $z = 1$.

Ответ: 18.

На одной странице можно оформлять **только одну** задачу. Отметьте **крестиком** номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в **решении каждой задачи отдельно**.

1	2	3	4	5	6	7
☐	☒	☐	☐	☐	☐	☐

СТРАНИЦА 1 ИЗ 1

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. **Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно.** Порча QR-кода недопустима!

Число n может быть представлено в виде $10^{40000}-1$, так как n – самое большое 40000-значное число, и следующее за ним натуральное как раз 10^{40000}.

Тогда верно

$$n^3 = (10^{40000}-1)^3 = 10^{120000} - 3\cdot 10^{80000} + 3\cdot 10^{40000} - 1 =$$

$$= 10^{80000}(10^{40000}-3) + (3\cdot 10^{40000}-1)$$

Заметим, что $10^{80000} > 3\cdot 10^{40000}-1$, то есть первое слагаемое будет оканчиваться на ~~много нулей~~, ~~было и при сложении со вторым слагаемым перехода через десяток не будет. Тогда достаточно посчитать количество девяток в десятичн~~ такое количество нулей, что ~~второе слагаемое~~ все цифры в десятичной записи второго слагаемого будут складываться с 0. Тогда после сложения этих двух чисел ~~количество девяток~~ не будет ни перехода через десяток, ни изменения ~~цифр~~, ~~кроме как~~ количества цифр, кроме нулей.

Слагаемое $10^{80000}(10^{40000}-3)$ будет равно $\underbrace{999\ldots9}_{39999 \text{ девяток}}7\underbrace{00\ldots0}_{80000 \text{ нулей}}$, а слагаемое $3\cdot10^{40000}-1$ равно $2\underbrace{99\ldots9}_{40000 \text{ девяток}}$.

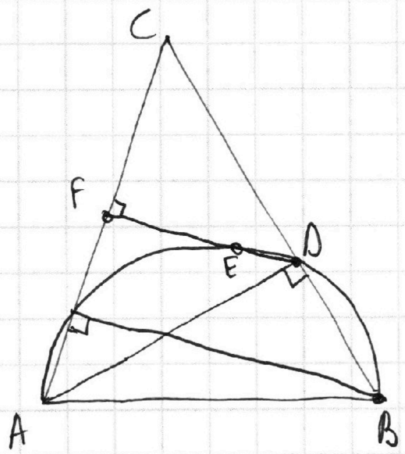
Тогда сумма будет равна $\underbrace{99\ldots9}_{\substack{39999\\ \text{девяток}}}7\underbrace{0\ldots0}_{\substack{80000-40000-1=\\=39999 \text{ нулей}}}2\underbrace{9\ldots9}_{\substack{40000\\ \text{девяток}}}$. Итого 79999 ~~девяток~~. девяток.

Ответ: 79999 девяток.

На одной странице можно оформлять **только одну** задачу. Отметьте **крестиком** номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в **решении каждой задачи отдельно**.

1	2	3	4	5	6	7	СТРАНИЦА __ ИЗ __
☐	☐	X	☐	☐	☐	☐	

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. **Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно.** Порча QR-кода недопустима!



На одной странице можно оформлять **только одну** задачу. Отметьте **крестиком** номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в **решении каждой задачи отдельно**.

1 ☐ 2 ☐ 3 ☐ 4 ☒ 5 ☐ 6 ☐ 7 ☐

СТРАНИЦА 1 ИЗ 1

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. **Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно.** Порча QR-кода недопустима!

Пусть ведущий берет a коробок (где $a > 6$) в мелеигре.

ответ по условию задачи

Когда игрок выбирает 5 коробок, то побеждает, если выбирает 3 ~~Игрок побеждает~~ коробки с шариками и 2 любые без них — вариантов сделать это C_{a-3}^2 (выбрать 2 пустые из $a-3$ пустых). Всего же вариантов выбрать 5 любых коробок C_a^5. Тогда $P_{\text{победы}} = \frac{C_{a-3}^2}{C_a^5}$. Обозначим это за P_1.

Когда игрок выбирает 6 коробок, то побеждает, если выбирает ровно 3 пустые и остальные с шариками. Способов сделать это — C_{a-3}^3 (выбрать 3 пустые из $a-3$ пустых), а всего вариантов выбрать 6 коробок из a составляет C_a^6. Тогда вероятность победы $P_2 = \frac{C_{a-3}^3}{C_a^6}$.

Требуется найти $\frac{P_2}{P_1}$, равное

$$\cancel{\frac{\frac{C_{a-3}^3}{C_a^6}}{\frac{C_{a-3}^2}{C_a^6}} = \frac{C_{a-3}^3 \cdot C_a^6}{C_{a-3}^2 \cdot C_a^5} = \frac{\frac{(a-3)!}{(a-6)!\cdot 6} \cdot \frac{a!}{6!(a-6)!}}{\frac{(a-3)!}{2\cdot(a-5)!} \cdot \frac{a!}{5!(a-5)!}} = \frac{2\cdot 5!\cdot(a-5)!\cdot(a-5)!}{6\cdot 6!\,(a-6)!\,(a-6)!} = \frac{1}{18}\cdot(a-5)^2}$$

$$\frac{\frac{C_{a-3}^3}{C_a^6}}{\frac{C_{a-3}^2}{C_a^5}} = \frac{C_{a-3}^3 \cdot C_a^5}{C_{a-3}^2 \cdot C_a^6} = \frac{\frac{(a-3)!}{3!(a-6)!} \cdot \frac{a!}{5!\cdot(a-5)!}}{\frac{(a-3)!}{2!(a-5)!} \cdot \frac{a!}{6!(a-6)!}} =$$

$$= \frac{2\cdot 6!}{6\cdot 5!} = 2$$

Ответ: 2 раза.

На одной странице можно оформлять **только одну** задачу. Отметьте **крестиком** номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в **решении каждой задачи отдельно**.

1 ☐ 2 ☐ 3 ☐ 4 ☐ 5 ☒ 6 [redacted] 7 ☐

СТРАНИЦА 1 ИЗ 2

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. **Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно.** Порча QR-кода недопустима!

Пусть соответствующие корни являются членами последовательности $\{d_i\}$, где $d_1=b$, $d_{i+1}=d_i+k$ или $d_i=b+k(i-1)$.

Заметим, что $d_5+d_6=d_3+d_8$, т.к. $b+4k+b+5k=b+2k+b+7k=2b+9k$.

По т. Виета, сумма корней первого трёхчлена равна a^2-a, а второго $\frac{a^3-a^2}{4}$.

Тогда $a(a-1)=\frac{a^2(a-1)}{4}$,

$a(a-1)(4-a)=0$. Тогда $a=0$ или $a=1$ или $a=4$.

Пусть $f(x)=x^2-(a^2-a)x+a-5$; $g(x)=4x^2-(a^3-a^2)x+2a^4+2a^2-a^6-4$.

~~Если $a=0$, то~~

~~$x^2-(a^2-a)x+a-5=x^2-5$, корней два~~

~~$g(x)=$~~

$$D_f=(a^2-a)^2-4(a-5)=a^4-2a^3+a^2-4a+20$$

$$D_g=(a^3-a^2)^2-16(2a^4+2a^2-a^6-4)=a^6-2a^5+a^4-32a^4-32a^2+16a^6+64=$$
$$=17a^6-2a^5-31a^4-32a^2+64$$

$D_f>0$ при $a=0$, $a=1$ или $a=4$ (равен 20, 16 и $4^3\cdot 2+20$ соотв.)

$D_g>0$ при $a=0$ и $a=1$ (равен 64 и $17-2-31-32+64=16$ соотв.),

при $a=4$:

$$D_g=(64-16)^2-16(2\cdot 4^4+2\cdot 4^2-4^6-4)=48^2-16(4^4(2-16)+28)=$$

$$=48^2+16\cdot 14\cdot 4^4-28>0$$

~~Тогда каждое из возможных значений a подходит.~~

~~Отв: $\{0;1;4\}$.~~

При $a=0$:

$f(x)=x^2-5$, $\alpha_{1,2}=\pm\sqrt5$; $g(x)=4x^2-4$, $\beta_{1,2}=\pm1$. (α_1 и α_2 – корни $f(x)$, β_1 и β_2 – корни $g(x)$).

Не ~~вот~~ подходит, так как $\alpha_1<\beta_1<\beta_2<\alpha_2$, потому ~~причем~~ что 3-й член последовательности, т.е. β_1 или β_2, должен быть наибольшим или наименьшим из 4-х чисел.

На одной странице можно оформлять **только одну** задачу. Отметьте **крестиком** номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в **решении каждой задачи отдельно**.

1 ☐ 2 ☐ 3 ☐ 4 ☐ 5 ☒ 6 ☐ 7 ☐

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. **Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно.** Порча QR-кода недопустима!

При $a=1$

$f(x)=x^2-4$, $\alpha_1=-2$, $\alpha_2=2$.

$g(x)=4x^2-1$, $\beta_1=-\frac{1}{2}$, $\beta_2=\frac{1}{2}$.

Получаем $\alpha_1<\beta_1<\beta_2<\alpha_2$, чего не может быть, как мы поняли ранее.

При $a=4$:

$f(x)=x^2-12x-1$, корни $\alpha_1=6-\sqrt{37}$, $\alpha_2=6+\sqrt{37}$

$g(x)=4x^2-48x+2\cdot4^4+2\cdot4^2-4^6-4=4x^2-48x+4^4(2-16)+28=$

$=4x^2-48x-14\cdot256+28=4x^2-48x-14(256-2)=4x^2-48x-14\cdot254$

$\sqrt{\Delta_g}=\sqrt{48^2+4\cdot4\cdot14\cdot254}=4\sqrt{12^2+14\cdot254}=8\sqrt{6^2+7\cdot127}=$

$=8\sqrt{925}=8\cdot5\sqrt{37}=40\sqrt{37}$.

Тогда $\beta_1=\dfrac{48-40\sqrt{37}}{8}=6-5\sqrt{37}$, $\beta_2=\dfrac{48+40\sqrt{37}}{8}=6+5\sqrt{37}$.

Тогда $\exists$ $\{d_i\}$, такая что $\beta_1=d_3$, $\beta_2=d_8$, $\alpha_1=d_5$, $\alpha_2=d_6$.

$b=6-9\sqrt{37}$, $k=2\sqrt{37}$, $d_i=b+k(i-1)$.

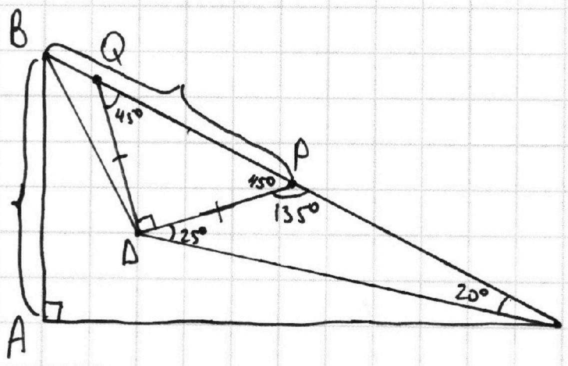
Ответ: $a=4$.

На одной странице можно оформлять **только одну** задачу. Отметьте **крестиком** номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в **решении каждой задачи отдельно**.

1 ☐ 2 ☐ 3 ☐ 4 ☐ 5 ☐ 6 ☐ 7 ☐

СТРАНИЦА __ ИЗ __

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. **Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно.** Порча QR-кода недопустима!



① точки B, Q, P, C расположены в такам порядке, так как $AB + AC > BC$ по нер. треугольника.

② $\triangle DPQ$ – прямоугольный и равнобедренный, тогда $\angle DQP = \angle DPQ = 45°$. Отсюда $\angle DPC = 180° - \angle DPQ = 135°$, $\angle PDC = 180° - \angle DPC - \angle PCD = 180° - 20° - 135° = 25°$.

x^2

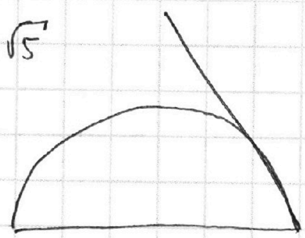
4

$x^2 - 5$ $\quad -\sqrt{5} \quad \sqrt{5}$

$4x^2 - 4$

$\pm 1, \pm\sqrt{5}$

a



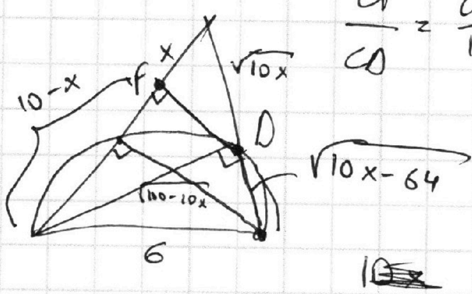
$\Delta = (a^2 - a)^2 - 4(a-5)$

$\frac{-b \pm \sqrt{D}}{2a}$

$-\frac{b}{a}$

$a^2 - a = \frac{a^3 - a^2}{4}$

$\frac{CF}{CD} = \frac{CD}{10}$



~~10~~

$4a(a-1) = a^2(a-1)$

$(a-1)(a^2 - 4a) = 0$

$a(a-1)(a-4) = 0$

На одной странице можно оформлять **только одну** задачу. Отметьте **крестиком** номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в **решении каждой задачи отдельно**.

1	2	3	4	5	6	7
☒	☒	☐	☐	☐	☐	☐

СТРАНИЦА __ ИЗ __

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. **Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно.** Порча QR-кода недопустима!

$$\begin{cases} (1) \quad xy = 3z + z^2 \\ (2) \quad yz = 3x + x^2 \\ (3) \quad zx = 3y + y^2 \end{cases}$$

Если хоть одно из $x, y, z = -3$ (пусть, не умаляя общности, $x = -3$), то $yz = 3x + x^2 = 0$, т.е. y или z равны 0, что противоречит условию. Тогда x, y, z не равны -3.

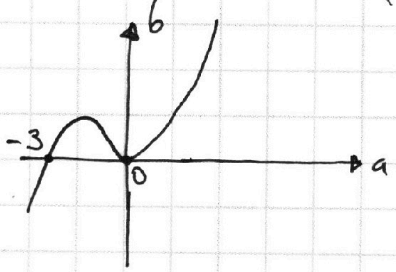
~~Если можно поделить (1) на~~ (2), ~~то получим~~ Если поделить (1) на (2), то верно

$$\frac{x}{z} = \frac{z(3+z)}{x(3+x)}$$ ($yz \neq 0$, т.к. $y \neq 0, z \neq 0$; $x \neq 0$, по ~~предположению~~ доказанному выше $x \neq -3$)

или $x^2(3+x) = z^2(3+z)$.

Аналогично получаем $y^2(3+y) = x^2(3+x)$, т.е.

$y^2(3+y) = x^2(3+x) = z^2(z+3)$. График функции $a^3 + 3a^2$ имеет вид



, т.к. пока $a \geq -3$, то $a^3 + 3a^2 \geq 0$, и корни являются -3 и 0.

На одной странице можно оформлять **только одну** задачу. Отметьте **крестиком** номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в **решении каждой задачи отдельно**.

1 2 3 4 5 6 7 СТРАНИЦА __ ИЗ __

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. **Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно.** Порча QR-кода недопустима!

$\underbrace{x^2+y^2+z^2}+6\underbrace{(x+y+z)}_{-27}+27$

$x=-3-y-z$

$\begin{cases} -3y-y^2-yz=3z+z^2 \\ yz=(-y-z)(-3-y-z) \\ -3z-yz-z^2=3y+y^2 \end{cases}$

$z^2+y^2+yz+3(y+z)=0$

$yz=y^2+z^2+2yz+3(y+z)$

$x^2=yz-3x$

$x^2+3(y+z-x)$

отв: $\boxed{\cancel{27+6(x+y+z)}+x^2+y^2+z^2}$

CH HB BC

CF FD CD

CD AD 10

$CH\cdot AC=CD\cdot BC$

$\frac{CF}{CD}=\frac{CD}{10}$ $CD^2-CF^2=FD^2$

$10\,CF=CD^2$

$y^2+z^2=-yz-3y-3z$

$x^2=yz-3x$

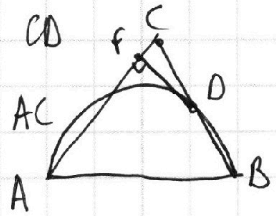
$CD=\sqrt{10\,CF}$

$CHB\sim CFD\sim CAD$

CH HB BC

CF FD CD

CD AD AC



$\sqrt{10x-x^2}$

$10x-x^2+100-20x+x^2$ либо

$\sqrt{10x+100}$

C_5^2

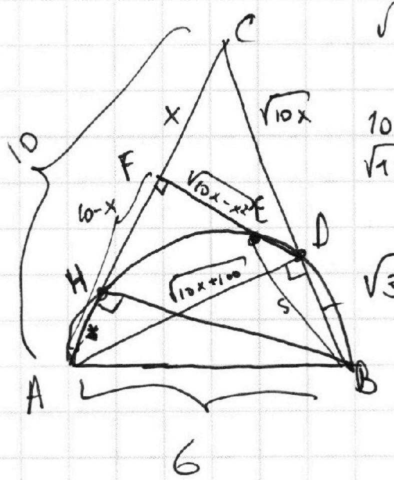
3 с шариками, 2 ни с чем

либо

2 с шариками 3 ни

$\frac{8\cdot7\cdot6}{6}$ 5·4 $\frac{8\cdot7}{2}$

$\frac{C_5^2}{C_8^5}=\frac{10}{56}$ $\frac{C_5^3}{C_8^6}=\frac{10}{28}$



$\sqrt{36-10x-100}$

$AE=\sqrt{11}$

$FE\cdot FD=FH\cdot AH$

$AF=\sqrt{AE^2-FE^2}=\sqrt{11-FE^2}$

$AH=x$

$BH=\sqrt{36-x^2}$

$CH=10-x$

$CD\cdot BC=(10-x)x$

$AC=\sqrt{(10-x)x}$

$10=(10-x)x$

$100+x^2-10x=0$

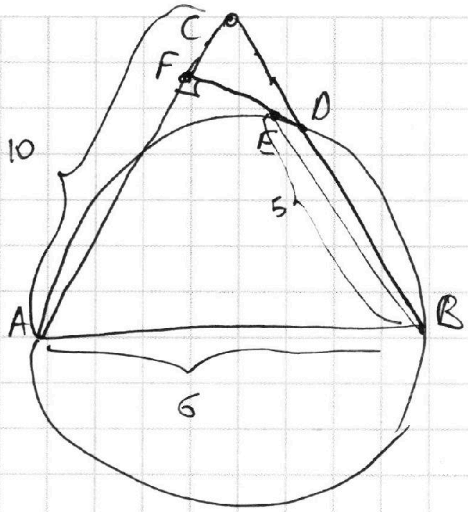
$\frac{CD}{BC}$ $\frac{CD}{AC}=\frac{AD}{BH}=\frac{AC}{BC}$

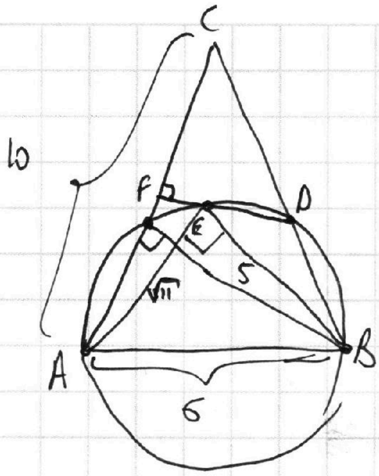
На одной странице можно оформлять **только одну** задачу. Отметьте **крестиком** номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в **решении каждой задачи отдельно**.

1	2	3	4	5	6	7
☐	☐	☐	☐	☐	☐	☐

СТРАНИЦА __ ИЗ __

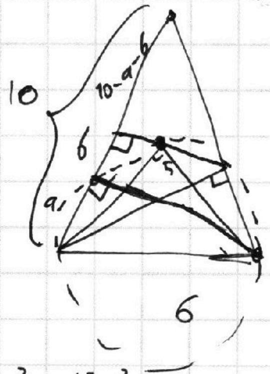
Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. **Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно.** Порча QR-кода недопустима!





$? + 2xy + 2yz + 2xz - 9 = 0$

$x^2 + y^2 + z^2 + 2xy +$
$+ 2yz + 2xz +$
$+ 6x + 6y + 6z + 9 = 0$



$\frac{xy}{z} = 3 + z$

$\frac{yz}{x} = 3 + x$

$\frac{xz}{y} = 3 + y$

x

$\frac{x}{z} = \frac{z(3+z)}{x(3+x)}$

$\frac{x}{z} = 3\frac{z}{x} + \left(\frac{z}{x}\right)^2$

$\frac{1}{\alpha} = 3\alpha + \alpha^2$

$-8+12-1$

$x^2(3+x) = z^2(3+z)$

$\alpha^3 + 3\alpha^2 - 1 = 0$

$1 = 3\alpha^2 + \alpha^3$

$x = 3y + y$

$\left(\frac{xy}{z}\right)^2 + \left(\frac{yz}{x}\right)^2 + \left(\frac{xz}{y}\right)^2$

$x = 3 + y$

$y^2 = 3x + x^2 - 3y = 3z + z^2$

$x^2 = 9 + 6y + y^2 \quad yz = 0$

$xy + yz + 3y + y^2 = 3z + 3x + z^2 + x^2 + zx$

$0 = 3x + 9 + 6y$

$-3y + 3y = z(3 + z + x) + 3x + x^2$

$0 = x + 3 + 2y$

$0 = 3(x+z) + (x+z)^3 - zx$

$x = 3 + y$

$zx = y(x+z) = y(3+y)$

$0 = 6 + 3y$

$x + z = 3 + y$

$y = -2$

$x = 1$

$x + z = y = 3$