



МОСКОВСКИЙ
ФИЗИКО-ТЕХНИЧЕСКИЙ
ИНСТИТУТ

ОЛИМПИАДА "ФИЗТЕХ"
ПО МАТЕМАТИКЕ

10 КЛАСС. Вариант 5



1. [4 балла] Ненулевые числа x, y, z удовлетворяют системе уравнений

$$\begin{cases} xy = 3z + z^2, \\ yz = 3x + x^2, \\ zx = 3y + y^2. \end{cases}$$

Найдите все возможные значения выражения $(x+3)^2 + (y+3)^2 + (z+3)^2$, если известно, что система имеет хотя бы одно решение в ненулевых числах.

2. [2 балла] Десятичная запись натурального числа n состоит из 40 000 девяток. Сколько девяток содержит десятичная запись числа n^3 ?
3. [5 баллов] Окружность ω с диаметром AB пересекает сторону BC остроугольного треугольника ABC в точке D . Точка F выбрана на отрезке AC так, что $DF \perp AC$, а E — точка пересечения отрезка DF с окружностью ω , отличная от D . Найдите AF , если $AC = 10$, $AB = 6$, $BE = 5$.
4. [4 балла] В теленграе ведущий берет несколько коробок и ровно в три из них кладет по одному шарику. Игрок может указать на пять коробок и открыть их. Если в этих коробках лежат все три шарика, то игрок выигрывает. Игроку разрешили открыть шесть коробок. Во сколько раз увеличилась вероятность выигрыша игрока?
5. [5 баллов] Найдите все значения параметра a , при которых корни уравнения $x^2 - (a^2 - a)x + a - 5 = 0$ являются пятым и шестым членами некоторой непостоянной арифметической прогрессии, а корни уравнения $4x^2 - (a^3 - a^2)x + 2a^4 + 2a^2 - a^6 - 4 = 0$ являются третьим и восьмым членами этой прогрессии.
6. [5 баллов] На координатной плоскости построена фигура Φ , состоящая из всех точек, координаты $(x; y)$ которых удовлетворяют неравенству $\left|x - \frac{15}{2} + \frac{y}{6\sqrt{3}}\right| + \left|x - \frac{15}{2} - \frac{y}{6\sqrt{3}}\right| \leqslant 3$. Фигуру Φ непрерывно повернули вокруг начала координат на угол π против часовой стрелки. Найдите площадь фигуры, которую замела фигура Φ при этом повороте.
7. [6 баллов] На гипotenузе BC прямоугольного треугольника ABC выбраны точки P и Q так, что $AB = BP$, $AC = CQ$. Внутри треугольника ABC выбрана точка D , для которой $DP = DQ$, а $\angle PDQ = 90^\circ$. Найдите $\angle DBC$, если известно, что $\angle DCB = 20^\circ$.



На одной странице можно оформлять **только одну** задачу. Отметьте **крестиком** номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в **решении каждой задачи отдельно**.

1

2

3

4

5

6

7

СТРАНИЦА
1 из 1

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по **каждой из задач** нумеруются **отдельно**. Порча QR-кода недопустима!

$$\begin{cases} xy = 3z + z^2 \\ yz = 3x + x^2 \\ zx = 3y + y^2 \end{cases}$$

$$x, y, z \neq 0$$

Перемножим эти три равенства:

$$xy \cdot yz \cdot zx = z^2(z+3) \cdot x(x+3) \cdot y(y+3)$$

$$xyz = (x+3)(y+3)(z+3) = (xy + 3x + 3y + 9)(yz + 3z + 3y + 9) =$$

$$= xyz + 3xz + 3yz + 9z + 3xy + 9x + 9y + 27 =$$

$$= xyz + 3xy + 3yz + 3zx + 9x + 9y + 9z + 27$$

$$3(xy + yz + zx) + 9(x+y+z) + 27 = 0. \quad | : 3$$

$$xy + yz + zx + 3(x+y+z) + 9 = 0$$

$$3z^2 + 3x^2 + 3y^2 + 3xy + yz + zx + 3x + 3y + 3z + 9 = 0.$$

$$x^2 + 6x + y^2 + 6y + z^2 + 6z + 9 = 0$$

$$(x+3)^2 - 9 + (y+3)^2 - 9 + (z+3)^2 = 0$$

$$(x+3)^2 + (y+3)^2 + (z+3)^2 = \boxed{18}$$

Ответ: 18.



На одной странице можно оформлять **только одну** задачу. Отметьте **крестиком** номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении **каждой** задачи **отдельно**.

- | | | | | | | |
|----------------------------|---------------------------------------|----------------------------|----------------------------|----------------------------|----------------------------|----------------------------|
| <input type="checkbox"/> 1 | <input checked="" type="checkbox"/> 2 | <input type="checkbox"/> 3 | <input type="checkbox"/> 4 | <input type="checkbox"/> 5 | <input type="checkbox"/> 6 | <input type="checkbox"/> 7 |
|----------------------------|---------------------------------------|----------------------------|----------------------------|----------------------------|----------------------------|----------------------------|

СТРАНИЦА
1 из 1

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач **нумеруются отдельно**. Порча QR-кода недопустима!

Рассмотрим произвольное число из n девяток: $\underbrace{99\dots 99}_{n}$.

$$\text{Тогда } n^3 = \underbrace{99\dots 99}_n^3 = (10^n - 1)^3 = 10^{3n} - 3 \cdot 10^{2n} + 3 \cdot 10^n - 1 = \\ = (10^{3n} - 1) - 3 \cdot 10^{2n} + 3 \cdot 10^n = \underbrace{99\dots 99}_{3n} - 3 \cdot 10^{2n} + 3 \cdot 10^n$$

Это действие означает, что 1-я девятка, которая стоит на месте разряда 10^{2n} , уменьшается на 3, то есть становитс ~~ас~~ 6.

Это действие ~~на~~ означает, что к той девятке, которая стоит на n -ном месте (читая справа налево), прибавляется 3.Происходит переносание \Rightarrow переход через десяток. Теперь на месте этой девятки стоит 2, а ~~на~~ все 1-девятки, стоящие между этой девяткой и десяткой (на месте 10^n), превращаются в нули, а десятка на n -ном месте становится единицей.

В итоге в числе осталось $3n - (n+1) = 2n - 1$ девяток ~~и~~ (отнимают от $3n$ минимо $n+1$, т.к. все девятки на местах с n по $2n$ включительно изменялись на другие цифры, а их количество равно $2n - n + 1 (= n+1)$).

Значит, если число состоит из 40000 девяток, то в числе n^3 будет $2n - 1$ девятка, то есть $40000 \cdot 2 - 1 =$
 $= \boxed{79\ 999}$ девяток

Ответ: 79 999



На одной странице можно оформлять только одну задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.

- | | | | | | | |
|----------------------------|----------------------------|---------------------------------------|----------------------------|----------------------------|----------------------------|----------------------------|
| <input type="checkbox"/> 1 | <input type="checkbox"/> 2 | <input checked="" type="checkbox"/> 3 | <input type="checkbox"/> 4 | <input type="checkbox"/> 5 | <input type="checkbox"/> 6 | <input type="checkbox"/> 7 |
|----------------------------|----------------------------|---------------------------------------|----------------------------|----------------------------|----------------------------|----------------------------|

СТРАНИЦА
1 ИЗ 1

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

ω с центром В
 $\omega \cap BC = \emptyset$

$F \in AC$
 $\angle F \perp AC$
 $\angle F \cap \omega = E \neq \emptyset$
 $BE = 5$
 $AB = 6$
 $AC = 10$
 $AF = ?$

Проведём радиусы
 AO, EO, BO .
 $AO = EO = BO = AB = \frac{AB}{2} = \frac{6}{2} = 3$.

Проведём AD .
 $\angle ADB$ опирается на диаметр, значит, прямой.
Гусь $\angle DAD = x$.
Тогда $\angle AOD = 2x$,
 $\angle AOD = \pi/3$.
 $\angle BOD = 90 - x$.
 $\Rightarrow \angle DBD = 90 - x$, γ_{IK} .
 $\angle DBD = \pi/3$.
 $\angle AOB = 180 - 2x$
 $\angle BOD = 2x$
 $\angle DEB = 180 - 2x$

$\angle CDA = 90^\circ$

По т. синусов:

$\frac{BE}{\sin \angle BDE} = 2R$

$\frac{5}{\sin \angle BDE} = 6$.

$\sin \angle BDE = \frac{5}{6}$

$\angle BDE = \angle CDF$.

$\frac{CF}{CD} = \sin \angle CDF = \frac{5}{6}$

$CF \cdot AF = FD^2$

$AF = AC - CF = 10 - CF$

$\angle ADF = 90^\circ - \angle CDF$

$\cos \angle ADF = \frac{FD}{AF} \sin \angle CDF = \frac{5}{6} = \frac{FD}{AF}$



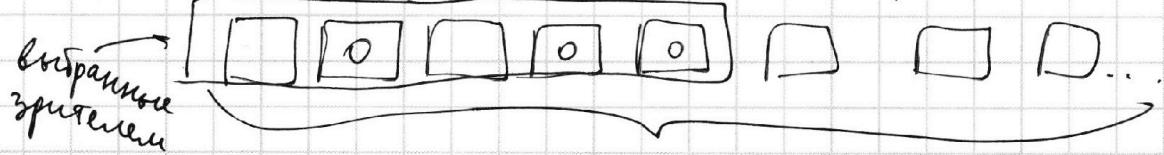
На одной странице можно оформлять **только одну** задачу. Отметьте **крестиком** номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи **отдельно**.

- | | | | | | | |
|----------------------------|----------------------------|----------------------------|---------------------------------------|----------------------------|----------------------------|----------------------------|
| <input type="checkbox"/> 1 | <input type="checkbox"/> 2 | <input type="checkbox"/> 3 | <input checked="" type="checkbox"/> 4 | <input type="checkbox"/> 5 | <input type="checkbox"/> 6 | <input type="checkbox"/> 7 |
|----------------------------|----------------------------|----------------------------|---------------------------------------|----------------------------|----------------------------|----------------------------|

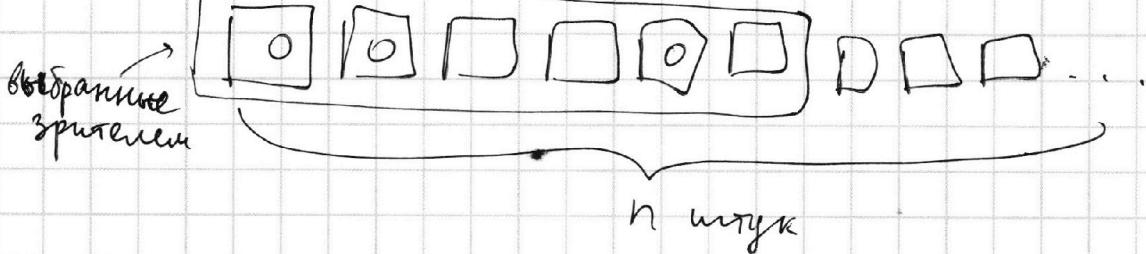
СТРАНИЦА
1 из 1

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по **каждой** из задач нумеруются **отдельно**. Порча QR-кода недопустима!

Пусть у ведущего **н** коробок. ~~и~~ Перевернём задачу: нужно зрителя выбрать **5** коробок из **n** штук, а не говорить ведущему. Затем ведущий кладёт шарик в некоторые коробки по одному шарику, всего 3 шарика. Тогда нужно найти вероятность того, что все три шарика, которые положил ведущий, лежат в ~~одном~~ каких-то из выбранных зрителем коробках. Эта вероятность равна:



$$P_1 = \frac{5}{n} \cdot \frac{4}{n-1} \cdot \frac{3}{n-2} = \frac{60}{(n-1)(n-2) \cdot n} \quad (\text{в первом случае})$$



$$P_2 = \frac{6}{n} \cdot \frac{5}{n-1} \cdot \frac{4}{n-2} = \frac{120}{(n-1)(n-2) \cdot n}$$

$$\frac{P_2}{P_1} = \frac{120 \cdot n(n-1)(n-2)}{n(n-1)(n-2) \cdot 60} = \boxed{2}$$

Ответ: **6** раза.

На одной странице можно оформлять **только одну** задачу. Отметьте **крестиком** номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи **отдельно**.



- | | | | | | | |
|--------------------------|--------------------------|--------------------------|--------------------------|-------------------------------------|--------------------------|--------------------------|
| <input type="checkbox"/> | <input type="checkbox"/> | <input type="checkbox"/> | <input type="checkbox"/> | <input checked="" type="checkbox"/> | <input type="checkbox"/> | <input type="checkbox"/> |
|--------------------------|--------------------------|--------------------------|--------------------------|-------------------------------------|--------------------------|--------------------------|

СТРАНИЦА
1 из 2

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач **нумеруются отдельно**. Порча QR-кода недопустима!

$$x^2 - (a^2 - a)x + a - 5 = 0$$

n_5 и n_6 — корни

Если n_3, n_5, n_6 и n_8 — члены некоторой **непостоянной арифметической прогрессии**, то выполняется равенство:

$$n_5 + n_6 = n_3 + n_8.$$

ДО Т. Вместа:

$$n_5 + n_6 = \frac{a^3 - a^2}{a^2 - a}$$

$$4x^2 - (a^3 - a^2)x + 2a^4 + 2a^2 - a^6 - 4 = 0$$

n_3 и n_8 — корни

$$n_3 + n_8 = \frac{a^3 - a^2}{4}$$

$$a^2 - a = \frac{a^3 - a^2}{4}$$

$$4(a^2 - a) = a(a^2 - a)$$

$$(a^2 - a)(a - 4) = 0$$

$$a^2 - a = 0 \text{ или } a - 4 = 0$$

$$\underline{a=0} \text{ или } \underline{a=1} \text{ или } \underline{a=4}$$

Проверим:

нужно для удобства
написать ариф.
возрастает
(это не входит)

1) при $a=0$.

$$x^2 - 5 = 0$$

$$x = \pm \sqrt{5}$$

$$4x^2 - 4 = 0$$

$$x^2 - 1 = 0$$

$$x = \pm 1$$

$$\begin{matrix} -\sqrt{5} & -1 & 1 & \sqrt{5} \\ n_5 & n_3 & n_8 & n_6 \end{matrix}$$

Арифметическая прогрессия (непостоянная) либо monotonно возрастает, либо monotonно убывает, поэтому $n_i < n_j < n_k$ или $n_i > n_j > n_k$ при $i < j < k$.

Но здесь ~~$n_6 = n_8$~~ одновременно $n_6 > n_8$ и $n_6 < n_3$, что невозможно. $a=0$ не подходит.

2) при $a=1$.

$$x^2 - 4 = 0$$

$$x = \pm 2$$

$$4x^2 - 1 = 0$$

$$x = \pm \frac{1}{2}$$

$$\begin{matrix} -2 & -\frac{1}{2} & \frac{1}{2} & 2 \\ n_5 & n_3 & n_8 & n_6 \end{matrix}$$

~~$n_6 = n_8$~~ Т.к. не симметрично, то не симметрично, $a=1$ не подходит.



На одной странице можно оформлять **только одну** задачу. Отметьте **крестиком** номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в **решении каждой задачи отдельно**.

1

2

3

4

5

6

7

СТРАНИЦА
2 из 2

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по **каждой из задач** **нумеруются отдельно**. Порча QR-кода недопустима!

3) при $a=4$:

$$x^2 - 12x - 1 = 0$$

$$\Delta = 144 + 4 = 148 =$$

$$= 4 \cdot 37 = (2\sqrt{37})^2$$

$$x_{1,2} = \frac{12 \pm 2\sqrt{37}}{2} =$$

$$= 6 \pm \sqrt{37}$$

$$\begin{aligned} 4x^2 - 48x + a^2(2a^2 + 2 - a^4) - 4 &= \\ = 4x^2 - 48x + 16(32 + 2 - 256) - 4 &= \\ = 4x^2 - 48x + 16 \cdot (-222) - 4 &= \\ = 4x^2 - 48x + 4 \cdot (888 + 1) &= \\ = 4x^2 - 48x - 4 \cdot 889 &= 0. \end{aligned}$$

$$x^2 - 12x - 889 = 0$$

$$\begin{aligned} \Delta &= 144 + 4 \cdot 889 = \\ &= 148 + 4 \cdot 888 = 37 \cdot 4 + 4 \cdot 24 \cdot 37 = \\ &= 37 \cdot 100 = 3700 = 10\sqrt{37} \end{aligned}$$

$$x_{1,2} = \frac{12 \pm 10\sqrt{37}}{2} = 6 \pm 5\sqrt{37}$$

$$6 - 5\sqrt{37}$$

$$\begin{matrix} u \\ h_3 \end{matrix}$$

$$6 - \sqrt{37}$$

$$\begin{matrix} u \\ h_5 \end{matrix}$$

$$6 + \sqrt{37}$$

$$\begin{matrix} u \\ h_6 \end{matrix}$$

$$6 + 5\sqrt{37}$$

$$\begin{matrix} u \\ h_8 \end{matrix}$$

Эти числа являются соответствующими членами арифметической прогрессии с первым членом $\star h_1 = 6 - 9\sqrt{37}$ и разностью $d = 2\sqrt{37}$.

$a = 4$ подходит.

Ответ: $a = 4$.

На одной странице можно оформлять **только одну** задачу. Отметьте **крестиком** номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи **отдельно**.



- | | | | | | | |
|--------------------------|--------------------------|--------------------------|--------------------------|--------------------------|-------------------------------------|--------------------------|
| <input type="checkbox"/> | <input checked="" type="checkbox"/> | <input type="checkbox"/> |
|--------------------------|--------------------------|--------------------------|--------------------------|--------------------------|-------------------------------------|--------------------------|

СТРАНИЦА
1 из 1

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач **нумеруются отдельно**. Порча QR-кода недопустима!

Фигура Φ

$$\left| x - \frac{15}{2} + \frac{y}{6\sqrt{3}} \right| + \left| x - \frac{15}{2} - \frac{y}{6\sqrt{3}} \right| \leq 3.$$

$$\left| x - \frac{15}{2} + \frac{y}{6\sqrt{3}} \right| = 0. \quad x - \frac{15}{2} + \frac{y}{6\sqrt{3}} = 0.$$

$$y = \left(\frac{15}{2} - x \right) 6\sqrt{3} = \\ = 45\sqrt{3} - 6\sqrt{3}x$$

$$y = \left(x - \frac{15}{2} \right) 6\sqrt{3} = \\ = 6\sqrt{3}x - 45\sqrt{3}$$

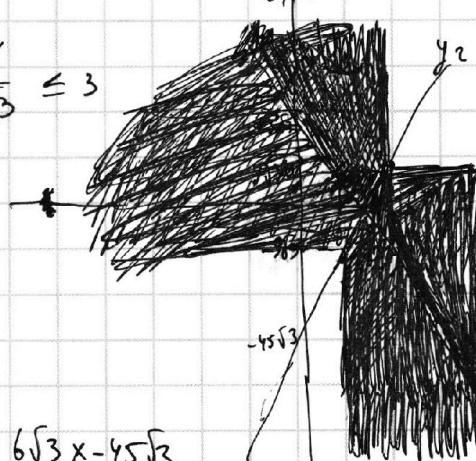
$$1) y \geq 45\sqrt{3} - 6\sqrt{3}x \text{ и } y \geq 6\sqrt{3}x - 45\sqrt{3}$$

$$x - \frac{15}{2} + \cancel{\frac{y}{6\sqrt{3}}} + x - \frac{15}{2} - \cancel{\frac{y}{6\sqrt{3}}} \leq 3$$

$$2x - \cancel{15} \leq 3$$

$$2x \leq 18$$

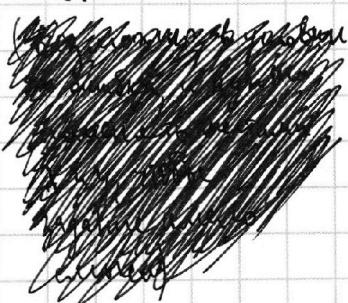
$$x \leq 9.$$



Так как фигура Φ бесконечна, то и

множество её бесконечно (и фигуры, кот. она замыкает)

Ограничение: ∞ .



$$\frac{y}{3\sqrt{3}} \leq 3$$

$$y \leq 9\sqrt{3}$$

$$2) y \geq 45\sqrt{3} - 6\sqrt{3}x \text{ и } y \leq 6\sqrt{3}x - 45\sqrt{3}$$

$$-x + \frac{15}{2} - \cancel{\frac{y}{6\sqrt{3}}} - x + \frac{15}{2} + \cancel{\frac{y}{6\sqrt{3}}} \leq 3$$

$$-2x + 15 \leq 3$$

$$2x \geq 12$$

$$x \geq 6.$$

$$4) y < 45\sqrt{3} - 6\sqrt{3}x \text{ и } y \geq 6\sqrt{3}x - 45\sqrt{3}.$$

$$-x + \frac{15}{2} - \cancel{\frac{y}{6\sqrt{3}}} + x - \frac{15}{2} - \cancel{\frac{y}{6\sqrt{3}}} \leq 3.$$

$$\frac{-y}{3\sqrt{3}} \leq 3$$

$$y \geq -9\sqrt{3}$$



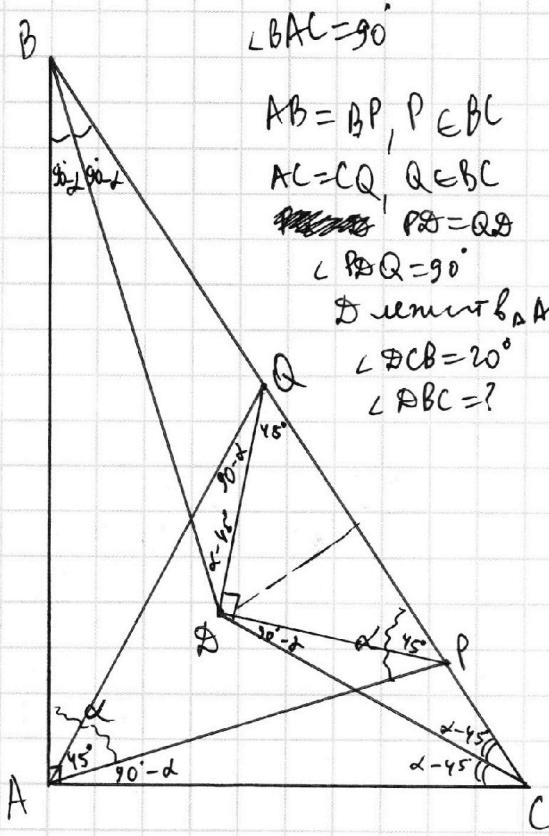


На одной странице можно оформлять **только одну** задачу. Отметьте **крестиком** номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.

- | | | | | | | |
|----------------------------|----------------------------|----------------------------|----------------------------|----------------------------|----------------------------|---------------------------------------|
| <input type="checkbox"/> 1 | <input type="checkbox"/> 2 | <input type="checkbox"/> 3 | <input type="checkbox"/> 4 | <input type="checkbox"/> 5 | <input type="checkbox"/> 6 | <input checked="" type="checkbox"/> 7 |
|----------------------------|----------------------------|----------------------------|----------------------------|----------------------------|----------------------------|---------------------------------------|

СТРАНИЦА
1 из 1

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач **нумеруются отдельно**. Порча QR-кода недопустима!



$$\begin{aligned} \alpha - 45^\circ &= 20^\circ \\ \alpha &= 65^\circ \\ \angle ABC &= 90^\circ - \alpha = 90^\circ - 65^\circ = 25^\circ \end{aligned}$$

Ответ: 25°.

Точка D — точка пересечения биссектрис $\angle ABC$ и $\angle ACB$
 $\Rightarrow BD$ и CD — биссектрисы.
 $\angle ABD = \angle CBD$, $\angle ACD = \angle DCQ$
 ~~$\angle ABD = \angle DCQ$~~ ,
 $\angle ABD - \frac{\pi}{2} = \angle BAP = \angle BPA$,
 $\angle ACD - \frac{\pi}{2} = \angle CAQ = \angle CQA$.
Пусть $\angle BAP = \alpha$. Тогда $\angle BPA = \alpha$,
 $\angle ABP = 180^\circ - 2\alpha$, $\angle ABD = \angle DBP = 90^\circ - \alpha$.
 $\angle CAP = 90^\circ - \alpha$
 $\angle PAC + \angle BCA = \alpha$
 $90^\circ - \alpha + \angle BCA = \alpha$
 $\angle BCA = 2\alpha - 90^\circ$
 $\angle BCD = \angle DCQ = \alpha - 45^\circ$
 $\angle QDP - \frac{\pi}{2} = \angle QAP = \angle QCP = 45^\circ$.

$$\angle AQC = \angle QAC = 180^\circ - \frac{(2\alpha - 90)}{2} =$$

$$= \frac{270^\circ - 2\alpha}{2} = 135^\circ - \alpha$$

$$\angle PAQ = (135^\circ - \alpha) - (90^\circ - \alpha) = 45^\circ$$

$$\angle AQD = (135^\circ - \alpha) - 45^\circ = 90^\circ - \alpha$$

$$\angle BDP = 45^\circ - (90^\circ - \alpha) = \alpha - 45^\circ$$

$$\angle PDC = 45^\circ - (\alpha - 45^\circ) = 90^\circ - \alpha$$

$$\angle BCD + \angle BDP + \angle QDP +$$

$$+ \angle QCP + \angle PDC + \angle CBA =$$

$$= \alpha - 45^\circ + \alpha - 45^\circ + 90^\circ + 90 - \alpha +$$

$$+ 90 - \alpha = 180^\circ — \text{верно.}$$

I-

На одной странице можно оформлять только одну задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.

1

2

3

4

5

6

7

СТРАНИЦА

_ ИЗ _

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

I-**I-**

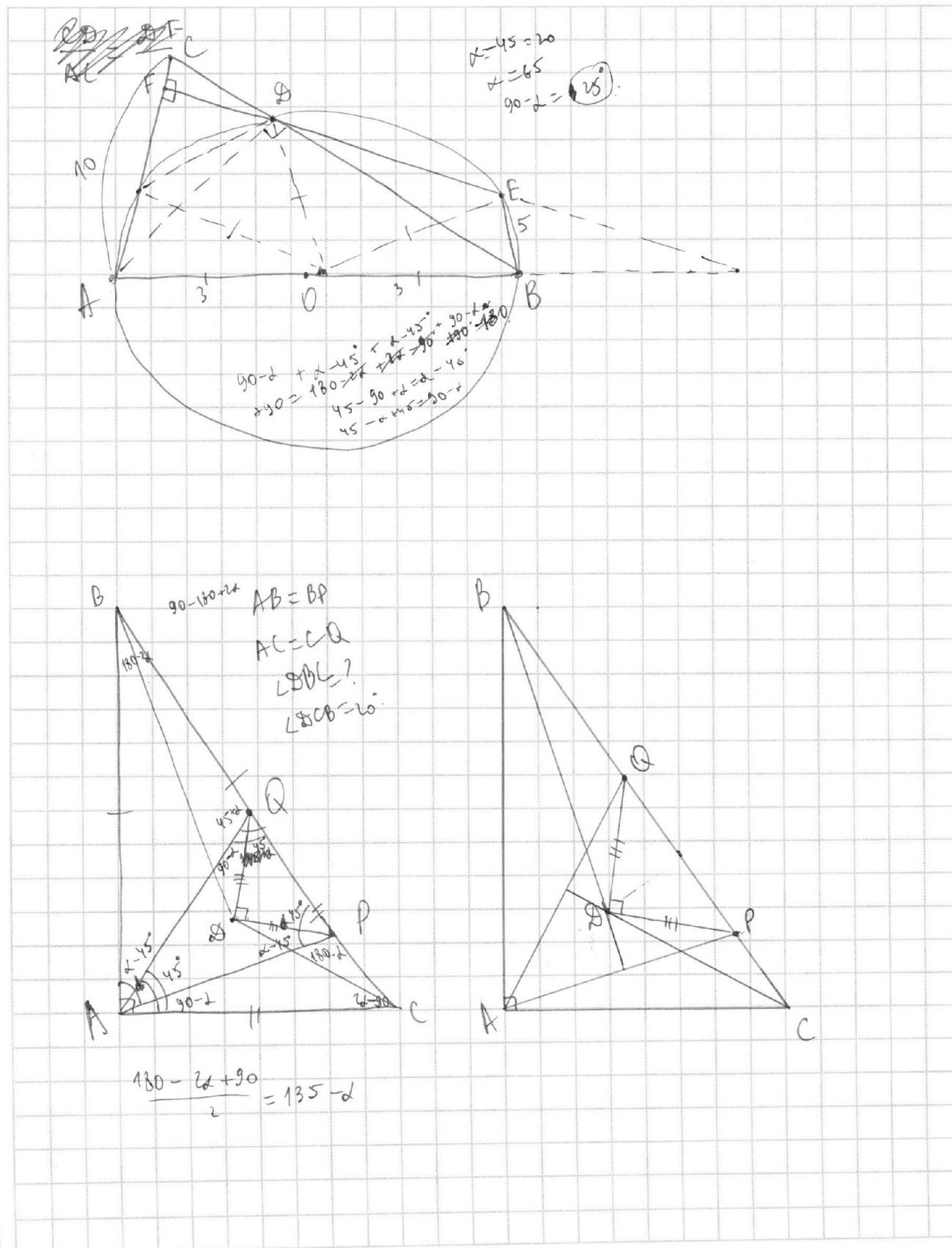


На одной странице можно оформлять **только одну** задачу. Отметьте **крестиком** номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в **решении каждой задачи отдельно**.

- | | | | | | | |
|----------------------------|----------------------------|----------------------------|----------------------------|----------------------------|----------------------------|----------------------------|
| <input type="checkbox"/> 1 | <input type="checkbox"/> 2 | <input type="checkbox"/> 3 | <input type="checkbox"/> 4 | <input type="checkbox"/> 5 | <input type="checkbox"/> 6 | <input type="checkbox"/> 7 |
|----------------------------|----------------------------|----------------------------|----------------------------|----------------------------|----------------------------|----------------------------|

СТРАНИЦА
1 ИЗ 1

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по **каждой из задач** **нумеруются отдельно**. Порча QR-кода недопустима!



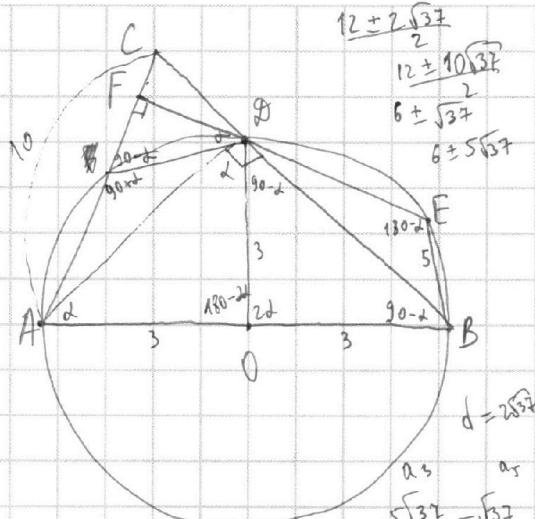
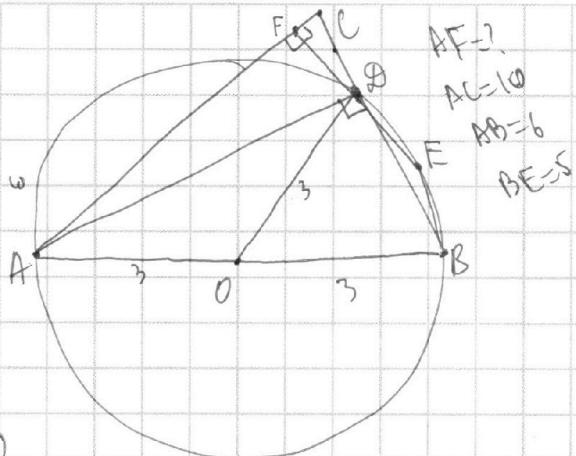
На одной странице можно оформлять **только одну** задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в **решении каждой задачи отдельно**.



- | | | | | | | |
|--------------------------|--------------------------|--------------------------|--------------------------|--------------------------|--------------------------|--------------------------|
| <input type="checkbox"/> |
|--------------------------|--------------------------|--------------------------|--------------------------|--------------------------|--------------------------|--------------------------|

СТРАНИЦА
1 ИЗ 1

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач **нумеруются отдельно**. Порча QR-кода недопустима!



0 0 ✓ 0 0 0

п короб.

$$x^2 - (a^2 - a)x + a - 5 = 0$$

$$\Delta = (a^2 - a)^2 - 4(a - 5) =$$

$$= a^4 - 2a^3 + a^2 - 4a + 20$$

$$x_1 = a^2 - a \pm \sqrt{D}$$

$$x_2 = a^2 - a + \sqrt{D}$$

$$a_5 + a_6 = a_3 + a_8$$

$$a^2 - a = \frac{a^3 - a^2}{4}$$

$$4a^2 - 4a = a^3 - a^2$$

$$4(a^2 - a) = a(a^2 - a)$$

$$(a^2 - a)(a - 4) = 0$$

$$a^2 - a = 0 \quad a = 4$$

$$a = 1$$

$$P_1 = \frac{3 \cdot 2 \cdot 1}{n(n-1)(n-2)} \cdot \dots$$

$$\frac{n-3 \cdot n-4}{n-3 \cdot n-4} = \frac{6}{6} = \frac{1}{6}$$

$$\frac{(n-3)(n-4)(n-5)}{6 \cdot 5 \cdot 4} = \frac{1}{20}$$

$$a^2(a^2 - a^2 + 2 - a^2) - 4 =$$

$$= 16(32 + 2 - 256) - 4 =$$

$$= 16 \cdot 222 - 4 = -4.889$$

$$= \frac{60^2}{7 \cdot 6 \cdot 5} = \frac{2}{7}$$

$$P_2 = \frac{6 \cdot 5}{n(n-1)} \cdot \frac{4}{n-2} = \frac{120}{(n-1)(n-2)n} = \frac{120}{7 \cdot 6 \cdot 5} = \frac{9}{7}$$

$$1) a = 0 \\ x^2 - 5 = 0$$

$$x = \pm \sqrt{5}$$

$$4x^2 - 4 = 0 \\ x^2 - 1 = 0$$

$$x = \pm 1$$

$$- \sqrt{5} - 1 \quad 1 \quad \sqrt{5}$$

$$a_5 \quad a_3 \quad a_8 \quad a_6$$

$$\text{не подж.}$$

$$2) a = 1 \\ x^2 - 4 = 0$$

$$x = \pm 2$$

$$4x^2 - 4 \cdot 1 = 0$$

$$x = \pm \frac{1}{2}$$

$$-2 \quad -\frac{1}{2} \quad \frac{1}{2} \quad 2$$

$$n_5 \quad n_3 \quad n_8 \quad n_6$$

$$\text{не подж.}$$

$$3) a = 4 \\ x^2 - 12x + 1 = 0$$

$$\Delta = 144 = 4 \cdot 37 = (2\sqrt{37})^2$$

$$4x^2 - 48x + 4 - 4 \cdot 889 = 0$$

$$x^2 - 12x - 889 = 0$$

$$\Delta = 144 + 4 \cdot 889 =$$

$$= 144 + 4 + 4 \cdot 888 =$$

$$= 148 + 32 \cdot 111 =$$

$$= 37 \cdot 4 + 96 \cdot 37 =$$

$$= 3700 = 10\sqrt{37}$$

На одной странице можно оформлять **только одну** задачу. Отметьте **крестиком** номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении **каждой** задачи **отдельно**.



- | | | | | | | |
|--------------------------|--------------------------|--------------------------|--------------------------|--------------------------|--------------------------|--------------------------|
| <input type="checkbox"/> |
|--------------------------|--------------------------|--------------------------|--------------------------|--------------------------|--------------------------|--------------------------|

СТРАНИЦА
1 ИЗ 1

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач **нумеруются отдельно**. Порча QR-кода недопустима!

N¹

$x, y, z \neq 0$ $(x+3)^2 + (y+3)^2 + (z+3)^2 = ?$

$\begin{cases} xy = 3z + z^2 \\ yz = 3x + x^2 \\ zx = 3y + y^2 \end{cases}$

$x = \frac{y(y+3)}{z}$

$x^2 + 6x + 9 + y^2 + 6y + 9 + z^2 + 6z + 9 =$
 $= 27 + xy + yz + zx - x^2 - y^2 - z^2$
 $= 27 + 2xy + 2yz + 2zx - x^2 - y^2 - z^2$

$\begin{cases} z(z+3) = y^2(y+3) \\ \frac{y(y+3)}{z} \cdot (\frac{y(y+3)}{z} + 3) = yz \end{cases}$

$\frac{xy}{z^2} + \frac{y^2z^2}{x^2} + \frac{z^2x^2}{y^2} =$
 $= \frac{x^4y^4 + y^4z^4 + z^4x^4}{(xyz)^2}$

$(xyz)^2 = (x+3)(y+3)(z+3) \times xyz$
 $xyz = (x+3)(y+3)(z+3) =$
 $= (xy + 3x + 3y + 9)(z+3) = xyz + 3xz + 3yz + 9z +$
 $+ 3xy + 9x + 9y + 27 = xyz + 3(xy + yz + zx) + 9(x+y+z) + 27$
 $3(xy + yz + zx) + 9(x+y+z) + 27 = 0.$
 $xy + yz + zx + 3x + 3y + 3z + 9 = 0.$

$3z + z^2 + 3x + x^2 - 3y + y^2 + 3x + 3y + 3z + 9 = 0.$
 $x^2 + 6x + y^2 + 6y + z^2 + 6z + 9 = 0.$
 $x^2 + 6x + 9 + y^2 + 6y + 9 + z^2 + 6z + 9 - 9 = 0.$

$(x+3)^2 + (y+3)^2 + (z+3)^2 = (18)$

N²

$g - 1 g \quad g^3 = 81 \cdot 9 = 729$

$99 - 3 99 \quad 99^3$

$999 - 5 999 \quad 999^3$

$9999 - 7 9999 \quad 9999^3$

$99999 - 9 99999 \quad 99999^3$

$g = 40,000 \quad N = 99999$

$(10-1)^3 = 10^3 - 3 \cdot 10^2 \cdot 1 + 3 \cdot 10 \cdot 1^2 - 1^3 = 1000 - 300 + 30 - 1 =$
 $= 729$

$99^3 = (100-1)^3 = 1000000 - 3 \cdot 10000 + 300 - 1 =$
 $= 970299$

$999^3 = (1000-1)^3 = 1000000000 - 3 \cdot 1000000 + 3000 - 1 =$
 $= 99702999$