



МОСКОВСКИЙ
ФИЗИКО-ТЕХНИЧЕСКИЙ
ИНСТИТУТ

ОЛИМПИАДА "ФИЗТЕХ"
ПО МАТЕМАТИКЕ

10 КЛАСС. Вариант 8



1. [4 балла] Ненулевые числа x, y, z удовлетворяют системе уравнений

$$\begin{cases} xy = -6z + z^2, \\ yz = -6x + x^2, \\ zx = -6y + y^2. \end{cases}$$

Найдите все возможные значения выражения $(x - 6)^2 + (y - 6)^2 + (z - 6)^2$, если известно, что система имеет хотя бы одно решение в ненулевых числах.

2. [2 балла] Десятичная запись натурального числа n состоит из 20 001 девятки. Сколько девяток содержит десятичная запись числа n^3 ?
3. [5 баллов] Окружность ω с диаметром AB пересекает сторону BC остроугольного треугольника ABC в точке D . Точка F выбрана на отрезке AC так, что $DF \perp AC$, а E — точка пересечения отрезка DF с окружностью ω , отличная от D . Найдите AF , если $AC = 20$, $AB = 10$, $BE = 9$.
4. [4 балла] В телегре ведущий берет несколько коробок и ровно в три из них кладет по одному шарику. Игрок может указать на пять коробок и открыть их. Если в этих коробках лежат все три шарика, то игрок выигрывает. Игроку разрешили открыть девять коробок. Во сколько раз увеличилась вероятность выигрыша игрока?
5. [5 баллов] Найдите все значения параметра a , при которых корни уравнения $x^2 - (a^2 - 4a)x + a^2 - 6a + 4 = 0$ являются шестым и седьмым членами некоторой непостоянной арифметической прогрессии, а корни уравнения $5x^2 - (a^3 - 4a^2)x - 2a^3 - 6a - 15 = 0$ являются пятым и восьмым членами этой прогрессии.
6. [5 баллов] На координатной плоскости построена фигура Φ , состоящая из всех точек, координаты $(x; y)$ которых удовлетворяют неравенству $\left|y - 20 + \frac{x}{2\sqrt{3}}\right| + \left|y - 20 - \frac{x}{2\sqrt{3}}\right| \leqslant 8$. Фигуру Φ непрерывно повернули вокруг начала координат на угол π против часовой стрелки. Найдите площадь множества M , которое замела фигура Φ при этом повороте.
7. [6 баллов] На гипotenузе BC прямоугольного треугольника ABC выбраны точки P и Q так, что $AB = BP$, $AC = CQ$. Внутри треугольника ABC выбрана точка D , для которой $DP = DQ$, а $\angle PDQ = 90^\circ$. Найдите $\angle DCB$, если известно, что $\angle CBA = 46^\circ$.

На одной странице можно оформлять **только одну** задачу. Отметьте **крестиком** номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в **решении каждой задачи отдельно**.



1

2

3

4

5

6

7

СТРАНИЦА
1 из 1

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

$$\begin{cases} xy = -6x + z^2 \\ y^2 = -6x + x^2 \\ 2x = -6y + y^2 \end{cases}$$

$x, y, z \neq 0 \Rightarrow$

$$\frac{y^2}{2x} = \frac{-6x + x^2}{-6y + y^2} \Rightarrow x^2(x-6) = y^2(4-y) \Rightarrow$$

$$x^3 - 6x^2 - y^3 + 6y^2 = 0$$

$$(x-y)(x^2+xy+y^2) - 6(x-y)(x+y) = 0$$

$$(x-y)(x^2+xy+y^2 - 6(x+y)) = 0$$

$$\begin{cases} x = y \\ x^2 + xy + y^2 - 6(x+y) = 0 \end{cases}$$

1) $x = y$

$$x^2 = -6x + x(x-6) \Rightarrow 2 = x-6 = y-6$$

$$xy = z(2-6) \Rightarrow x^2 = (x-6)(x-12) = x^2 - 18x + 72 \Rightarrow 108 = 72 \Rightarrow x = y = z \Rightarrow z = -2$$

$$(x-6)^2 + (y-6)^2 \text{ нулю не равен}$$

$$4 \cdot 4 = -6 \cdot (-2) + (-2)^2 = 16$$

$$4 \cdot (-2) = -6 \cdot 4 + 4^2 = -8 \Rightarrow (x-6)^2 + (y-6)^2 + (z-6)^2 = (4-6)^2 + (4-6)^2 + (-2)^2 =$$

$$= 2^2 + 2^2 + 8^2 = 72$$

2) $x^2 + xy + y^2 - 6(x+y) = 0$

$$x^2 + x\cancel{(y-6)} + y^2 - 6y = \cancel{x^2 + x^2} - \frac{z}{y} + 2x = 0 \quad : x \neq 0 \Rightarrow$$

$$\frac{x^2}{z} + \frac{y^2}{y} + 2x = 0$$

$$xy + x^2 + y^2 = 0 \Rightarrow xy + x^2 + y^2 + z = 0$$

2. Нетривиальное 3 уравнение:

$$x^2 y^2 z^2 = x(x-6)y(y-6)(z(z-6))$$

$$xyz = (x-6)(y-6)(z-6)$$

$$xyz = xyz \cancel{+ 6(xy+yz+zx) + 36(x+y+z) - 216}$$

$$6(xy+yz+zx) = \cancel{6xyz} - 216 = 0 \Rightarrow x+y+z = 6$$

$$(x-6)^2 + (y-6)^2 + (z-6)^2 = \text{Сложим все уравнения: } xy + yz + zx = x^2 + y^2 + z^2 - 6(x+y+z) = 0 \Rightarrow$$

$$x^2 + y^2 + z^2 = 36$$

$$(x-6)^2 + (y-6)^2 + (z-6)^2 = x^2 + y^2 + z^2 - 12(x+y+z) + 108 = 36 - 12 \cdot 6 + 108 = 72$$

Очевидно: $(x-6)^2 + (y-6)^2 + (z-6)^2 = 72$

На одной странице можно оформлять **только одну** задачу. Отметьте **крестиком** номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в **решении каждой задачи отдельно**.

1

2

3

4

5

6

7

СТРАНИЦА
4 из 1

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач **нумеруются отдельно**. Порча QR-кода недопустима!

десетична запись числа n состоит из 20001 девяток \Rightarrow

$$n = \underbrace{999\dots99}_{20001 \text{ девят}} = 10^{20001} - 1$$

$$n^3 = (\underbrace{10^{20001} - 1}_{\text{число } 10^{60003} - 1})^3 = 10^{60003} - 1 - 3 \cdot 10^{40002} + 3 \cdot 10^{20001}$$

число $10^{60003} - 1 = \underbrace{999\dots99}_{60003}$, Если вычесть из него $3 \cdot 10^{40002}$, то мы

получим число $\underbrace{999\dots99}_{20000}, \underbrace{699\dots99}_{40002}, \dots$. А когда будем прибавлять $3 \cdot 10^{20001}$, то

из-за увеличение порядка девятки с номера $60003 - 20001 = 40002$ начнут идти снизу и
0 (~~и~~ 40002 здесь числу выше идет не ноль, а девятка, потому что $9 \times 9 = 81$ в числе
или единица, т.е. в тоже считается). И так будет происходить до тех пор, пока
 B , т.к. $6+1=7$ и дальше числации девятки такие же как и первые девятки \Rightarrow

число будет следующим, $\underbrace{999\dots99}_{20000}, \underbrace{700\dots0299\dots99}_{20001}, \dots \Rightarrow$

всю девятку будет $20000 + 20001 = 40001$.

Ответ: 40001

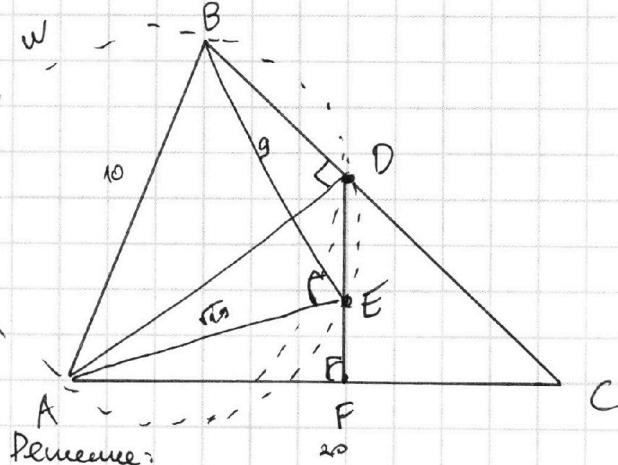


На одной странице можно оформлять **только одну** задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.

 1 2 3 4 5 6 7

СТРАНИЦА
1 из 1

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!



Решение:

1) ОУЧР-тю $\angle ADB = \angle AEB = 90^\circ \Rightarrow \angle ADB + \angle AEB = 180^\circ$

$\triangle AEB$ -пруогр. $\Rightarrow T, \text{ паралл.}$

$$AB^2 = AE^2 + BE^2 \Rightarrow AE = \sqrt{AB^2 - BE^2} = \sqrt{10^2 - 9^2} = \sqrt{19}$$

2) $\triangle ADE$ -пинсамн $\Rightarrow \angle BAE + \angle BDE = 180^\circ$

$$\angle BDE = 90^\circ \quad \angle ADB + \angle ADE = 90^\circ + \angle ADE \Rightarrow \angle BAE + \angle ADE = 90^\circ$$

3) Рассм. $\triangle ADF$: $DF \perp AC \Rightarrow \angle AFD = 90^\circ \Rightarrow \triangle ADF$ -пруогр. $\Rightarrow \angle DAF + \angle ADE = 90^\circ \Rightarrow \angle DAF = \angle BAE \Rightarrow \cos \angle BAE = \cos \angle DAF = \frac{\sqrt{19}}{10}$

4) Рассм. $\triangle ADC$: $\angle ADC = 90^\circ \Rightarrow \triangle ADC$ -пруогр-и $\Rightarrow AD^2 = AF \cdot AC$

$$\cos \angle DAF = \frac{AF}{AD} = \frac{\sqrt{19}}{10} \Rightarrow AD = \frac{10}{\sqrt{19}} AF \Rightarrow$$

$$AD^2 = AF \cdot AC \Leftrightarrow AF^2 \cdot \frac{100}{19} = AF \cdot AC \Rightarrow AF = AC \cdot \frac{19}{100} = 20 \cdot \frac{19}{100} = \frac{19}{5} = 3,8$$

Отвем: $AF = 3,8$

дано:

остр. D -и $\triangle ABC$ оуп-тю в симметрии AB

$W \cap BC = D (D \neq B)$

$DF \perp AC$

$W \cap DF = E (D \neq E)$

так $AC = 20$

$AB = 10$

$BE = 9$

найти:

$AF = ?$



На одной странице можно оформлять только одну задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.

- | | | | | | | |
|----------------------------|----------------------------|----------------------------|---------------------------------------|----------------------------|----------------------------|----------------------------|
| <input type="checkbox"/> 1 | <input type="checkbox"/> 2 | <input type="checkbox"/> 3 | <input checked="" type="checkbox"/> 4 | <input type="checkbox"/> 5 | <input type="checkbox"/> 6 | <input type="checkbox"/> 7 |
|----------------------------|----------------------------|----------------------------|---------------------------------------|----------------------------|----------------------------|----------------------------|

СТРАНИЦА
1 из 1

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

Вероятность выигрыша — отношение количества выигрышных ситуаций к количеству всех возможных ситуаций.

Чтобы победить, игроку надо взять к коробкам так, чтобы среди них было 3 смаринки, т.е. количество выигрышных ситуаций — когда 3 коробки с смаринками есть, а оставшиеся к-3 можно брать как угодно. А эти к-3 коробки берутся из n-3 коробок, поэтому количество выигрышных ситуаций — $C_{n-3}^{k-3} = \frac{(n-3)!}{(k-3)!(n-k)!}$. А этого ситуации — $C_n^k = \frac{k!}{k!(n-k)!} \Rightarrow$

$$\text{вероятность: } \frac{C_{n-3}^{k-3}}{C_n^k} = \frac{\frac{(n-3)!}{(k-3)!(n-k)!}}{\frac{k!}{k!(n-k)!}} = \frac{(n-3)! \cdot k!}{(k-3)! \cdot n!}$$

Считаем, $k=5$, тогда $g=2$ вероятность выиграть θ :

$$\frac{(n-3)! \cdot g!}{(g-3)! \cdot n!} = \frac{g! \cdot g!}{6! \cdot 5!} = \frac{2^{2-3-4-5-6-7-8-9}}{2^2 \cdot 3^2 \cdot 4^2 \cdot 5^2 \cdot 6^2 \cdot 7^2 \cdot 8^2 \cdot 9^2} = \frac{7 \cdot 8 \cdot 9}{3 \cdot 4 \cdot 5} = \frac{42}{5} = 8,4 \text{ раз}$$

Однако вероятность выиграть θ раз



На одной странице можно оформлять **только одну** задачу. Отметьте **крестиком** номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в **решении каждой задачи отдельно**.

1

2

3

4

5

6

7

СТРАНИЦА
2 из 2

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по **каждой из задач** нумеруются **отдельно**. Порча QR-кода недопустима!

$$\begin{aligned}x_4 - x_2 &= \frac{5+3\sqrt{29}}{2} - \frac{5+\sqrt{29}}{2} = \sqrt{29} \\x_2 - x_1 &= \frac{5+\sqrt{29}}{2} - \frac{5-\sqrt{29}}{2} = \sqrt{29} \Rightarrow a = 5 \text{ идёт в } \\x_1 - x_3 &= \frac{5-\sqrt{29}}{2} - \frac{5-3\sqrt{29}}{2} = \sqrt{29}\end{aligned}$$

$$\text{ответ: } a = 5$$



На одной странице можно оформлять **только одну** задачу. Отметьте **крестиком** номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении **каждой** задачи отдельно.

- | | | | | | | |
|----------------------------|----------------------------|----------------------------|----------------------------|---------------------------------------|----------------------------|----------------------------|
| <input type="checkbox"/> 1 | <input type="checkbox"/> 2 | <input type="checkbox"/> 3 | <input type="checkbox"/> 4 | <input checked="" type="checkbox"/> 5 | <input type="checkbox"/> 6 | <input type="checkbox"/> 7 |
|----------------------------|----------------------------|----------------------------|----------------------------|---------------------------------------|----------------------------|----------------------------|

СТРАНИЦА
1 из 2

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по **каждой** из задач **нумеруются отдельно**. Порча QR-кода недопустима!

Нужно искать арифм. прогрессии - $\{bn\}$. И первые члены уравненны должны быть b_6, b_7 , а второго - b_5, b_8 .
Чтобы выполнение было возможно, необходимо $b_6+b_7 = b_5+b_8$

Нужно первое уравнение - x_1+x_2 , а второго - x_3+x_4

Чтобы эти числа подчиняли условию, должно выполняться равенство: $x_1+x_2=x_3+x_4$

Это так потому что если x_1, x_2 - четный и нечетный члены прогрессии, то $x_1+x_2=2b_1+11d$,

а если x_3, x_4 - четный и нечетный, то $x_3+x_4=2b_1+11d$, т.е. б- первым членом прогрессии, а d - ее разность, то $x_1+x_2=x_3+x_4$ необходимо, чтобы

но $+d$ - не делится:

$$x_1+x_2 = a - (- (a^2 - 4a)) = a^2 + 4a$$

$$x_3+x_4 = - (- (a^2 + 4a^2)) = a^2 + 4a^2$$

$$a^2 - 4a = a^2 + 4a$$

$$a(a-4) = a \cdot a(a-4) \Rightarrow \begin{cases} a=0 \\ a=4 \\ a=-5 \end{cases}$$

Проверим полученные а:

1) $a=0$

$$x^2 - (a^2 - 4a)x + a^2 - 6a + 4 = 0 \Rightarrow x^2 + 4 = 0, \text{ не имеет корней, т.к. } x_1 \text{ и } x_2 \text{ не могут быть}}$$

и это противоречит условию

2) $a=4$

$$x^2 - (a^2 - 4a)x + a^2 - 6a + 4 = 0 \Rightarrow x^2 - 16x = 0 \Rightarrow x_1 = -2, x_2 = 2 \Rightarrow d = \pm 4$$

$$5x^2 - (a^2 + 4a^2)x - 2a^3 - 6a - 15 = 0 \Rightarrow 5x^2 - 16x = 0 \Rightarrow x_3 = -\frac{16}{5}, x_4 = \frac{16}{5}$$

Проверка не получилось $\pm 4 \Rightarrow a=4$ не подходит

3) $a=-5$

$$x^2 - (a^2 - 4a)x + a^2 - 6a + 4 = 0 \Rightarrow x^2 - 5x - 1 = 0$$

$$\Delta = 25 + 4 \cdot 24 = 261 \quad x_1 = \frac{5 - \sqrt{261}}{2}$$

$$x_2 = \frac{5 + \sqrt{261}}{2}$$

$$5x^2 - (a^2 + 4a^2)x - 2a^3 - 6a - 15 = 0 \Rightarrow 5x^2 - 25x - 261 = 0$$

$$\Delta = 25 + 4 \cdot 261 = 261 \quad x^2 - 5x - 59 = 0$$

$$x_3 = \frac{5 - \sqrt{261}}{2}, x_4 = \frac{5 + \sqrt{261}}{2}, \sqrt{261} = \sqrt{9 \cdot 29} = 3\sqrt{29}$$

Но чтобы числа x_1, x_2, x_3, x_4 образовали арифм. прогрессии, необходимо и достаточно, чтобы $x_4 - x_2 = x_2 - x_1 = x_1 - x_3$



На одной странице можно оформлять только одну задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.

- | | | | | | | |
|--------------------------|--------------------------|--------------------------|--------------------------|--------------------------|-------------------------------------|--------------------------|
| <input type="checkbox"/> | <input checked="" type="checkbox"/> | <input type="checkbox"/> |
|--------------------------|--------------------------|--------------------------|--------------------------|--------------------------|-------------------------------------|--------------------------|

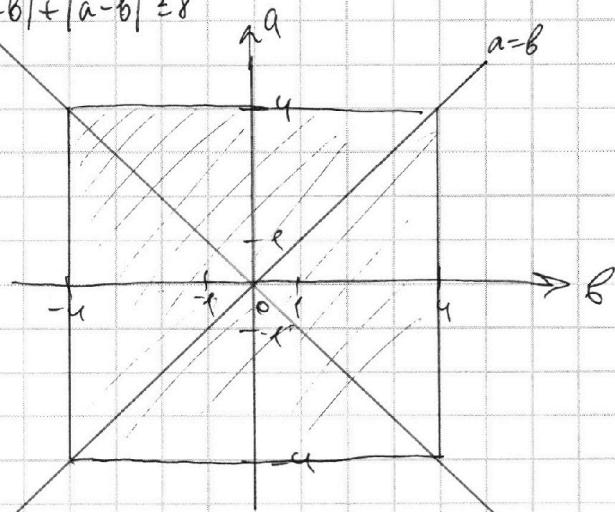
СТРАНИЦА
1 из 1

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

Построим фигуру Φ в координатной плоскости ab , где $a = y - 20$, $b = \frac{x}{2\sqrt{3}}$.
Тогда первообразное множество b $|a+b| + |a-b| \leq 8$
 $|a+b| + |a-b| \leq 8$

$$\left\{ \begin{array}{l} a \geq b \\ a \geq -b \\ a+b+a-b \leq 8 \\ a \geq b \\ a \leq -b \\ -a-b+a-b \leq 8 \\ a \leq b \\ a \geq -b \\ a \leq b \\ a \leq -b \\ -a-b-a+b \leq 8 \end{array} \right.$$

$$\left\{ \begin{array}{l} a \geq b \\ a \geq -b \\ a \leq 4 \\ a \geq b \\ a \leq -b \\ b \geq -4 \\ a \geq b \\ a \geq -b \\ b \leq 4 \\ a \leq b \\ a \leq -b \\ a \geq -4 \end{array} \right.$$



Т-е фигура Φ в координатах ab — квадрат со стороной 8 . $a = b$ означает $a = y - 20$, что означает первообразное множество Φ в плоскости ab из $y = 20$, то есть сама фигура сдвигается. $b = \frac{x}{2\sqrt{3}}$, т.е. $\text{кот}\varphi = \frac{x}{2\sqrt{3}} \Rightarrow b$ координаты фигуры Φ будут преобразованы со сторонами 8 по y $x = 8 - 2\sqrt{3} = 16\sqrt{3}$ по x .

Фигура Φ — квадрат, то можно сказать описать окр. (здесь прокомментировано утверждение $\angle \varphi = 60^\circ$)

Найдем радиус этого окружности. Т-е фигура — квадрат, то $R^2 = 4^2 + (8\sqrt{3})^2 = 208$

Отметим вершины квадрата A, B, C, D .

Во время поворота они будут двигаться по окружности

Конечно т. $A \rightarrow C, B \rightarrow D, C \rightarrow A, D \rightarrow B$,

т.е. поворот фигуры Φ после поворота будет состоять из расположения, что и сейчас, т.е. квадрат занес без изменения направления, а она равна площади круга радиуса R .

$$S = \pi R^2 = 208\pi$$

$$\text{Объем: } S(M) = 208\pi$$



На одной странице можно оформлять только одну задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.

1

2

3

4

5

6

7

СТРАНИЦА
2 ИЗ 2

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

Тогда $AD=DP \Rightarrow \triangle ADP$ -равног $\Rightarrow \angle DAP = \angle DPA \approx 22^\circ \Rightarrow \angle DAC = \angle DAP + \angle PAC = 22^\circ + 23^\circ = 45^\circ$

?) рассм. четырехугл $ADPC$: $\angle DAC = \angle DPB = 45^\circ \Rightarrow \triangle ADP$ - висящий $\Rightarrow \angle DCB = \angle PAD = 22^\circ$

. Отвем: $\angle DCB = 22^\circ$

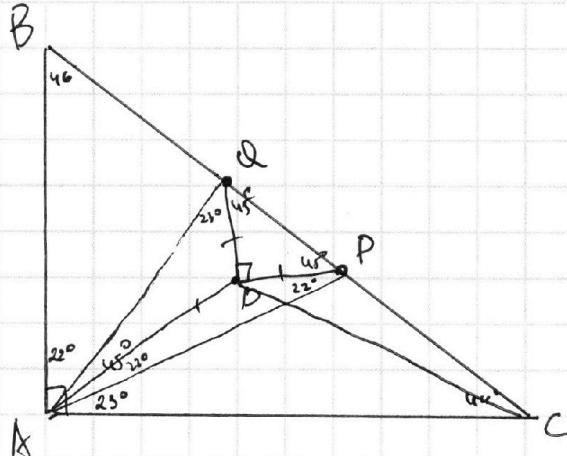


На одной странице можно оформлять **только одну** задачу. Отметьте **крестиком** номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и **суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно**.

1 2 3 4 5 6 7

СТРАНИЦА
1 из 2

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. **Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно.** Порча QR-кода недопустима!



यदि $\triangle ABC$; $\angle A = 90^\circ$
 $P, Q \in BC$, $AB = BP$; $AC = CQ$
 $\triangle PQC$; $PQ = PQ$; $\angle PQR = 90^\circ$
 $\angle CBA = 45^\circ$
 कार्य:
 1) $BCPQ$

- 1) $AC = CQ$; $AB = BP$. $BC < AB + AC$ (неп-бдд-на) \Rightarrow
 $BC < BP + CQ \Rightarrow$ точка Q приближается отрезку BP, а точка P приближается отрезку CQ, т.к.
 $P \neq Q$.

2) $AB = BP \Rightarrow \triangle ABD$ -равн. (но опр. $\Rightarrow \angle BAP = \angle BPA = \frac{180^\circ - \angle A}{2} = 67^\circ$).

3) $\angle QBA = 46^\circ$; $\triangle ABC$ -треугольник $\Rightarrow \angle ACB = 90^\circ - \angle QBA = 44^\circ$.
 $AC = QC \Rightarrow \triangle ACQ$ -равн. $\Rightarrow \angle CAQ = \angle QAC = \frac{180^\circ - \angle ACB}{2} = 68^\circ$

4) $PD = QD \Rightarrow \triangle PDQ$ -равн. $, \angle P = 60^\circ \Rightarrow \angle PDQ = 60^\circ \Rightarrow \angle DQP = \angle DQD = 45^\circ \Rightarrow$
 $\angle APD = \angle APB - \angle PDQ = 67^\circ - 45^\circ = 22^\circ$, значит $\angle ADQ = 23^\circ$

5) $\angle ADB = \angle DAC + \angle ACD$ (фебо вспоминаем) $\Rightarrow \angle DAC = \angle APB - \angle ACP = 67^\circ - 44^\circ = 23^\circ$,
(запомним $\angle QAB = 22^\circ \Rightarrow$)
 $\angle PAQ = 90^\circ - 22^\circ - 23^\circ = 45^\circ$ $\angle BAC - \angle BAQ - \angle CAP = 90^\circ - 23^\circ - 22^\circ = 45^\circ$

6) Докажем, что T.D - центр описанной окружности для $\triangle APQ$.

Нужно доказать, что $\angle ADO = \angle DAO$ и $\angle PAQ = \alpha$

~~О~~ $\angle PAQ = \angle DAO = \alpha$

~~О~~ $\angle POD = 2\angle PAQ = 2\alpha$;

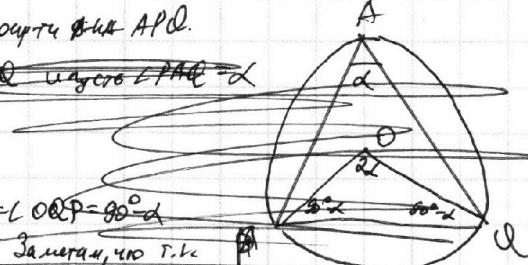
~~О~~ $OP = OQ \Rightarrow \triangle OPQ$ -равн. $\Rightarrow \angle OPQ = \angle OQP = 90^\circ - \alpha$

Нужно доказать, что T.D - центр описанной окружности Запомни, что T.D
 $\angle DAP = \alpha = 45^\circ$, но $\angle POD = \angle DQP = 45^\circ \Rightarrow$ ~~Доказано~~ $\angle DAP = \angle DQP = 45^\circ$

~~Т.к. T.D - центр описанной окружности~~ \Rightarrow ~~Доказано~~ $\angle DAP = \angle DQP = 45^\circ$

сторона PQ и ее бисектриса

6) Отметим на О - центр описанной окружности для $\triangle APQ$. Но опр-то $\angle POD = 2\angle PAQ = 90^\circ$ и
 $PO = OQ \Rightarrow \triangle POD$ -равн. $\Rightarrow \angle POD = \angle DQP = 45^\circ$. Т.к. $\angle DAP = 45^\circ$, то
T.D - бисектриса $\angle APQ$, т.е. бисектриса $\angle ABC$, т.к. $\angle D = \angle B$, $\angle A = \angle C$, O не лежит на
одну линию с отрезком BC. Докажем, что T.D \perp PQ, т.к. $\angle DAP = \angle DQP$ и $\angle DAO = \angle DQD$,
и O, D лежат в одной полуплоскости относительно PQ, т.к. $\angle POD = 90^\circ$ и O, D лежат в одной полуплоскости относительно PQ.





На одной странице можно оформлять **только одну** задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.

СТРАНИЦА
— ИЗ —

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!



На одной странице можно оформлять **только одну** задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в **решении каждой задачи отдельно**.

СТРАНИЦА
— ИЗ —

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

$$\begin{aligned} xy &= -6z + z^2 & 1.2 \\ yz &= -6x + x^2 \\ zx &= -6y + y^2 \end{aligned}$$

$$2(x^2 + y^2 + z^2) - 12(x+y+z) + 2(xy + yz + zx)$$

$$\frac{xy}{z} = 2 - \beta$$

$$\frac{y^2}{x} = x - 6$$

$$(10^{-1})^3 = N^2.$$



$$\angle BAE + \angle ADE = 90^\circ$$

$$\angle BAE = \angle DEF$$

1

$$AP^2 = AF - AC$$

$$\frac{AF^2}{\cos^2} = AF - AC$$

$$AF = AC - CQS^2$$

$$AF = \cancel{20} \cdot \cancel{10} =$$

$$\frac{n!}{P^k} \frac{n'}{1+tG}$$

$$\frac{C_n^k}{n!} = \frac{k!}{k!(n-k)!}$$

$$\text{BCero } C_5 = \frac{5!}{4! \cdot 1!} = 5 \text{ чаес доб}$$

h не подан

540

(1) Черные бересклеты

$$\text{Rearranging } 3 \rightarrow k-3$$

УЗ n-3. Морской

Boron

$$\frac{C_n^k}{C_{n-3}^{k-1}} = \frac{\frac{n!}{k!(n-k)!}}{\frac{(n-3)!}{(k-3)!(n-k)!}}$$

$$3) \quad \Rightarrow \quad C_{n-3}^{k-3} = \frac{(n-3)!}{(k-2)! \cdot (n-k)!}$$

$$C_m^k \frac{n!}{(n-k)!} = \frac{n!}{(k-1)!}$$

На одной странице можно оформлять **только одну** задачу. Отметьте **крестиком** номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в **решении каждой задачи отдельно**.



- | | | | | | | |
|--------------------------|--------------------------|--------------------------|--------------------------|--------------------------|--------------------------|--------------------------|
| <input type="checkbox"/> |
|--------------------------|--------------------------|--------------------------|--------------------------|--------------------------|--------------------------|--------------------------|

СТРАНИЦА
ИЗ

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по **каждой из задач** **нумеруются отдельно**. Порча QR-кода недопустима!

$$x^2 - (a^2 - 4a)x + a^2 - 6a + 4 = 0$$

$$1) \quad q_6 + q_7 = q_5 + q_8$$

$$5x^2 - (a^3 - 4a^2)x - 2a^3 - 6a - 15 = 0$$

$$\begin{aligned} q_6 + q_2 &= a^2 - 4a \\ q_8 + q_8 &= \frac{a^3 - 4a^2}{5} \end{aligned}$$

$$a^2 - 4a = \frac{a^3 - 4a^2}{5}$$

$$\begin{aligned} a &= 0 \\ a &= 4 \\ a &= 5 \end{aligned}$$

$$a(a-4) = \frac{a^2(a-4)}{5} \quad 4+16 \cdot 3 = 52$$

$$a =$$

$$-280 - 30 - 15$$

$$\begin{aligned} x_1 &= \frac{5+4\sqrt{29}}{2} \\ x_2 &= \frac{5-\sqrt{29}}{2} \end{aligned}$$

$$5 - \sqrt{261} \quad 152 -$$

$$x_3 = \frac{5+2\sqrt{261}}{2} \quad -$$

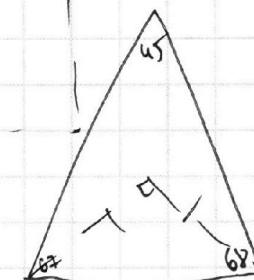
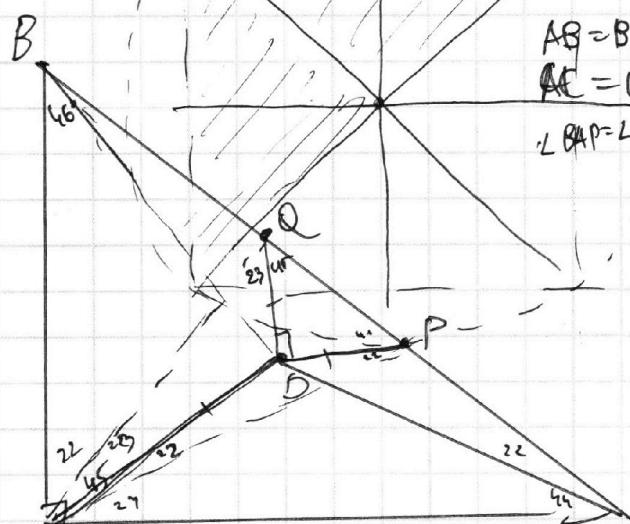
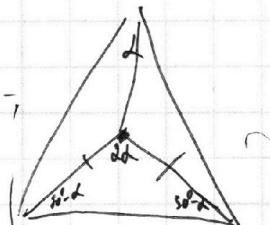
$$x_4 = \frac{5-2\sqrt{261}}{2} \quad -$$

$$68 + 67 = 135$$

$$AB = BP$$

$$AC = CA$$

$$\angle BAP = \angle CAP = 67^\circ \Rightarrow DPA = 22^\circ$$



D - г. (AQP)

$$\left| y - 20 + \frac{x}{2\sqrt{3}} \right| + \left| y - 20 - \frac{x}{2\sqrt{3}} \right| \leq 8$$

AOPC - вис. 22°

$$(a+b) + |a-b| \leq 8$$

$$ADPC - \text{вис.}$$

$$22^\circ$$

$$12y$$

$$\begin{cases} a \geq b \\ a \geq -b \end{cases}$$

$$a \leq 4$$

$$\begin{cases} a \geq b \\ a \leq -b \end{cases}$$

$$a \leq 4$$

$$\begin{cases} a \leq b \\ a \geq -b \end{cases}$$

$$a \geq 4$$

$$\begin{cases} a \leq b \\ a \geq -b \end{cases}$$

$$a \geq 4$$

1

$$a = y - 20$$

$$b = \frac{x}{2\sqrt{3}}$$

$$8\sqrt{3}$$

$$S \cdot k_1 \cdot k_2$$

$$4x$$

$$4$$



На одной странице можно оформлять **только одну** задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в **решении каждой задачи отдельно**.

СТРАНИЦА
— ИЗ —

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. **Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно.** Порча QR-кода недопустима!

N.2.

$$(10^{20002} - 1)^3 = 10^{60006} - 1 - 3 \cdot 10^{40004} + 3 \cdot 10^{20002}$$

60005 9 - - \times^2
 60005 über x1

$$\cancel{x^2}y^2z^2 = \cancel{x}(yz)(y-z)(z-t)$$

$$xyz = (x-6)(y-6)(z-6)$$

~~ggg~~ - 310

$$3 \cdot 10^7 = 3000$$

$$xy(x-y-6(x+y)+56)(z-6)$$

$$xyz + 36 \underline{(x+y+z)} + 6(x+y+z+2y) - 216$$

~~$x+y+z=0$~~

$$(xy+y_2+zy) = 36 \text{ and } (x+y+z) = -6$$

$$C_n = \frac{n!}{5!(n-5)!} \quad \text{for } n \geq 5$$

$$C_n^3 = \frac{n!}{3!(n-3)!} - \text{Kombinatoren}$$

$$\frac{\frac{n!}{g!(n-g)!}}{\frac{5!}{5!(n-5)!}} = \frac{5!(n-5)!}{g!(n-g)!} = \frac{1 \cdot 2 \cdot 3 \cdot 4 \cdot 5 \cdot 1 \cdot 2 \cdot 3 \cdot 4 \cdot 5 \cdot 6 \cdot 7 \cdot 8 \cdot 9 \dots \cdot (n-5)}{1 \cdot 2 \cdot 3 \cdot 4 \cdot 5 \cdot 6 \cdot 7 \cdot 8 \cdot 9 \cdot 1 \cdot 2 \cdot 3 \cdot 4 \cdot 5 \dots}$$

$$(x-3)^2, \quad (y-5)^2, \quad =$$

$$\frac{n \cdot (n-1) \cdot (n-2)}{6} - \text{ч. буф 3 нед} \\ n \cdot (n-1) \cdot (n-2) \cdot (n-3) \quad 5 \\ 120$$

ВЕРТБ

4:4 - 2

$$xy + y_2 + 2y$$

4.4.1-2

$$4 \cdot 4 \cdot (-2) \quad (-2)(-2) \cdot (-8)$$

$$(x-6)(y-6)(z-6) = (xy - 6x - 6y + 36)(z-6) = xyz - 6xz - 6yz + 36z$$

x

$$\begin{array}{r} \cancel{a^2} \\ \cancel{b^2} \\ \cancel{a^2} \\ \cancel{b^2} \\ \cancel{a^2} \\ \cancel{b^2} \\ \cancel{a^2} \\ \cancel{b^2} \end{array}$$

На одной странице можно оформлять **только одну** задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.

- | | | | | | | |
|--------------------------|--------------------------|--------------------------|--------------------------|--------------------------|--------------------------|--------------------------|
| <input type="checkbox"/> |
|--------------------------|--------------------------|--------------------------|--------------------------|--------------------------|--------------------------|--------------------------|

СТРАНИЦА
_ ИЗ _

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

$$\begin{cases} xy = -6x + z^2 & x(-6) = 6(x+y+z) = x^2 + y^2 + z^2 - (xy + yz + zx) \\ y^2 = -6x + x^2 & 2(x^2 + y^2 + z^2) - 2(x+y+z) - 2(x+y+z) \\ 2x = -6y + y^2 & (x-y)^2 + (y-z)^2 + (z-x)^2 = 12(x+y+z) \end{cases}$$

$$(x-6)^2 + (y-6)^2 + (z-6)^2 = x^2 + y^2 + z^2 - 12(x+y+z) = 2(xy + yz + zx) - x^2 - y^2 - z^2$$

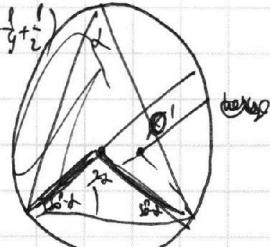
$$\frac{y}{x} = \frac{x(-6)}{y(-6)}$$

$$x^2 + y^2 + z^2 = 56 \quad x(x-6) + y(y-6) + z(z-6) =$$

$$f = x^2(x-6) - y^2(y-6) = z^2(z-6) \quad x+y+z = 6 \quad f = \left(\frac{1}{x} + \frac{1}{y} + \frac{1}{z}\right)$$

$$x^3 - 6x^2 - y^3 + 6y^2 = 0$$

f.



$$x=y$$

$$\begin{cases} x^2 + y^2 + z^2 = 6(xy) & y^2 - 4y + 36 - 4y^2 + 24y \\ x^2 + xy + y^2 - 6(xy) = 0 & -3y^2 + 12y + 36 = \\ (x+y)^2 - 6(xy) - xy = 0 & -3(y^2 - 4y - 12) = \end{cases}$$

$$x^2 + x(y-6) + y^2 - 6y = 0$$

$$0 = (y-6)^2 - 4y(y-6) = (y-6)(y-4y+6) = 3(y-6)(y+2) \quad -3(y-6)(y+2) =$$

$$x-6 = 2 = y-6$$

$$4 \cdot 4 = 12 + 4$$

$$x^2 = -6(x-6) + (x-6)^2$$

$$4 \cdot (-2) = -24 + 16$$

$$x^2 = -6x + 36 + x^2 - 12x + 36$$

~~$$x^2 + 2^2 + 4^2 = 124$$~~

$$\begin{matrix} x = 4 = y \\ z = -2 \end{matrix}$$

$$x^2 + xy + y^2 - 6(xy) = 0$$

$$12^2 + 2^2 + 4^2 = 124$$

$$x = \frac{(y-6) \pm \sqrt{(y-6)(y+2)}}{2}$$

$$36 - 12 \cdot 6 + 108 = 72$$

$$x = \frac{- (y-6) \pm \sqrt{-3(y-6)(y+2)}}{2}$$

$$\begin{matrix} x^2 + xy - 6x + (y^2 - 6y) \\ x^2 + x^2 \left(\frac{2}{y} \right) + 2x = 0 \end{matrix}$$

$$x^2 + x(y-6) + y(y-6) = 0$$

$$x \left(1 + \frac{2}{y} \right) + 2 = 0$$

$$x^2 + (y-6)(x+y) = 0$$

$$36 - 12 \cdot 6 + 108$$

$$xy + y^2 + z^2 = 0$$

72

$$x^2 + y^2 + z^2 = 6(x+y+z) = 36$$