



МОСКОВСКИЙ
ФИЗИКО-ТЕХНИЧЕСКИЙ
ИНСТИТУТ

ОЛИМПИАДА "ФИЗТЕХ"
ПО МАТЕМАТИКЕ

10 КЛАСС. Вариант 7



1. [4 балла] Ненулевые числа x, y, z удовлетворяют системе уравнений

$$\begin{cases} xy = 4z + z^2, \\ yz = 4x + x^2, \\ zx = 4y + y^2. \end{cases}$$

Найдите все возможные значения выражения $(x+4)^2 + (y+4)^2 + (z+4)^2$, если известно, что система имеет хотя бы одно решение в ненулевых числах.

2. [2 балла] Десятичная запись натурального числа n состоит из 25 000 девяток. Сколько девяток содержит десятичная запись числа n^3 ?
3. [5 баллов] Окружность ω с диаметром AB пересекает сторону BC остроугольного треугольника ABC в точке D . Точка F выбрана на отрезке AC так, что $DF \perp AC$, а E — точка пересечения отрезка DF с окружностью ω , отличная от D . Найдите AF , если $AC = 20$, $AB = 15$, $BE = 10$.
4. [4 балла] В телегре ведущий берет несколько коробок и ровно в три из них кладет по одному шарику. Игрок может указать на пять коробок и открыть их. Если в этих коробках лежат все три шарика, то игрок выигрывает. Игроку разрешили открыть восемь коробок. Во сколько раз увеличилась вероятность выигрыша игрока?
5. [5 баллов] Найдите все значения параметра a , при которых корни уравнения $x^2 - (a^2 - a)x + \frac{2-a^3}{3} = 0$ являются четвертым и пятым членами некоторой непостоянной арифметической прогрессии, а корни уравнения $2x^2 - (a^3 - a^2)x - 2a^6 - 8a - 4 = 0$ являются вторым и седьмым членами этой прогрессии.
6. [5 баллов] На координатной плоскости построена фигура Φ , состоящая из всех точек, координаты $(x; y)$ которых удовлетворяют неравенству $\left|y - 15 + \frac{x}{6\sqrt{3}}\right| + \left|y - 15 - \frac{x}{6\sqrt{3}}\right| \leqslant 6$. Фигуру Φ непрерывно повернули вокруг начала координат на угол π по часовой стрелке. Найдите площадь множества M , которое замела фигура Φ при этом повороте.
7. [6 баллов] На гипotenузе BC прямоугольного треугольника ABC выбраны точки P и Q так, что $AB = BP$, $AC = CQ$. Внутри треугольника ABC выбрана точка D , для которой $DP = DQ$, а $\angle PDQ = 90^\circ$. Найдите $\angle DCB$, если известно, что $\angle DBC = 35^\circ$.

На одной странице можно оформлять только одну задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.



- | | | | | | | |
|--------------------------|-------------------------------------|--------------------------|--------------------------|--------------------------|--------------------------|--------------------------|
| 1 | 2 | 3 | 4 | 5 | 6 | 7 |
| <input type="checkbox"/> | <input checked="" type="checkbox"/> | <input type="checkbox"/> |

СТРАНИЦА
1 из 1

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

№2

Число 4^{25000} девочек можно представить в виде

$$n = 10^{25000} - 1 \text{ первая}$$

$$n^3 = (10^{25000} - 1)^3 = 10^{75000} - 3 \cdot 10^{50000} + 3 \cdot 10^{25000} - 1.$$

$$10^{75000} + 3 \cdot 10^{25000} = \underbrace{10 \dots 030 \dots 0}_{48399 \quad 25000}$$

Вычтем из этого данного числа ближайший целесообразный 10^{25000} , где есть 3 единиц. \Rightarrow из него будет занята десятка в след. разряде, из 10 будет занята десятка в след. разряде, и т.д. 80 единиц, где $10 - 1 = 9 \Rightarrow$ при вычитании единиц последние 25000 цифр стоят девочками, кроме стоящих в.

$$10^{75000} + 3 \cdot 10^{25000} - 1 = \underbrace{10 \dots 029 \dots 9}_{48399 \quad 25000}$$

При вычитании из полученного числа $3 \cdot 10^{50000}$ первые 50000 цифр не изменятся, т.к. из них вычитаются 0, первая единица исчезнет (будет занята десяткой) первые $75000 - 50000 - 1 = 24999$ цифр стоят девочками (из которых десятка будет вычитаться одна десятка в след. разряде), 25000-я цифра будет $10 - 3 = 7$. Итак,

$$n^3 = \underbrace{9 \dots 970 \dots 029 \dots 9}_{24999 \quad 25000}, \text{ 6 знаки числа}$$

$$24999 + 25000 = 49999 \text{ девочек.}$$

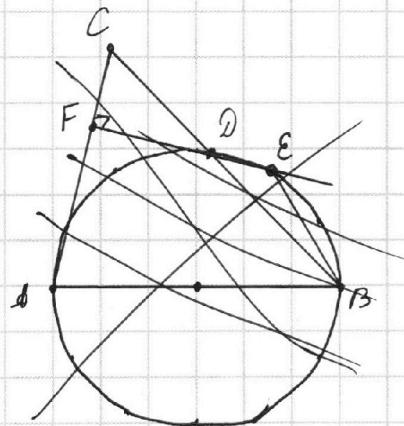
Ответ: 49999 девочек.

На одной странице можно оформлять **только одну** задачу. Отметьте **крестиком** номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.

- | | | | | | | |
|----------------------------|----------------------------|---------------------------------------|----------------------------|----------------------------|----------------------------|----------------------------|
| <input type="checkbox"/> 1 | <input type="checkbox"/> 2 | <input checked="" type="checkbox"/> 3 | <input type="checkbox"/> 4 | <input type="checkbox"/> 5 | <input type="checkbox"/> 6 | <input type="checkbox"/> 7 |
|----------------------------|----------------------------|---------------------------------------|----------------------------|----------------------------|----------------------------|----------------------------|

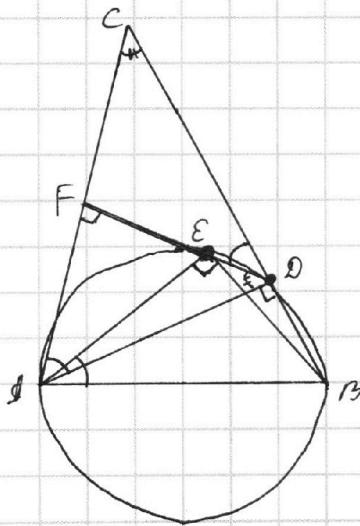
СТРАНИЦА
1 из 1

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!



№3

Дано: ω - окр. с диаметром AB
 $D \in \omega$, $D \in BC$ и $D \neq B$
 $DF \perp DC$ ($F \in DC$)



№3

Дано: ω - окр. с диаметром AB
 $D \in \omega$, $D \in BC$ и $D \neq B$
 $DF \perp DC$ ($F \in DC$)
 $\angle BDC$ - острый.
 $DF \times \omega$ в м. E , $D \neq E$
 $\angle C = 20^\circ$
 $\angle B = 15^\circ$
 $BE = 10$

Найти: DF

Решение:

1) Проведем отрезки DE и BD . т.к. углы $\angle DEB$ и $\angle DBE$ лежат опираясь на диаметр, то $\angle DEB = \angle DBE = 90^\circ$, а $\triangle DEB$ прямой $\angle DBE$ -угол.

2) DF - биссектриса прямого $\angle BDC$ (из-за членения на две равные части) \Rightarrow

$$\Rightarrow \triangle BDC \sim \triangle DDF \sim \triangle DFC \Rightarrow \angle FDC = \angle C = 20^\circ$$

3) $\angle BDC$ - внешний угол четырехугольника $\Rightarrow \angle BDC + \angle EDB = 180^\circ$

$$\text{но } \angle EDB = 180^\circ - \angle FDC \text{ (н.к. симметрич.)} \Rightarrow \angle BDE = \angle FDC = 20^\circ \Rightarrow \angle C = 20^\circ$$

$\Rightarrow \triangle DEB \sim \triangle BDC \sim \triangle DDF \sim \triangle DFC$ как пропорц. с равн. окр. углами.

$$4) \text{ Из } \triangle DEB \sim \triangle DDC \text{ (4) то н. к. симметрии } \angle BDE = \sqrt{DB^2 - BE^2} = \sqrt{25 - 100} = 5\sqrt{3}$$

5) $\triangle DEB \sim \triangle DDC$:

$$\frac{DC}{DB} = \frac{DD}{DE} = \frac{CD}{BE} \Rightarrow DD = \frac{DC}{DB} \cdot DE = \frac{20}{15} \cdot 5\sqrt{3} = \frac{20\sqrt{3}}{3} \text{ и } CD = \frac{DC}{DB} \cdot BE = \frac{20}{15} \cdot 10 = \frac{40}{3}$$

$$6) \triangle DFD \sim \triangle DEB: \frac{DF}{DB} = \frac{DD}{DE} \Rightarrow DF = \frac{DD}{DB} \cdot DE = \frac{20\sqrt{3}}{15} \cdot 5\sqrt{3} = \frac{20 \cdot 5 \cdot 3}{9} = \frac{100}{9}$$

Ответ: $DF = \frac{100}{9}$

На одной странице можно оформлять **только одну** задачу. Отметьте **крестиком** номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в **решении каждой задачи отдельно**.



- | | | | | | | |
|--------------------------|--------------------------|--------------------------|-------------------------------------|--------------------------|--------------------------|--------------------------|
| <input type="checkbox"/> | <input type="checkbox"/> | <input type="checkbox"/> | <input checked="" type="checkbox"/> | <input type="checkbox"/> | <input type="checkbox"/> | <input type="checkbox"/> |
|--------------------------|--------------------------|--------------------------|-------------------------------------|--------------------------|--------------------------|--------------------------|

СТРАНИЦА
1 из 1

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач **нумеруются отдельно**. Порча QR-кода недопустима!

1/4

Обозначим вероятность выигрыша в начале P_1 и в конце — P_2 . пусть имеется n кирзок, тогда:

Всего исходов в первом слуг. $C_n^5 = \frac{n!}{5! \cdot (n-5)!}$

Предположим исходов (закорюки выбрасываются единич. одразум, оставшиеся 1 из $n-3$) в 1 слуг.:

$$C_{n-3}^2 = \frac{(n-3)!}{2! \cdot (n-5)!}$$

Итого:

$$P_1 = \frac{C_n^2}{C_n^5} = \frac{\frac{(n-3)!}{2! \cdot (n-5)!}}{\frac{n!}{5! \cdot (n-5)!}} = \frac{5 \cdot 4 \cdot 3 \cdot (n-3)!}{n!}$$

Всего исходов во втором слуг. $C_n^8 = \frac{n!}{8! \cdot (n-8)!}$

Предположим исходов (закорюки выбрасываются единич. одразум, остав. 5 — из $n-3$) во 2-м слуг.:

$$C_{n-3}^5 = \frac{(n-3)!}{5! \cdot (n-8)!}$$

Итого:

$$P_2 = \frac{C_n^5}{C_n^8} = \frac{\frac{(n-3)!}{5! \cdot (n-8)!}}{\frac{n!}{8! \cdot (n-8)!}} = \frac{8 \cdot 7 \cdot 6 \cdot (n-3)!}{n!}$$

$$\frac{P_2}{P_1} = \frac{\frac{8 \cdot 7 \cdot 6 \cdot (n-3)!}{8! \cdot (n-8)!}}{\frac{5 \cdot 4 \cdot 3 \cdot (n-3)!}{5! \cdot (n-5)!}} = \frac{8 \cdot 7 \cdot 6}{5 \cdot 4 \cdot 3} = 5,6$$

Отвем: в 5,6 раза.

На одной странице можно оформлять только одну задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.



- | | | | | | | |
|--------------------------|--------------------------|--------------------------|--------------------------|-------------------------------------|--------------------------|--------------------------|
| <input type="checkbox"/> | <input type="checkbox"/> | <input type="checkbox"/> | <input type="checkbox"/> | <input checked="" type="checkbox"/> | <input type="checkbox"/> | <input type="checkbox"/> |
|--------------------------|--------------------------|--------------------------|--------------------------|-------------------------------------|--------------------------|--------------------------|

СТРАНИЦА
1 из 1

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

✓5

Решение первого члена

Допустим, арифм. прогрессия, членами которой являются корни уравнения — b_1, b_2, \dots, b_n , её разность d , n — членов члена прогрессии, тогда
 Корни первого ур-я — $b_4 = b_1 + d(4-1) = b_1 + 3d$ и $b_5 = b_1 + d(5-1) = b_1 + 4d$
 Корни второго ур-я: $b_2 = b_1 + d(2-1) = b_1 + d$ и $b_7 = b_1 + d(7-1) = b_1 + 6d$
 Но $b_4 + 3d + b_5 + 4d = b_4 + b_5 = b_1 + 3d + b_1 + 4d = 2b_1 + 7d = b_1 + d + b_1 + 6d = b_2 + b_7$.
 Тогда $x_1 = b_4$ и $x_2 = b_5$, 2-е ур-я —
 $x_3 = b_2$ и $x_4 = b_7$, тогда

$$x_1 + x_2 = x_3 + x_4$$

по теореме Виетта:

$$\begin{aligned} x_1 + x_2 &= \frac{-(-(\alpha^2 - \alpha))}{1} = \alpha^2 - \alpha \\ x_3 + x_4 &= \frac{-(-(\alpha^3 - \alpha^2))}{2} = \frac{\alpha^3 - \alpha^2}{2} \end{aligned} \quad \Rightarrow$$

$$\Rightarrow \alpha^2 - \alpha = \frac{\alpha^3 - \alpha^2}{2}$$

$$2\alpha^2 - 2\alpha = \alpha^3 - \alpha^2$$

$$\alpha^3 - 3\alpha^2 + 2\alpha = 0$$

$$\alpha(\alpha^2 - 3\alpha + 2) = 0$$

$$\alpha(\alpha-1)(\alpha-2) = 0 \Rightarrow \alpha=0 \text{ или } \alpha=1 \text{ или } \alpha=2$$

Проверим эти значения α , подставив в ур-я:

при $\alpha=0$:

$$1-\text{е ур-е: } x^2 + \frac{2}{3} = 0 \Rightarrow$$

$$x^2 = -\frac{2}{3} \text{ — ур-е корней не имеет} \Rightarrow \alpha \neq 0$$

при $\alpha=1$:

$$1-\text{е ур-е: } x^2 + \frac{1}{3} = 0$$

$$x^2 = -\frac{1}{3} \text{ — ур-е корней не имеет} \Rightarrow \alpha \neq 1$$

при $\alpha=2$:

$$1-\text{е ур-е: } x^2 - 2x - 2 = 0 \Rightarrow x_1 = 1 - \sqrt{3}, x_2 = 1 + \sqrt{3}$$

$$2-\text{е ур-е: } 2x^2 - 4x - 198 = 0 \Rightarrow x_3 = 1 - 5\sqrt{3}, x_4 = 1 + 5\sqrt{3}$$

$$x^2 - 2x - 74 = 0$$

тогда получ. явн. недоказанная гипотеза арифм. прогр. $\Rightarrow \alpha=2$

Ответ: $\alpha=2$



1 2 3 4 5 6 7

СТРАНИЦА
1 ИЗ 2

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач **нумеруются отдельно**. Порча QR-кода недопустима!

№6

Переберём все возможные коэффициенты расщепления фигуры:

1) При $y \leq 15 - \frac{x}{6\sqrt{3}}$ и $y \leq 15 + \frac{x}{6\sqrt{3}}$:

$$-y + 15 - \frac{x}{6\sqrt{3}} - y + 15 + \frac{x}{6\sqrt{3}} \leq 6$$

$$-2y + 30 \leq 6$$

$$y - 15 \geq -3$$

$$y \geq 12$$

2) При $y \leq 15 - \frac{x}{6\sqrt{3}}$ и $y \geq 15 + \frac{x}{6\sqrt{3}}$:

$$-y + 15 - \frac{x}{6\sqrt{3}} + y - 15 - \frac{x}{6\sqrt{3}} \leq 6$$

$$-\frac{2x}{6\sqrt{3}} \leq 6 \Rightarrow \frac{x}{3\sqrt{3}} \geq -3 \Rightarrow x \geq -18\sqrt{3}$$

3) При $y \geq 15 - \frac{x}{6\sqrt{3}}$ и $y \leq 15 + \frac{x}{6\sqrt{3}}$:

$$y - 15 + \frac{x}{6\sqrt{3}} - y + 15 + \frac{x}{6\sqrt{3}} \leq 6$$

$$\frac{x}{3\sqrt{3}} \leq 6 \Rightarrow x \leq 18\sqrt{3}$$

4) При $y \geq 15 - \frac{x}{6\sqrt{3}}$ и $y \geq 15 + \frac{x}{6\sqrt{3}}$:

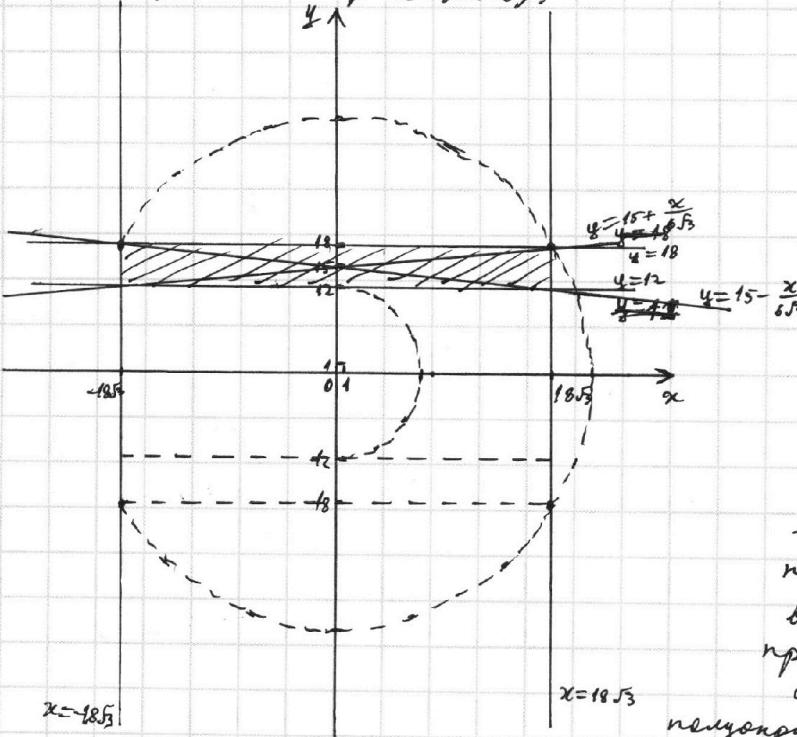
$$y - 15 + \frac{x}{6\sqrt{3}} + y - 15 - \frac{x}{6\sqrt{3}} \leq 6$$

$$2y - 30 \leq 6$$

$$y - 15 \leq 3$$

$$y \leq 18$$

* Рассмотрим фигуру Φ на коорд. плоскости (сплошными линиями обозначены прямые, линии ограничивающие, то есть сама фигура защищена штриховкой):



Фигура Φ — фигура, ограниченная прямими

$$y = 18, y = 12, x = 18\sqrt{3} \text{ и } x = -18\sqrt{3}$$

с верхней стороны включая

$$(-18\sqrt{3}; 18), (18\sqrt{3}; 18), (18\sqrt{3}; 12)$$

$$(-18\sqrt{3}; 12).$$

Когда это повернули на 2 единицы вправо, получили фигуру Φ , которая описана дугой полукружности с центром в $(0; 0) \Rightarrow$ Задача решена при перевороте области будем ограничена точками полукружности с центром в

и максимальным радиусом, а также горизонтальной осью. Фигура Φ симметрична к горизонтали. Погада фигура — $(0; 12)$, она описана полукр. с макс. радиусом 12. Помимо этого есть горизонтальная линия $(-18\sqrt{3}; 18)$ и $(18\sqrt{3}; 18)$. Описанную полукр. — это радиус $\sqrt{18^2 + 18^2} = \sqrt{18^2 \cdot 2^2} = 2 \cdot 18 = 36$ смрад.

На одной странице можно оформлять **только одну** задачу. Отметьте **крестиком** номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении **каждой** задачи **отдельно**.



- | | | | | | | |
|--------------------------|--------------------------|--------------------------|--------------------------|--------------------------|-------------------------------------|--------------------------|
| <input type="checkbox"/> | <input checked="" type="checkbox"/> | <input type="checkbox"/> |
|--------------------------|--------------------------|--------------------------|--------------------------|--------------------------|-------------------------------------|--------------------------|

СТРАНИЦА
1 из 2

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач **нумеруются отдельно**. Порча QR-кода недопустима!

Начертите эти симметрии, а также конечное положение фигуры. Для простоты воспользуйтесь тем, что повернут на π радиан. Тогда равносильно симметрии относительно оси. Так как на рисунке пунктиром обозначено движение полукруж. и конк. полул. фигуры.

Площадь множества M — площадь ~~бесконечного~~ ^{внешнего круга} за вычетом симметра, «одноконной» прямой $x = -18\sqrt{3}$, проходящей с вершинами $(-18\sqrt{3}; 12)$, $(0; 12)$, $(0; -12)$ и $(-18\sqrt{3}; -12)$ и ~~внешнего~~ ^{внутреннего} полукруга.

~~Площадь полукруга $R=36$, радиус большого круга $r=12$~~

$$S_a = \pi R^2 -$$

будет \angle между полр. из начала коорд. на точки $(-18\sqrt{3}; -18)$ и $(-18\sqrt{3}; 18)$, тогда площадь «одноконной» симметрии $S_x = \frac{\angle}{2\pi} \cdot \pi R^2 - 2 \cdot \frac{18 \cdot 18\sqrt{3}}{2} = \frac{\angle R^2}{2} - 18 \cdot 18\sqrt{3}$, где $R=36$ — радиус большого круга.

$$\tan \angle = \frac{12}{18\sqrt{3}} = \frac{2}{3\sqrt{3}}$$

$$\tan(\frac{\angle}{2}) = \frac{12}{18\sqrt{3}} = \frac{2}{3\sqrt{3}} \Rightarrow \frac{\angle}{2} = \frac{\pi}{6} \Rightarrow \angle = \frac{\pi}{3}$$

Искомые площади ($r=12$ — радиус внешнего полукруга)

$$\begin{aligned} S_M &= \pi R^2 - \frac{\angle R^2}{2} + 18^2\sqrt{3} - 2 \cdot 12 \cdot 18\sqrt{3} - \frac{\pi r^2}{2} = \\ &= \pi R^2 - \frac{\pi R^2}{6} + 18 \cdot 18\sqrt{3} - 24 \cdot 18\sqrt{3} - \frac{\pi r^2}{2} = \frac{5\pi R^2}{6} - 6 \cdot 18\sqrt{3} - \frac{\pi r^2}{2} = \\ &= \frac{5\pi}{6} \cdot 36^2 - 108\sqrt{3} - \frac{\pi \cdot 12^2}{2} = \cancel{\frac{5\pi}{6}} \cdot 5\pi \cdot 216 - 108\sqrt{3} - 72\pi = \\ &= 1080\pi - 108\sqrt{3} - 72\pi = 1008\pi - 108\sqrt{3} \end{aligned}$$

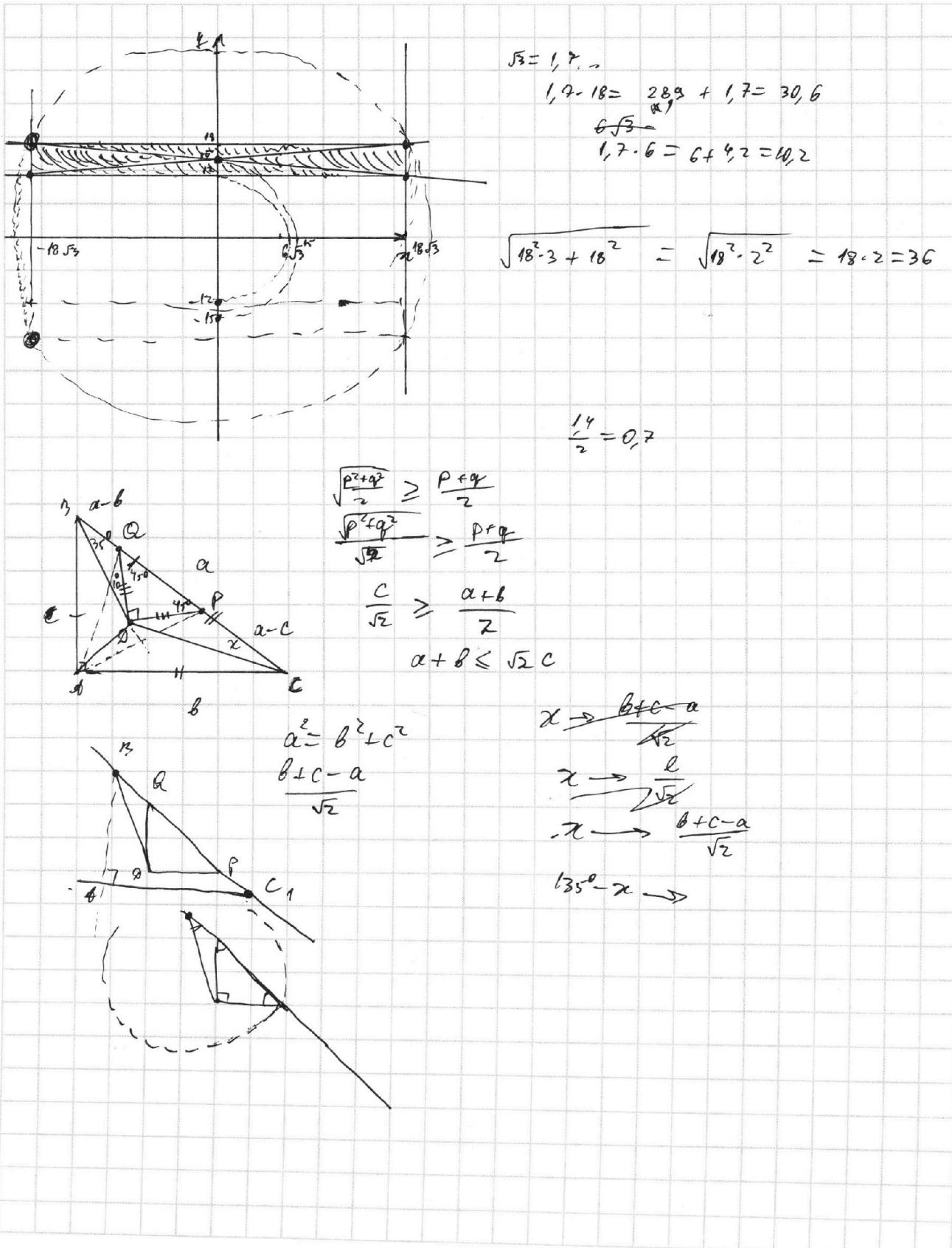
Ответ: $1008\pi - 108\sqrt{3}$



На одной странице можно оформлять **только одну** задачу. Отметьте **крестиком** номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении **каждой** задачи отдельно.

 1 2 3 4 5 6 7СТРАНИЦА
_ из _

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач **нумеруются отдельно**. Порча QR-кода недопустима!





На одной странице можно оформлять **только одну** задачу. Отметьте **крестиком** номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в **решении каждой задачи отдельно**.

1

2

3

4

5

6

7

СТРАНИЦА
_ ИЗ _

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

На одной странице можно оформлять **только одну** задачу. Отметьте **крестиком** номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.

- | | | | | | | |
|--------------------------|--------------------------|--------------------------|--------------------------|--------------------------|--------------------------|--------------------------|
| <input type="checkbox"/> |
|--------------------------|--------------------------|--------------------------|--------------------------|--------------------------|--------------------------|--------------------------|

СТРАНИЦА
ИЗ

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач **нумеруются отдельно**. Порча QR-кода недопустима!

$$(x+4)^2 + (y+4)^2 + (z+4)^2 \neq 0$$

$$xy = z(z+4)$$

$$yz = x(x+4)$$

$$zx = y(y+4)$$

$$\frac{xy}{z} = \frac{z(z+4)}{y}$$

$$\frac{x}{z} \cdot \frac{z+4}{x+4} \cdot \frac{z}{x}$$

$$\frac{x^2}{z^2} = \frac{z+4}{x+4}$$

$$x = \frac{z(z+4)}{y}$$

$$z^2(z+4) = y^2(y+4)$$

$$xy = 4$$

$$\frac{xy}{z} = z+4$$

$$\frac{y^2}{x} = x+4$$

$$\frac{z^2}{y} = y+4$$

$$x^2y^2z^2 = y^2(y+4)$$

$$x = \frac{z(z+4)}{y}$$

$$y^2 = \frac{4z(z+4)}{y} + \frac{z^2(z+4)^2}{y^2}$$

$$z^2(z+4) = y^2(y+4) \quad 8z = \frac{4z(z+4)}{y} + \frac{y^2(y+4)}{y}$$

$$y^2 + 4y^2 = z^2(z+4) \quad y^2 = \frac{4z(z+4)}{y} + \frac{(y+4)(z+4)}{y}$$

$$= \frac{4z(z+4)}{y} + \frac{(y+4)(z+4)}{y}$$

$$= \frac{4y^2(y+4)}{y} + \frac{(y+4)(z+4)}{y}$$

$$c^2 = c_0^2 - r^2 =$$

$$= (c_0 - r)(c_0 + r) =$$

$$= \frac{4y(y+4)}{y} + \frac{(y+4)(z+4)}{y}$$

$$= 4y + 16 + (y+4)^2 =$$

$$= y^2 + 16 + y^2 + 8y + 16$$

$$12y + 32 = 0$$

$$y = -\frac{8}{3}$$

$$x^2 + y^2 + z^2 + 48 + 8x + 8y + 8z = (x^2 + 4x) + (y^2 + 4y) + (z^2 + 4z) + 4x + 4y + 4z + 48 =$$

$$\approx xy + yz + zx + 4(x+4) + 4(y+4) + 4(z+4) =$$

$$x^2 = (y+4)(z+4) = xy + yz + zx + 4(x+4) + 4(y+4) + 4(z+4) =$$

$$y^2 = (x+4)(z+4) + yz(1 + \frac{4}{x}) + zx(1 + \frac{4}{y}) = \frac{xy(z+4)}{z} + \frac{yz(x+4)}{x} + \frac{zx(y+4)}{y}$$

$$z^2 = (x+4)(y+4) + xy(1 + \frac{4}{z}) + yz(1 + \frac{4}{x}) = \frac{xy(z+4)}{y} + \frac{yz(x+4)}{z} + \frac{zx(y+4)}{x}$$

$$(10^{25000} - 1)^3 = 10^{50000} - 2 \cdot 10^{25000} + 1$$

$$9 \dots 380 \dots 0 + 1$$

$$249999 \quad 250000$$

$$10 \dots 0 \dots 30 \dots 0 - 1$$

$$75000 \quad 50000 \quad 25000$$

$$10 \dots 0 \dots 30 \dots 0$$

$$49999 \quad 25000$$

$$99700299$$

$$249999 \quad 250000$$

$$49989$$

$$20 \dots 10 \dots x$$

$$x = \frac{200}{15} = \frac{40}{3}$$



$$(x+4)^2 + (y+4)^2 + (z+4)^2 \neq 0$$

$$xy = z(z+4)$$

$$yz = x(x+4)$$

$$zx = y(y+4)$$

$$\frac{xy}{z} = \frac{z(z+4)}{y}$$

$$\frac{x}{z} \cdot \frac{z+4}{x+4} \cdot \frac{z}{x}$$

$$\frac{x^2}{z^2} = \frac{z+4}{x+4}$$

$$x = \frac{z(z+4)}{y}$$

$$z^2(z+4) = y^2(y+4)$$

$$xy = 4$$

$$yz = 4y + 16 + (y+4)^2 =$$

$$= y^2 + 16 + y^2 + 8y + 16$$

$$12y + 32 = 0$$

$$y = -\frac{8}{3}$$

$$x^2 + y^2 + z^2 + 48 + 8x + 8y + 8z = (x^2 + 4x) + (y^2 + 4y) + (z^2 + 4z) + 4x + 4y + 4z + 48 =$$

$$\approx xy + yz + zx + 4(x+4) + 4(y+4) + 4(z+4) =$$

$$x^2 = (y+4)(z+4) = xy + yz + zx + 4(x+4) + 4(y+4) + 4(z+4) =$$

$$y^2 = (x+4)(z+4) + yz(1 + \frac{4}{x}) + zx(1 + \frac{4}{y}) = \frac{xy(z+4)}{z} + \frac{yz(x+4)}{x} + \frac{zx(y+4)}{y}$$

$$z^2 = (x+4)(y+4) + xy(1 + \frac{4}{z}) + yz(1 + \frac{4}{x}) = \frac{xy(z+4)}{y} + \frac{yz(x+4)}{z} + \frac{zx(y+4)}{x}$$

$$(10^{25000} - 1)^3 = 10^{50000} - 2 \cdot 10^{25000} + 1$$

$$9 \dots 380 \dots 0 + 1$$

$$249999 \quad 250000$$

$$10 \dots 0 \dots 30 \dots 0 - 1$$

$$75000 \quad 50000 \quad 25000$$

$$10 \dots 0 \dots 30 \dots 0$$

$$49999 \quad 25000$$

$$99700299$$

$$249999 \quad 250000$$

$$49989$$

$$20 \dots 10 \dots x$$

$$x = \frac{200}{15} = \frac{40}{3}$$

$$180^\circ - (\alpha + \beta) + \gamma + \delta = 180^\circ$$

$$-\alpha - \beta = 0 \quad \alpha = \beta$$

$$180^\circ - (\alpha + \beta) + \gamma + \delta = 180^\circ$$

$$-\alpha - \beta = 0 \quad \alpha = \beta$$

$$180^\circ - (\alpha + \beta) + \gamma + \delta = 180^\circ$$

$$-\alpha - \beta = 0 \quad \alpha = \beta$$

$$180^\circ - (\alpha + \beta) + \gamma + \delta = 180^\circ$$

$$-\alpha - \beta = 0 \quad \alpha = \beta$$

$$180^\circ - (\alpha + \beta) + \gamma + \delta = 180^\circ$$

$$-\alpha - \beta = 0 \quad \alpha = \beta$$

$$180^\circ - (\alpha + \beta) + \gamma + \delta = 180^\circ$$

$$-\alpha - \beta = 0 \quad \alpha = \beta$$

$$180^\circ - (\alpha + \beta) + \gamma + \delta = 180^\circ$$

$$-\alpha - \beta = 0 \quad \alpha = \beta$$

$$180^\circ - (\alpha + \beta) + \gamma + \delta = 180^\circ$$

$$-\alpha - \beta = 0 \quad \alpha = \beta$$

$$180^\circ - (\alpha + \beta) + \gamma + \delta = 180^\circ$$

$$-\alpha - \beta = 0 \quad \alpha = \beta$$

$$180^\circ - (\alpha + \beta) + \gamma + \delta = 180^\circ$$

$$-\alpha - \beta = 0 \quad \alpha = \beta$$

$$180^\circ - (\alpha + \beta) + \gamma + \delta = 180^\circ$$

$$-\alpha - \beta = 0 \quad \alpha = \beta$$

$$180^\circ - (\alpha + \beta) + \gamma + \delta = 180^\circ$$

$$-\alpha - \beta = 0 \quad \alpha = \beta$$

$$180^\circ - (\alpha + \beta) + \gamma + \delta = 180^\circ$$

$$-\alpha - \beta = 0 \quad \alpha = \beta$$

$$180^\circ - (\alpha + \beta) + \gamma + \delta = 180^\circ$$

$$-\alpha - \beta = 0 \quad \alpha = \beta$$

$$180^\circ - (\alpha + \beta) + \gamma + \delta = 180^\circ$$

$$-\alpha - \beta = 0 \quad \alpha = \beta$$

$$180^\circ - (\alpha + \beta) + \gamma + \delta = 180^\circ$$

$$-\alpha - \beta = 0 \quad \alpha = \beta$$

$$180^\circ - (\alpha + \beta) + \gamma + \delta = 180^\circ$$

$$-\alpha - \beta = 0 \quad \alpha = \beta$$

$$180^\circ - (\alpha + \beta) + \gamma + \delta = 180^\circ$$

$$-\alpha - \beta = 0 \quad \alpha = \beta$$

$$180^\circ - (\alpha + \beta) + \gamma + \delta = 180^\circ$$

$$-\alpha - \beta = 0 \quad \alpha = \beta$$

$$180^\circ - (\alpha + \beta) + \gamma + \delta = 180^\circ$$

$$-\alpha - \beta = 0 \quad \alpha = \beta$$

$$180^\circ - (\alpha + \beta) + \gamma + \delta = 180^\circ$$

$$-\alpha - \beta = 0 \quad \alpha = \beta$$

$$180^\circ - (\alpha + \beta) + \gamma + \delta = 180^\circ$$

$$-\alpha - \beta = 0 \quad \alpha = \beta$$

$$180^\circ - (\alpha + \beta) + \gamma + \delta = 180^\circ$$

$$-\alpha - \beta = 0 \quad \alpha = \beta$$

$$180^\circ - (\alpha + \beta) + \gamma + \delta = 180^\circ$$

$$-\alpha - \beta = 0 \quad \alpha = \beta$$

$$180^\circ - (\alpha + \beta) + \gamma + \delta = 180^\circ$$

$$-\alpha - \beta = 0 \quad \alpha = \beta$$

$$180^\circ - (\alpha + \beta) + \gamma + \delta = 180^\circ$$

$$-\alpha - \beta = 0 \quad \alpha = \beta$$

$$180^\circ - (\alpha + \beta) + \gamma + \delta = 180^\circ$$

$$-\alpha - \beta = 0 \quad \alpha = \beta$$

$$180^\circ - (\alpha + \beta) + \gamma + \delta = 180^\circ$$

$$-\alpha - \beta = 0 \quad \alpha = \beta$$

$$180^\circ - (\alpha + \beta) + \gamma + \delta = 180^\circ$$

$$-\alpha - \beta = 0 \quad \alpha = \beta$$

$$180^\circ - (\alpha + \beta) + \gamma + \delta = 180^\circ$$

$$-\alpha - \beta = 0 \quad \alpha = \beta$$

$$180^\circ - (\alpha + \beta) + \gamma + \delta = 180^\circ$$

$$-\alpha - \beta = 0 \quad \alpha = \beta$$

$$180^\circ - (\alpha + \beta) + \gamma + \delta = 180^\circ$$

$$-\alpha - \beta = 0 \quad \alpha = \beta$$

$$180^\circ - (\alpha + \beta) + \gamma + \delta = 180^\circ$$

$$-\alpha - \beta = 0 \quad \alpha = \beta$$

$$180^\circ - (\alpha + \beta) + \gamma + \delta = 180^\circ$$

$$-\alpha - \beta = 0 \quad \alpha = \beta$$

$$180^\circ - (\alpha + \beta) + \gamma + \delta = 180^\circ$$

$$-\alpha - \beta = 0 \quad \alpha = \beta$$

$$180^\circ - (\alpha + \beta) + \gamma + \delta = 180^\circ$$

$$-\alpha - \beta = 0 \quad \alpha = \beta$$

$$180^\circ - (\alpha + \beta) + \gamma + \delta = 180^\circ$$

$$-\alpha - \beta = 0 \quad \alpha = \beta$$

$$180^\circ - (\alpha + \beta) + \gamma + \delta = 180^\circ$$

$$-\alpha - \beta = 0 \quad \alpha = \beta$$

$$180^\circ - (\alpha + \beta) + \gamma + \delta = 180^\circ$$

$$-\alpha - \beta = 0 \quad \alpha = \beta$$

$$180^\circ - (\alpha + \beta) + \gamma + \delta = 180^\circ$$

$$-\alpha - \beta = 0 \quad \alpha = \beta$$

$$180^\circ - (\alpha + \beta) + \gamma + \delta = 180^\circ$$

$$-\alpha - \beta = 0 \quad \alpha = \beta$$

$$180^\circ - (\alpha + \beta) + \gamma + \delta = 180^\circ$$

$$-\alpha - \beta = 0 \quad \alpha = \beta$$

$$180^\circ - (\alpha + \beta) + \gamma + \delta = 180^\circ$$

$$-\alpha - \beta = 0 \quad \alpha = \beta$$

$$180^\circ - (\alpha + \beta) + \gamma + \delta = 180^\circ$$

$$-\alpha - \beta = 0 \quad \alpha = \beta$$

$$180^\circ - (\alpha + \beta) + \gamma + \delta = 180^\circ$$

$$-\alpha - \beta = 0 \quad \alpha = \beta$$

$$180^\circ - (\alpha + \beta) + \gamma + \delta = 180^\circ$$

$$-\alpha - \beta = 0 \quad \alpha = \beta$$

$$180^\circ - (\alpha + \beta) + \gamma + \delta = 180^\circ$$

$$-\alpha - \beta = 0 \quad \alpha = \beta$$

$$180^\circ - (\alpha + \beta) + \gamma + \delta = 180^\circ$$

$$-\alpha - \beta = 0 \quad \alpha = \beta$$

$$180^\circ - (\alpha + \beta) + \gamma + \delta = 180^\circ$$

$$-\alpha - \beta = 0 \quad \alpha = \beta$$

На одной странице можно оформлять **только одну** задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в **решении каждой задачи отдельно**.

- | | | | | | | |
|--------------------------|--------------------------|--------------------------|--------------------------|--------------------------|--------------------------|--------------------------|
| <input type="checkbox"/> |
|--------------------------|--------------------------|--------------------------|--------------------------|--------------------------|--------------------------|--------------------------|

СТРАНИЦА
ИЗ

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач **нумеруются отдельно**. Порча QR-кода недопустима!

н коробок

$$1) y \leq 15 - \frac{x}{6\sqrt{3}}, y \leq 15 + \frac{x}{6\sqrt{3}} = \frac{n \cdot (n-1)(n-2)(n-3)(n-4)}{5!}$$

$$-2y + 30 \leq 6 \\ -y + 15 \leq 3 \\ -y \leq -12 \\ y \geq 12$$

$$2) y \leq 15 - \frac{x}{6\sqrt{3}}, y \geq 15 + \frac{x}{6\sqrt{3}} = \frac{5 \cdot 4 \cdot 3 \cdot (n-3)!}{n!} = \frac{60}{n(n-1)(n-2)}$$

$$-\frac{x}{3\sqrt{3}} \leq 6 \\ \frac{x}{3\sqrt{3}} \geq -6$$

$$x \geq -18\sqrt{3}$$

$$3) \geq \leq$$

$$\frac{x}{3\sqrt{3}} \leq 6$$

$$x \leq 18\sqrt{3}$$

$$4) \geq \geq$$

$$P_1 = \frac{C_{n-3}^5}{C_n^5} = \frac{\frac{(n-3)!}{5!(n-8)!}}{\frac{n!}{8!(n-8)!}} = \frac{8 \cdot 7 \cdot 6 \cdot (n-3)!}{n!} = \frac{8 \cdot 7 \cdot 6}{n(n-1)(n-2)}$$

$$P_2 = \frac{C_{n-3}^5}{C_n^8} = \frac{\frac{(n-3)!}{5!(n-8)!}}{\frac{n!}{8!(n-8)!}} = \frac{8 \cdot 7 \cdot 6 \cdot (n-3)!}{n!} = \frac{8 \cdot 7 \cdot 6}{n(n-1)(n-2)}$$

$$\frac{P_2}{P_1} = \frac{8 \cdot 7 \cdot 6}{60} = \frac{8 \cdot 7}{10} = 5,6$$

$$y = 15 - \frac{x}{6\sqrt{3}}, y = 12$$

$$y = 15 + \frac{x}{6\sqrt{3}}, y = 18$$

$$x = 18\sqrt{3}$$

$$(n-3)! = \frac{z \cdot (n-5)!}{n!} = \frac{z \cdot (n-5)!}{5! \cdot (n-5)!}$$

2 3 4 5 6 7

$$8-15 \leq 3 \\ 8 \leq 18$$

$$x^2 - (\alpha^2 - \alpha)x + \frac{2-\alpha^3}{3} = 0$$

$$2x^2 - (\alpha^2 - \alpha)x - 2\alpha^6 - 8\alpha - 4 = 0$$

$$b_n = b_1 + d(n-1)$$

$$b_4, b_5, \dots = b_1 + 3d, b_1 + 4d$$

$$b_2, b_3, \dots = b_1 + d, b_1 + 6d$$

$$x^2 - \alpha(\alpha-1)x + \frac{2-\alpha^3}{3} = 0$$

$$2x^2 - \alpha^2(\alpha-1)x - 2\alpha^6 - 8\alpha - 4 = 0$$

$$D = \alpha^2(\alpha-1)^2 - \frac{4}{3}(2-\alpha^3) = \alpha^4 - 2\alpha^3 + \alpha^2 - \frac{8}{3} + \frac{4}{3}\alpha^3 =$$

$$= \alpha^4 - \frac{2}{3}\alpha^3 + \alpha^2 - \frac{8}{3}$$

$$x_1 + x_2 - (x_3 + x_4) = 0$$

$$b_1 + 3d + b_1 + 4d - b_1 - d - b_1 - 6d = 0$$

$$-(\cancel{\alpha^2} \cancel{\alpha}) \cancel{x} \quad \alpha^2 - \alpha - \frac{\alpha^3 - \alpha^2}{2} = 0$$

$$1) \alpha = 0:$$

$$x^2 + \frac{2}{3} = 0$$

$$x^2 = -\frac{2}{3} \quad \times$$

$$2) \alpha = 1:$$

$$x^2 + \frac{1}{3} = 0$$

$$x^2 = -\frac{1}{3} \quad \times$$

$$3) \alpha = 2$$

$$x^2 - 2x - 2 = 0$$

$$2\alpha^2 - 2\alpha - \alpha^3 + \alpha^2 = 0$$

$$-\alpha^3 + 3\alpha^2 - 2\alpha = 0$$

$$-\alpha(\alpha^2 - 3\alpha + 2) = 0$$

$$\alpha(\alpha^2 - 3\alpha + 2) = 0$$

$$\alpha = 0 \quad \alpha = 1 \quad \alpha = 2$$

$$D = 4 + 8 = 12 \quad x = \frac{2 \pm 2\sqrt{3}}{2} = 1 \pm \sqrt{3} \Rightarrow d = 2\sqrt{3}$$

$$D = 16 + 1184 = 1200 \quad x = \frac{4 \pm 20\sqrt{3}}{4} = 1 \pm 5\sqrt{3}$$

$1-5\sqrt{3}, 1-\sqrt{3}, 1+\sqrt{3},$

$1+5\sqrt{3}$

$=$