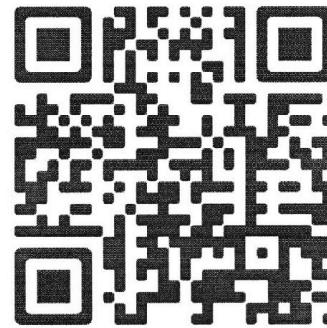


МОСКОВСКИЙ
ФИЗИКО-ТЕХНИЧЕСКИЙ
ИНСТИТУТ

ОЛИМПИАДА "ФИЗТЕХ"
ПО МАТЕМАТИКЕ



10 КЛАСС. Вариант 5

1. [4 балла] Ненулевые числа x, y, z удовлетворяют системе уравнений

$$\begin{cases} xy = 3z + z^2, \\ yz = 3x + x^2, \\ zx = 3y + y^2. \end{cases}$$

Найдите все возможные значения выражения $(x+3)^2 + (y+3)^2 + (z+3)^2$, если известно, что система имеет хотя бы одно решение в ненулевых числах.

2. [2 балла] Десятичная запись натурального числа n состоит из 40 000 девяток. Сколько девяток содержит десятичная запись числа n^3 ?
3. [5 баллов] Окружность ω с диаметром AB пересекает сторону BC остроугольного треугольника ABC в точке D . Точка F выбрана на отрезке AC так, что $DF \perp AC$, а E — точка пересечения отрезка DF с окружностью ω , отличная от D . Найдите AF , если $AC = 10$, $AB = 6$, $BE = 5$.
4. [4 балла] В телегре ведущий берет несколько коробок и ровно в три из них кладет по одному шарику. Игрок может указать на пять коробок и открыть их. Если в этих коробках лежат все три шарика, то игрок выигрывает. Игроку разрешили открыть шесть коробок. Во сколько раз увеличилась вероятность выигрыша игрока?
5. [5 баллов] Найдите все значения параметра a , при которых корни уравнения $x^2 - (a^2 - a)x + a - 5 = 0$ являются пятым и шестым членами некоторой непостоянной арифметической прогрессии, а корни уравнения $4x^2 - (a^3 - a^2)x + 2a^4 + 2a^2 - a^6 - 4 = 0$ являются третьим и восьмым членами этой прогрессии.
6. [5 баллов] На координатной плоскости построена фигура Φ , состоящая из всех точек, координаты $(x; y)$ которых удовлетворяют неравенству $\left|x - \frac{15}{2} + \frac{y}{6\sqrt{3}}\right| + \left|x - \frac{15}{2} - \frac{y}{6\sqrt{3}}\right| \leqslant 3$. Фигуру Φ непрерывно повернули вокруг начала координат на угол π против часовой стрелки. Найдите площадь фигуры, которую замела фигура Φ при этом повороте.
7. [6 баллов] На гипotenузе BC прямоугольного треугольника ABC выбраны точки P и Q так, что $AB = BP$, $AC = CQ$. Внутри треугольника ABC выбрана точка D , для которой $DP = DQ$, а $\angle PDQ = 90^\circ$. Найдите $\angle DBC$, если известно, что $\angle DCB = 20^\circ$.



На одной странице можно оформлять **только одну** задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в **решении каждой задачи отдельно**.

- | | | | | | | |
|---------------------------------------|----------------------------|----------------------------|----------------------------|----------------------------|----------------------------|----------------------------|
| <input checked="" type="checkbox"/> 1 | <input type="checkbox"/> 2 | <input type="checkbox"/> 3 | <input type="checkbox"/> 4 | <input type="checkbox"/> 5 | <input type="checkbox"/> 6 | <input type="checkbox"/> 7 |
|---------------------------------------|----------------------------|----------------------------|----------------------------|----------------------------|----------------------------|----------------------------|

СТРАНИЦА
2 из 2

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач **нумеруются отдельно**. Порча QR-кода недопустима!

№1 продолжение

подставили $y = -(2x+3)$ в первое уравнение

полученной системы: $-x(2x+3) = 3x + x^2 \Rightarrow -2x^2 - 3x = 3x + x^2 \Rightarrow 3x^2 + 6x = 0 \Rightarrow x^2 + 2x = 0 \Rightarrow \begin{cases} x=0 & -\text{нет } \text{условия} \\ x=-2 & \end{cases}$

$$\Rightarrow x = -2 \Rightarrow z = -2 \Rightarrow \text{и } 2x+y+3=0 \quad y = -(2x+3) =$$

$$= -(2 \cdot (-2) + 3) = -(-4 + 3) = -(-1) = 1 \Rightarrow$$

$$(x+3)^2 + (y+3)^2 + (z+3)^2 = 1^2 + 4^2 + 1^2 = 1 + 16 + 1 = 18$$

Решим систему с условием (5):

$$x+y+z = -3 \Rightarrow z = -(x+y+3) \Rightarrow \text{система имеет вид:}$$

$$\begin{cases} xy = (x+y+3)^2 - 3(x+y+3) \\ -y(x+y+3) = 3x + x^2 \\ -x(x+y+3) = 3y + y^2 \end{cases} \quad \begin{cases} xy = x^2 + y^2 + 9 + 2xy + 6y + 6z - 3x - 3y = 9 \\ -xy - y^2 - 3y = 3x + x^2 \\ -xy - x^2 - 3x = 3y + y^2 \end{cases} \quad \begin{matrix} \cancel{\text{уравнение}} \\ \cancel{\text{уравнение}} \end{matrix}$$

$$\begin{matrix} \cancel{\text{уравнение}} \\ -y^2 + x^2 - 3y + 3x = 3x - 3y \end{matrix} \quad \begin{matrix} \cancel{\text{уравнение}} \\ \downarrow \end{matrix}$$

$$\begin{cases} x^2 + y^2 + xy + 6y + 6z - 3x - 3y = 0 \\ x^2 + y^2 + 3x + 3y + xy = 0 \end{cases} \quad \begin{cases} x^2 + y^2 + xy + 3y + 6z - 3x = 0 \\ x^2 + y^2 + xy + 3x + 3y = 0 \end{cases} \quad \begin{matrix} \cancel{\text{уравнение}} \\ \cancel{\text{уравнение}} \end{matrix}$$

$$\begin{matrix} \cancel{\text{уравнение}} \\ 3y + 6z - 3x - 3x - 3y = 0 \Rightarrow \end{matrix} \quad \begin{matrix} \text{вычитаем} \\ \text{из первого} \\ \text{второе} \end{matrix}$$

$$6z - 6x = 0 \Rightarrow x = z - \text{но это условие и}$$

а решая систему с условием и получили

$$x = -2, z = -2, y = 1 \quad \text{и} \quad (x+3)^2 + (y+3)^2 + (z+3)^2 = 18$$

\Rightarrow если такие x, y, z действительно являются решениями исходной системы, то $(x+3)^2 + (y+3)^2 + (z+3)^2 = 18$ является единственным решением.

$$\begin{cases} -2 = -6 + 4 \\ -2 = -6 + 4 \\ +4 = 3 + 1 \end{cases} \quad \text{Подставили}$$

и получили истину

Ответ: 18

На одной странице можно оформлять **только одну** задачу. Отметьте **крестиком** номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в **решении каждой задачи отдельно**.



- | | | | | | | |
|-------------------------------------|--------------------------|--------------------------|--------------------------|--------------------------|--------------------------|--------------------------|
| 1 | 2 | 3 | 4 | 5 | 6 | 7 |
| <input checked="" type="checkbox"/> | <input type="checkbox"/> |

СТРАНИЦА
1 ИЗ 2

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по **каждой из задач** нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

N1 $x \neq 0 \ y \neq 0 \ z \neq 0$ (1)-(2) *вычитаем из* (1) (2)

$$\begin{cases} xy = 3z + z^2 & (1) \\ yz = 3x + x^2 & (2) \\ xz = 3y + y^2 & (3) \end{cases}$$

$$xy - yz = 3z - 3x + z^2 - x^2$$

$$y(x-z) = 3(z-x) + (z-x)(z+x)$$

$$y(x-z) = (z-x)(3+x+z)$$

$$y(x-z) + (x-z)(3+x+z) = 0$$

$$(x-z)(x+y+z+3) = 0 \Rightarrow$$

$$\begin{cases} x \neq z & (4) \\ x+y+z+3=0 & (5) \end{cases}$$

Решаем систему с условием (4)

$$\begin{cases} xy = 3x + x^2 \\ yx = 3x + x^2 \\ x^2 = 3y + y^2 \end{cases}$$

одинаковые

$$\begin{cases} xy = 3x + x^2 & (6) \\ x^2 = 3y + y^2 & (7) \end{cases}$$

вычитаем из (6) (7);

$$xy - x^2 = 3(x-y) + (x-y)(x+y) \Rightarrow x(y-x) = (x-y)(x+y+3)$$

$$x(y-x) + (y-x)(x+y+3) = 0 \Rightarrow (y-x)(2x+y+3) = 0 \Rightarrow$$

$$\begin{cases} y=x & (8) \\ 2x+y+3=0 & (9) \end{cases}$$

Решаем систему с условием (8) и (9)

$$x=y=z \Rightarrow \text{из первого (1)} \quad x^2 = 3x + x^2 \Rightarrow 3x = 0 \Rightarrow x=0$$

с условием (9) и (4)

- либо с $x \neq 0$

$$\begin{cases} 2x+y+3=0 \\ x=z \end{cases}$$

или эти условия

из полученного уравнения этой системы

$$y = -2x - 3 = -(2x+3)$$

$$\begin{cases} xy = 3x + x^2 \\ yx = 3x + x^2 \\ x^2 = 3y + y^2 \\ x=z \end{cases}$$

одинаковые

$$2x+y+3=0$$



На одной странице можно оформлять **только одну** задачу. Отметьте **крестиком** номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в **решении каждой задачи отдельно**.

- | | | | | | | |
|--------------------------|-------------------------------------|--------------------------|--------------------------|--------------------------|--------------------------|--------------------------|
| 1 | 2 | 3 | 4 | 5 | 6 | 7 |
| <input type="checkbox"/> | <input checked="" type="checkbox"/> | <input type="checkbox"/> |

СТРАНИЦА
1 ИЗ 1

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. **Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно.** Порча QR-кода недопустима!

n2

$$n = \frac{99}{40000} - 9$$

Рассмотрим упоминание "в столице"

$$\begin{array}{r}
 \cancel{N^2} : \\
 \cancel{} \times \cancel{999\ldots 999} \\
 \cancel{999\ldots 999} \\
 \hline
 \cancel{8999\ldots 991} \\
 \cancel{89999\ldots 91} \\
 \cancel{899999\ldots 1} \\
 \hline
 \cancel{89\ldots 991} \\
 \hline
 1001
 \end{array}$$

$$\text{Заменим, что } n = \underbrace{99\dots9}_{40000} = 10^{40000} - 1$$

$$n^3 = (10^{400000} - 1)^3 = 10^{120000} - 3 \cdot 10^{80000} + 3 \cdot 10^{40000} - 1 =$$

no формулe чуба получаем

$$10^{120000} - 3 \cdot 10^{80000} = \underline{100\ldots 0}_{120000} - \underline{3000\ldots 0}_{80000} = \underline{99\ldots 97000\ldots 0}_{39998 \quad 80000}$$

и винчестер "столбиком" не подходит 80000 останется
один, получается что с 119999 разрядами,
первые 39998 - "9", а все остальные "7" и всего
80000 чисел.

$$\frac{999..97000..0}{39998} \cdot \frac{80000}{40000} + 3 \cdot 10^{40000} = \frac{99..9700..0}{39998} \cdot \frac{3000..0}{39999} \cdot \frac{40000..0}{40000}$$

$$+ \frac{99\ldots 9700000}{30\ldots 000}$$

$$\begin{array}{r} \underline{99} \quad \underline{9700} \quad \underline{0300} \quad 0 \\ 39998 \quad 39999 \quad 40000 \end{array}$$

$$n^3 = \underbrace{999 \dots 9}_{39998} \underbrace{7000 \dots 0}_{39999} \underbrace{3000 \dots 0}_{40000}$$

$$\begin{array}{r} \underline{99\ldots 9700\ldots 0299\ldots 5} \\ \underline{399998} \qquad \qquad \qquad 400000 \end{array}$$

Уточнение 39998 + 40000

$$= 79998$$

October: 79998

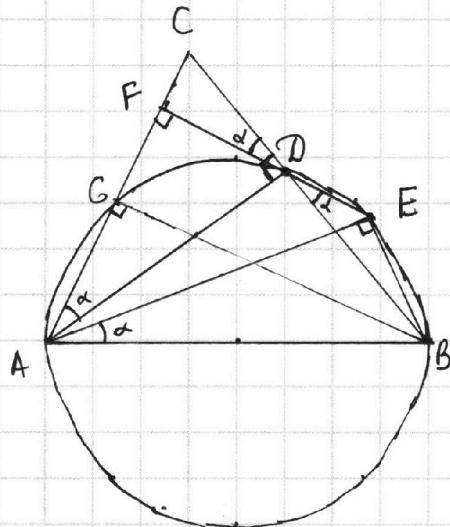


На одной странице можно оформлять **только одну** задачу. Отметьте **крестиком** номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в **решении каждой задачи отдельно**.

 1 2 3 4 5 6 7СТРАНИЦА
1 ИЗ 1

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

№3



$$\text{Решение: } \angle B = \angle F \quad \text{по}$$

$$\sin \alpha = \frac{BE}{AB}$$

$$\cos \alpha = \frac{AF}{AD}$$

$$\sin \alpha = \frac{5}{6}$$

$$\cos \alpha = \frac{AD}{10}$$

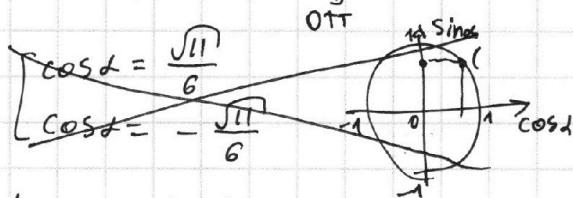
Решение: пусть $\odot O$ пересекает AC в точке G . Из AB -диаметр \odot следует $\angle AGB = \angle ADB = \angle AEB = 90^\circ \Rightarrow \angle ADC = 90^\circ$ т.к.

BC - прямая, но т. O симметрична $\triangle AFD$ относительно AD , то $\angle FAD = \alpha$, то т.к. по условию $FD \perp AC$, то $\angle FDA = 90^\circ - \alpha \Rightarrow \angle FDC = \alpha$ и $\angle ADC = 90^\circ \Rightarrow \angle BDE = \angle FDC = \alpha$ (вертикальные)

$$\text{б) в } \frac{1}{2} \angle BE = \angle BDE = \angle EAB = \alpha \Rightarrow \sin \alpha = \frac{BE}{AB} = \frac{5}{6} \text{ в } \triangle AEB$$

$$\text{из } \triangle AFD \sim \triangle ACD: \cos \alpha = \frac{AD}{AC} = \frac{AD}{10} \Rightarrow AD = 10 \cdot \cos \alpha \quad (1)$$

$$\sin \alpha = \frac{5}{6} \Rightarrow \cos^2 \alpha = 1 - \sin^2 \alpha = 1 - \frac{25}{36} = \frac{11}{36} \Rightarrow \cos^2 \alpha = \frac{11}{36}$$



$$\cos^2 \alpha = \frac{11}{36}$$

$$\text{из } \triangle AFD: \cos \alpha = \frac{AF}{AD} \Rightarrow AF = AD \cdot \cos \alpha = 10 \cdot \cos \alpha \cdot \cos \alpha = 10 \cos^2 \alpha = 10 \cdot \frac{11}{36} = 5 \cdot \frac{11}{18} = \frac{55}{18}$$

$$\text{Ответ: } \frac{55}{18}$$



На одной странице можно оформлять **только одну** задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.

- | | | | | | | |
|--------------------------|--------------------------|--------------------------|-------------------------------------|--------------------------|--------------------------|--------------------------|
| 1 | 2 | 3 | 4 | 5 | 6 | 7 |
| <input type="checkbox"/> | <input type="checkbox"/> | <input type="checkbox"/> | <input checked="" type="checkbox"/> | <input type="checkbox"/> | <input type="checkbox"/> | <input type="checkbox"/> |

СТРАНИЦА
1 из 2

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

№ 4

$$\overset{\circ}{\circ} \underset{n}{\circ} \circ \circ \cdot \cdot \circ$$

Пусть всего n городов:

Рассмотрим вероятность что выпадет в первом случае: Игрок выпадает тогда и только тогда когда ~~число~~ равно 3 из 5 городов содержит машины, остальные 2 нет. То есть при выпадении ~~числа~~ 3 городов с машинами должно быть однозначно, а из оставшихся $n-3$ городов можно выбрать любые две, то можно сделать ровно C_{n-3}^2 способами.

Всего исходов - выбрать 5 из n из

городов - ровно C_n^5

Рассмотрим вероятность выпадения во втором случае: Аналогично ровно 3 из 6 городов с машинами берутся однозначно, и оставшиеся 3 из $n-3$ выпадают произвольно.

Итого благоприятных исходов C_{n-3}^3 , всего

анalogично C_n^6 , итого в 1 случае вероятно

$$P_1 = \frac{C_{n-3}^2}{C_n^5}, \text{ но } 2: P_2 = \frac{C_{n-3}^3}{C_n^6}$$

$$\text{Найдем найти } \frac{P_2}{P_1} = \frac{C_{n-3}^3}{C_n^6} \cdot \frac{C_n^5}{C_{n-3}^2} = \frac{C_{n-3}^3}{C_{n-3}^2} \cdot \frac{C_n^5}{C_n^6} =$$

$$C_{n-3}^3 = \frac{(n-3)(n-4)(n-5)}{6} \quad (3! = 6) \quad \text{По св-ву числа сочетаний можно записать:}$$

$$C_{n-3}^2 = \frac{(n-3)(n-4)}{2} \quad C_n^5 = \frac{n(n-1)(n-2)(n-3)(n-4)}{5!}$$

$$C_n^6 = \frac{n(n-1)(n-2)(n-3)(n-4)(n-5)}{6!}$$



На одной странице можно оформлять **только одну** задачу. Отметьте **крестиком** номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении **каждой задачи отдельно**.

- | | | | | | | |
|----------------------------|----------------------------|----------------------------|---------------------------------------|----------------------------|----------------------------|----------------------------|
| <input type="checkbox"/> 1 | <input type="checkbox"/> 2 | <input type="checkbox"/> 3 | <input checked="" type="checkbox"/> 4 | <input type="checkbox"/> 5 | <input type="checkbox"/> 6 | <input type="checkbox"/> 7 |
|----------------------------|----------------------------|----------------------------|---------------------------------------|----------------------------|----------------------------|----------------------------|

СТРАНИЦА
2 ИЗ 2

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач **нумеруются отдельно**. Порча QR-кода недопустима!

$$\begin{aligned} \text{нч про делим } : & \text{ подставляем: } \\ \left\{ \begin{array}{l} P_2 = \frac{(n-3)(n-4)(n-5)}{6!} \\ P_1 = \frac{(n-3)(n-4)}{6!} \end{array} \right. & \cdot \frac{\cancel{n(n-1)(n-2)(n-3)(n-4)}}{\cancel{n(n-1)(n-2)(n-3)(n-4)(n-5)}} = \frac{n-5}{3} \cdot \frac{6}{n-5} = \frac{6}{3} = 2 \end{aligned}$$

! Заметим, что в процессе сокращения дробей мы делим на $n-3, n-4, n-5, n-2, n-1, n$, значит $n \neq 0, n \neq 1, n \neq 2, n \neq 3, n \neq 4, n \neq 5$ — делительно, также во втором случае могут не могли выбирать в нюансах, значит $n \geq 6$

Ответ: 2



На одной странице можно оформлять только одну задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.

- | | | | | | | |
|----------------------------|----------------------------|----------------------------|----------------------------|---------------------------------------|----------------------------|----------------------------|
| <input type="checkbox"/> 1 | <input type="checkbox"/> 2 | <input type="checkbox"/> 3 | <input type="checkbox"/> 4 | <input checked="" type="checkbox"/> 5 | <input type="checkbox"/> 6 | <input type="checkbox"/> 7 |
|----------------------------|----------------------------|----------------------------|----------------------------|---------------------------------------|----------------------------|----------------------------|

СТРАНИЦА
4 ИЗ 6

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

№5 продолжение:

Возможных перестановок трех различных \rightarrow

$a=0$ не подходит \Rightarrow проверим $a=4$

Первое уравнение: $x^2 - 12x - 1 = 0$

Второе уравнение: $4x^2 - 48x + 2 \cdot 4^4 + 2 \cdot 4^2 - 4^6 - 4 = 0 \Leftrightarrow$

$$4x^2 - 12x + 2 \cdot 4^3 + 2 \cdot 4 - 4^5 - 1 = 0 \Leftrightarrow$$

$$x^2 - 12x - 889 = 0$$

Первое уравнение:

$$D = 144 + 4 = 148 \Rightarrow \begin{cases} x = \frac{12 + \sqrt{148}}{2} \\ x = \frac{12 - \sqrt{148}}{2} \end{cases}$$

$$\text{Пусть } x_1 = \frac{12 + \sqrt{148}}{2}, x_2 = \frac{12 - \sqrt{148}}{2} \Rightarrow \text{у (0):}$$

$$\begin{cases} \frac{12 + \sqrt{148}}{2} = 6 + 4d \\ \frac{12 - \sqrt{148}}{2} = 6 + 5d \end{cases} \Rightarrow \text{Вычитая из первого второе:}$$

$$\frac{(12 + \sqrt{148}) - (12 - \sqrt{148})}{2} = -d \Rightarrow$$

$$d = -\sqrt{148}, \text{ но давай}$$

В первое уравнение получаем

$$\frac{12 + \sqrt{148}}{2} = 6 - 4\sqrt{148} \Rightarrow 2(6 - 4\sqrt{148}) = 12 + \sqrt{148} \Rightarrow$$

$$2(6 - 4\sqrt{148}) + 12 \Rightarrow 6 = \frac{9\sqrt{148}}{2} + 6$$

$$d = -\sqrt{148}$$

$$\text{Если же } x_1 = \frac{12 - \sqrt{148}}{2}, x_2 = \frac{12 + \sqrt{148}}{2} \Rightarrow \text{у (0):}$$

$$\frac{12 - \sqrt{148}}{2} = 6 + 4d$$

$$\frac{12 + \sqrt{148}}{2} = 6 + 5d \Rightarrow$$

$$\text{Вычитая из первого второе:}$$

$$\frac{(12 - \sqrt{148}) - (12 + \sqrt{148})}{2} = -d \Rightarrow d = \sqrt{148}$$

Но давай

в первом уравнении получаем:

На одной странице можно оформлять только одну задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.



- | | | | | | | |
|--------------------------|--------------------------|--------------------------|--------------------------|-------------------------------------|--------------------------|--------------------------|
| 1 | 2 | 3 | 4 | 5 | 6 | 7 |
| <input type="checkbox"/> | <input type="checkbox"/> | <input type="checkbox"/> | <input type="checkbox"/> | <input checked="" type="checkbox"/> | <input type="checkbox"/> | <input type="checkbox"/> |

СТРАНИЦА
3 ИЗ 6

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

N5 *решение:*

при $a=1$ все прогрессии получились
равнотики при всех возможных

перестановках первей $\Rightarrow a=1$ не подходит:

Проверим арифм $a=0$:

Первое уравнение: $x^2 - 5 = 0 \Rightarrow \begin{cases} x = \sqrt{5} \\ x = -\sqrt{5} \end{cases}$

Второе уравнение: $4x^2 - 4 = 0 \Rightarrow x^2 - 1 = 0 \Rightarrow \begin{cases} x = 1 \\ x = -1 \end{cases}$

Пусть $x_1 = \sqrt{5}$, $x_2 = -\sqrt{5} \Rightarrow$ из (1):

$$\begin{cases} \sqrt{5} = b + 4d \\ -\sqrt{5} = b + 5d \end{cases} \Rightarrow \begin{array}{l} \text{вычитая из первого ур-ия} \\ \text{второе } 2\sqrt{5} = -d, \text{ подставляя} \\ \text{в первое } \sqrt{5} = b - 8\sqrt{5} \Rightarrow b = 9\sqrt{5} \\ d = -2\sqrt{5} \end{array}$$

Пусть $x_2 = -\sqrt{5}$, $x_1 = \sqrt{5} \Rightarrow$ из (2):

$$\begin{cases} -\sqrt{5} = b + 4d \\ \sqrt{5} = b + 5d \end{cases} \Rightarrow \begin{array}{l} \text{вычитая из первого второе} \\ -2\sqrt{5} = -d \Rightarrow d = 2\sqrt{5} \Rightarrow \text{подставляя} \\ \text{в первое: } -\sqrt{5} = b + 8\sqrt{5} \Rightarrow b = -9\sqrt{5} \end{array}$$

Пусть $x_3 = 1$, ~~$x_4 = -1$~~ $x_4 = -1 \Rightarrow$ из (1): $d = 2\sqrt{5}$

$$\begin{cases} 1 = b + 2d \\ -1 = b + 7d \end{cases} \Rightarrow \begin{array}{l} \text{вычитая из первого второе:} \\ 2 = -5d \Rightarrow d = -\frac{2}{5} \Rightarrow \text{подставляя} \\ \text{в первое: } 1 = b - \frac{4}{5} \Rightarrow b = \frac{5}{5} + \frac{4}{5} = \frac{9}{5} \\ d = -\frac{2}{5} \end{array}$$

Пусть $x_3 = -1$, $x_4 = 1 \Rightarrow$ из (2):

$$\begin{cases} -1 = b + 2d \\ 1 = b + 7d \end{cases} \Rightarrow \begin{array}{l} \text{вычитая из первого второе:} \\ -2 = -5d \Rightarrow d = \frac{2}{5} \Rightarrow \text{подставляя} \\ \text{в первое: } -1 = b + \frac{4}{5} \Rightarrow b = \frac{1}{5} \end{array}$$

При $a=0$ можно ли все прогрессии при всех



На одной странице можно оформлять **только одну** задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.

- | | | | | | | |
|----------------------------|----------------------------|----------------------------|----------------------------|---------------------------------------|----------------------------|----------------------------|
| <input type="checkbox"/> 1 | <input type="checkbox"/> 2 | <input type="checkbox"/> 3 | <input type="checkbox"/> 4 | <input checked="" type="checkbox"/> 5 | <input type="checkbox"/> 6 | <input type="checkbox"/> 7 |
|----------------------------|----------------------------|----------------------------|----------------------------|---------------------------------------|----------------------------|----------------------------|

СТРАНИЦА
2 ИЗ 6

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

№5 продолжение:

из (0): Пусть $x_1 = 2, x_2 = -2$

$$\text{тогда } \begin{cases} 2 = b + 4d \\ -2 = b + 5d \end{cases} \Rightarrow \text{вычитая из первого второе:}$$

$$\cancel{2 = b + 4d} - \cancel{-2 = b + 5d} \Rightarrow 2 + 2 = -d \Rightarrow d = -4 \Rightarrow \text{подстав. в первое:}$$

$$2 = b - 16 \Rightarrow b = 18$$

Рассмотрим второе уравнение:

$$4x^2 + 2 + 2 - 1 - 4 = 0 \Rightarrow 4x^2 - 1 = 0 \Rightarrow (2x-1)(2x+1) = 0 \Rightarrow$$

$$\begin{cases} x = \frac{1}{2} \\ x = -\frac{1}{2} \end{cases} \text{ Пусть } x_3 = \frac{1}{2}, x_4 = -\frac{1}{2}, \text{ тогда из (1):}$$

$$\begin{cases} \frac{1}{2} = b + 2d \\ -\frac{1}{2} = b + 7d \end{cases} \Rightarrow \text{вычитая из первого второе:}$$

$$1 = -5d \Rightarrow d = -\frac{1}{5} \Rightarrow \frac{1}{2} = b - \frac{2}{5}$$

$$\Rightarrow \frac{1}{2} + \frac{2}{5} = b \Rightarrow \frac{5}{10} + \frac{4}{10} = b = \frac{9}{10}$$

первое уравнение

Если же $x_1 = -2, x_2 = 2$, то из (0):

$$\begin{cases} -2 = b + 4d \\ 2 = b + 5d \end{cases} \Rightarrow \text{вычитая из первого второе:}$$

$$-4 = -d \Rightarrow d = 4 \Rightarrow \text{из первого уравнения}$$

$$-2 = b + 16 \Rightarrow b = 18$$

Суммируем из (1):

$$\begin{cases} -\frac{1}{2} = b + 2d \\ \frac{1}{2} = b + 7d \end{cases} \Rightarrow \text{вычитая из первого второе получаем:}$$

$$-\frac{1}{2} - \frac{1}{2} = -5d \Rightarrow -1 = -5d \Rightarrow d = \frac{1}{5} \Rightarrow$$

$$\Rightarrow \text{из первого уравнения}$$

$$-\frac{1}{2} = b + \frac{2}{5} \Rightarrow b = \frac{1}{2} + \frac{2}{5} = \frac{9}{10}$$

Заметим, что при $a=1$ все прогрессии



На одной странице можно оформлять **только одну** задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.

- | | | | | | | |
|----------------------------|----------------------------|----------------------------|----------------------------|---------------------------------------|----------------------------|----------------------------|
| <input type="checkbox"/> 1 | <input type="checkbox"/> 2 | <input type="checkbox"/> 3 | <input type="checkbox"/> 4 | <input checked="" type="checkbox"/> 5 | <input type="checkbox"/> 6 | <input type="checkbox"/> 7 |
|----------------------------|----------------------------|----------------------------|----------------------------|---------------------------------------|----------------------------|----------------------------|

СТРАНИЦА
1 из 6

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

N5

$$x^2 - (a^2 - a)x + a - 5 = 0$$

Пусть x_1, x_2 — корни этого уравнения.

Необходимо и достаточно условия того, что x_1 и x_2 являются 5-м и 6-м членами некоторой арифметической прогрессии, то есть, что существуют числовые b и d , такие, что

$$(0) \begin{cases} x_1 = b + 4d \\ x_2 = b + 5d \end{cases} \text{ но } \left\{ \begin{array}{l} x_1 x_2 = a - 5 \\ x_1 + x_2 = a^2 - a \end{array} \right.$$

$$4x^2 - (a^2 - a^2)x + 2a^4 + 2a^2 - a^6 - 4 = 0$$

Пусть x_3, x_4 — корни этого уравнения.

Необходимо и... — (II) — (аналогично)

$$(1) \begin{cases} x_3 = b + 2d \\ x_4 = b + 7d \end{cases} \text{ но } \left\{ \begin{array}{l} x_3 x_4 = \frac{2a^4 + 2a^2 - a^6 - 4}{4} \\ x_3 + x_4 = \frac{a^3 - a^2}{4} \end{array} \right.$$

$$\Rightarrow \begin{cases} (b+4d)(b+5d) = a-5 & (1) \\ 2b+9d = a^2-a & (2) \\ (b+2d)(b+7d) = \frac{2a^4 + 2a^2 - a^6 - 4}{4} & (3) \\ 2b+9d = \frac{a^3 - a^2}{4} & (4) \end{cases}$$

Рассмотрим уравнение (2) и (4)

$$\begin{cases} 2b+9d = a^2-a \\ 2b+9d = \frac{a^3 - a^2}{4} \end{cases} \Rightarrow \cancel{2b+9d} \quad a^2 - a = \frac{a^3 - a^2}{4} \Rightarrow 4(a^2 - a) = a^3 - a^2 \Rightarrow$$

$$\Rightarrow 4a(a-1) = a^2(a-1) \Rightarrow a^2(a-1) - 4a(a-1) = (a-1)(a^2 - 4a) = 0$$

$$\Rightarrow \begin{cases} a=1 \\ a=0 \\ a=4 \end{cases} \quad \begin{matrix} (5) \\ \cancel{(6)} \\ (7) \end{matrix}$$

Проверим случай $a=1$:
решаем 1-е уравнение:

$$x^2 - (1^2 - 1)x + 1 - 5 = 0 \Rightarrow$$

$$x^2 - 4 = 0 \Rightarrow \begin{cases} x=2 \\ x=-2 \end{cases} \quad \text{не подходит}$$

Рассмотрим case

одинакости $x_1 = 2$ и $x_2 = -2$, тогда из (0) !



На одной странице можно оформлять **только одну** задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.

- | | | | | | | |
|---|---|---|---|---|---|---|
| 1 | 2 | 3 | 4 | 5 | 6 | 7 |
|---|---|---|---|---|---|---|

СТРАНИЦА
6 ИЗ 6

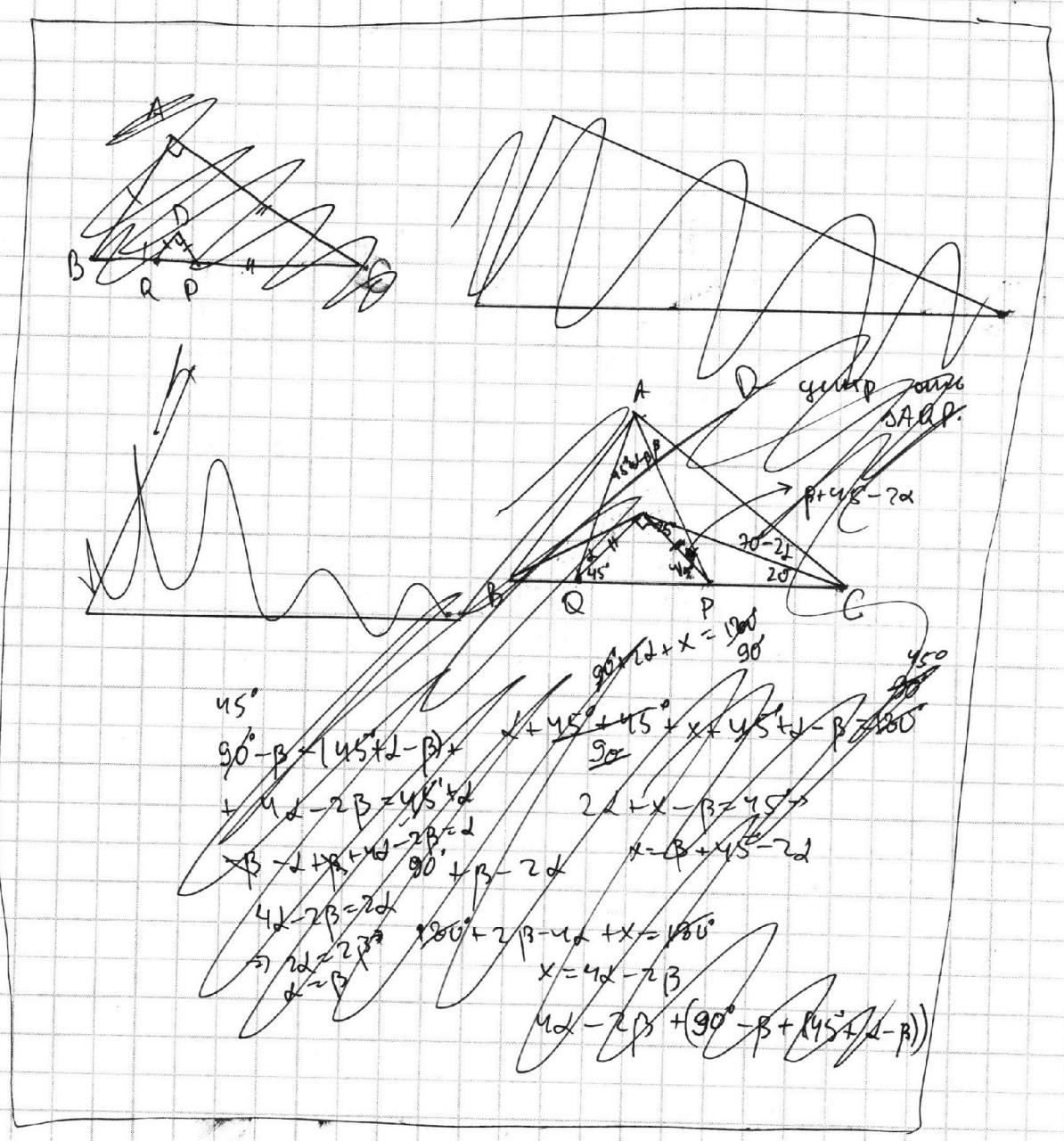
Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

✓5 *oprogaster*:

работаются под о, под ү, под ң и

(2) и (4), то а, убрав творческие условия задачи не сужает:

Qteeet: wet tank a





На одной странице можно оформлять только одну задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.

- | | | | | | | |
|----------------------------|----------------------------|----------------------------|----------------------------|---------------------------------------|----------------------------|----------------------------|
| <input type="checkbox"/> 1 | <input type="checkbox"/> 2 | <input type="checkbox"/> 3 | <input type="checkbox"/> 4 | <input checked="" type="checkbox"/> 5 | <input type="checkbox"/> 6 | <input type="checkbox"/> 7 |
|----------------------------|----------------------------|----------------------------|----------------------------|---------------------------------------|----------------------------|----------------------------|

СТРАНИЦА
5 ИЗ 6

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

№5 продолжение:

$$\frac{12 - \sqrt{148}}{2} = b + 4\sqrt{148} \Rightarrow 2b + 8\sqrt{148} = 12 - \sqrt{148} \Rightarrow$$

$$\Rightarrow 2b = -9\sqrt{148} + 12 \Rightarrow b = -\frac{9}{2}\sqrt{148} + 6$$

Пусть x_3 второе уравнение: $x^2 - 12x - 889 = 0$

$$D = 144 + 4 \cdot 889 = 5 \cdot 5 \cdot 37 \Rightarrow \begin{cases} x = \frac{12 + 5\sqrt{37}}{2} \\ x = \frac{12 - 5\sqrt{37}}{2} \end{cases}$$

Пусть $x_3 = \frac{12 + 5\sqrt{37}}{2}$, $x_4 = \frac{12 - 5\sqrt{37}}{2}$, тут ~~так~~ (□):

$$\begin{cases} b + 2d = \frac{12 + 5\sqrt{37}}{2} \\ b + 7d = \frac{12 - 5\sqrt{37}}{2} \end{cases} \Rightarrow \text{вычитая из первого второе: } -5d = \frac{12 + 5\sqrt{37} - 12 + 5\sqrt{37}}{2} = 5\sqrt{37} \Rightarrow d = -\sqrt{37} \Rightarrow \text{подставляем}$$

б) первое

$$b - 2\sqrt{37} = \frac{12 + 5\sqrt{37}}{2} \Rightarrow 2b - 4\sqrt{37} = 12 + 5\sqrt{37} \Rightarrow$$

$$2b = 9\sqrt{37} + 12 \Rightarrow b = \frac{9}{2}\sqrt{37} + 6$$

$$d = -\sqrt{37}$$

Если же $x_4 = \frac{12 + 5\sqrt{37}}{2}$, $x_3 = \frac{12 - 5\sqrt{37}}{2}$, то

$$\begin{cases} b + 2d = \frac{12 - 5\sqrt{37}}{2} \\ b + 7d = \frac{12 + 5\sqrt{37}}{2} \end{cases} \Rightarrow \text{вычитая из первого второе } -5d = \frac{12 - 5\sqrt{37} - 12 - 5\sqrt{37}}{2} \Rightarrow d = \sqrt{37}$$

$$\Rightarrow b + 2\sqrt{37} = \frac{12 - 5\sqrt{37}}{2} \Rightarrow 2b + 4\sqrt{37} = 12 - 5\sqrt{37} \Rightarrow$$

$b = b - \frac{9}{2}\sqrt{37}$, при $a=4$ ситуация аналогичная $a=0$ и $a=1 \Rightarrow$ и $a=0$, и $a=1$, и $a=4$ не подходит так a может

На одной странице можно оформлять только одну задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.



- 1 2 3 4 5 6 7

СТРАНИЦА
1 ИЗ 4

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

N6

$$\left| x - \frac{15}{2} + \frac{y}{6\sqrt{3}} \right| + \left| x - \frac{15}{2} - \frac{y}{6\sqrt{3}} \right| \leq 3$$

$$1) \begin{cases} x - \frac{15}{2} + \frac{y}{6\sqrt{3}} \geq 0 \\ x - \frac{15}{2} - \frac{y}{6\sqrt{3}} \geq 0 \\ 2x - 15 \leq 3 \end{cases} \quad \begin{cases} \frac{y}{6\sqrt{3}} \geq \frac{15}{2} - x \\ \frac{y}{6\sqrt{3}} \leq x - \frac{15}{2} \\ 2x \leq 18 \end{cases} \quad \begin{cases} y \geq \frac{15}{2} \cdot 6\sqrt{3} - x \cdot 6\sqrt{3} \\ y \leq x \cdot 6\sqrt{3} - \frac{15}{2} \cdot 6\sqrt{3} \\ x \leq 9 \end{cases}$$

$$\begin{cases} y \geq 45\sqrt{3} - 6x\sqrt{3} \\ y \leq 6x\sqrt{3} - 45\sqrt{3} \\ x \leq 9 \end{cases}$$

$$2) \begin{cases} x - \frac{15}{2} + \frac{y}{6\sqrt{3}} \geq 0 \\ x - \frac{15}{2} - \frac{y}{6\sqrt{3}} \leq 0 \\ \frac{y}{3\sqrt{3}} \leq 3 \end{cases} \quad \begin{cases} \frac{y}{6\sqrt{3}} \geq \frac{15}{2} - x \\ \frac{y}{6\sqrt{3}} \geq x - \frac{15}{2} \\ y \leq 9\sqrt{3} \end{cases} \quad \begin{cases} y \geq 45\sqrt{3} - 6x\sqrt{3} \\ y \geq 6x\sqrt{3} - 45\sqrt{3} \\ y \leq 9\sqrt{3} \end{cases}$$

$$3) \begin{cases} x - \frac{15}{2} + \frac{y}{6\sqrt{3}} \leq 0 \\ x - \frac{15}{2} - \frac{y}{6\sqrt{3}} \leq 0 \\ -2x + 15 \leq 3 \end{cases} \quad \begin{cases} \frac{y}{6\sqrt{3}} \leq \frac{15}{2} - x \\ y \geq 6x\sqrt{3} - 45\sqrt{3} \\ -2x \leq -12 \end{cases} \quad \begin{cases} y \leq 45\sqrt{3} - 6x\sqrt{3} \\ y \geq 6x\sqrt{3} - 45\sqrt{3} \\ x \geq 6 \end{cases}$$

$$4) \begin{cases} x - \frac{15}{2} + \frac{y}{6\sqrt{3}} < 0 \\ x - \frac{15}{2} - \frac{y}{6\sqrt{3}} \geq 0 \\ -\frac{2y}{3\sqrt{3}} \leq 3 \end{cases} \quad \begin{cases} y < 45\sqrt{3} - 6x\sqrt{3} \\ y \leq 6x\sqrt{3} - 45\sqrt{3} \\ y \geq -9\sqrt{3} \end{cases}$$

Построим графики фигур 1:



На одной странице можно оформлять только одну задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.

 1 2 3 4 5 6 7

СТРАНИЦА
3 из 4

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

$$2) \begin{cases} y \leq 9\sqrt{3} \\ 6x + 5y = 45\sqrt{3} \end{cases}$$

1) $y \geq 0$:

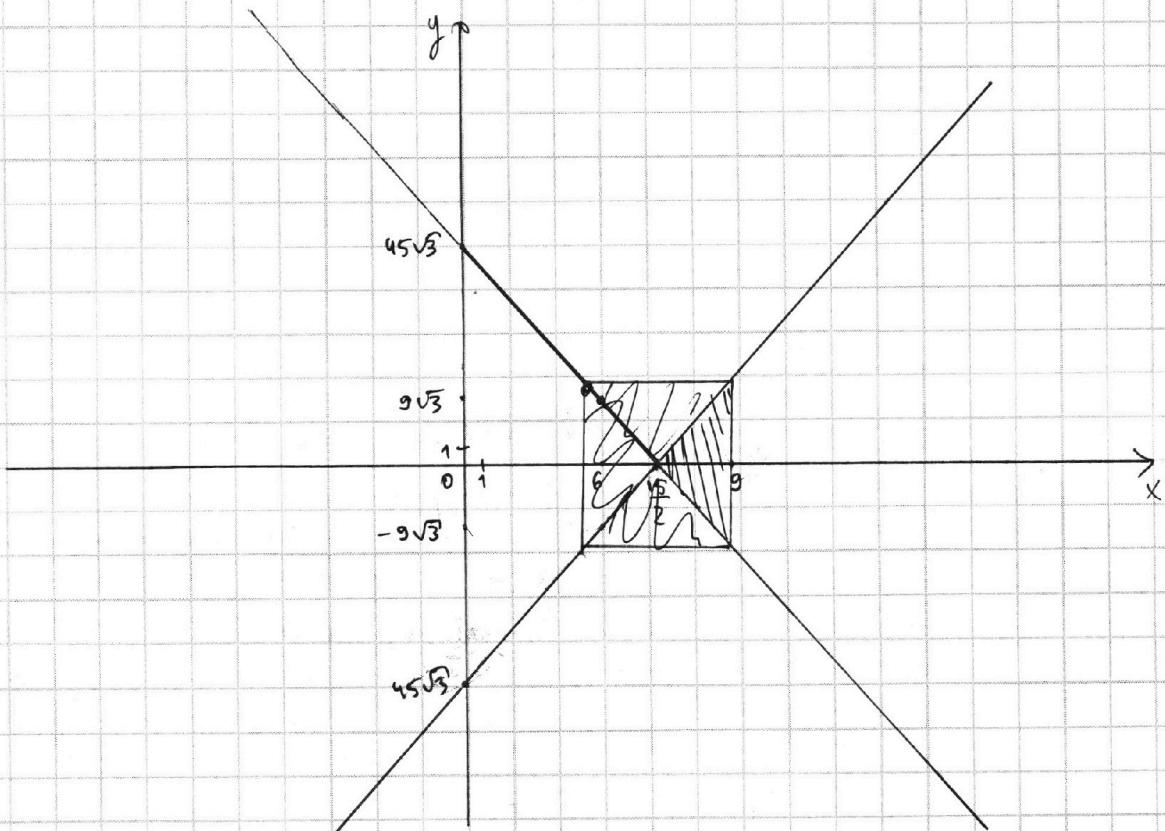
 $\sqrt{6}$

$$y = -6x\sqrt{3} + 45\sqrt{3}$$

$$y = 6x\sqrt{3} - 45\sqrt{3}$$

$$\begin{array}{r|rr|rr} x & 0 & 6 & \frac{15}{2} \\ \hline y & 45\sqrt{3} & 9\sqrt{3} & 0 \\ \hline x & 0 & 6 & \frac{15}{2} \\ \hline y & 45\sqrt{3} & -9\sqrt{3} & 0 \end{array}$$

со знаком, -"



1) система задает три, ограниченный этим зону
прямолинейной и прямой $x=6$

2) система задает



На одной странице можно оформлять только одну задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.

1

2

3

4

5

6

7

СТРАНИЦА

4 ИЗ 4

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

На одной странице можно оформлять только одну задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.

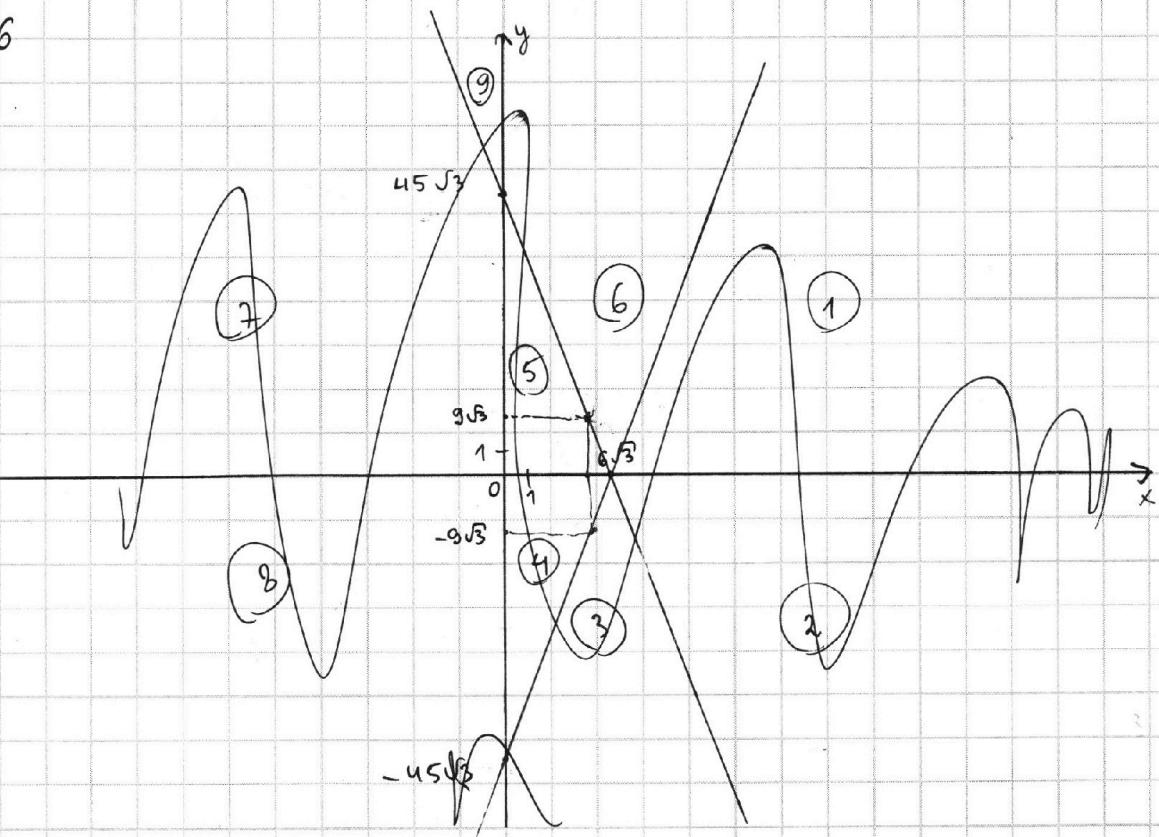


- 1 2 3 4 5 6 7

СТРАНИЦА
2 ИЗ 4

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

№ 6



$$y = -6x^2 + 45\sqrt{3}$$

$$\begin{array}{|c|c|} \hline x & 0 & 6\sqrt{3} \\ \hline y & 45\sqrt{3} & 9\sqrt{3} \\ \hline \end{array}$$

$$y = 6x^2 - 45\sqrt{3}$$

$$\begin{array}{|c|c|} \hline x & 0 & 6\sqrt{3} \\ \hline y & -45\sqrt{3} & -9\sqrt{3} \\ \hline \end{array}$$

1) Пусть Оси x и y ограничивают 1 и 2 области (отмечены в кружках), то $x \in Q$ в 1 и 2 системах, $y \in Q$ в 1 и 2 областях и по условиям только (иначе пересекутся) упорядочить на плоскости.

асимптоты Ox

$$6\sqrt{3} > 9 \text{ и } 36 \cdot 3 > 81, \quad (6\sqrt{3} > 9 \text{ и } 36 \cdot 3 > 81)$$

такие и по условиям только (иначе пересекутся) упорядочить на плоскости.



На одной странице можно оформлять только одну задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.

- | | | | | | | |
|--------------------------|--------------------------|--------------------------|--------------------------|--------------------------|--------------------------|-------------------------------------|
| 1 | 2 | 3 | 4 | 5 | 6 | 7 |
| <input type="checkbox"/> | <input checked="" type="checkbox"/> |

СТРАНИЦА
2 ИЗ 2

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

№7 продолжение:

Теперь пусть O — центр описанной окружности ΔAQP ,

тогда $\angle QOP = 2\angle QAP = 90^\circ$, но $\angle QDP = 90^\circ \Rightarrow$

$D \in$ окр. окр. ΔQOP , но $D \in$ сер. перп.

и QP , т.к. ΔQDP — ртб. прямоугольник с
прямогл. углом $D \Rightarrow D \equiv O \Rightarrow DQ = DP = OA$

$DQ = DA \Rightarrow D \in$ сер. перп. и AQ , но т.к. $CQ = CA$, то

$C \in$ сер. перп. и $AQ \Rightarrow CD$ — сер. перп. и $AQ \Rightarrow$

т.к. ΔACQ — ртб., то $\angle DCQ = \angle DCA = 20^\circ \Rightarrow$ аналогично

ΔPBA : $DP = DA$, $BP = BA \Rightarrow BD$ — сер. перп. и AP

\Rightarrow и ΔABP — ртб $\angle DBC = \angle DBA$, а и

ΔABC — ртб $\angle PBA = 90^\circ - 40^\circ = 50^\circ \Rightarrow \angle DBC = 25^\circ$,

т.к. $\angle DBC + \angle DBA = 2\angle DBC = \angle PBA$

Ответ: 25°



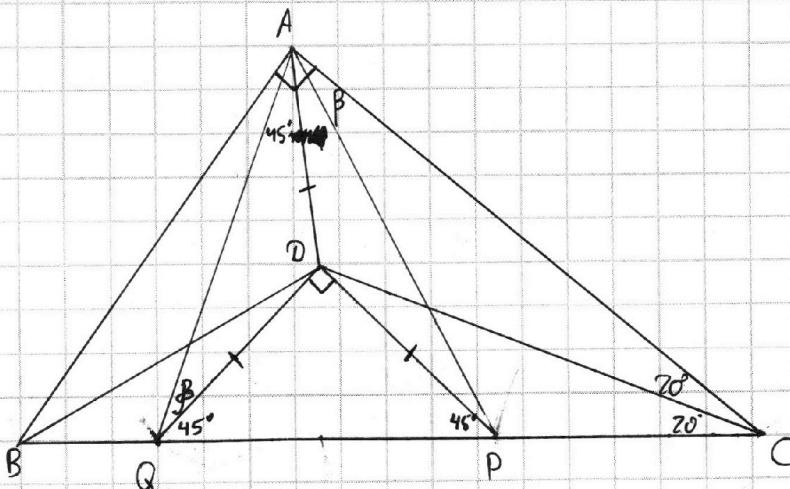
На одной странице можно оформлять только одну задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.

- | | | | | | | |
|---|---|---|---|---|---|---|
| 1 | 2 | 3 | 4 | 5 | 6 | 7 |
|---|---|---|---|---|---|---|

СТРАНИЦА
1 из 2

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

№7



1) $DP = DQ$ и $\angle PDQ = 90^\circ$ гарантирует, что $\triangle PDQ$ — прямоугольный равнодедствующий с вершиной узлом D . Пусть $\angle DQA = \alpha$, $\angle PAC = \beta$. И сумма углов при вершине A с вершиной C
 $\angle QAP = \angle QAC - \angle PAC = \angle CQA - \beta = 45^\circ + \alpha - \beta \Rightarrow$
Из архимеда углов при вершине B — $\angle BAP = \alpha$ и
 $(\text{так} \angle DPA = 180^\circ - 90^\circ - \alpha - (45^\circ + \alpha - \beta) = 90^\circ - \alpha - 45^\circ - \alpha + \beta =$
 $= 45^\circ - 2\alpha + \beta \text{ в } \triangle AQP) \text{ и } \angle BPA = \angle PAB =$
 $= \angle DPA + 45^\circ = 90^\circ - 2\alpha + \beta \Rightarrow \angle QBA = 180^\circ - 2(90^\circ - 2\alpha + \beta) =$
 $= 4\alpha - 2\beta \Rightarrow \text{так} \angle BAC = 90^\circ = \angle BAQ + \angle QAP + \angle PAC =$
 $= \angle BAQ + 45^\circ + \alpha \Rightarrow \angle BAQ = 45^\circ - \alpha \Rightarrow$
и т. о. величине угла $\angle BAC$ — $\angle ABQ$:
 $\angle AQP = \angle BAQ + \angle QBA \Rightarrow 45^\circ + \alpha = 45^\circ - \alpha + 4\alpha - 2\beta \Rightarrow$
 $2\alpha = 4\alpha - 2\beta \Rightarrow 2\alpha = 2\beta \Rightarrow \alpha = \beta \Rightarrow \angle QAP = 45^\circ$

На одной странице можно оформлять **только одну** задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.



СТРАНИЦА
_ ИЗ _

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

№1

Черновик

$$\begin{cases} xy = 3z + z^2 \\ yz = 3x + x^2 \\ xz = 3y + y^2 \end{cases}$$

$$A = (x+3)^2 + (y+3)^2 + (z+3)^2 = \\ = x^2 + y^2 + z^2 + 6(x+y+z) + 27 = \\ = xy + yz + zx + 3(x+y+z) + 27$$

$$\begin{cases} 2xy = 6z + 2z^2 \\ 2yz = 6x + 2x^2 \\ 2zx = 6y + 2y^2 \end{cases}$$

$$\Rightarrow 2(xy + yz + zx) = 6(x+y+z) + 2(x^2 + y^2 + z^2) = \\ \Rightarrow A = x^2 + y^2 + z^2 + 2(xy + yz + zx) - 2(x^2 + y^2 + z^2) + 27$$

$$= -(x^2 + y^2 + z^2 - 2xy - 2yz - 2zx) + 27$$

$$x^2 + 3x - yz = 0$$

$$D = 9 + 4yz$$

$$x = \frac{-3 + \sqrt{9 + 4yz}}{2}$$

$$x = \frac{-3 - \sqrt{9 + 4yz}}{2}$$

$$\frac{\overline{9999\dots 5}}{40000} \quad \cancel{x^2 + 3x - 4yz} \quad \cancel{x^2 + 3x - 4yz} \sim x(x+3)$$

$$\cancel{x^2 + 3x - 4yz} \quad \cancel{x^2 + 3x - 4yz} \sim$$

$$\text{D} \quad \begin{cases} xy - yz = 3z + z^2 \\ xz = x^2 \end{cases}$$

$$y(x-z) = 3(z-x) + (z-x)(z+x)$$

$$y(x-z)$$

Проверка!

$$\begin{cases} xy = 3x + x^2 \\ x^2 = 3y + y^2 \end{cases} \quad \text{D} \quad \begin{cases} x(y-x) = 3(x-y) + x^2 - y^2 \end{cases}$$

$$\cancel{xy = 3x + 3y + y^2}$$

$$(a-b)^3 = a^3 - 3a^2b + 3ab^2 - b^3$$

$$n = \overline{999\dots 00000}^9$$

чтобы перевести

$$n^3 =$$

$$\begin{array}{r} 10000 \\ \times 9200 \\ \hline 10000 \\ 30000 \\ 40000 \\ 800000 \\ \hline 85920000 \end{array}$$

$$\frac{9999\ldots 999}{98999\ldots 9901} \quad n = \frac{\overline{99\dots 9}}{40000} = 10^{40000} - 1$$

$$n^3 = (10^{40000} - 1)^3 =$$

$$= 10^{120000} - 3 \cdot 10^{40000} (10^{40000} - 1) - 1 =$$

$$= 10^{120000} - 3 \cdot 10^{80000} + 3 \cdot 10^{40000} - 1$$

