



МОСКОВСКИЙ
ФИЗИКО-ТЕХНИЧЕСКИЙ
ИНСТИТУТ

ОЛИМПИАДА "ФИЗТЕХ"
ПО МАТЕМАТИКЕ

10 КЛАСС. Вариант 5



1. [4 балла] Ненулевые числа x, y, z удовлетворяют системе уравнений

$$\begin{cases} xy = 3z + z^2, \\ yz = 3x + x^2, \\ zx = 3y + y^2. \end{cases}$$

Найдите все возможные значения выражения $(x+3)^2 + (y+3)^2 + (z+3)^2$, если известно, что система имеет хотя бы одно решение в ненулевых числах.

2. [2 балла] Десятичная запись натурального числа n состоит из 40 000 девяток. Сколько девяток содержит десятичная запись числа n^3 ?
3. [5 баллов] Окружность ω с диаметром AB пересекает сторону BC остроугольного треугольника ABC в точке D . Точка F выбрана на отрезке AC так, что $DF \perp AC$, а E — точка пересечения отрезка DF с окружностью ω , отличная от D . Найдите AF , если $AC = 10$, $AB = 6$, $BE = 5$.
4. [4 балла] В телеигре ведущий берет несколько коробок и ровно в три из них кладет по одному шару. Игрок может указать на пять коробок и открыть их. Если в этих коробках лежат все три шарика, то игрок выигрывает. Игроку разрешили открыть шесть коробок. Во сколько раз увеличилась вероятность выигрыша игрока?
5. [5 баллов] Найдите все значения параметра a , при которых корни уравнения $x^2 - (a^2 - a)x + a - 5 = 0$ являются пятым и шестым членами некоторой непостоянной арифметической прогрессии, а корни уравнения $4x^2 - (a^3 - a^2)x + 2a^4 + 2a^2 - a^6 - 4 = 0$ являются третьим и восьмым членами этой прогрессии.
6. [5 баллов] На координатной плоскости построена фигура Φ , состоящая из всех точек, координаты $(x; y)$ которых удовлетворяют неравенству $\left|x - \frac{15}{2} + \frac{y}{6\sqrt{3}}\right| + \left|x - \frac{15}{2} - \frac{y}{6\sqrt{3}}\right| \leq 3$. Фигуру Φ непрерывно повернули вокруг начала координат на угол π против часовой стрелки. Найдите площадь фигуры, которую замела фигура Φ при этом повороте.
7. [6 баллов] На гипотенузе BC прямоугольного треугольника ABC выбраны точки P и Q так, что $AB = BP$, $AC = CQ$. Внутри треугольника ABC выбрана точка D , для которой $DP = DQ$, а $\angle PDQ = 90^\circ$. Найдите $\angle DBC$, если известно, что $\angle DCB = 20^\circ$.



На одной странице можно оформлять только одну задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.

1 2 3 4 5 6 7

☒ ☐ ☐ ☐ ☐ ☐ ☐

СТРАНИЦА
1 ИЗ 1

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

N1.

$$\begin{cases} xy = 3z + z^2 \\ xz = 3y + y^2 \\ yz = 3x + x^2 \end{cases}$$

Заметим, что если поднесит $(x; y; z)$, то поднесит и любая перестановка этой тройки чисел.

Если среди x, y, z все числа равны, то $\begin{cases} x^2 = 3x + x^2 \\ x^2 = 3x + x^2 \\ x^2 = 3x + x^2 \end{cases} \Rightarrow 3x = 0 \Rightarrow x = 0$, противоречие с условием.

Если среди x, y, z два числа совп., оставшееся не равно им.

Пусть $x = y$ Б.О.О.: $\begin{cases} x^2 = z^2 + 3z \\ xz = x^2 + 3x \\ xz = x^2 + 3x \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} x^2 = z^2 + 3z \\ xz = x^2 + 3x \end{cases} \Rightarrow xz = z^2 + 3z + 3x \Rightarrow$

$\Rightarrow x(z-3) = z^2 + 3z$. При $z=3$: $x \cdot 0 = 18$ - такого действ. не может.

При $z \neq 3$: $x = \frac{z^2 + 3z}{z-3} \Rightarrow \frac{(z^2 + 3z)^2}{(z-3)^2} = \frac{(z^2 + 3z)(z-3)^2}{(z-3)^2} \Rightarrow \frac{(z^2 + 3z)(z^2 + 3z - z^2 - 6z - 9)}{(z-3)^2}$

$= 0 \Rightarrow \frac{z(z+3)(4z-9)}{(z-3)^2} = 0 \Rightarrow \frac{(z+3) \cdot z \cdot (z-1)}{(z-3)^2} = 0 \Rightarrow \begin{cases} z=3, x=y=0 - \text{не подходит} \\ z=0 - \text{не подходит} \\ z=1, x=y=-2 \end{cases}$

$(-2; -2; 1)$ и все перестановки подг.

Проверка: $\begin{cases} x=1+3 \\ -2 = -6+4 \\ -2 = -6+1 \end{cases}$ - подг. $\begin{aligned} & (x+y)^2 + (y+z)^2 + (z+x)^2 = \\ & = 1^2 + 1^2 + 4^2 = 18. \end{aligned}$

Заметим, что при перестановке чисел в тройке знак.

$(x+y)^2 + (y+z)^2 + (z+x)^2$ не изменится.

Если среди x, y, z нет совп. чисел:

Возьмем наибольшее из чис Б.О.О. Пусть это x , тогда

$x^2 + 3x = \frac{x+x}{2} > yz \Rightarrow x^2 + 3x > yz \Rightarrow$ при различных x, y и z не может.

Ответ: 18.



На одной странице можно оформлять **только одну** задачу. Отметьте **крестиком** номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении **каждой** задачи отдельно.

1	2	3	4	5	6	7
☐	☒	☐	☐	☐	☐	☐

СТРАНИЦА
1 из 1

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

№2.

$$n = \underbrace{999\dots 99}_{40000} = 10^{40000} - 1.$$

Обозначим K за 40000, тогда $n = 10^K - 1$, $n^3 = (10^K - 1)^3 = 10^{3K} - 3 \cdot 10^{2K} + 3 \cdot 10^K - 1$

$$10^{3K} = \underbrace{1000\dots 00}_{3K}, \quad 3 \cdot 10^{2K} = \underbrace{3000\dots 00}_{2K}, \quad 10^{3K} - 3 \cdot 10^{2K} = \underbrace{999\dots 97000\dots 00}_{K-1} \quad \underbrace{0}_{2K}$$

$$3 \cdot 10^K = \underbrace{3000\dots 00}_K, \quad 3 \cdot 10^K - 1 = \underbrace{29999\dots 99}_{K-1}$$

Тогда имеем $10^{3K} - 3 \cdot 10^{2K} + 3 \cdot 10^K - 1$ т.е. $K-1$ и $2K$, то

последние $K+1$ нулей (таким образом $3 \cdot 10^K - 1$, $10^{3K} - 3 \cdot 10^{2K} + 3 \cdot 10^K - 1 =$

$$= \underbrace{999\dots 997000\dots 00}_{K-1} \underbrace{2999\dots 99}_{K-1} \underbrace{99}_{K}$$

Всего девяток - $K-1 + K = 2K-1 = 79999$

Ответ: 79999



На одной странице можно оформлять **только одну** задачу. Отметьте **крестиком** номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в **решении каждой задачи отдельно**.

1 ☐ 2 ☐ 3 ☒ 4 ☐ 5 ☐ 6 ☐ 7 ☐

СТРАНИЦА
1 ИЗ 1

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

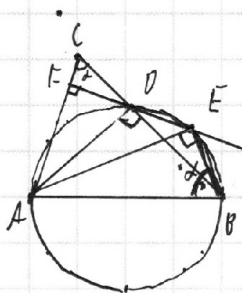
Дано:

$\triangle ABC - 0,4 \triangle$

ω - окр., построенная на AB , как на хорде.
 $\omega \cap BC = D$, DE - перпенд. к AC ,
 $DE \cap \omega = E$
 $AC = 10$, $AB = 6$,
 $BE = 5$

Найти:

AE



1) Пусть $\angle ACB = \alpha$, тогда в $\triangle OFC$ $\angle OFC = \angle OFC = 40^\circ$ (по дв. кр. н/у α).

2) $\angle OFC = \angle ODE = 40^\circ$ (как вертикальные углы).

3) $\angle AOB = 90^\circ$ (т.к. AB - диаметр, т. O - ц.к., по ТМТЛ окружности)

4) $\angle AOE = \angle AOB + \angle BOE = 90^\circ + 40^\circ = 130^\circ$, т. $A, O, E, B \in \omega$

~~***~~ $AOEB$

$\Rightarrow AOEB$ - вписанный четырехугол., по в. кр. впис. четырехугол., $\angle AOE + \angle ABE = 180^\circ \Rightarrow \angle ABE = 180^\circ - \angle AOE = 50^\circ$

5) Треб. AE , AB - диаметр, $E \in \omega$, $\triangle AEB$ - н/у (по ТМТЛ окружности)

$\cos \angle ABE = \cos \angle = \frac{BE}{AB} = \frac{5}{6}$

6) $\angle OAC = \angle AOB$ смежные углы, $\angle OAC + \angle AOB = 180^\circ \Rightarrow \angle OAC = 180^\circ - \angle AOB = 90^\circ$

$\Rightarrow \triangle AOC$ - н/у, $\cos \angle AOC = \cos \angle = \frac{AO}{AC} \Rightarrow CO = AC \cdot \cos \angle = 10 \cdot \frac{5}{6} = \frac{50}{6} = \frac{25}{3} = 8\frac{1}{3}$

7) Метрическое соотношение в н/у $\triangle$: $AC \cdot CF = CO^2 \Rightarrow CF = \frac{CO^2}{AC} = \frac{(\frac{25}{3})^2}{10} = \frac{625}{90} = 6\frac{13}{18}$

8) $AC = AF + CF \Rightarrow AF = AC - CF = 10 - 6\frac{13}{18} = 3\frac{1}{18}$

Ответ: $3\frac{1}{18}$



На одной странице можно оформлять **только одну** задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.

1 2 3 4 5 6 7
☐ ☐ ☐ ☒ ☐ ☐ ☐

СТРАНИЦА
1 ИЗ 1

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

№4.

Пусть весь порядок n , тогда есть ~~вариантов~~ $C_n^3 = \frac{n!}{(n-3)! \cdot 3!} =$
 $= \frac{n(n-1)(n-2)}{6}$ возможных вариантов расположения этих шариков.

Пусть представим, что он будет брать по порядку все шарики, но выиграет только если эти 3 шарика будут среди первых 5, тогда есть C_5^3 возможных вариантов расположения трёх шариков среди 5 шариков,

$C_5^3 = \frac{5!}{3! \cdot 2!} = \frac{120}{6 \cdot 2} = 10$, в этом случае вероятность равна
 $\frac{10}{\left(\frac{n(n-1)(n-2)}{6}\right)} = \frac{60}{n(n-1)(n-2)}$. В случае, когда он выкидывает из 6 шариков

есть C_6^3 вариантов, $C_6^3 = \frac{6!}{3! \cdot 3!} = \frac{120}{6 \cdot 6} = 20$, в этом случае вероятность равна $\left(\frac{20}{\left(\frac{n(n-1)(n-2)}{6}\right)}\right) = \frac{120}{n(n-1)(n-2)}$

Вероятность 6 увеличилась в $\frac{120 \cdot n(n-1)(n-2)}{n(n-1)(n-2) \cdot 60} = 2$ раза.

Ответ: В 2 раза.



На одной странице можно оформлять **только одну** задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.



СТРАНИЦА

1 из 1

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

N5.

$x^2 - (a^2 - a)x + a - 5 = 0$, корни этого ур-ния - 5 и 6 2-й и 3-й члены арифм. прогрессии

$4x^2 - (a^3 - a^2)x + 2a^4 + 2a^2 - a^6 - 4 = 0$, корни этого ур-ния - 3 и 8 2-й и 3-й члены арифм. прогрессии.

Пусть эта прогрессия - (b_n) , где d - шаг прогрессии, тогда

$b_3 + b_8 = b_5 - 2d + b_6 + 2d = b_5 + b_6 \Rightarrow$ сумма корней первого ур-ния равна сумме корней второго.

По т. Виета в 1-ом ур-нии $x_1 + x_2 = \frac{-(a^2 - a)}{1} = a^2 - a$, во 2-ом ур-нии $x_1 + x_2 =$

$$= \frac{-(a^3 - a^2)}{4} = \frac{a^2 - a^3}{4}, \quad \frac{a^2 - a^3}{4} = a^2 - a \Leftrightarrow a^3 - a^2 + 4a^2 - 4a = 0$$

$$a(a-1)(a-4) = 0 \Rightarrow \begin{cases} a=0 \\ a=1 \\ a=4 \end{cases}$$

При $a=0$: 1-ое ур-ние: $x^2 - 5 = 0$, $\begin{cases} x= \sqrt{5} \\ x= -\sqrt{5} \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} d=2\sqrt{5} \\ d=-2\sqrt{5} \end{cases}$ 2-ое ур-ние: $4x^2 - 4 = 0$

$$\Leftrightarrow x^2 - 1 = 0 \quad \Leftrightarrow \begin{cases} x=-1 \\ x=1 \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} d=0,4 \\ d=-0,4 \end{cases} \text{ Возможные разности прогрессий}$$

не совпадают $\Rightarrow$ при $a=0$ такого быть не может.

При $a=1$: 1-ое ур-ние: $x^2 - 4 = 0$ $\Rightarrow \begin{cases} x=2 \\ x=-2 \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} d=4 \\ d=-4 \end{cases}$ 2-ое ур-ние: $4x^2 - 1 = 0$

$$\Leftrightarrow x^2 - 0,25 = 0 \quad \Leftrightarrow \begin{cases} x=0,5 \\ x=-0,5 \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} d=0,2 \\ d=-0,2 \end{cases} \text{ Возможные разности прогрессий не}$$

совпадают $\Rightarrow$ при $a=1$ такого быть не может.

При $a=4$: 1-ое ур-ние: $x^2 - 15x + 16 = 0$ $\frac{D}{4} = K^2$ $a \in \mathbb{Z}$ $\begin{cases} x=6-\sqrt{32} \\ x=6+\sqrt{32} \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} d=2\sqrt{32} \\ d=-2\sqrt{32} \end{cases}$

2-ое ур-ние: $4x^2 - 40x + 512 = 0 \Leftrightarrow x^2 - 10x + 128 = 0 \Leftrightarrow x^2 - 40x + 3556 = 0 \Leftrightarrow x^2 - 40x + 3556 = 0$

$$\frac{D}{4} = K^2$$

$6 - 9\sqrt{32}; 6 - 7\sqrt{32}; 6 - 5\sqrt{32}; 6 - 3\sqrt{32}; 6 - \sqrt{32}; 6 + \sqrt{32}; 6 + 3\sqrt{32}; 6 + 5\sqrt{32}$ Ответ: 4



На одной странице можно оформлять **только одну** задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.

1
☐

2
☐

3
☐

4
☐

5
☐

6
☐

7
☒

СТРАНИЦА
1 из 1

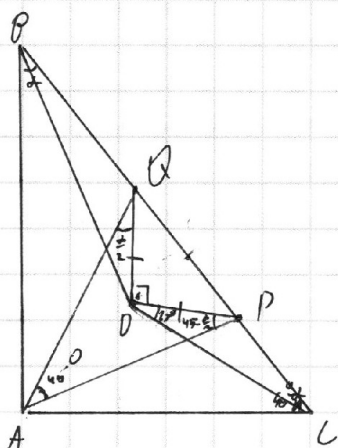
Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

Дано:

$\triangle ABC$ - п/у $\triangle$,
 BC - гипотенуза
 $P, Q \in BC, AB = BP$
 $CQ = AC$
 $\angle PDQ = 90^\circ$
 $\angle BCP = 20^\circ$

Найти:

$\angle BPC$?



1) Если ~~было~~ расположение точек такое: $B - P - Q - C$,
то $BP + PC + PQ = BC$, но $BP = AB$ $BQ + CQ > BC \Rightarrow$
 $= AB = AC$

$\Rightarrow$ расположение $B - Q - P - C$.

2) П-т $\angle ABC = 40^\circ$, тогда $\angle ACB = 40^\circ$. П.к. $\triangle ABP$ - п/у $\triangle$ и $\triangle ACQ$ - п/у $\triangle$:

$\Rightarrow \angle BAP = \angle BPA = 40^\circ - \frac{1}{2}$, $\angle CAQ = \angle CQA = 40^\circ - \frac{1}{2}$, $\angle BAP + \angle CAQ - \angle PAQ = 90^\circ$

$\Rightarrow 40^\circ - \frac{1}{2} + 40^\circ - \frac{1}{2} - \angle PAQ = 90^\circ \Rightarrow \angle PAQ = 40^\circ$

3) $\triangle PDQ$ - п/у, п/у $\triangle \Rightarrow \angle DQP = \angle DPQ = 45^\circ \Rightarrow \angle AQP = \frac{1}{2}$, $\angle APQ = 45^\circ - \frac{1}{2}$

4) $\angle BCP = 20^\circ$, $\angle BPC = 125^\circ$ (или 45°) $\Rightarrow \angle BCP = 25^\circ$

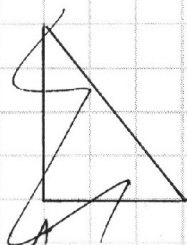


На одной странице можно оформлять только одну задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.

1	2	3	4	5	6	7
☐	☐	☐	☐	☐	☐	☐

СТРАНИЦА
__ ИЗ __

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!



$$|x - \frac{15}{2} + \frac{y}{6\sqrt{3}}| + |x - \frac{15}{2} - \frac{y}{6\sqrt{3}}| \leq 3$$

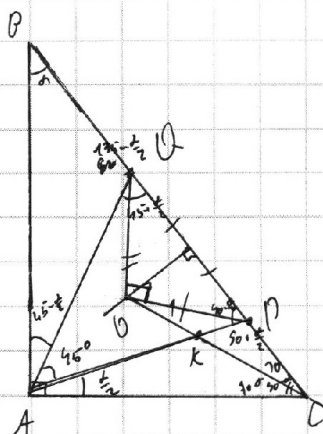
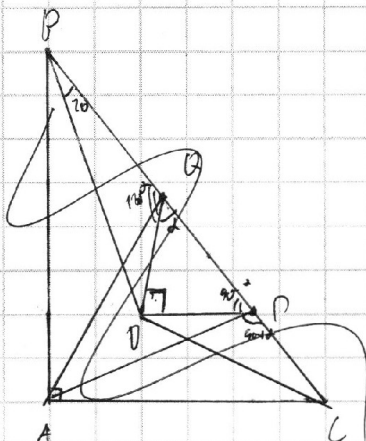
$$\text{Пусть } x > \frac{15}{2} + \frac{y}{6\sqrt{3}}$$

$$\text{то } x > \frac{15}{2} + \frac{y}{6\sqrt{3}}$$

$$2x - 15 + \frac{2y}{6\sqrt{3}} \leq 3 \cdot \sqrt{3}$$

$$\frac{y}{9} \leq 18\sqrt{3} - 2\sqrt{3}x$$

$$y \leq 162\sqrt{3} - 18\sqrt{3}x$$



$$\angle QAP = \angle BPA = 45^\circ - \frac{\alpha}{2}$$

$$\angle CAQ = \angle QAB = 45^\circ + \frac{\alpha}{2}$$

$$\angle PKC = 180^\circ - 20^\circ - 40^\circ - \frac{\alpha}{2} = 70^\circ - \frac{\alpha}{2}$$

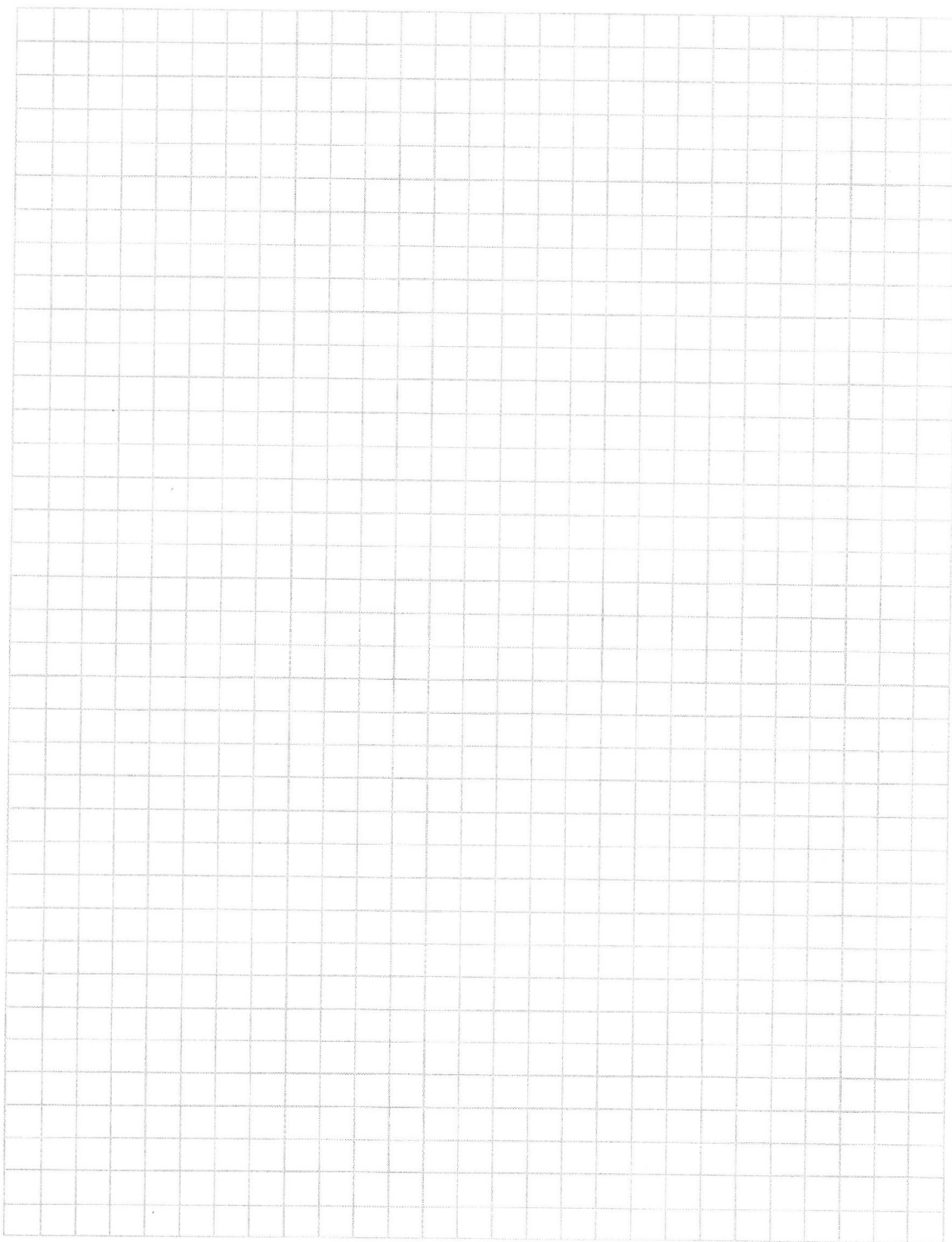


На одной странице можно оформлять **только одну задачу**. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в **решении каждой задачи отдельно**.

1	2	3	4	5	6	7
☐	☐	☐	☐	☐	☐	☐

СТРАНИЦА
__ ИЗ __

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!





На одной странице можно оформлять **только одну** задачу. Отметьте **крестиком** номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении **каждой** задачи **отдельно**.

1 ☐ 2 ☐ 3 ☐ 4 ☐ 5 ☐ 6 ☐ 7 ☐

СТРАНИЦА
__ ИЗ __

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

$$(x+1)^2 + (y+1)^2 + (z+1)^2 = x^2 + 6x + 4 + y^2 + 6y + 4 + z^2 + 6z + 4 = x^2 + y^2 + z^2 + 2(3x + 3y + 3z) + 12$$

$$x^2 + y^2 + z^2 + 2(3x + 3y + 3z) = x^2 + y^2 + z^2 + 6x + 6y + 6z$$

$$x^2 + y^2 + z^2 + 6x + 6y + 6z = x^2 + y^2 + z^2 + 6x + 6y + 6z$$

$$x^2 + y^2 + z^2 + 6x + 6y + 6z = x^2 + y^2 + z^2 + 6x + 6y + 6z$$

$$x^2 + y^2 + z^2 + 6x + 6y + 6z = x^2 + y^2 + z^2 + 6x + 6y + 6z$$

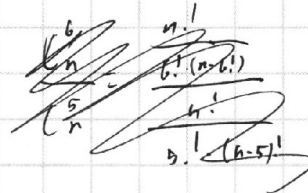
$$x^2 + y^2 + z^2 + 6x + 6y + 6z = x^2 + y^2 + z^2 + 6x + 6y + 6z$$

$$x^2 + y^2 + z^2 + 6x + 6y + 6z = x^2 + y^2 + z^2 + 6x + 6y + 6z$$

$$x^2 + y^2 + z^2 + 6x + 6y + 6z = x^2 + y^2 + z^2 + 6x + 6y + 6z$$

$$x^2 + y^2 + z^2 + 6x + 6y + 6z = x^2 + y^2 + z^2 + 6x + 6y + 6z$$

$$x^2 + y^2 + z^2 + 6x + 6y + 6z = x^2 + y^2 + z^2 + 6x + 6y + 6z$$



$$x^2 + y^2 + z^2 + 6x + 6y + 6z = x^2 + y^2 + z^2 + 6x + 6y + 6z$$

$$x^2 + y^2 + z^2 + 6x + 6y + 6z = x^2 + y^2 + z^2 + 6x + 6y + 6z$$

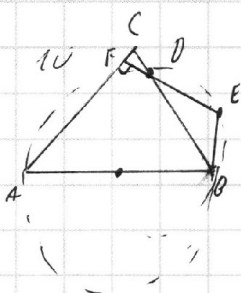
$$x^2 + y^2 + z^2 + 6x + 6y + 6z = x^2 + y^2 + z^2 + 6x + 6y + 6z$$

$$x^2 + y^2 + z^2 + 6x + 6y + 6z = x^2 + y^2 + z^2 + 6x + 6y + 6z$$

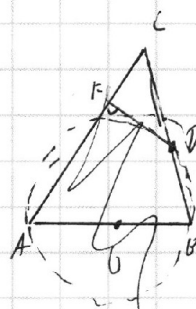
$$h = \frac{99 \dots 99}{10000} = \frac{10^{40000} - 1}{10000} - 1$$

$$10^6 - 2 \cdot 10^4 + 3 \cdot 10^2 - 1 = 1000000 - 20000 + 300 - 1 = 980000 + 300 - 1 = 980300 - 1 = 980299$$

$$977999$$



$$x^2 + y^2 + z^2 + 6x + 6y + 6z = x^2 + y^2 + z^2 + 6x + 6y + 6z$$



$$x^2 + y^2 + z^2 + 6x + 6y + 6z = x^2 + y^2 + z^2 + 6x + 6y + 6z$$

$$x^2 + y^2 + z^2 + 6x + 6y + 6z = x^2 + y^2 + z^2 + 6x + 6y + 6z$$

$$x^2 + y^2 + z^2 + 6x + 6y + 6z = x^2 + y^2 + z^2 + 6x + 6y + 6z$$

$$x^2 + y^2 + z^2 + 6x + 6y + 6z = x^2 + y^2 + z^2 + 6x + 6y + 6z$$

$$x^2 + y^2 + z^2 + 6x + 6y + 6z = x^2 + y^2 + z^2 + 6x + 6y + 6z$$

$$x^2 + y^2 + z^2 + 6x + 6y + 6z = x^2 + y^2 + z^2 + 6x + 6y + 6z$$

$$x^2 + y^2 + z^2 + 6x + 6y + 6z = x^2 + y^2 + z^2 + 6x + 6y + 6z$$



На одной странице можно оформлять **только одну** задачу. Отметьте **крестиком** номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в **решении каждой задачи отдельно**.

1 2 3 4 5 6 7

СТРАНИЦА
__ ИЗ __

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

$$x^2 + 6x + 4 + y^2 + 6y + 4 - 2 + 6z + 3z^2 + (x+y+z)^2 + 4x + 4y + 4z = k^2 + 4k + 2z = 3x + 10k + 2z$$

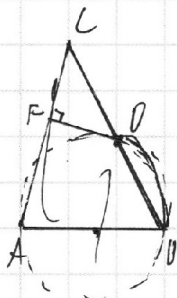
$$x^2 + y^2 + z^2 + 3x + 3y + 3z = 4x + 4y + 4z + 4z^2 + 1 - 2$$

$$x^2 + y^2 + z^2 + 6x + 6y + 6z = 2x + 2y + 2z + 4z^2 + 4z^2 + 1 - 2$$

$$3x^2 + 3y^2 + 3z^2 + 6x + 6y + 6z = (x+y+z)^2$$

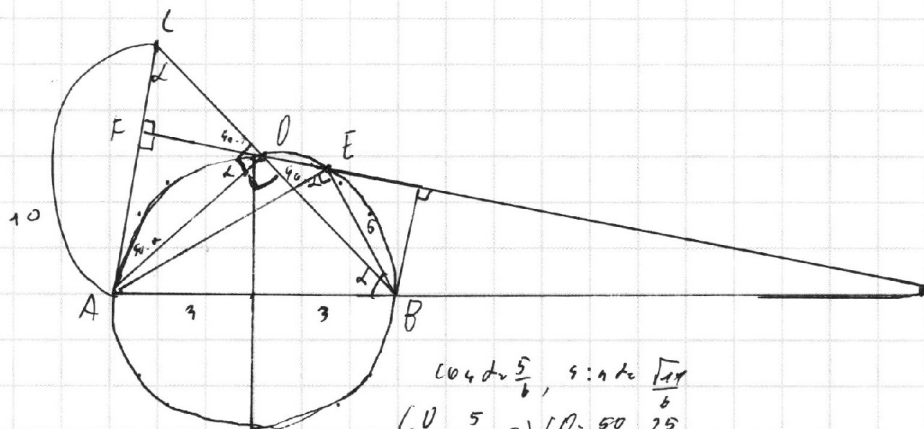
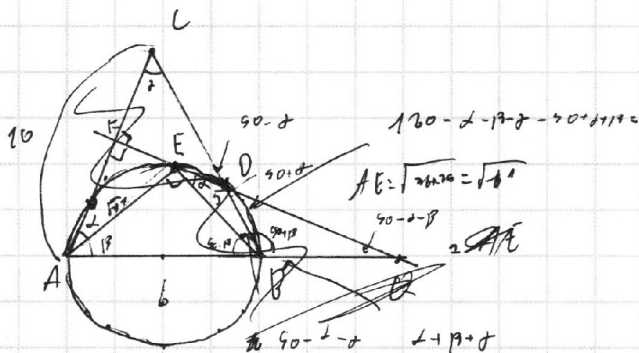
$$3x + 6k = k^2$$

$$3x = k^2 - 6k$$



4

1



$$x^2 - (u^2 + u)x + u - 5 = 0$$

$$x^2 - u(u+1)x + u - 5 = 0$$

$$D = b^2 - 4ac = (u^2 + u)^2 - 4(u - 5)$$

$$= u^4 - 2u^3 + u^2 - 4u + 20 > 0$$

$$\frac{-b \pm \sqrt{b^2 - 4ac}}{2a} = \frac{-u(u+1) \pm \sqrt{u^4 - 2u^3 + u^2 - 4u + 20}}{2(u^2 + u)}$$

$$\begin{cases} -2 = x + u^2 \\ 1 = b + b^2 + u + u^2 \\ -4 = b + 4z + u + b^2 \\ w = b + b^2 + u \end{cases}$$

$$D_1 = (u^3 - u^2)^2 - 4b(4u^2 + 2u^2 - u^2 - u) = u^6 - 2u^5 + u^4 - 32u^4 - 32u^2 + 16u^6 + 64 = 17u^6 - 70u^5 + 32u^4 - 32u^2 + 64$$

$$\frac{\sqrt{D_1}}{u} = 5 \cdot \sqrt{0}$$

$$D_1 = 4000$$

$$17u^6 - 70u^5 + 32u^4 - 32u^2 + 64 = 4000u^4 - 800u^3 + 400u^2 - 1600u + 16000$$

$$17u^6 - 70u^5 + 32u^4 - 32u^2 + 64 = 4000u^4 - 800u^3 + 400u^2 - 1600u + 16000$$

$$u^6 - 2u^4 - 7u^2 + u = 0 \quad u^2(u^4 - 2u^2 - 7u + 1) = (u^2 - 2)(u^2 + 1)$$

$$\cos 4 \approx \frac{5}{6}, \quad 4:1 \approx \frac{14}{6}$$

$$\frac{10}{10} = \frac{5}{6} \Rightarrow 10 = \frac{50}{6} = \frac{25}{3}$$

$$AO = \sqrt{100 - \frac{625}{9}} = \sqrt{\frac{775}{9}} = \frac{5}{3} \sqrt{775}$$

$$AF \cdot AC = AB^2 \Rightarrow AF = \frac{AB^2}{AC} = \frac{175}{4 \cdot 10} = \frac{175}{40} = \frac{7}{16}$$



На одной странице можно оформлять **только одну** задачу. Отметьте **крестиком** номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в **решении каждой задачи отдельно**.

1 2 3 4 5 6 7
☐ ☐ ☐ ☐ ☐ ☐ ☐

СТРАНИЦА
 _ ИЗ _

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

$$a^2 + b^2 = c^2$$

$$a^2 + b^2 = c^2$$

$$\frac{a^2 - b^2}{c} = \frac{a^2 - b^2}{c}$$

$$a^2(a-1) = 4a(a-1) \Rightarrow (a-1)(a^2-4a) = 0 \quad a(a-1)(a-4) = 0 \quad \begin{cases} a=0 \\ a=1 \\ a=4 \end{cases}$$

$$5d = 11d \cdot 0,8$$

$$n^2 - 4 = 0 \Rightarrow n = 2$$

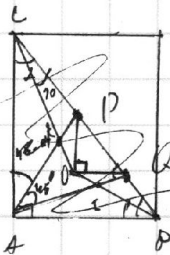
$$nn^2 - 1 = 0 \Rightarrow n = 0,5 \quad d = 0,2$$

$$n^2 - 17n + 1 \quad \frac{1}{n} = k^2 \quad ac = 96 \pm \sqrt{32} \quad \begin{cases} n = 6\sqrt{32} \\ n = 61\sqrt{32} \end{cases}$$

$$4n^2 - 46n + 512 = 37 - 4046 - 4 = 0$$

$$4n^2 - 46n + 512 = 4000 \quad n^2 - 42n + 126 - 1025 = 0 \quad n^2 - 42n - 899 = 0$$

$$\frac{1}{n} = k^2 - 41 = 36 + 889 = 925 = 25 \cdot 37 = (5\sqrt{37})^2 \quad \begin{cases} n = 6 \cdot 5\sqrt{37} \\ n = 61 \cdot 5\sqrt{37} \end{cases}$$



$$A(0,0), B(6,0), C(6,6)$$

$$\angle ABP = 90 - \frac{1}{2}, \angle APQ = 90 - \frac{1}{2}, \angle BAP = 45$$

$$\angle PAQ = \frac{1}{2} \cdot \frac{1}{2} = 45$$

$$\angle CAP = 45 - \frac{1}{2}, \angle BAPQ = 45 - \frac{1}{2}$$

$$\angle APC = 180 - 45 - \frac{1}{2} = 135 - \frac{1}{2}, \angle AQP = 135 - \frac{1}{2}$$

$$\angle KPR = 180 - 135 - \frac{1}{2} = 45 - \frac{1}{2}$$

$$n^2 + 4^2 + 1^2 \quad mn + 4n + 1 = n^2 + 4n + 1 \quad \frac{(n+4+1)^2 - n^2 - 4^2 - 1^2}{2} \cdot 2$$

$$(n+4+1)^2 - n^2 - 4^2 - 1^2 = 2n^2 + 4n + 1 + 16 + 1 - n^2 - 4^2 - 1^2 = n^2 + 4n + 16$$

$$(n+4+1)^2 = n^2 + 4n^2 + 1^2 + 6n + 64 + 1 = n(n+1) + 7(4+1) + 1(2+1) - 1$$

$$\frac{(n+4+1)^2}{n} = 7 + \frac{(n+1)^2 + (4+1)^2 + (2+1)^2}{n}$$