



МОСКОВСКИЙ
ФИЗИКО-ТЕХНИЧЕСКИЙ
ИНСТИТУТ

ОЛИМПИАДА "ФИЗТЕХ"
ПО МАТЕМАТИКЕ



10 КЛАСС. Вариант 6

1. [4 балла] Ненулевые числа x, y, z удовлетворяют системе уравнений

$$\begin{cases} xy = -2z + z^2, \\ yz = -2x + x^2, \\ zx = -2y + y^2. \end{cases}$$

Найдите все возможные значения выражения $(x - 2)^2 + (y - 2)^2 + (z - 2)^2$, если известно, что система имеет хотя бы одно решение в ненулевых числах.

2. [2 балла] Десятичная запись натурального числа n состоит из 30 001 девятки. Сколько девяток содержит десятичная запись числа n^3 ?
3. [5 баллов] Окружность ω с диаметром AB пересекает сторону BC остроугольного треугольника ABC в точке D . Точка F выбрана на отрезке AC так, что $DF \perp AC$, а E — точка пересечения отрезка DF с окружностью ω , отличная от D . Найдите AF , если $AC = 10$, $AB = 8$, $BE = 6$.
4. [4 балла] В телегре ведущий берет несколько коробок и ровно в три из них кладет по одному шарику. Игрок может указать на пять коробок и открыть их. Если в этих коробках лежат все три шарика, то игрок выигрывает. Игроку разрешили открыть семь коробок. Во сколько раз увеличилась вероятность выигрыша игрока?
5. [5 баллов] Найдите все значения параметра a , при которых корни уравнения $x^2 - (a^2 - 2a)x + a^2 - a - 7 = 0$ являются шестым и седьмым членами некоторой непостоянной арифметической прогрессии, а корни уравнения $3x^2 - (a^3 - 2a^2)x + 6 - a^5 = 0$ являются четвертым и девятым членами этой прогрессии.
6. [5 баллов] На координатной плоскости построена фигура Φ , состоящая из всех точек, координаты $(x; y)$ которых удовлетворяют неравенству $\left|x - 10 + \frac{y}{2\sqrt{3}}\right| + \left|x - 10 - \frac{y}{2\sqrt{3}}\right| \leq 4$. Фигуру Φ непрерывно повернули вокруг начала координат на угол π по часовой стрелке. Найдите площадь множества M , которое замела фигура Φ при этом повороте.
7. [6 баллов] На гипotenузе BC прямоугольного треугольника ABC выбраны точки P и Q так, что $AB = BP$, $AC = CQ$. Внутри треугольника ABC выбрана точка D , для которой $DP = DQ$, а $\angle PDQ = 90^\circ$. Найдите $\angle BDC$, если известно, что $\angle BCA = 50^\circ$.



На одной странице можно оформлять **только одну** задачу. Отметьте **крестиком** номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.

- | | | | | | | |
|-------------------------------------|--------------------------|--------------------------|--------------------------|--------------------------|--------------------------|--------------------------|
| 1 | 2 | 3 | 4 | 5 | 6 | 7 |
| <input checked="" type="checkbox"/> | <input type="checkbox"/> |

СТРАНИЦА
1 ИЗ 2

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач **нумеруются отдельно**. Порча QR-кода недопустима!

N1

$$\begin{cases} xy = -2z + z^2 \quad (1) \\ yz = -2x + x^2 \quad (2) \\ xz = -2y + y^2 \quad (3) \end{cases}$$

~~Решение, что все числа положительные~~

Зададим, что $x=y=z$ не возможено: Предположим противное, тогда $x^2 = -2x + x^2 \Leftrightarrow -2x = 0 \Leftrightarrow x = 0$, но число ненулевое.

Поэтому каждое из чисел различны. Тогда, без ограничения общности, $x \neq y$. Тогда нод(2) и нод(3). Так как оба числа отличны, то н.д. числа ненулевые, а это означает что частей уравнений не совпадают равна 0.

$$\frac{y}{x} = \frac{-2x + x^2}{-2y + y^2} \Leftrightarrow -2y^2 + y^3 = -2x^2 + x^3 \Leftrightarrow x^3 - y^3 - 2(x^2 - y^2) = 0$$

\Downarrow н.д.

$$(x-y)(x^2 + y^2 + xy) - 2(x-y)(x+y) = 0$$

$$(x-y)(x^2 + y^2 + xy - 2x - 2y) = 0$$

\Downarrow (н.д. $x \neq y$)

$$x^2 + y^2 + xy - 2x - 2y = 0 \quad (4)$$

Современ (2) и (3): $y^2 + xz = -2x - 2y + x^2 + y^2$. Тогда имеем это в (4): $xy + yz + xz = 0$ (5).

Современ (1), (2), (3): $xy + yz + xz = x^2 + y^2 + z^2 - 2x - 2y - 2z = (x+y+z)^2 - 2x - 2y - 2z - 2yz - 2xz$.

$$(x+y+z)^2 - 2(x+y+z)(x+y+z-2) = 0$$

\Downarrow н.д. (5)



На одной странице можно оформлять **только одну** задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в **решении каждой задачи отдельно**.

1

2

3

4

5

6

7

СТРАНИЦА
2 из 2

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

↓

$$x+y+z=0 \text{ либо } x+y+z=2.$$

Но если $x+y+z=0$, $x^2+y^2+z^2=2(x+y+z)=0 \Rightarrow x=y=z=0$, то ~~все~~ ^{также} неизвестные \rightarrow ^{н.к. существует единственное} значение 0.

Поэтому $(x-2)^2+(y-2)^2+(z-2)^2=x^2+y^2+z^2-4x-4y-4z+12=(x+y+z)^2-4(x+y+z)+12+$

$$\cancel{4x-4y-4z+12} + 2(y+z+x) = 4 - 8 + 12 = 8. \text{ Т.к. } \cancel{\text{решение существует,}} \\ \overset{\uparrow}{\text{оно}} \text{ (3)}$$

Это значение существует, и это единственное, так как было показано в решении.

Ответ: 8.



На одной странице можно оформлять только одну задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.

- | | | | | | | |
|--------------------------|-------------------------------------|--------------------------|--------------------------|--------------------------|--------------------------|--------------------------|
| 1 | 2 | 3 | 4 | 5 | 6 | 7 |
| <input type="checkbox"/> | <input checked="" type="checkbox"/> | <input type="checkbox"/> |

СТРАНИЦА
1 из 1

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

N2

$$\text{Заметим, что } n = 10 - 1, \text{ поэтому } n^3 = (10 - 1)^3 = 10^3 - 3 \cdot 10^2 + 3 \cdot 10 - 1;$$

\uparrow
по формуле
разложения

А у такого числа получим, сколько девяток будет в записи:

$$\text{из числа } 10^3 - 1 = \underbrace{99\dots9}_{9^3} \text{ будет } \underbrace{300\dots0}_{6^2}, \text{ плюс } \underbrace{99\dots9699\dots9}_{30000\dots60002}.$$

$$\text{Затем к этому присовещем } \underbrace{300\dots0}_3, \text{ плюс плюс } \underbrace{99\dots9, 700\dots929\dots9}_{30000\dots30001}.$$

А у такого числа $30000 + 30001 = 60001$ девяток.

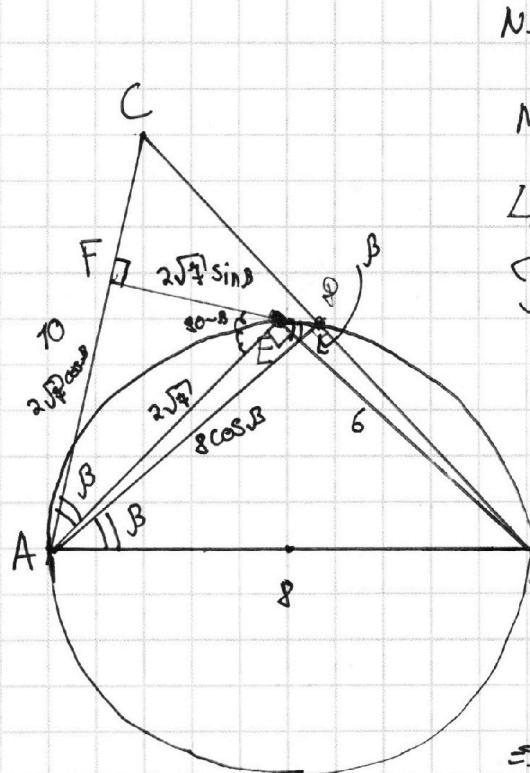
Объем: 60001

На одной странице можно оформлять **только одну** задачу. Отметьте **крестиком** номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в **решении каждой задачи отдельно**.

- | | | | | | | |
|-------------------------------|-------------------------------|--|-------------------------------|-------------------------------|-------------------------------|-------------------------------|
| 1
<input type="checkbox"/> | 2
<input type="checkbox"/> | 3
<input checked="" type="checkbox"/> | 4
<input type="checkbox"/> | 5
<input type="checkbox"/> | 6
<input type="checkbox"/> | 7
<input type="checkbox"/> |
|-------------------------------|-------------------------------|--|-------------------------------|-------------------------------|-------------------------------|-------------------------------|

СТРАНИЦА
1 ИЗ 1

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач **нумеруются отдельно**. Порча QR-кода недопустима!



N3

По заданым данным из-за окружности

$$\angle AEB = \angle AFB = 90^\circ$$

Пусть $\angle CAE = \beta$. Тогда $\angle FEA = 90 - \beta$ н.п.

Очевидно угол при вершине A

$$\angle BEF + \angle AEB + \angle FEA = 180^\circ, \text{ н.п. вовсе}$$

сразу получим развернутый угол. \Rightarrow

$$\Rightarrow \angle BEF + 90^\circ + 90^\circ - \beta = 180^\circ \Rightarrow \angle BEF = \beta \Rightarrow$$

$\Rightarrow \angle FAB = \beta$ как окружность опирается на прямую

здесь коротко $\angle B$ (известный) отрезок между касательной и касательной с $\angle BEF$.

$$\text{Н.п.} \sqrt{\text{теорема}} \text{ } \triangle AEB \quad AE^2 + BE^2 = AB^2 \Rightarrow AE = \sqrt{64 - 36} = \sqrt{28} = 2\sqrt{7}$$

из $\triangle AFE$ (однозначно) $FE = 2\sqrt{7} \sin \beta$ и $AF = 2\sqrt{7} \cos \beta$.

из приведенного $\triangle AFB$ $AF = 8 \cos \beta$.

По из-за вином приведенного $\triangle AFB$ и высоты AF

$$AF^2 = AF \cdot AC \Rightarrow 64 \cos^2 \beta = 20\sqrt{7} \cos \beta \Rightarrow \cos \beta = \frac{20\sqrt{7}}{64} = \frac{5\sqrt{7}}{16} \Rightarrow AF = 2\sqrt{7} \cos \beta = \frac{2\sqrt{7} \cdot 5\sqrt{7}}{16} = \frac{35}{8}$$

Ответ: $\frac{35}{8}$.



На одной странице можно оформлять **только одну** задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в **решении каждой задачи отдельно**.

 1 2 3 4 5 6 7СТРАНИЦА
1 ИЗ 1

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по **каждой из задач** нумеруются **отдельно**. Порча QR-кода недопустима!

№

Пусть у бедуина n городов. Тогда это ход в лотерею трех



Отбираются города. Тогда вероятность
выбора исключенных городов равна $\frac{\text{Количество исключенных}}{\text{Количество всех способов}}$.

В первом случае выбирают пять городов из n возможных C_n^5

способами, это есть все способы сделать выбор. Исключенных

способов C_{n-3}^2 : Значит осталось выбрать из $n-3$ оставшихся.

Дополнительно к тому надо добавить 2 города из $n-3$ оставшихся.

Во втором случае выбирают 4 города из n возможных C_n^4 способами,

это есть все способы сделать выбор. Исключенных способов C_{n-3}^4 : 3

города выбраны, из которых осталось 1. Дополнительно к тому

того добавлено 4 из $n-3$ оставшихся.

Таким образом вероятности в первом случае γ_1 , и во втором γ_2 соединяются:

$$\gamma_1 = \frac{C_{n-3}^2}{C_n^5}$$

$$\gamma_2 = \frac{C_{n-3}^4}{C_n^4}$$

$$\frac{\gamma_2}{\gamma_1} = \frac{C_{n-3}^4 C_n^5}{C_n^4 C_{n-3}^2} = \frac{(n-3)! \cdot 2!}{4! \cdot 5! (n-4)! (n-6)!} = \frac{2! \cdot 4!}{4! \cdot 5!} = \frac{2}{5}$$

Однако:

$$\frac{2}{5} = \frac{2 \cdot 1 \cdot 2}{5 \cdot 4 \cdot 3} = \frac{4}{30}$$



На одной странице можно оформлять **только одну** задачу. Отметьте **крестиком** номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в **решении каждой задачи отдельно**.

- | | | | | | | |
|----------------------------|----------------------------|----------------------------|----------------------------|---------------------------------------|----------------------------|----------------------------|
| <input type="checkbox"/> 1 | <input type="checkbox"/> 2 | <input type="checkbox"/> 3 | <input type="checkbox"/> 4 | <input checked="" type="checkbox"/> 5 | <input type="checkbox"/> 6 | <input type="checkbox"/> 7 |
|----------------------------|----------------------------|----------------------------|----------------------------|---------------------------------------|----------------------------|----------------------------|

СТРАНИЦА
1 ИЗ 3

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по **каждой из задач** нумеруются **отдельно**. Порча QR-кода недопустима!

№5

Пусть корни $x^2 - (a^2 - 2a)x + a^2 - a - 4 = 0$ x_1, x_2 , корни $3x^2 - (a^3 - 2a^2)x + a^3 = 0$

x'_1, x'_2 , находящий члене арифметической прогрессии со, её разностью d .

Пусть x_1 -шестой члене, x_2 -седьмой члене, x'_1 -четвёртый, x'_2 -девятый член прогрессии. Тогда по опре n -го члене арифметической прогрессии

$$x_1 = a_0 + 5d; x_2 = a_0 + 6d; \Rightarrow x_1 + x_2 = 2a_0 + 11d \quad \Rightarrow x_1 + x_2 = x'_1 + x'_2 \quad (1)$$

$$x'_1 = a_0 + 3d; x'_2 = a_0 + 8d; \Rightarrow x'_1 + x'_2 = 2a_0 + 11d.$$

Но нам. Всема же первого и второго линейного уравнения

$$\text{составляем} \quad x_1 + x_2 = a^2 - 2a; \quad x'_1 + x'_2 = \frac{a^3 - 2a^2}{3} \Rightarrow \text{но}(1) \quad a^2 - 2a = \frac{a^3 - 2a^2}{3}$$

$$a(a+1)(a-1) = 0$$

$$a(a+1)(a$$

На одной странице можно оформлять **только одну** задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.



- | | | | | | | |
|--------------------------|--------------------------|--------------------------|--------------------------|-------------------------------------|--------------------------|--------------------------|
| <input type="checkbox"/> | <input type="checkbox"/> | <input type="checkbox"/> | <input type="checkbox"/> | <input checked="" type="checkbox"/> | <input type="checkbox"/> | <input type="checkbox"/> |
|--------------------------|--------------------------|--------------------------|--------------------------|-------------------------------------|--------------------------|--------------------------|

СТРАНИЦА
2 ИЗ 3

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

если $a=0$,

второе уравнение $3x^2+6=0 \Leftrightarrow x^2=-2$ не имеет решений, поэтому

следующее разложение

если $a=2$, первое уравнение $x^2-5=0 \Rightarrow x_1, x_2 = \pm\sqrt{5}$

второе $3x^2-26=0 \Leftrightarrow x_3 = \pm\sqrt{\frac{26}{3}}$

$-\sqrt{5}$

Тогда $x_1 = \pm\sqrt{5}$; $x_2 = \pm\sqrt{\frac{26}{3}}$.

$$\text{Тогда } a_0 + 5d = -\sqrt{5} \quad | \quad \Rightarrow d = 2\sqrt{7} \Rightarrow \sqrt{\frac{26}{3}} = a_0 + 3d \quad \text{или} \quad a_0 + 8d = \\ a_0 + 6d = \sqrt{5} \quad | \quad = -\sqrt{5} - 2d \quad \text{или} \quad \sqrt{5} + 2d = \\ = -5\sqrt{7} \quad \text{или} \quad 5\sqrt{7}, \text{ что верно}$$

Тогда $x_1 = \sqrt{5}$; $x_2 = -\sqrt{5}$

$$\text{Тогда } a_0 + 5d = \sqrt{5} \quad | \quad \Rightarrow d = -2\sqrt{7} \Rightarrow \sqrt{\frac{26}{3}} = a_0 + 3d \quad \text{или} \quad a_0 + 8d = \\ a_0 + 6d = -\sqrt{5} \quad | \quad = \sqrt{5} - 2d \quad \text{или} \quad -\sqrt{5} + 2d = \\ = 5\sqrt{7} \quad \text{или} \quad -5\sqrt{7}, \text{ что верно}$$

если $a=3$, первое уравнение

$$x^2 - 3x - 1 = 0 \Rightarrow x_1, x_2 = \frac{3 \pm \sqrt{13}}{2} = \frac{3}{2} \pm \frac{\sqrt{13}}{2}$$

$\vdash 3$

$$\text{второе } 3x^2 - 9x - 23 = 0 \Leftrightarrow x^2 - 3x - 4 = 0 \Rightarrow x_1, x_2 = \frac{3 \pm \sqrt{37}}{2} = \frac{3 \pm 5\sqrt{7}}{2} =$$

$= \frac{3}{2} \pm \frac{5\sqrt{7}}{2}$. Если первое уравнение имеет корни $a_0 = \frac{3}{2} - \frac{11}{2}\sqrt{7}$, то $a_0 + 5d = \sqrt{7}$,

то $a_0 + 8d = \frac{3}{2} - \frac{11}{2}\sqrt{7} + 5\sqrt{7} = \frac{3}{2} - \frac{1}{2}\sqrt{7}$ - решение первой

Уравнение, \Rightarrow (если первое уравнение имеет корни $a_0 + 5d = \frac{3}{2} - \frac{11}{2}\sqrt{7} + 6\sqrt{7} = \frac{3}{2} + \frac{\sqrt{13}}{2}$ - второе корень уравнения)



На одной странице можно оформлять **только одну** задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении **каждой** задачи отдельно.

1

2

3

4

5

6

7

СТРАНИЦА
3 ИЗ 3

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

семнадцатое решение $a_0+3cl = \frac{3}{2} - \frac{10\sqrt{3}}{2} + 3\sqrt{3} = \frac{3}{2} - \frac{5\sqrt{3}}{2}$ - первое из первых II уровня,

девятнадцатое решение $a_0+8cl = \frac{3}{2} - \frac{11\sqrt{3}}{2} + 8\sqrt{3} = \frac{3}{2} + \frac{5\sqrt{3}}{2}$ - второе из первых II уровня.

III листинг обрезан, подходит только $a=3$

Ответ: $a=3$

На одной странице можно оформлять только одну задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.

СТРАНИЦА

1 ИЗ 2

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

N6

Построение:

$$\text{Найдем } x \geq 10 - \frac{y}{2\sqrt{3}} \quad \left| + \frac{y}{2\sqrt{3}} \right. \quad x \geq 10$$

$$x \geq 10 + \frac{y}{2\sqrt{3}}$$

Все неравенства перегородчатся логически, а значит, $x - 10 + \frac{y}{2\sqrt{3}} + x - 10 - \frac{y}{2\sqrt{3}} \leq 9$

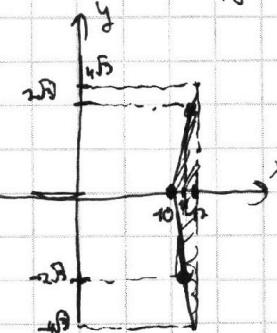
$x \leq 12$ равносильно условию.

$$\text{Построение первых неравнений:}$$

$$\begin{cases} x \geq 10 - \frac{y}{2\sqrt{3}} \\ x \geq 10 + \frac{y}{2\sqrt{3}} \\ x \leq 12 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} y \leq (10-x)2\sqrt{3} \\ y \geq (x-10)2\sqrt{3} \end{cases} \quad \text{(перегородчатые неравенства)}$$

$$\Leftrightarrow \begin{cases} y \leq 12 \\ (x-10)2\sqrt{3} \geq y \geq (10-x)2\sqrt{3} \end{cases}$$

"шланг" от $x=10$ до $x=12$ (протекает линия - две прямые, симметричные относительно x): если $x=10$, $y=0$; если $x=11$,



$$2\sqrt{3} \geq y \geq -2\sqrt{3} \quad \text{Примечание: прямые отрезки.}$$

$$x = 10; 4\sqrt{3} \geq y \geq -4\sqrt{3}$$



На одной странице можно оформлять только одну задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.

- | | | | | | | |
|----------------------------|----------------------------|----------------------------|----------------------------|----------------------------|---------------------------------------|----------------------------|
| <input type="checkbox"/> 1 | <input type="checkbox"/> 2 | <input type="checkbox"/> 3 | <input type="checkbox"/> 4 | <input type="checkbox"/> 5 | <input checked="" type="checkbox"/> 6 | <input type="checkbox"/> 7 |
|----------------------------|----------------------------|----------------------------|----------------------------|----------------------------|---------------------------------------|----------------------------|

СТРАНИЦА
2 ИЗ 2

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

Требуем

$$\begin{cases} x \geq 10 - \frac{y}{2\sqrt{3}} \\ x \leq 10 + \frac{y}{2\sqrt{3}} \end{cases} \Leftrightarrow$$

$$\begin{cases} y \geq (10-x)2\sqrt{3} \\ y \geq (x-10)2\sqrt{3} \end{cases} \Leftrightarrow$$

Условия
записаны выше
представим
 $y \geq 10 - x$, $y \geq (10-x)2\sqrt{3}$ в одну строку
Более простой $(10-x)$
Следует решить относительное
неравенство

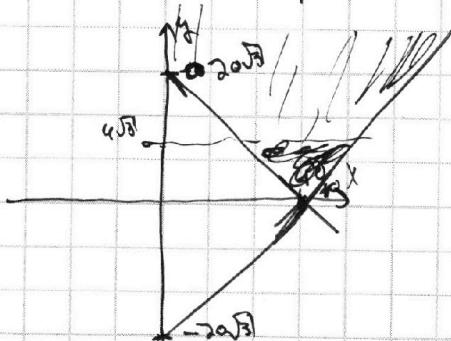
Неравенство имеет вид $y - 10 + \frac{y}{2\sqrt{3}} - x + 10 + \frac{y}{2\sqrt{3}} \leq 4$

~~найдем~~ \Rightarrow

~~найдем~~ x .

$$y \leq 4\sqrt{3}$$

Построим это неравенство:



J.



На одной странице можно оформлять только одну задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.

- | | | | | | | |
|--------------------------|--------------------------|--------------------------|--------------------------|--------------------------|--------------------------|-------------------------------------|
| <input type="checkbox"/> | <input checked="" type="checkbox"/> |
|--------------------------|--------------------------|--------------------------|--------------------------|--------------------------|--------------------------|-------------------------------------|

СТРАНИЦА
1 ИЗ 2

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

N4

Пусть $AB=x, AC=y$

$$BP+CQ=BC+PQ$$

Д

$(x+y-\sqrt{x^2+y^2})\frac{\sqrt{2}}{2}$ $x+y=\sqrt{x^2+y^2}+PQ \Rightarrow PQ=x+y-\sqrt{x^2+y^2}$

по т. Пифагора
в $\triangle ABC$

PQ - расстояние от центра касания окружностей до прямой BC

из $\triangle ABC$ $\angle BAC = 45^\circ \Rightarrow PQ = (x+y-\sqrt{x^2+y^2})\frac{\sqrt{2}}{2}$

$$BQ = BP-PQ = x-y+\sqrt{x^2+y^2}-\sqrt{x^2+y^2}=y-\sqrt{x^2+y^2}$$

Пусть исходный угол $\angle BAC = \varphi$. Тогда нам осталось доказать равенство $BQ = PQ$

$$\angle BAP = 45^\circ - \varphi$$

Докажем, что $\sin \angle BAP = \sin(\varphi - 45^\circ)$:

$$\frac{(x+y-\sqrt{x^2+y^2})\frac{\sqrt{2}}{2}}{\sin \varphi} = \frac{\sqrt{x^2+y^2}-y}{\sin(45^\circ - \varphi)}$$

$y = x \operatorname{tg} 50^\circ$ из $\triangle ABC$. Доказано это.

$$\frac{(x+x \operatorname{tg} 50^\circ - \sqrt{x^2+x^2 \operatorname{tg}^2 50^\circ})\frac{\sqrt{2}}{2}}{\sin \varphi} = \frac{\sqrt{x^2+x^2 \operatorname{tg}^2 50^\circ} - x \operatorname{tg} 50^\circ}{\sin(45^\circ - \varphi)} \quad (\operatorname{окончательное})$$

$$\frac{(1+\operatorname{tg} 50^\circ - \sqrt{1+\operatorname{tg}^2 50^\circ})\frac{\sqrt{2}}{2}}{\sin \varphi} = \frac{\sqrt{1+\operatorname{tg}^2 50^\circ} - \operatorname{tg} 50^\circ}{\sin(45^\circ - \varphi)}$$

На одной странице можно оформлять только одну задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.



СТРАНИЦА

2 ИЗ 2

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

$$\text{Воспользуемся тем, что } \cos 2\varphi = \frac{1 + \operatorname{tg}^2 2\varphi}{\operatorname{cos}^2 2\varphi}.$$

$$\frac{(1 + \operatorname{tg} 50^\circ - \frac{1}{\operatorname{cos} 50^\circ}) \frac{\sqrt{2}}{2}}{\sin(45^\circ - \varphi)} = \frac{\frac{1}{\operatorname{cos} 50^\circ} - \operatorname{tg} 50^\circ}{\sin(45^\circ - \varphi)} \cdot \operatorname{cos} 50^\circ$$

$$\frac{(\operatorname{cos} 50^\circ + \operatorname{sin} 50^\circ - 1) \frac{\sqrt{2}}{2}}{\sin \varphi} = \frac{1 - \operatorname{sin} 50^\circ}{\sin(45^\circ - \varphi)}$$

$$\frac{(\operatorname{cos} 50^\circ + \operatorname{sin} 50^\circ - 1) \frac{\sqrt{2}}{2}}{2 \sin \varphi} = \frac{1 - \operatorname{sin} 50^\circ}{\frac{\sqrt{2}}{2} \operatorname{cos} \varphi - \frac{\sqrt{2}}{2} \sin \varphi}$$

↓

$$\frac{\operatorname{cos} 50^\circ + \operatorname{sin} 50^\circ - 1}{\sin \varphi} = \frac{2 - 2 \operatorname{sin} 50^\circ}{\operatorname{cos} \varphi - \sin \varphi}$$

↓

$$\frac{\operatorname{cos} \varphi - \sin \varphi}{\sin \varphi} = \frac{2 - 2 \operatorname{sin} 50^\circ}{\operatorname{cos} 50^\circ + \operatorname{sin} 50^\circ - 1}$$

↓

$$\operatorname{ctg} \varphi = \frac{2 - 2 \operatorname{sin} 50^\circ}{\operatorname{cos} 50^\circ + \operatorname{sin} 50^\circ - 1} + 1 = \frac{2 - 2 \operatorname{sin} 50^\circ + \operatorname{cos} 50^\circ + \operatorname{sin} 50^\circ - 1}{\operatorname{cos} 50^\circ + \operatorname{sin} 50^\circ - 1} = \frac{\operatorname{cos} 50^\circ - \operatorname{sin} 50^\circ + 1}{\operatorname{cos} 50^\circ + \operatorname{sin} 50^\circ - 1}$$

$$\varphi = \arccos \left(\frac{\operatorname{cos} 50^\circ - \operatorname{sin} 50^\circ + 1}{\operatorname{cos} 50^\circ + \operatorname{sin} 50^\circ - 1} \right)$$

$$\text{Ответ: } \arccos \left(\frac{\operatorname{cos} 50^\circ - \operatorname{sin} 50^\circ + 1}{\operatorname{cos} 50^\circ + \operatorname{sin} 50^\circ - 1} \right)$$



На одной странице можно оформлять **только одну** задачу. Отметьте **крестиком** номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в **решении каждой задачи отдельно**.

- | | | | | | | |
|----------------------------|----------------------------|----------------------------|----------------------------|----------------------------|----------------------------|----------------------------|
| <input type="checkbox"/> 1 | <input type="checkbox"/> 2 | <input type="checkbox"/> 3 | <input type="checkbox"/> 4 | <input type="checkbox"/> 5 | <input type="checkbox"/> 6 | <input type="checkbox"/> 7 |
|----------------------------|----------------------------|----------------------------|----------------------------|----------------------------|----------------------------|----------------------------|

СТРАНИЦА
ИЗ

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

$y_4 = -2x + z^2$ $y_3 + 1 = (z - 1)^2$ $x_4 + y_2 + z_2 - 2x - 2y - 2z + 12$
 $y_2 = -2x + y^2$ $y_2 + 1 = (x - 1)^2$ $x_4 + y_2 + z_2 - 4x - 4y - 4z + 12$ $x^2 = -2x + y^2$
 $x_2 = -2y + z^2$
 $(x-2)^2 + (y-2)^2 + (z-2)^2$ C
 $x^2 + y^2 + z^2 - 4x - 4y - 4z + 12$
 $(x-1)^2 + (y-1)^2 + (z-1)^2 - 2x - 2y - 2z + 10$
 $x^2 + y^2 + z^2 + 12 - 2x - 2y - 2z$
 $2x^2 - z^2 + 2y^2 - x^2 - 2y - y^2 + 12$
 $-(x-z)^2 + 2xy + 2yz + zx$
 $\frac{y}{x} = \frac{-2x + y^2}{-2y + z^2}$
 $-2y^2 + z^2 = -2x^2 + y^2$
 $x^3 - y^3 + 2y^2 - 2x^2 = 0$
 $(x-y)(x^2 + y^2 + xy) + y(y-x)(y+x) = 0$
 $(x-y)(x^2 + y^2 + xy - 2y - 2x) = 0$
 $x^2 + y^2 + xy = 0$
 $x^2 - 2y - z^2 + 12$
 $y^2 - z^2 + y^2 + z^2 + 12 - y^2 + z^2$
 $-2(x+y+z)$
 $-2(x+y+z) + x^2 + y^2 + z^2 = 0$
 $-2(x+y+z) + (x+y+z)^2 = 0$
 $(x+y+z)(x+y+z-2) = 0$

$y_3 + 1 = (z - 1)^2$
 $y_2 + 1 = (x - 1)^2$
 $x_2 + 1 = (y - 1)^2$

$x_4 + y_2 + z_2 - 2x - 2y - 2z + 12$
 $y_2 + y^2 + z^2 - 4x - 4y - 4z + 12$
 $x^2 = -2x + y^2$
 $x_4 = -2z + y^2$
 $y_2 = -2x + z^2$
 $x_2 = -2y + z^2$

$A F = ?$
 $\frac{C_{n-3}^4}{C_{n-3}^2}$
 $n : \frac{C_n^3}{C_n^2}$
 $\frac{C_{n-3}^2}{C_{n-3}^4} = \frac{(n-3)(n-4)}{2}$
 $\frac{C_{n-3}^2}{C_{n-3}^5} = \frac{n!}{5!(n-5)!}$
 $\frac{C_{n-3}^4}{C_n^5} = \frac{x^3 + y^2 + z^2 - 2y - 2x}{x^3 + y^2 + z^2 - 2y - 2x}$
 $\frac{C_{n-3}^4}{C_{n-3}^2} =$
 $= \frac{1}{4!(n-4)!} =$
 $= \frac{1}{2(n-5)!}$
 $= \frac{(n-6)(n-5)}{12}$
 $= \frac{(n-5)(n-6)}{12} = \frac{0.9}{12}$

На одной странице можно оформлять **только одну** задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в **решении каждой задачи отдельно**.



- | | | | | | | |
|----------------------------|----------------------------|----------------------------|----------------------------|----------------------------|----------------------------|----------------------------|
| <input type="checkbox"/> 1 | <input type="checkbox"/> 2 | <input type="checkbox"/> 3 | <input type="checkbox"/> 4 | <input type="checkbox"/> 5 | <input type="checkbox"/> 6 | <input type="checkbox"/> 7 |
|----------------------------|----------------------------|----------------------------|----------------------------|----------------------------|----------------------------|----------------------------|

СТРАНИЦА
ИЗ

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

$$x^2 - (a^2 - 2a)x + a^2 - a - 4 = 0 \quad x_1, x_2$$

$$x_1 = a_0 + 5d$$

$$x_2 = a_0 + 6d$$

$$1 - 2 = -1 \quad 3x^2 - (a^3 - 2a^2)x + 6 - a^5 = 0 \quad x_1', x_2'$$

$$x_1' = a_0 + 3d$$

$$x_2' = 0$$

$$1) x - 10 + \frac{4}{\sqrt{3}} + x - 10 - \frac{4}{\sqrt{3}} \leq 4$$

$$x_1' = a_0 + 8d$$

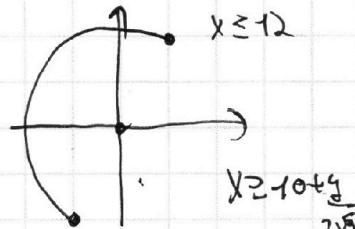
$$x^2 + x - 4 = 0$$

$$x - 10 \leq 3$$

$$a^2 - 2a = a_0 + 11d$$

$$a^3 - 2a^2 = a_0 + 11d$$

$$a^2(a - 2) = a(a - 2)$$



$$a(a-2)(a-1) = 0$$

$$x_1 = -1 \pm \sqrt{5}$$

$$x^2 + x - 4 = 0$$

$$-\sqrt{5} = a_0 + 5d$$

$$3x^2 + x + 6 - a^5 = 0$$

$$\sqrt{5} = a_0 + 6d$$

$$2\sqrt{5} = d$$

$$\frac{8 - \sqrt{5}}{2}$$

$$\frac{x+1}{2\sqrt{5}}$$

$$a_0 + 3d =$$

$$\frac{23 - \sqrt{5}}{2\sqrt{5}}$$

$$\frac{2\sqrt{5}}{2\sqrt{5}} = \frac{3 - \sqrt{5}}{2} \quad | - d = \sqrt{5}$$

$$4 - 10 + 6$$

$$9 - 15 + 6$$

$$9 + 4 - 9$$

$$\frac{37 - \sqrt{5}}{2\sqrt{5}}$$

$$13 \cdot 5^2$$

$$x^2 - 5 = 0$$

$$-3\sqrt{5}$$

$$x^2 = 5 \quad x = \pm \sqrt{5}$$

$$a_0 + 3d = -\sqrt{\frac{25}{3}}$$

$$3x^2 + 6 - 2^5 = 0$$

$$a^2 - 2a = \frac{a^3 - 2a^2}{3}$$

$$3x^2 - 26 = 0$$

$$3a^2 - 6a = a^3 - 2a^2$$

$$x^2 = \frac{26}{3}$$

$$x^3$$

$$x = \pm \sqrt{\frac{26}{3}}$$

$$13 \cdot 5^2$$

$$a^3$$

$$13 \cdot 5^2$$

$$a^3$$



На одной странице можно оформлять **только одну** задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.

СТРАНИЦА
— ИЗ —

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач **нумеруются отдельно**. Порча QR-кода недопустима!

