



МОСКОВСКИЙ  
ФИЗИКО-ТЕХНИЧЕСКИЙ  
ИНСТИТУТ

ОЛИМПИАДА "ФИЗТЕХ"  
ПО МАТЕМАТИКЕ

## 10 КЛАСС. Вариант 5



- 1. [4 балла] Ненулевые числа  $x, y, z$  удовлетворяют системе уравнений

$$\begin{cases} xy = 3z + z^2, \\ yz = 3x + x^2, \\ zx = 3y + y^2. \end{cases}$$

Найдите все возможные значения выражения  $(x+3)^2 + (y+3)^2 + (z+3)^2$ , если известно, что система имеет хотя бы одно решение в ненулевых числах.

- 2. [2 балла] Десятичная запись натурального числа  $n$  состоит из 40 000 девяток. Сколько девяток содержит десятичная запись числа  $n^3$ ?
- 3. [5 баллов] Окружность  $\omega$  с диаметром  $AB$  пересекает сторону  $BC$  остроугольного треугольника  $ABC$  в точке  $D$ . Точка  $F$  выбрана на отрезке  $AC$  так, что  $DF \perp AC$ , а  $E$  — точка пересечения отрезка  $DF$  с окружностью  $\omega$ , отличная от  $D$ . Найдите  $AF$ , если  $AC = 10$ ,  $AB = 6$ ,  $BE = 5$ .
- 4. [4 балла] В телевизоре ведущий берет несколько коробок и ровно в три из них кладет по одному шарику. Игрок может указать на пять коробок и открыть их. Если в этих коробках лежат все три шарика, то игрок выигрывает. Игроку разрешили открыть шесть коробок. Во сколько раз увеличилась вероятность выигрыша игрока?
- 5. [5 баллов] Найдите все значения параметра  $a$ , при которых корни уравнения  $x^2 - (a^2 - a)x + a - 5 = 0$  являются пятым и шестым членами некоторой непостоянной арифметической прогрессии, а корни уравнения  $4x^2 - (a^3 - a^2)x + 2a^4 + 2a^2 - a^6 - 4 = 0$  являются третьим и восьмым членами этой прогрессии.
- 6. [5 баллов] На координатной плоскости построена фигура  $\Phi$ , состоящая из всех точек, координаты  $(x; y)$  которых удовлетворяют неравенству  $\left|x - \frac{15}{2} + \frac{y}{6\sqrt{3}}\right| + \left|x - \frac{15}{2} - \frac{y}{6\sqrt{3}}\right| \leqslant 3$ . Фигуру  $\Phi$  непрерывно повернули вокруг начала координат на угол  $\pi$  против часовой стрелки. Найдите площадь фигуры, которую замела фигура  $\Phi$  при этом повороте.
- 7. [6 баллов] На гипотенузе  $BC$  прямоугольного треугольника  $ABC$  выбраны точки  $P$  и  $Q$  так, что  $AB = BP$ ,  $AC = CQ$ . Внутри треугольника  $ABC$  выбрана точка  $D$ , для которой  $DP = DQ$ , а  $\angle PDQ = 90^\circ$ . Найдите  $\angle DBC$ , если известно, что  $\angle DCB = 20^\circ$ .



На одной странице можно оформлять **только одну** задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в **решении каждой задачи отдельно**.

- |                                     |                          |                          |                          |                          |                          |                          |
|-------------------------------------|--------------------------|--------------------------|--------------------------|--------------------------|--------------------------|--------------------------|
| 1                                   | 2                        | 3                        | 4                        | 5                        | 6                        | 7                        |
| <input checked="" type="checkbox"/> | <input type="checkbox"/> |

СТРАНИЦА  
1 из 1

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач **нумеруются отдельно**. Порча QR-кода недопустима!

$$\text{раскладем скобки в выражении и преобразуем}$$

$$x^2 + 8x + 9 + \dots = x^2 + y^2 + z^2 + 6(x+y+z) + 27 =$$

$$= 3(x+y+z) + xy + yz + zx + 27$$

*вычленим для упр-ия*

$$z(y-x) = 3(x-y) + (x-y)(x+y)$$

$$(x-y)(3+z+x+y) = 0$$

*: аналогично с другими тремя ур-иями*

если  $z+x+y = -3$ ,  $x=y=z$ , тогда в-

ед., получим  $x=y=z=0 \Rightarrow x+y+z=-3$

$$yz = 3x + x^2 \quad \text{м.л. } y, z, x \neq 0,$$

$$zx = 3y + y^2 \quad \text{если } x \text{ не равно нулю и можно поделить}$$

$$\frac{y}{x} = \frac{(x+3)x}{(y+3)y}$$

$$y^2(y+3) = x^2(x+3) \quad (\text{м.л. } x+3 = -y-z)$$

$$y^2(x+z) = x^2(y+z)$$

$$yx(y-x) + z(y-x)(y+x) = 0$$

$$(y-x)(yx + zy + zx) = 0$$

*: аналогично другие уравнения*

если  $yx + zy + zx \neq 0$ , то  $x=y=z$ ,

противор. по доказательству  $\Rightarrow$

$$xy + yz + zx = 0, \text{ исходное выражение} =$$

$$= 3 \cdot (-3) + 0 + 27 = 18 \quad \text{Ответ: 18}$$



На одной странице можно оформлять только одну задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.

1

2

3

4

5

6

7

СТРАНИЦА  
1 из 1

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

№2

$$n = 10^{40000} - 1 \text{ (задача)} \quad \text{постав } a = 40000$$

$$n^3 = 10^{3a} - 3 \cdot 10^{2a} + 3 \cdot 10^a - 1$$

Число  $10^{3a} - 1$  — из 3a девяток

$$- \underbrace{999 \dots 9}_{a} \underbrace{99 \dots 9}_{2a} 9 (= 10^{3a} - 1)$$

$$- \underbrace{300 \dots 0}_{3a} 1 (= 3 \cdot 10^{2a})$$

$$\overline{99 \dots 969 \dots 9}$$

$$\underbrace{9}_{a} \underbrace{1}_{1} \underbrace{9}_{a} \underbrace{9 \dots 9}_{G}$$

$$30 \dots 0 (+ 3 \cdot 10^a)$$

$$\overline{99 \dots 9700 \dots 0029 \dots 9}$$

$$a-1$$

$$G$$

и. е. всего  $2a-1$  девяток, и. е.

Ответ: 79999

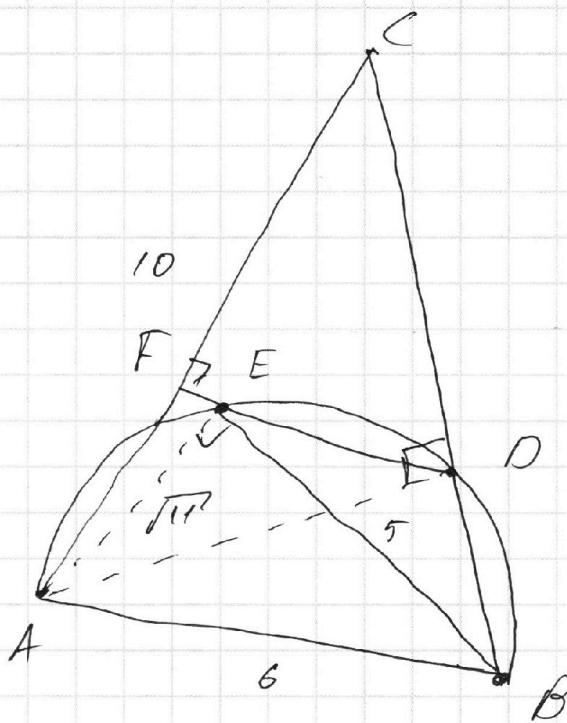


На одной странице можно оформлять **только одну** задачу. Отметьте **крестиком** номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в **решении каждой задачи отдельно**.

- |                            |                            |                                       |                            |                            |                            |                            |
|----------------------------|----------------------------|---------------------------------------|----------------------------|----------------------------|----------------------------|----------------------------|
| <input type="checkbox"/> 1 | <input type="checkbox"/> 2 | <input checked="" type="checkbox"/> 3 | <input type="checkbox"/> 4 | <input type="checkbox"/> 5 | <input type="checkbox"/> 6 | <input type="checkbox"/> 7 |
|----------------------------|----------------------------|---------------------------------------|----------------------------|----------------------------|----------------------------|----------------------------|

СТРАНИЦА  
1 из 1

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач **нумеруются отдельно**. Порча QR-кода недопустима!



$\angle AEB = \angle ADB = 90^\circ$ , т.к. ~~наш~~ ~~задача~~  
из  $\triangle$   $AEB$   $\angle AEB = 90^\circ$

$$AE = \sqrt{11}.$$

Пусть  $AF = x$ .

$$FE = \sqrt{AE^2 - AF^2} = \sqrt{11 - x^2}$$

6) в  $\triangle ACD$  по свойству:

$$FD^2 = AF \cdot FC$$

$$FD = \sqrt{10x - x^2}$$

6) п/у  $\triangle AFD$  по  
свойству:

$$AF^2 = EF \cdot FD$$

$$x^2 = \sqrt{11 - x^2} \cdot \sqrt{10x - x^2}$$

$$x^4 = (11 - x^2)(10x - x^2)$$

$$x^3 = (11 - x^2)(10 - x)$$

$$x^3 = 110 - 11x - 10x^2 + x^3$$

$$x^2 + 11x - 110 = 0$$

$$x = \frac{-11 + \sqrt{121 + 440}}{2}$$

(второй корень отрицательный)

$$x = \frac{-11 + \sqrt{561}}{2}$$

$$\text{Ответ: } \frac{\sqrt{561} - 11}{2}$$



На одной странице можно оформлять **только одну** задачу. Отметьте **крестиком** номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в **решении каждой задачи отдельно**.

- |                          |                          |                          |                                     |                          |                          |                          |
|--------------------------|--------------------------|--------------------------|-------------------------------------|--------------------------|--------------------------|--------------------------|
| 1                        | 2                        | 3                        | 4                                   | 5                        | 6                        | 7                        |
| <input type="checkbox"/> | <input type="checkbox"/> | <input type="checkbox"/> | <input checked="" type="checkbox"/> | <input type="checkbox"/> | <input type="checkbox"/> | <input type="checkbox"/> |

СТРАНИЦА  
1 из 1

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач **нумеруются отдельно**. Порча QR-кода недопустима!

№

точное количество вариантов горячих  
соков, это можно не считать

пусть всего городок  $n$

способов выиграть, броя  $5$  (без уч-  
та порядка):

$$\frac{(n-3)(n-4)}{2} = C_{n-3}^3$$

Броя  $6$ :

$$\frac{(n-3)(n-4)(n-5)}{6} = C_{n-3}^3$$

всего вариантов взять  $5$  (без учёта  
порядка):

$$C_n^5, \text{ } \cancel{\text{брать 6}} : C_n^6$$

$$\text{исходное отношение: } \frac{C_{n-3}^3}{C_n^6} : \frac{C_{n-3}^3}{C_n^5} =$$

$$= \frac{C_{n-3}^3 \cdot C_n^5}{C_{n-3}^3 \cdot C_n^6} = \frac{n-5}{3} \cdot \frac{n \cdot \dots \cdot (n-4)}{5!} = \\ = \frac{n-5}{3} \cdot 6 \cdot \frac{1}{n-5} = \frac{6}{3} = 2$$

Ответ: 8 раза



На одной странице можно оформлять **только одну** задачу. Отметьте **крестиком** номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в **решении каждой задачи отдельно**.

- 1      2      3      4      5      6      7

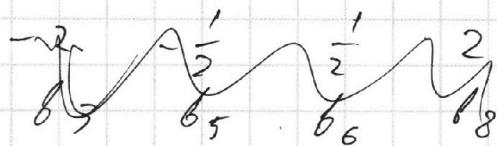
СТРАНИЦА  
2 ИЗ 2

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по **каждой из задач** **нумеруются отдельно**. Порча QR-кода недопустима!

2) ( $a = 1$ )

$$x^2 - 4 = 0 \quad (x_1 = 2, x_2 = -2)$$

$$4x^2 - 1 = 0 \quad (x_1 = \frac{1}{2}, x_2 = -\frac{1}{2})$$



$$-\frac{1}{2} \quad -2 \quad 2 \quad \frac{1}{2} \quad -\text{однако, не}\newline \text{могу}$$

Ответ:  $\emptyset$



На одной странице можно оформлять только одну задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.

- |                          |                          |                          |                          |                                     |                          |                          |
|--------------------------|--------------------------|--------------------------|--------------------------|-------------------------------------|--------------------------|--------------------------|
| 1                        | 2                        | 3                        | 4                        | 5                                   | 6                        | 7                        |
| <input type="checkbox"/> | <input type="checkbox"/> | <input type="checkbox"/> | <input type="checkbox"/> | <input checked="" type="checkbox"/> | <input type="checkbox"/> | <input type="checkbox"/> |

СТРАНИЦА  
1 из 2

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

$\sqrt{5}$

$$2a^4 + 2a^2 - a^6 - 4 = a^4(2 - a^2) + -2(2 - a^2) = \\ = (a^4 - 2)(2 - a^2)$$

3 4 5 6 7 8

суммы должны быть равны  
по СВ. суммы. Прог. ( $b_3 + b_8 = b_5 + b_6$ ,

т.е. исходная исследовательность)

$$b_5 + b_6 = a^2 - a \quad (\text{отр. Внешн.})$$

$$b_3 + b_8 = a^3 - a^2$$

$$a^2 - a = a^3 - a^2$$

$$a(a - 1) = a^2(a - 1)$$

$$(a - 1)(a^2 - a) = 0$$

$$(a - 1)^2 a = 0 \quad \begin{cases} a = 1 \\ a = 0 \end{cases}$$

Подберем эти цифры:

$$1) (a=0) \quad x^2 - 5 = 0$$

$$4x^2 - 4 = 0 \quad -1 \quad -\sqrt{5} \quad \sqrt{5} \quad 1 \quad -\text{отрицат.,} \\ -\sqrt{5} \quad \text{неподцел.}$$

$$b_3 \quad b_5 \quad b_6 \quad b_8$$

$$\text{числ. } d = b_6 - b_5 = 2, \quad b_3 - b_6 = 2d = 2 - \\ \text{простое выражение}$$

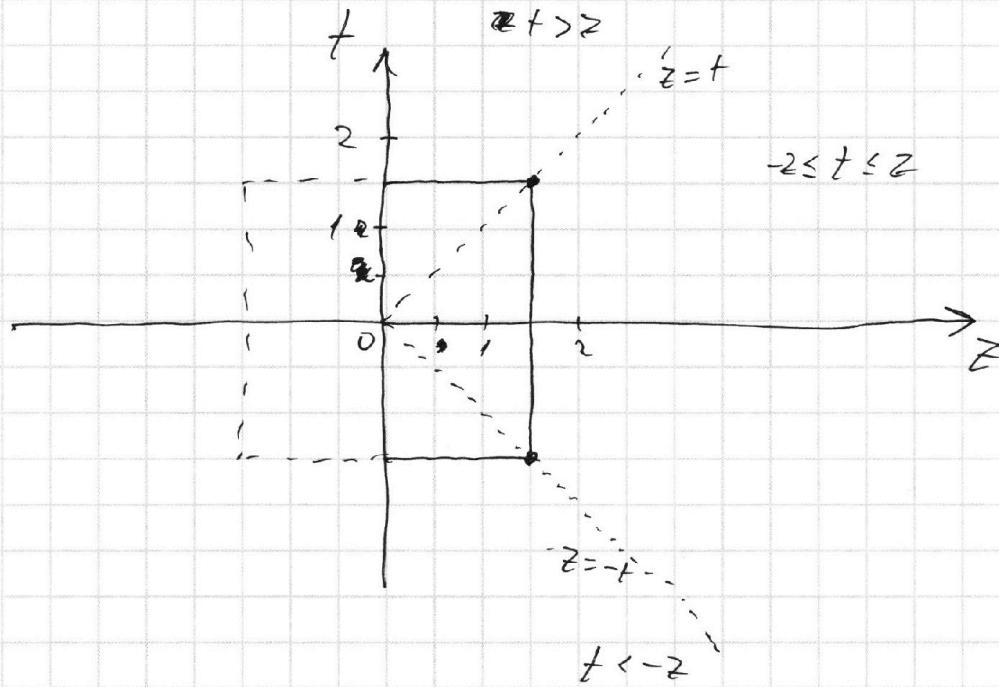


На одной странице можно оформлять **только одну** задачу. Отметьте **крестиком** номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в **решении каждой задачи отдельно**.

- 1  2  3  4  5  6  7

СТРАНИЦА  
2 из 3

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по **каждой из задач** **нумеруются отдельно**. Порча QR-кода недопустима!



при  $z \leq 0$  условие не меняется

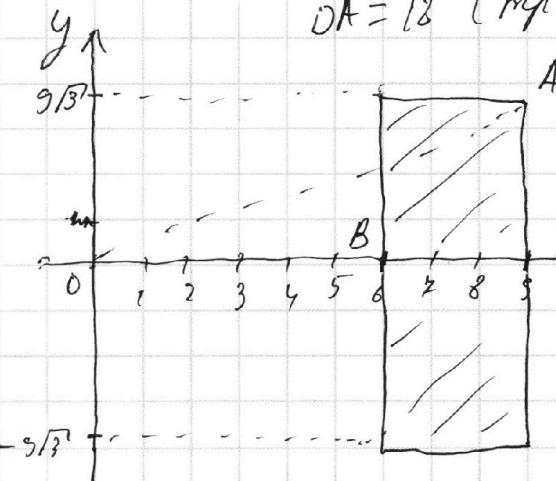
(т.е. фигура симметрич относ. оси  $t$ )

Задание 90 квадрат

в коорд  $y(x)$  фигура сдвигается

на  $\frac{15}{2}$  вправо и расширяется в 6 раз  
(по верт.)

$$OA = 18 \text{ (мр. Тир)}$$



после засечения  
отвесного ~~биссектрисы~~ основания  
круг, радиус  $OA = 18$   
(по мр. Тир.), т.е.

$$\begin{aligned} \text{угол развернут } & \angle BOA = 6^\circ \\ \text{внешний угла } & S = 1 \\ & = \pi (18^2 - 6^2) = 288\pi \\ \text{Ответ: } & 288\pi \end{aligned}$$



На одной странице можно оформлять **только одну** задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении **каждой** задачи отдельно.

- 1    2    3    4    5    6    7

СТРАНИЦА  
1 из 3

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по **каждой** из задач **нумеруются отдельно**. Порча QR-кода недопустима!

№6

Построим эту фигуру в координатах

$$U \text{ и } V, \text{ где } U = x - \frac{15}{2} + \frac{y}{6\sqrt{3}},$$

$$V = x - \frac{15}{2} - \frac{y}{6\sqrt{3}}$$

$$\text{отметим, что } x = \frac{U+V+15}{2},$$

$$y = -3\sqrt{3}(U-V)$$

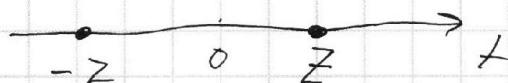
Заметим, что  $\Phi$  симметрична относительно  $x = 15/2$  (т.к. замена  $y \rightarrow -y$  не меняет уравнение)  
Связь с этим построем  $\Phi$  только для  $t \geq 0$  и в координатах  $t$  и  $z$ .  
~~также~~

$$z = \frac{y}{6\sqrt{3}}, t = x - \frac{15}{2}$$

$$t+z=\frac{15}{2} \quad |t+z| + |t-z| \leq 3 \quad -$$

симметрично при замене  $z \rightarrow -z$ ,

пусть  $z \geq 0$



если  $t > z$

$$zt \leq 3 \quad t \leq \frac{3}{z}$$

$$\text{если } -zt \leq z \quad 2z \leq 3 \quad z \leq \frac{3}{2}$$

$$\text{если } t \leq -z \quad -zt \leq 3 \quad t \geq -\frac{3}{z}$$

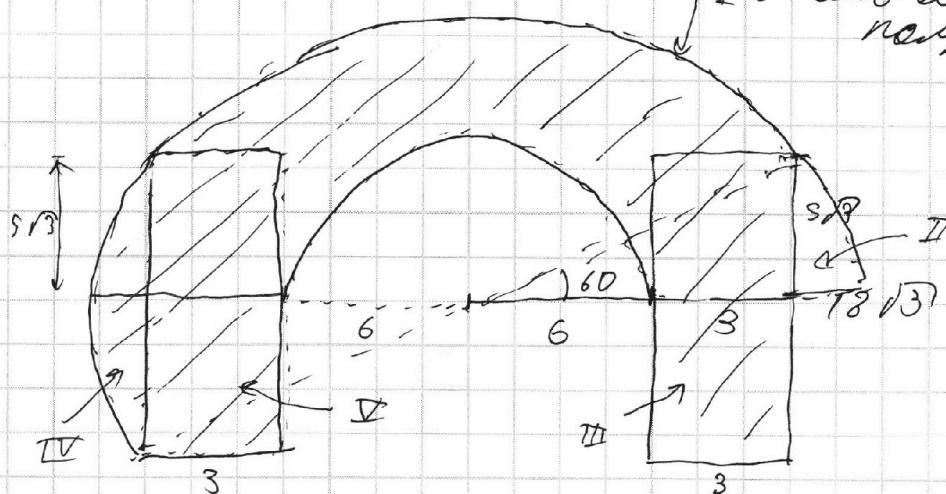


На одной странице можно оформлять только одну задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.

- |                            |                            |                            |                            |                            |                                       |                            |
|----------------------------|----------------------------|----------------------------|----------------------------|----------------------------|---------------------------------------|----------------------------|
| <input type="checkbox"/> 1 | <input type="checkbox"/> 2 | <input type="checkbox"/> 3 | <input type="checkbox"/> 4 | <input type="checkbox"/> 5 | <input checked="" type="checkbox"/> 6 | <input type="checkbox"/> 7 |
|----------------------------|----------------------------|----------------------------|----------------------------|----------------------------|---------------------------------------|----------------------------|

СТРАНИЦА  
3 ИЗ 3

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!



I / всего есть  
получись 1

Установленная область замерихован

$$\begin{aligned}
 S &= S_{\text{IV}} + S_{\text{II}} + S_{\text{III}} + S_{\text{I}} - S_{\text{II}} = (S_{\text{IV}} = S_{\text{II}}) \\
 &= S_{\text{IV}} + S_{\text{III}} + S_{\text{I}} = \frac{1}{2} \pi (18^2 - 6^2) + \\
 &+ 2 \cdot 3 \cdot 9\sqrt{3} = (44\pi + 54\sqrt{3})
 \end{aligned}$$

Ответ:  $44\pi + 54\sqrt{3}$ .

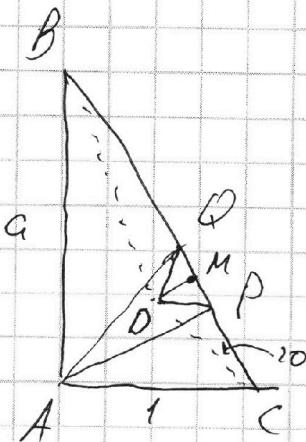


На одной странице можно оформлять только одну задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.

- |                            |                            |                            |                            |                            |                            |                                       |
|----------------------------|----------------------------|----------------------------|----------------------------|----------------------------|----------------------------|---------------------------------------|
| <input type="checkbox"/> 1 | <input type="checkbox"/> 2 | <input type="checkbox"/> 3 | <input type="checkbox"/> 4 | <input type="checkbox"/> 5 | <input type="checkbox"/> 6 | <input checked="" type="checkbox"/> 7 |
|----------------------------|----------------------------|----------------------------|----------------------------|----------------------------|----------------------------|---------------------------------------|

СТРАНИЦА  
1 ИЗ 2

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!



Пусть сторона  $AC = 1$ ,

$$AB = a$$

$$BP = c, CQ = 1, BC = \sqrt{a^2 + 1}$$

$M$  - середина  $PQ$ ,  $\theta$

$$\operatorname{tg} 20^\circ = \frac{QM}{MC} =$$

$$QP = a + 1 - \sqrt{a^2 + 1},$$

$$PC = \sqrt{a^2 + 1} - a, BQ = \sqrt{a^2 + 1} - 1$$

$$\operatorname{tg} 20^\circ = \frac{QM}{MC} = \frac{QP}{2 \cdot (PC + \frac{QP}{2})} = \frac{QP}{2PC + QP} = \frac{a + 1 - \sqrt{a^2 + 1}}{\sqrt{a^2 + 1} - a + 1}$$

$$\sqrt{a^2 + 1} (\operatorname{tg} 20^\circ + 1) = a + 1 + \operatorname{tg} 20^\circ (a - 1)$$

$$(a^2 + 1)(\operatorname{tg} 20^\circ + 1)^2 = ((1 + \operatorname{tg} 20^\circ) a + (1 - \operatorname{tg} 20^\circ))^2$$

$$a^2 (\operatorname{tg} 20^\circ + 1)^2 + (\operatorname{tg} 20^\circ + 1)^2 = a^2 (1 + \operatorname{tg} 20^\circ)^2 + (1 - \operatorname{tg} 20^\circ)^2 + 2(1 - \operatorname{tg} 20^\circ) a$$

$$\operatorname{tg} 20^\circ + 1 = \frac{1}{3\operatorname{tg} 20^\circ + \operatorname{tg}^2 20^\circ} \quad \text{или} \quad \operatorname{tg} 20^\circ + 1 = \frac{2}{2(1 - \operatorname{tg}^2 20^\circ)}$$

$$2(1 - \operatorname{tg}^2 20^\circ) a = 2 \operatorname{tg} 20^\circ$$

$$1 - \operatorname{tg}^2 20^\circ a = 2 \operatorname{tg} 20^\circ$$

$$a = \frac{2 \operatorname{tg} 20^\circ}{1 - \operatorname{tg}^2 20^\circ} = \operatorname{tg}(2 \cdot 20^\circ) = \operatorname{tg} 40^\circ$$

получилось  
 $\operatorname{tg} 2x = \frac{2 \operatorname{tg} x}{1 - \operatorname{tg}^2 x}$

$$a = \operatorname{tg} 40^\circ, a = \operatorname{tg} \angle BCA \text{ по опр}$$

!!

$$\angle C = 40^\circ$$

На одной странице можно оформлять только одну задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.



- |                          |                          |                          |                          |                          |                          |                                     |
|--------------------------|--------------------------|--------------------------|--------------------------|--------------------------|--------------------------|-------------------------------------|
| <input type="checkbox"/> | <input checked="" type="checkbox"/> |
|--------------------------|--------------------------|--------------------------|--------------------------|--------------------------|--------------------------|-------------------------------------|

СТРАНИЦА  
2 ИЗ 2

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

$\angle \beta = 90^\circ - 16^\circ = 50^\circ$

аналогично  $\angle C$ , где ~~25~~

$\angle DBQ :$

$$\begin{aligned} \operatorname{tg} \angle DBQ &= \frac{a+1 - \sqrt{1 + \operatorname{tg}^2 40^\circ}}{\sqrt{a^2 + 1} - 1 + 0} \\ &= \frac{\operatorname{tg} 40^\circ + 1 - \sqrt{1 + \operatorname{tg}^2 40^\circ}}{\sqrt{1 + \operatorname{tg}^2 40^\circ} - 1 + \operatorname{tg} 40^\circ} = \\ &= \frac{\operatorname{tg} 40^\circ + 1 - \frac{1}{\cos 40^\circ}}{\frac{1}{\cos 40^\circ} - 1 + \operatorname{tg} 40^\circ} \quad \text{≡} \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} \operatorname{tg} \angle DBQ &= \frac{\sin 40^\circ + 1 - \cos 40^\circ}{1 - \cos 40^\circ + \sin 40^\circ} \quad \checkmark \\ &\equiv \frac{\sin 40^\circ + (\cos 40^\circ - 1)}{\sin 40^\circ - \cos 40^\circ + 1} = \\ &= \frac{\sqrt{2} \sin 85^\circ - 1}{1 - \sqrt{2} \sin 5^\circ} = \frac{\sin 85^\circ - \sin 45^\circ}{\sin 45^\circ - \sin 5^\circ} = \\ &= \frac{\sin(20) \cos(65)}{\sin 20 \cos(25)} = \frac{\cos 65}{\cos 25} = \frac{\cos 3 \sin 25}{\cos 25} \\ &= \operatorname{tg} 25 \end{aligned}$$

$$\operatorname{tg} \angle DBQ = \operatorname{tg} 25 \Rightarrow \angle DBQ = 25^\circ$$

Ответ:  $25^\circ$

На одной странице можно оформлять **только одну** задачу. Отметьте **крестиком** номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в **решении каждой задачи отдельно**.

- |                            |                            |                            |                            |                            |                            |                                       |
|----------------------------|----------------------------|----------------------------|----------------------------|----------------------------|----------------------------|---------------------------------------|
| <input type="checkbox"/> 1 | <input type="checkbox"/> 2 | <input type="checkbox"/> 3 | <input type="checkbox"/> 4 | <input type="checkbox"/> 5 | <input type="checkbox"/> 6 | <input checked="" type="checkbox"/> 7 |
|----------------------------|----------------------------|----------------------------|----------------------------|----------------------------|----------------------------|---------------------------------------|

СТРАНИЦА  
из

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по **каждой из задач** нумеруются **отдельно**. Порча QR-кода недопустима!

$$B \quad \frac{\sqrt{2} \sin 85^\circ - 1}{\sqrt{2} \sin(-5^\circ) + 1} = \sqrt{7} = \frac{\sqrt{2} \sin 85^\circ - 1}{1 - \sqrt{2} \sin 5^\circ} =$$

$$QP = a + b - \sqrt{a^2 + b^2} = -\frac{\cos 5^\circ - \cos 85^\circ}{\sin 5^\circ - \sin 85^\circ}$$

$$\frac{\operatorname{tg} 20^\circ}{\sin 20^\circ} = \frac{a + b - \sqrt{a^2 + b^2}}{2(a + b)}$$

$$C \quad PC = \sqrt{a^2 + b^2} - a$$

$$CM = \frac{1}{2} \sqrt{a^2 + b^2} + \frac{1}{2} b - \frac{1}{2} a$$

$$\operatorname{tg} 20^\circ = \frac{a + b - \sqrt{a^2 + b^2}}{b - a + \sqrt{a^2 + b^2}}$$

$$A \quad \operatorname{tg} \angle DBC = \frac{DM}{BM} = \frac{a + b - \sqrt{a^2 + b^2}}{2 \left( \frac{1}{2} \sqrt{a^2 + b^2} - \frac{1}{2} b + \frac{1}{2} a \right)} =$$

$$= \frac{a + b - \sqrt{a^2 + b^2}}{\sqrt{a^2 + b^2} - b + a} - \frac{1}{2}(b - a)$$

$$c \operatorname{tg} 20^\circ + c \operatorname{tg} \angle DBC = \frac{2 \sqrt{a^2 + b^2}}{a + b - \sqrt{a^2 + b^2}}$$

$$(b - a) \operatorname{tg} 20^\circ + \operatorname{tg} 20^\circ \sqrt{a^2 + b^2} = a + b - \sqrt{a^2 + b^2}$$

$$\sqrt{a^2 + b^2} = \frac{a + b - \operatorname{tg} 20^\circ \cdot (b - a)}{1 + \operatorname{tg} 20^\circ}$$

$$\operatorname{tg} \angle DBC = \frac{a + b - \frac{a + b + \operatorname{tg} 20^\circ (a - b)}{1 + \operatorname{tg} 20^\circ}}{1 + \operatorname{tg} 20^\circ} =$$

$$\sin \alpha \sin \beta = 2 \sin \frac{\alpha + \beta}{2} \cos \frac{\alpha - \beta}{2} \frac{a + b + \operatorname{tg} 20^\circ (a - b)}{1 + \operatorname{tg} 20^\circ} - b + a = \frac{2 \sin 25 \sin (-20)}{2(a + b)}$$

$$= \frac{(a + b) \operatorname{tg} 20^\circ + (a - b) \operatorname{tg} 20^\circ}{2(a + b) + 2b \operatorname{tg} 20^\circ} =$$

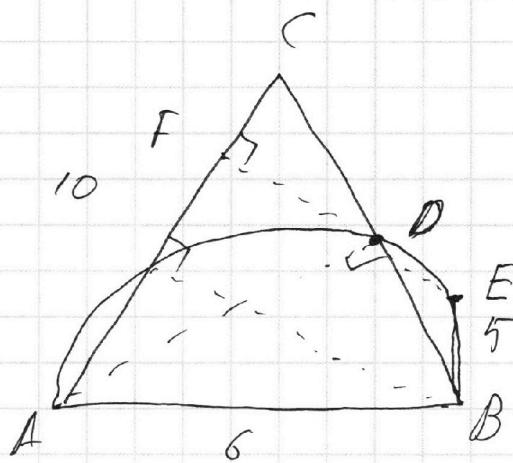


На одной странице можно оформлять **только одну** задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в **решении каждой задачи отдельно**.

- 1  2  3  4  5  6  7

СТРАНИЦА  
\_ из \_

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по **каждой из задач** нумеруются **отдельно**. Порча QR-кода недопустима!



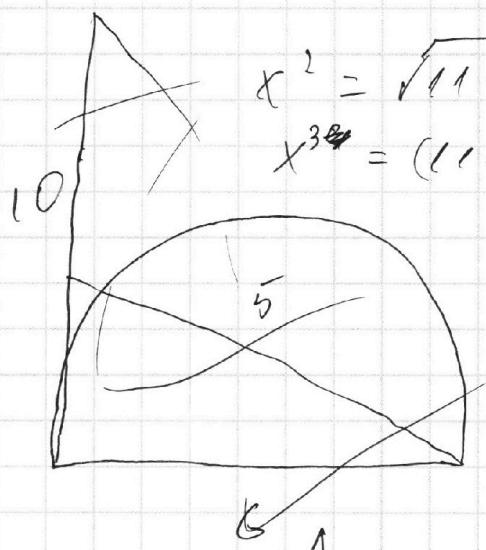
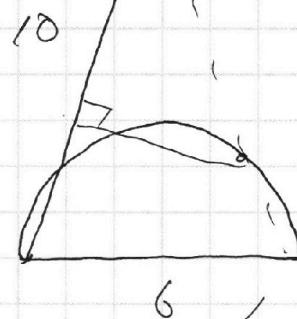
✓ 3

$$FA = x$$

$$FE = \sqrt{11-x^2}$$

$$FD = \sqrt{10x-x^2}$$

$$CD = 100 - 10x$$

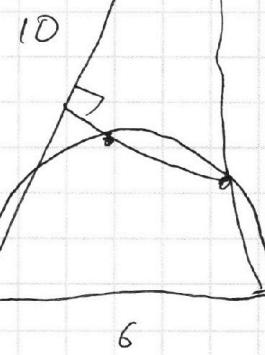


$$x^2 = \sqrt{11-x^2} \cdot \sqrt{10x-x^2}$$

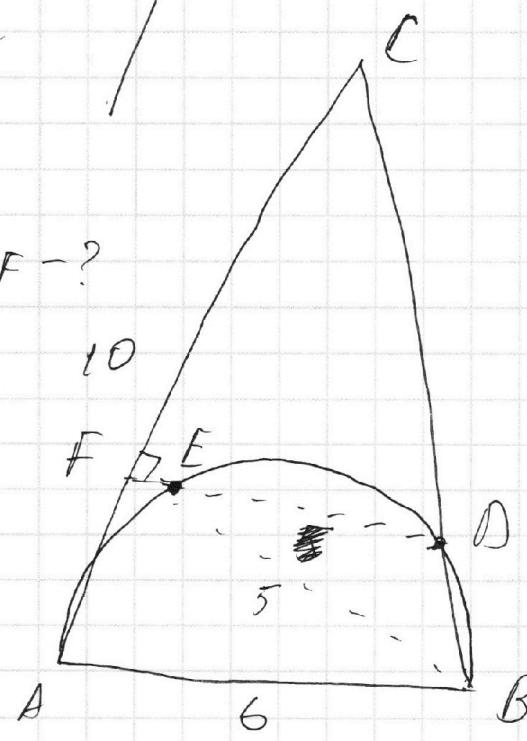
$$x^2 = (11-x^2)(10-x)$$

$$FA \cdot FC = FD^2$$

$$FC \cdot 10 = CD^2$$



$$AF - ?$$





На одной странице можно оформлять только одну задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.

- 1      2      3      4      5      6      7

СТРАНИЦА  
\_\_\_\_\_ из \_\_\_\_\_

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач **нумеруются отдельно**. Порча QR-кода недопустима!

$$\begin{aligned}
 &= \cancel{3G + 820^{\circ}} \\
 &\underline{2G + 520^{\circ}} \\
 &3G + 1520^{\circ} + (1 - \cancel{3G + 520^{\circ}}) \\
 BD^2 &= \frac{(a+b)^2 + q^2 + b^2 - 2(a+b)\sqrt{a^2 + b^2}}{4} + \\
 &+ \frac{a^2 + b^2 + (b-a)^2 - 2(b-a)\sqrt{a^2 + b^2}}{4} = \\
 &+ \frac{4(a^2 + b^2) - 4\sqrt{a^2 + b^2}b}{4} = \\
 &= a^2 + b^2 - \sqrt{a^2 + b^2}b
 \end{aligned}$$

$a^2 + b^2 = \sqrt{a^2 + b^2}^2$   
 $\beta = 1$   
 $B$   
 $tg 20^\circ = \frac{a}{c}$   
 $\sqrt{a^2 + 1} = \frac{a + 1 - tg 20^\circ(1-a)}{1 + tg 20^\circ}$   
 $c^2 + 1 = \frac{(1 - tg 20^\circ + (1 + tg 20^\circ)ac)^2}{(1 + tg 20^\circ)^2}$   
 $(1 + tg 20^\circ)^2 = (1 - tg 20^\circ)^2 +$   
 $+ 2(1 - ts)$   
 $A$