МОСКОВСКИЙ
ФИЗИКО-ТЕХНИЧЕСКИЙ
ИНСТИТУТ

ОЛИМПИАДА "ФИЗТЕХ"
ПО МАТЕМАТИКЕ

10 КЛАСС. Вариант 7

1. [4 балла] Ненулевые числа x, y, z удовлетворяют системе уравнений

$$\begin{cases} xy = 4z + z^2, \\ yz = 4x + x^2, \\ zx = 4y + y^2. \end{cases}$$

Найдите все возможные значения выражения $(x+4)^2 + (y+4)^2 + (z+4)^2$, если известно, что система имеет хотя бы одно решение в ненулевых числах.

2. [2 балла] Десятичная запись натурального числа n состоит из 25 000 девяток. Сколько девяток содержит десятичная запись числа n^3?

3. [5 баллов] Окружность ω с диаметром AB пересекает сторону BC остроугольного треугольника ABC в точке D. Точка F выбрана на отрезке AC так, что $DF \perp AC$, а E — точка пересечения отрезка DF с окружностью ω, отличная от D. Найдите AF, если $AC = 20$, $AB = 15$, $BE = 10$.

4. [4 балла] В телеигре ведущий берет несколько коробок и ровно в три из них кладет по одному шарику. Игрок может указать на пять коробок и открыть их. Если в этих коробках лежат все три шарика, то игрок выигрывает. Игроку разрешили открыть восемь коробок. Во сколько раз увеличилась вероятность выигрыша игрока?

5. [5 баллов] Найдите все значения параметра a, при которых корни уравнения $x^2 - (a^2 - a)x + \frac{2-a^3}{3} = 0$ являются четвертым и пятым членами некоторой непостоянной арифметической прогрессии, а корни уравнения $2x^2 - (a^3 - a^2)x - 2a^6 - 8a - 4 = 0$ являются вторым и седьмым членами этой прогрессии.

6. [5 баллов] На координатной плоскости построена фигура Φ, состоящая из всех точек, координаты $(x; y)$ которых удовлетворяют неравенству $\left|y - 15 + \frac{x}{6\sqrt{3}}\right| + \left|y - 15 - \frac{x}{6\sqrt{3}}\right| \leqslant 6$. Фигуру Φ непрерывно повернули вокруг начала координат на угол π по часовой стрелке. Найдите площадь множества M, которое замела фигура Φ при этом повороте.

7. [6 баллов] На гипотенузе BC прямоугольного треугольника ABC выбраны точки P и Q так, что $AB = BP$, $AC = CQ$. Внутри треугольника ABC выбрана точка D, для которой $DP = DQ$, а $\angle PDQ = 90^\circ$. Найдите $\angle DCB$, если известно, что $\angle DBC = 35^\circ$.

Задача 1.

$$\begin{cases} xy = 4z+z^2 & (1) \\ yz = 4x+x^2 & (2) \\ zx = 4y+y^2 & (3) \end{cases} \Longleftrightarrow \begin{cases} (z\neq 0)\ 4 = \frac{xy-z^2}{z} \\ (x\neq 0)\ 4 = \frac{yz-x^2}{x} \\ (y\neq 0)\ 4 = \frac{zx-y^2}{y} \end{cases} \Longleftrightarrow \left(\frac{xy-z^2}{z} = \frac{yz-x^2}{x} = \frac{zx-y^2}{y} = 4\right)$$

$$\frac{yz-x^2}{x} = \frac{zx-y^2}{y} \Leftrightarrow y^2z - yx^2 = x^2z - xy^2 \Leftrightarrow z\underbrace{(x^2-y^2)}_{(x-y)(x+y)} + xy(x-y) = 0 \Leftrightarrow (x-y)(xy+yz+zx)=0 \Leftrightarrow$$

$$\Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} x=y \\ xy+yz+zx=0 \end{array}\right.$$

Аналогично, $\left[\begin{array}{l} x=z \\ xy+yz+zx=0 \end{array}\right.$, $\left[\begin{array}{l} y=z \\ xy+yz+zx=0 \end{array}\right.$.

Если среди x, y, z есть различные числа, то из совокупности с неравной парой чисел следует $xy+yz+zx=0$.

В противном случае $x=y=z \Rightarrow 4 = \frac{xy-z^2}{z} = \frac{x^2-x^2}{x} = \frac{0}{x} = 0$ W — этот случай невозможен

Следовательно, $xy+yz+zx=0$

$(1)+(2)+(3)$: $\underbrace{xy+yz+zx}_{0} = 4x+4y+4z+x^2+y^2+z^2 = 4(x+y+z)+(x+y+z)^2-2\underbrace{(xy+xz+yz)}_{0} \Rightarrow (x+y+z)(x+y+z+4)=0$

$$\Rightarrow \left[\begin{array}{l} x+y+z=0 \\ x+y+z=-4 \end{array}\right.$$

Если $x+y+z=0$: $\underbrace{xy+yz+zx}_{0} = 4\underbrace{(x+y+z)}_{0}+x^2+y^2+z^2 \Rightarrow x^2+y^2+z^2=0 \Rightarrow x=y=z=0$ W

Следовательно, $x+y+z=-4$

$$(x+4)^2+(y+4)^2+(z+4)^2 = x^2+y^2+z^2+2\cdot 4(x+y+z)+3\cdot 4^2 = (x+y+z)^2-2(xy+yz+zx)+8(x+y+z)+48 =$$

$$= (-4)^2-2\cdot 0+8\cdot(-4)+48 = 16-32+48 = 32$$

Ответ: 32

На одной странице можно оформлять **только одну** задачу. Отметьте **крестиком** номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в **решении каждой задачи отдельно**.

1 ☐ 2 ☒ 3 ☐ 4 ☐ 5 ☐ 6 ☐ 7 ☐

СТРАНИЦА 1 ИЗ 1

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. **Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно.** Порча QR-кода недопустима!

Задача 2.

n состоит из 25000 девяток $\Rightarrow n = \underbrace{99..99}_{25000} = 10^{25000} - 1 \Rightarrow n^3 = 10^{75000} - 3 \cdot 10^{50000} + 3 \cdot 10^{25000} - 1 =$

$= 10^{50000}(10^{25000} - 3) + (3 \cdot 10^{25000} - 1) = \underbrace{99..99}_{25000}7\underbrace{00..00}_{50000} + 2\underbrace{99..99}_{25000} = \underbrace{9..9}_{24999}7\underbrace{0..0}_{24999}2\underbrace{9..9}_{25000} \Rightarrow$

$\Rightarrow$ в числе n^3 $24999 + 25000 = 49999$ девяток

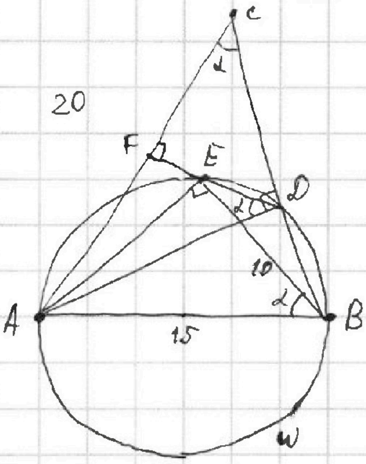
Ответ: 49999

На одной странице можно оформлять **только одну** задачу. Отметьте **крестиком** номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в **решении каждой задачи отдельно**.

1	2	3	4	5	6	7
☐	☐	☒	☐	☐	☐	☐

СТРАНИЦА 1 ИЗ 1

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. **Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно.** Порча QR-кода недопустима!



Задача 3.

AB - диаметр ω, $D \in \omega$, $E \in \omega$ $\Rightarrow \angle ADB = \angle AEB = 90^\circ$

$\angle ABE = \alpha$, $\cos\alpha = \frac{BE}{AB} = \frac{10}{15} = \frac{2}{3} \Rightarrow \cos^2\alpha = \frac{4}{9} \Rightarrow \sin^2\alpha = 1 - \frac{4}{9} = \frac{5}{9}$

$\square AEDB$ - впис. в ω $\Rightarrow \angle ADE = \angle ABE = \alpha$ (вписанные, опир. на дугу $\overset{\frown}{AE}$)

$\angle ACD = 180^\circ - 90^\circ - \angle CDF = 90^\circ - (90^\circ - \angle ADF) = \angle ADF = \alpha$

$AD = AC \cdot \sin\angle ACD = AC \cdot \sin\alpha$; $AF = AD \cdot \sin\angle ADF = AC \cdot \sin^2\alpha = 20 \cdot \frac{5}{9} = \frac{100}{9}$

Ответ: $AF = \frac{100}{9}$

На одной странице можно оформлять **только одну** задачу. Отметьте **крестиком** номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в **решении каждой задачи отдельно**.

1	2	3	4	5	6	7
☐	☐	☐	☒	☐	☐	☐

СТРАНИЦА 1 ИЗ 1

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. **Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно.** Порча QR-кода недопустима!

Задача 4.

Пусть n — количество коробок всего.

Кол-во способов для ведущего разложить 3 шарика по n коробкам — C_n^3

Кол-во способов для игрока, чтобы в пяти выбранных им коробках лежали 3 шарика — C_5^3

$\Rightarrow$ вероятность выигрыша игрока в первый раз $p_1 = \frac{C_5^3}{C_n^3}$

Кол-во способов для игрока, чтобы в восьми выбранных им коробках лежали 3 шарика — C_8^3

$\Rightarrow$ вероятность выигрыша игрока во второй раз $p_2 = \frac{C_8^3}{C_n^3}$

Значит, увеличение вероятности выигрыша игрока $k = \frac{p_2}{p_1} = \frac{C_8^3}{C_5^3} = \frac{\frac{8!}{5!\cdot 3!}}{\frac{5!}{3!\cdot 2!}} = \frac{8\cdot 7\cdot 6}{5\cdot 4\cdot 3} = \frac{7}{5}\cdot\frac{48}{12} = \frac{28}{5} = 5,6$

Ответ: в 5,6 раз

На одной странице можно оформлять **только одну** задачу. Отметьте **крестиком** номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц **в решении каждой задачи отдельно**.

1 ☐ 2 ☐ 3 ☐ 4 ☐ 5 ☒ 6 ☐ 7 ☐

СТРАНИЦА 1 ИЗ 1

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. **Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно.** Порча QR-кода недопустима!

Задача 5.

Арифм. прогрессия: $b_k = b_1 + (k-1)d$; $b_4 + b_5 = b_1 + 3d + b_1 + 4d = b_1 + d + b_1 + 6d = b_2 + b_7 \Rightarrow$ суммы корней уравнений $x^2 - (a^2-a)x + \frac{2-a^3}{3} = 0$ (1) и $2x^2 - (a^3-a^2)x - (2a^6+8a+4) = 0$ (2) равны.

По т. Виета сумма корней (1) ур. – (a^2-a), а сумма корней (2) ур. – $\frac{a^3-a^2}{2}$ (если корни есть, а они есть по условию)

$a^2 - a = \frac{a^3-a^2}{2} \Leftrightarrow a^3 - 3a^2 + 2a = 0 \Leftrightarrow a(a-1)(a-2) = 0 \Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} a=0 \\ a=1 \\ a=2 \end{array}\right.$

$a=0$: (1) $x^2 + \frac{2}{3} = 0$ – нет корней, т.к. $x^2 + \frac{2}{3} \geq \frac{2}{3} > 0 \Rightarrow a=0$ не подходит

$a=1$: (1) $x^2 + \frac{1}{3} = 0$ – нет корней, т.к. $x^2 + \frac{1}{3} \geq \frac{1}{3} > 0 \Rightarrow a=1$ не подходит

$a=2$: (1) $x^2 - 2x - 2 = 0 \Leftrightarrow (x-1)^2 = 3 \Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} x = 1+\sqrt{3} \\ x = 1-\sqrt{3} \end{array}\right.$

(2) $2x^2 - 4x - 148 = 0 \Leftrightarrow x^2 - 2x - 74 = 0 \Leftrightarrow (x-1)^2 = 75 \Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} x = 1-5\sqrt{3} \\ x = 1+5\sqrt{3} \end{array}\right.$

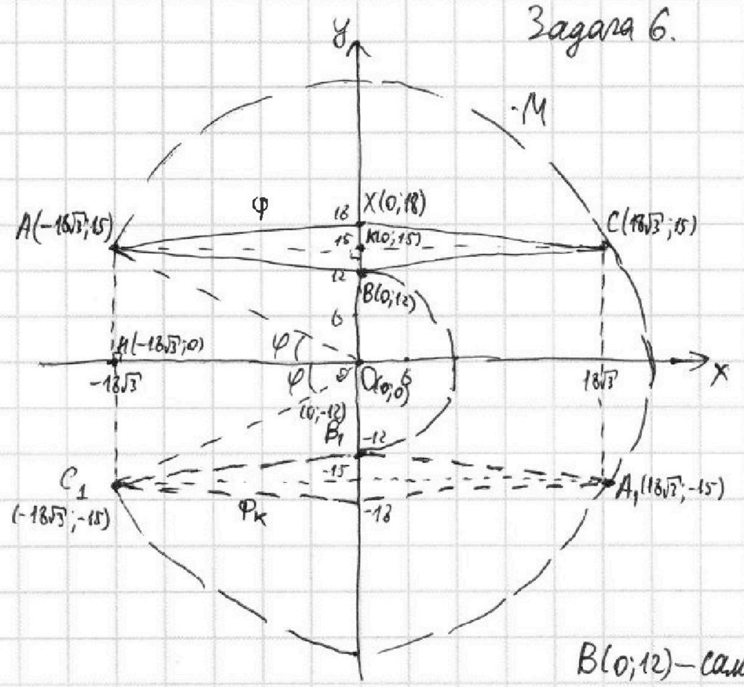
Рассмотрим арифм. прогрессию: $b_1 = 1 - 7\sqrt{3}$, $d = 2\sqrt{3}$: $b_2 = (1-7\sqrt{3}) + 2\sqrt{3} = 1 - 5\sqrt{3}$,

$b_4 = (1-7\sqrt{3}) + 3 \cdot 2\sqrt{3} = 1 - \sqrt{3}$, $b_5 = (1-7\sqrt{3}) + 4 \cdot 2\sqrt{3} = 1 + \sqrt{3}$, $b_7 = (1-7\sqrt{3}) + 6 \cdot 2\sqrt{3} = 1 + 5\sqrt{3}$

Эта прогрессия подходит, т.к. b_2 и b_7 – корни (2), а b_4 и b_5 – корни (1) $\Rightarrow a=2$ подходит

Ответ: $a=2$

Задача 6.



$Ф$: $\left|(y-15)+x\cdot\frac{1}{6\sqrt{3}}\right|+\left|(y-15)-x\cdot\frac{1}{6\sqrt{3}}\right| \le 6$ — ромб с центром $(0;15)$ и вершинами, лежащими по 2 на прямых $x=0$ и $y=15$

Вершины на $x=0$: $|y-15|+|y-15|=6$; $y=15\pm3 \Rightarrow$
$\Rightarrow (0;12)$ и $(0;18)$

Вершины на $y=15$: $\left|\frac{x}{6\sqrt{3}}\right|+\left|\frac{x}{6\sqrt{3}}\right|=6$; $x=\pm18\sqrt{3}$
$\Rightarrow (-18\sqrt{3};0)$ и $(18\sqrt{3};0)$

$Ф_K$ – положение фигуры $Ф$ после поворота на π

$B(0;12)$ – самая близкая к началу координат O точка ромба $Ф$, поэтому полуокружность с диаметром BB_1 будет одной из границ множества M (внутренней)

$A(-18\sqrt{3};15)$ (и $C(18\sqrt{3};15)$) – самые удалённые от O точки ромба $Ф$, т.к. $\triangle AOX$ – остроугольный ($X(0;18)$ – вершина ромба), потому что $AO^2=1197$, $AX^2=981$, $OX^2=324$, сумма квадратов любых двух сторон больше квадрата третьей; и $AO>OX$, поэтому объединение полуокружностей с диаметрами AA_1 и CC_1 будет внешней границей множества M.

Границами M, соединяющими полуокр. BB_1 и дугу AC_1, будут отрезки AB и B_1C_1

Значит, M ограничивается следующими линиями: дуга AC_1, отрезок C_1B_1, дуга B_1B, отрезок BA.

площадь M — окружности с центром O и радиусом OA

$$S(M)=S_{(\text{сектор } AOC_1)}-S_{\triangle AOB}-S_{\triangle B_1OC_1}-S_{(\text{полуокр. } BB_1)}=\pi\cdot OA^2\cdot\frac{2\pi-2\varphi}{2\pi}-2S_{\triangle AOB}-\frac{1}{2}\pi\cdot OB^2$$

$\varphi=\angle AOH=\operatorname{arctg}\frac{AH}{HO}=\operatorname{arctg}\frac{15}{18\sqrt{3}}=\operatorname{arctg}\frac{5}{6\sqrt{3}}$, $\angle AOC_1=2\varphi=2\operatorname{arctg}\frac{5}{6\sqrt{3}}$ (H – перпендикуляр из A на Ox)

$S_{\triangle AOB}=\frac{1}{2}\cdot BO\cdot AK=\frac{1}{2}\cdot12\cdot18\sqrt{3}=\frac{216\sqrt{3}}{2}$, $2S_{\triangle AOB}=216\sqrt{3}$ (K – перпендикуляр из A на (OB))

$OB^2=12^2=144$, $\frac{OB^2}{2}=72$

$S_{(M)}=1197\left(\pi-\operatorname{arctg}\frac{5}{6\sqrt{3}}\right)-216\sqrt{3}-72\pi=1125\pi-1197\operatorname{arctg}\frac{5}{6\sqrt{3}}-216\sqrt{3}$

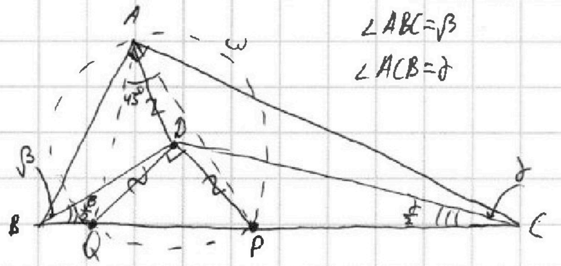
Ответ: $S_M=1125\pi-1197\operatorname{arctg}\frac{5}{6\sqrt{3}}-216\sqrt{3}$

На одной странице можно оформлять **только одну** задачу. Отметьте **крестиком** номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в **решении каждой задачи отдельно.**

1	2	3	4	5	6	7
☐	☐	☐	☐	☐	☐	☒

СТРАНИЦА 1 ИЗ 1

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. **Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно.** Порча QR-кода недопустима!



$\angle ABC = \beta$

$\angle ACB = \gamma$

Задача 7.

$AB = BP \Rightarrow \triangle ABP$ - р/б с осн. $AP \Rightarrow \angle BAP = \frac{180° - \angle ABP}{2} = \frac{180° - \beta}{2}$

$AC = CQ \Rightarrow \triangle ACQ$ - р/б с осн. $AQ \Rightarrow \angle CAQ = \frac{180° - \angle ACQ}{2} = \frac{180° - \gamma}{2}$

$\angle BAP + \angle CAQ = \angle BAC + \angle PAQ \Rightarrow \angle PAQ = \frac{180° - \beta}{2} + \frac{180° - \gamma}{2} - 90° = 90° - \frac{\beta + \gamma}{2} = 90° - \frac{180° - 90°}{2} = 90° - 45° = 45°$

Рассмотрим окружность ω с центром D и радиусом $DP = DQ$; центральный угол, опирающийся на ~~хорду~~ дугу $\overset{\frown}{PQ}$ равен $\angle PQQ = 90° \Rightarrow$ вписанный угол, опирающийся на дугу $\overset{\frown}{PQ}$, равен $\frac{90°}{2} = 45°$

A и D лежат по одну сторону от PQ, $\angle PAQ$ равен вписанному в ω, опирающемуся на дугу $\overset{\frown}{PQ} \Rightarrow$

$\Rightarrow A \in \omega \Rightarrow AD = DP = DQ$

$BA = BP,\ DA = DP,\ BD = BD \Rightarrow \triangle BAD = \triangle BPD$ (по III пр.) $\Rightarrow \angle ABD = \angle PBD = \frac{1}{2}\angle ABP = \frac{\beta}{2}$

$CA = CQ,\ DA = DQ,\ CD = CD \Rightarrow \triangle CAD = \triangle CQD$ (по III пр.) $\Rightarrow \angle ACD = \angle QCD = \frac{1}{2}\angle ACQ = \frac{\gamma}{2}$

$\underbrace{\frac{\beta}{2} + \frac{\gamma}{2}}_{\angle DBC + \angle DCB} = \frac{\beta + \gamma}{2} = 45° \Rightarrow \angle DCB = 45° - \angle DBC = 45° - 35° = 10°$

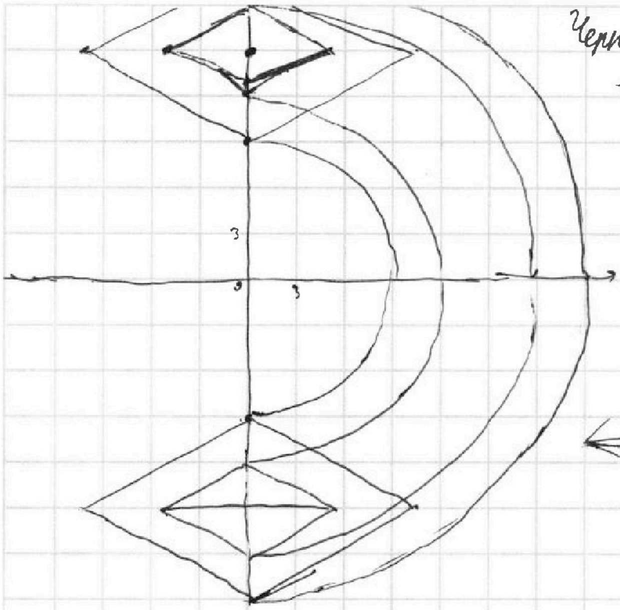
Ответ: $\angle DCB = 10°$

На одной странице можно оформлять **только одну** задачу. Отметьте **крестиком** номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в **решении каждой задачи отдельно**.

1 ☐ 2 ☐ 3 ☐ 4 ☐ 5 ☐ 6 ☐ 7 ☐

СТРАНИЦА __ ИЗ __

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. **Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно.** Порча QR-кода недопустима!



Черновик

№6

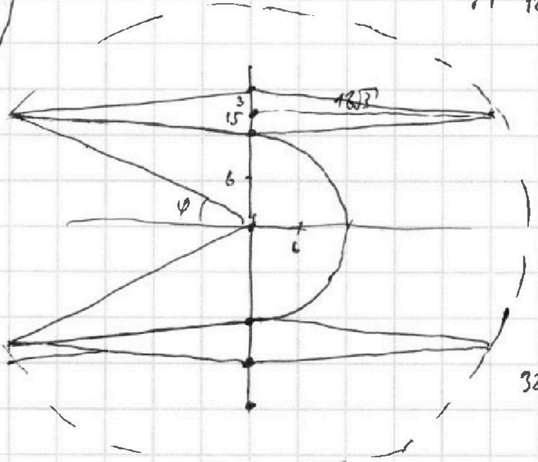
$x=0$: $|y-15|\le 3$

$y=15$: $2\left|\frac{x}{6\sqrt3}\right|\le 6$; $|x|\le 18\sqrt3$

$r=\sqrt{15^2+(18\sqrt3)^2}=3\sqrt{5^2+108}=3\sqrt{133}$

$tg\,\varphi=\frac{15}{18\sqrt3}=\frac{5}{6\sqrt3}$

$\varphi=arctg\frac{5}{6\sqrt3}$

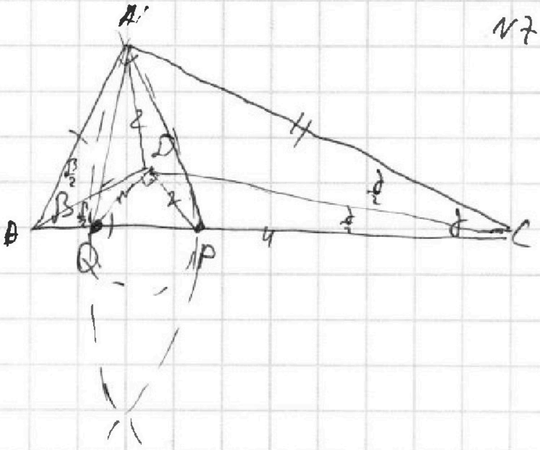


$\times\begin{array}{r}133\\9\end{array}$ 27, 9, 1197

$324\cdot3=972\to981$

$$S=\pi r^2\cdot\frac{2\pi-2arctg\frac{5}{6\sqrt3}}{2\pi}-2\cdot\frac12\cdot12\cdot18\sqrt3-\frac12\pi\cdot12^2=\pi\cdot9\cdot133\left(1-\frac{arctg\frac{5}{6\sqrt3}}{\pi}\right)-216\sqrt3-72\pi=$$

$$=\pi\,(\underbrace{9\cdot133-9\cdot8}_{9\cdot125})-9\cdot133\cdot arctg\frac{5}{6\sqrt3}-216\sqrt3=1125\pi-1197\,arctg\frac{5}{6\sqrt3}-216\sqrt3$$



№7

$\angle QAP=180°-(90°-\frac{\beta}{2})-(90°-\frac{\alpha}{2})=\frac{\beta+\alpha}{2}=45°$

$O_{(AQP)}=D$

$\frac{\beta}{2}+\frac{\alpha}{2}=45°$

$31°$

$10°$

10°

На одной странице можно оформлять **только одну** задачу. Отметьте **крестиком** номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в **решении каждой задачи отдельно**.

1	2	3	4	5	6	7
☐	☐	☐	☐	☐	☐	☐

СТРАНИЦА __ ИЗ __

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. **Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно.** Порча QR-кода недопустима!

Черновик

№1

$$\begin{cases} xy = 4z+z^2 = z(z+4) \\ yz = 4x+x^2 = x(x+4) \\ zx = 4y+y^2 = y(y+4) \end{cases}$$

$x^2+8x+16+y^2+8y+16+z^2+8z+16 = 48+2(xy+yz+zx)-(x^2+y^2+z^2)$

$x^2=(y+4)(z+4)\ldots$ $\quad (x+4)^2+(y+4)^2+(z+4)^2=(x+y+z+12)^2-2(x^2+y^2+z^2)$

$4=\frac{xy-z^2}{z}=\frac{xz-y^2}{y}=\frac{yz-x^2}{x}$; $x^2z-xy^2=y^2z-yx^2$; $0=z(x^2-y^2)+xy(x-y)=(x-y)(z(x+y)+xy)$

$x=y=z \Rightarrow =0$ $\quad xy+xz+yz=0$

$0=4(x+y+z)+(x+y+z)^2-2\cdot 0$; $(x+y+z)(x+y+z+4)=0$

$x+y+z=0$: $0=4\cdot 0+\underbrace{x^2+y^2+z^2}_{0} \Rightarrow x=y=z=0$ X $\Rightarrow x+y+z=-4$

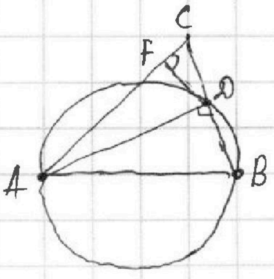
$(x^2+y^2+z^2)+8(x+y+z)+48=(x+y+z)^2-2(xy+xz+yz)+8(x+y+z)+48=16-0-32+48=32$

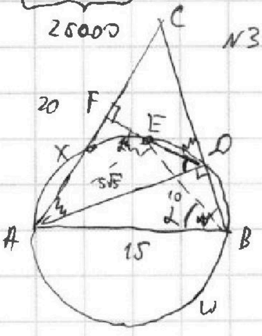
№2

$n=10^{25000}-1$; $n^3=10^{75000}-3\cdot10^{50000}+3\cdot10^{25000}-1=10^{50000}(10^{25000}-3)+(3\cdot10^{25000}-1)=$

$=\underbrace{99\ldots97}_{25000}\underbrace{00\ldots00}_{50000}+\underbrace{299\ldots99}_{25000}\longrightarrow 24999+24999=49998$

№3



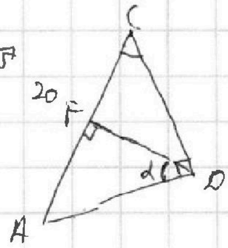


$AE=\sqrt{225-100}=5\sqrt5$

$\cancel{x=5\sqrt5\cdot\cos\alpha}$ sinα

$\cos\alpha=\frac{2}{3}$

$\sin\alpha=\frac{\sqrt5}{3}$



$AD=20\cdot\sin\alpha$

$AF=AD\cdot\sin\alpha=\sin^2\alpha\cdot20=$

$=20\cdot\frac{5}{9}=\boxed{\frac{100}{9}}$

№4.

$P_1=\frac{N_1}{N}=\frac{C_5^3}{C_n^3}$; $P_2=\frac{C_8^3}{C_n^3}$; $\frac{P_2}{P_1}=\frac{C_8^3}{C_5^3}=\frac{\frac{8!}{5!\cdot3!}}{\frac{5!}{3!\cdot2!}}=\frac{8!\cdot2!}{5!\cdot5!}=\frac{6\cdot7\cdot8}{3\cdot4\cdot5}=\frac{28}{5}=5{,}6$ $\quad k=5{,}6$

№5

$a_4+a_5=a_2+a_7$; $a^2-a=a^3-a^2$; $\cancel{0=a^3-2a^2+a=a(a-1)^2 \quad a\in\{0;1\}}$ $0=a^3-3a^2+2a=a(a-1)(a-2)=0$

$\cancel{a=0:\ x^2+\frac{2}{3}=0\ \varnothing}$ $\quad \cancel{a=1:\ x^2+\frac{1}{3}=0\ \varnothing}$ $\quad a=2$: $x^2-2x-2=0$; $x=1\pm\sqrt3$ ~~Отв.~~ $\varnothing$ $\quad 1-5\sqrt3,\ 1-3\sqrt3,\ 1-\sqrt3,\ 1+\sqrt3,\ 1+3\sqrt3,\ 1+5\sqrt3$

$2x^2-4x-148=0$; $x^2-2x-74=0$; $x=1\pm5\sqrt3$ $\quad \boxed{2}$