

МОСКОВСКИЙ  
ФИЗИКО-ТЕХНИЧЕСКИЙ  
ИНСТИТУТ

ОЛИМПИАДА "ФИЗТЕХ"  
ПО МАТЕМАТИКЕ

## 10 КЛАСС. Вариант 5



1. [4 балла] Ненулевые числа  $x, y, z$  удовлетворяют системе уравнений

$$\begin{cases} xy = 3z + z^2, \\ yz = 3x + x^2, \\ zx = 3y + y^2. \end{cases}$$

Найдите все возможные значения выражения  $(x+3)^2 + (y+3)^2 + (z+3)^2$ , если известно, что система имеет хотя бы одно решение в ненулевых числах.

2. [2 балла] Десятичная запись натурального числа  $n$  состоит из 40 000 девяток. Сколько девяток содержит десятичную запись числа  $n^3$ ?
3. [5 баллов] Окружность  $\omega$  с диаметром  $AB$  пересекает сторону  $BC$  остроугольного треугольника  $ABC$  в точке  $D$ . Точка  $F$  выбрана на отрезке  $AC$  так, что  $DF \perp AC$ , а  $E$  — точка пересечения отрезка  $DF$  с окружностью  $\omega$ , отличная от  $D$ . Найдите  $AF$ , если  $AC = 10$ ,  $AB = 6$ ,  $BE = 5$ .
4. [4 балла] В теленгрие ведущий берет несколько коробок и ровно в три из них кладет по одному шарику. Игрок может указать на пять коробок и открыть их. Если в этих коробках лежат все три шарика, то игрок выигрывает. Игроку разрешили открыть шесть коробок. Во сколько раз увеличилась вероятность выигрыша игрока?
5. [5 баллов] Найдите все значения параметра  $a$ , при которых корни уравнения  $x^2 - (a^2 - a)x + a - 5 = 0$  являются пятым и шестым членами некоторой непостоянной арифметической прогрессии, а корни уравнения  $4x^2 - (a^3 - a^2)x + 2a^4 + 2a^2 - a^6 - 4 = 0$  являются третьим и восьмым членами этой прогрессии.
6. [5 баллов] На координатной плоскости построена фигура  $\Phi$ , состоящая из всех точек, координаты  $(x; y)$  которых удовлетворяют неравенству  $\left|x - \frac{15}{2} + \frac{y}{6\sqrt{3}}\right| + \left|x - \frac{15}{2} - \frac{y}{6\sqrt{3}}\right| \leqslant 3$ . Фигуру  $\Phi$  непрерывно повернули вокруг начала координат на угол  $\pi$  против часовой стрелки. Найдите площадь фигуры, которую замела фигура  $\Phi$  при этом повороте.
7. [6 баллов] На гипotenузе  $BC$  прямоугольного треугольника  $ABC$  выбраны точки  $P$  и  $Q$  так, что  $AB = BP$ ,  $AC = CQ$ . Внутри треугольника  $ABC$  выбрана точка  $D$ , для которой  $DP = DQ$ , а  $\angle PDQ = 90^\circ$ . Найдите  $\angle DBC$ , если известно, что  $\angle DCB = 20^\circ$ .



На одной странице можно оформлять **только одну** задачу. Отметьте **крестиком** номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.

- |                                       |                            |                            |                            |                            |                            |                            |
|---------------------------------------|----------------------------|----------------------------|----------------------------|----------------------------|----------------------------|----------------------------|
| <input checked="" type="checkbox"/> 1 | <input type="checkbox"/> 2 | <input type="checkbox"/> 3 | <input type="checkbox"/> 4 | <input type="checkbox"/> 5 | <input type="checkbox"/> 6 | <input type="checkbox"/> 7 |
|---------------------------------------|----------------------------|----------------------------|----------------------------|----------------------------|----------------------------|----------------------------|

СТРАНИЦА  
4 ИЗ 5

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

N 1

$$\begin{cases} xy = 3z + z^2 \\ yz = 3x + x^2 \\ zx = 3y + y^2 \end{cases}$$

$$x = \frac{3z+z^2}{y} = \frac{3y+y^2}{z}$$

$$3z^2 + z^3 = 3y^2 + y^3$$

$$\begin{cases} z+3 = \frac{xy}{2} \\ y+3 = \frac{xz}{y} \\ x+3 = \frac{yz}{z} \end{cases}$$

$$(y-z)(y^2 + yz + z^2) + 3(y-z)(y+z) = 0$$

$$y=2 \text{ или } y^2 + yz + z^2 + 3y + 3z = 0 \quad (*)$$

$$\begin{cases} (z+3)^2 = \frac{x^2y^2}{z^2} \\ (y+3)^2 = \frac{x^2z^2}{y^2} \\ (x+3)^2 = \frac{y^2z^2}{x^2} \end{cases}$$

Заметим, что все 3 числа не могут

быть положительными, ведь тогда  $z^2 = 3z + z^2$

$$z=0, \text{ т.к.} \\ \text{быть не могут}$$

Если  $x=y$ :  $\begin{cases} y^2 = 3z + z^2 \\ yz = 3y + y^2 \\ z = \frac{3y+y^2}{y} = 3+y \Leftrightarrow y = z-3 \end{cases}$

$$\cancel{y^2 + 3y + y^2 + (y + y^2)^2} \\ \cancel{y^2 - 6y + 9 = 3z + z^2}$$

$$y^2 = 9$$

$$y = 1; y = -2; x = -2$$

$$(x+3)^2 + (y+3)^2 + (z+3)^2 = 1 + 1 + 4^2 = 18. \text{ В силу}$$

симметрии можно если найдется пару равных чисел, то сколько выражение будет 18.

Решим уравнение со звездочкой:



На одной странице можно оформлять **только одну** задачу. Отметьте **крестиком** номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в **решении каждой задачи отдельно**.

1

2

3

4

5

6

7

СТРАНИЦА  
5 из 5

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач **нумеруются отдельно**. Порча QR-кода недопустима!

$$\begin{cases} y^2 + yz + z^2 + 3y + 3z = 0 \\ y^2 + yx + x^2 + 3x + 3y = 0 \end{cases}$$

← это верно б. симметрич

$$z^2 - x^2 + 3(z-x) + y(z-x) = 0$$

$$(z-x)(z+x+3+y) = 0$$

$$z = x$$

$$(тогда) \quad x+y+z = -3$$

$$т.к. \quad x+y+z = -3$$

$$иначе корни, \quad y+z = -x-z$$

$$тогда при напарах \quad z+y = -x-y$$

$$различных x, y, z$$

$$+ \begin{cases} y^2 + yz + z^2 + 3y + 3z = 0 \\ y^2 + yx + x^2 + 3y + 3x = 0 \\ x^2 + xy + y^2 + 3x + 3z = 0 \end{cases}$$

$$2(x^2 + y^2 + z^2) + xy + yz + xz + 3(x+y+z) = 0$$

$$2(x^2 + y^2 + z^2) + xy + yz + xz = 18$$

$$(x+y+z)^2 = x^2 + y^2 + z^2 + 2xy + 2xz + 2yz = 9$$

$$x^2 + y^2 + z^2 + xy + yz + xz = \frac{18+9}{3} = 9$$

$$(x+3)^2 + (y+3)^2 + (z+3)^2 = x^2 + y^2 + 2xy + z^2 + 2xz + y^2 + 2yz + 2xz =$$

$$= 2(x^2 + y^2 + z^2 + xy + yz + xz) = 2 \cdot 9 = 18$$

значит симметричное выражение тоже равно 18

Ответ: 18

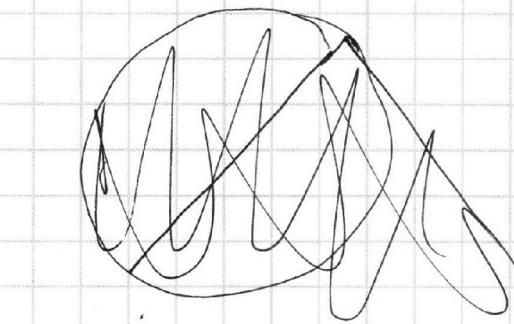


На одной странице можно оформлять **только одну** задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в **решении каждой задачи отдельно**.

 1 2 3 4 5 6 7

СТРАНИЦА  
1 из 5

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

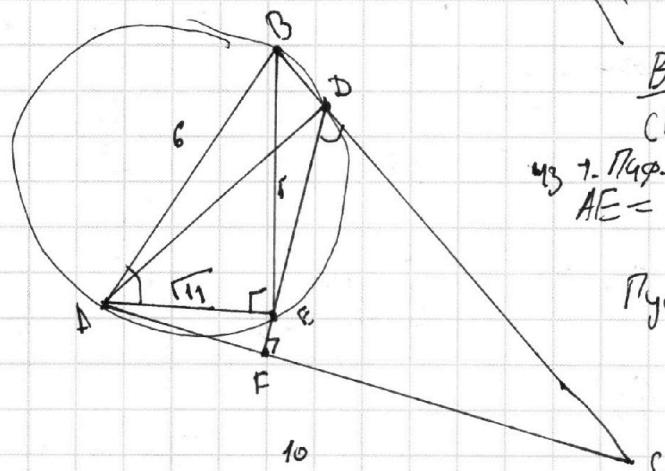


ДН: АD; AE; BE

Т.к.  $ABDE$ -внс., то  $\angle EAB = \angle FDC$

Т.к.  $AB$ -диаметр, то  $\angle AEB = 90^\circ$

$\triangle ABE \sim \triangle CFD$  (по 2м углам  
 $\angle AEB = \angle CFD = 90^\circ$ ,  
 $\angle EAB = \angle FDC$ )



$$\frac{BE}{CF} \rightarrow \frac{AE}{AF}$$

из т. П4Ф.

$$AE = \sqrt{AB^2 - BE^2} = \sqrt{36 - 25} = \sqrt{11}$$

Рисуй  $FC = x$ , тогда  $AF = 10 - x$

$$\frac{5}{x} = \frac{\sqrt{11}}{10-x} \Rightarrow xF = \frac{x\sqrt{11}}{5}$$

Т.к.  $\angle ADB$  олч. на диаметр, то  $\angle ADB = 90^\circ$   $\angle AEC = 180^\circ - \angle AEB = 90^\circ$   
по т. П4Ф. в прямугл.  $\triangle AEC$   
 $AF^2 = AF \cdot FC$

$$\frac{11x}{25} = x \cdot (10-x); \quad \frac{11x^2}{25} = 10x - x^2 / 25; \quad 11x^2 = 250x - 25x^2;$$

$$36x^2 - 250x = 0$$

$$x(36x - 250) = 0$$

$$x=0 \text{ или } x = \frac{250}{36}$$

Ко может

быть т.к.

$x > 0$

$$AF = 10 - x = 10 - \frac{250}{36} = \frac{360 - 250}{36} = \frac{110}{36}$$

$$\text{Ответ: } \frac{110}{36}$$



На одной странице можно оформлять только одну задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.

- |                          |                          |                          |                                     |                          |                          |                          |
|--------------------------|--------------------------|--------------------------|-------------------------------------|--------------------------|--------------------------|--------------------------|
| 1                        | 2                        | 3                        | 4                                   | 5                        | 6                        | 7                        |
| <input type="checkbox"/> | <input type="checkbox"/> | <input type="checkbox"/> | <input checked="" type="checkbox"/> | <input type="checkbox"/> | <input type="checkbox"/> | <input type="checkbox"/> |

СТРАНИЦА  
2 ИЗ 5

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

N4

Пусть имеется  $x$  коробок,  $x > 6$

Кол-во способов выбрать 5 коробок из  $x$  - это  $C_x^5 = \frac{x(x-1)(x-2)(x-3)(x-4)}{5 \cdot 4 \cdot 3 \cdot 2}$ . Пусть человек выбрал эти 5

пунктирные коробки, тогда посчитаем кол-во

способов выбрать 2 оставшиеся  $C_{x-3}^2 = \frac{(x-3)(x-4)}{2 \cdot 1}$

Тогда это и будет кол-во способов выбрать так

5 коробок, чтобы в них оказалось 3 пункта.

Вероятность ~~выбрать~~ будет равна  $\frac{(x-3)(x-4) \cdot 5 \cdot 4 \cdot 3 \cdot 2}{x(x-1)(x-2)(x-3)(x-4)}$

$$= \frac{5 \cdot 4 \cdot 3}{x(x-1)(x-2)} - вероятность выбрать 50.$$

Аналогично рассматривали вероятность выпадения

$$\text{ночн. } C_{x-3}^3 = \frac{(x-3)(x-4)(x-5) \cdot 6 \cdot 5 \cdot 4 \cdot 3 \cdot 2}{2 \cdot 1 \cdot x(x-1)(x-2)(x-3)(x-4)(x-5)} = \frac{6 \cdot 5 \cdot 4}{x(x-1)(x-2)}$$

$$\frac{5 \cdot 4 \cdot 3}{x(x-1)(x-2)} - 100\%$$

$$y = \frac{6 \cdot 5 \cdot 4 \cdot 100 \cdot x(x-1)(x-2)}{x(x-1)(x-2) \cdot 5 \cdot 4 \cdot 3} = 200\%$$

$$\frac{6 \cdot 5 \cdot 4}{x(x-1)(x-2)} - 4\%$$

значит - ~~выбрать~~. Вероятность уве-  
лич 2 раза.

Ответ: 2



На одной странице можно оформлять **только одну** задачу. Отметьте **крестиком** номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в **решении каждой задачи отдельно**.

- |                            |                            |                            |                            |                            |                                       |                            |
|----------------------------|----------------------------|----------------------------|----------------------------|----------------------------|---------------------------------------|----------------------------|
| <input type="checkbox"/> 1 | <input type="checkbox"/> 2 | <input type="checkbox"/> 3 | <input type="checkbox"/> 4 | <input type="checkbox"/> 5 | <input checked="" type="checkbox"/> 6 | <input type="checkbox"/> 7 |
|----------------------------|----------------------------|----------------------------|----------------------------|----------------------------|---------------------------------------|----------------------------|

СТРАНИЦА  
3 из 5

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по **каждой из задач** нумеруются **отдельно**. Порча QR-кода недопустима!

$$N6 \quad \left| x - \frac{15}{2} + \frac{y}{6\sqrt{3}} \right| + \left| x - \frac{15}{2} - \frac{y}{6\sqrt{3}} \right| \leq 3$$

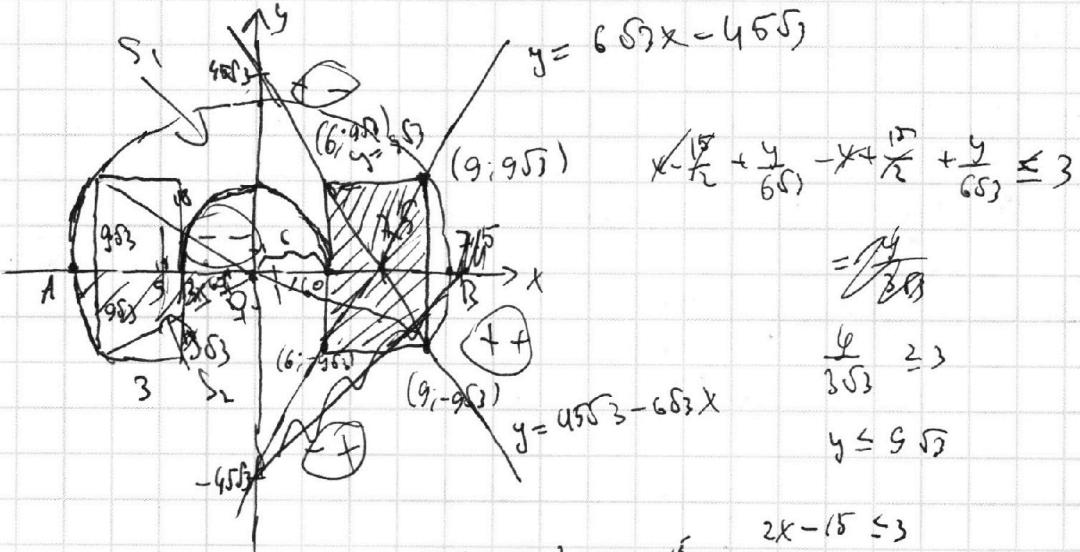
$$x - \frac{15}{2} + \frac{y}{6\sqrt{3}} \geq 0$$

$$y \geq \frac{15}{2} \cdot 3\sqrt{3} - 6\sqrt{3}x$$

$$= 45\sqrt{3} - 6\sqrt{3}x \quad \text{если}$$

$$y \left( x - \frac{15}{2} - \frac{y}{6\sqrt{3}} \right) = 0 \quad (6)$$

$$y = 6\sqrt{3}x - 45\sqrt{3}$$



$$x - \frac{15}{2} + \frac{y}{6\sqrt{3}} - x + \frac{15}{2} + \frac{y}{6\sqrt{3}} \leq 3$$

$$= \frac{y}{3\sqrt{3}}$$

$$\frac{y}{3\sqrt{3}} \leq 3$$

$$y \leq 9\sqrt{3}$$

$$2x - 15 \leq 3$$

$$2x - 15 = 6\sqrt{3}x - 45\sqrt{3}$$

$$2x \leq 18$$

$$x \leq 9$$

$$-2x + 15 \leq 3$$

$$x \geq 6$$

$$S_1 = 18^2\pi - 6^2\pi = 6^2\pi(3^2 - 1) = 8 \cdot 6^2\pi$$

$$\frac{9\sqrt{3}}{8} = \sqrt{3} = \tan 60^\circ$$

$$S_2 = \frac{1}{3} \cdot 18^2\pi$$

$$\text{Общ: } 8 \cdot 6^2\pi + \frac{1}{3} \cdot 18^2\pi - 27\sqrt{3}$$

$$S_{\text{общ}} = 8 \cdot 6^2\pi + \frac{1}{3} \cdot 18^2\pi + 3 \cdot 3\sqrt{3} - 6 \cdot 6\sqrt{3}$$

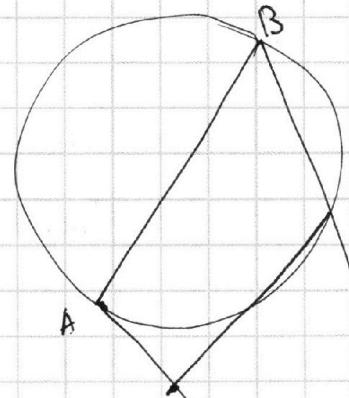
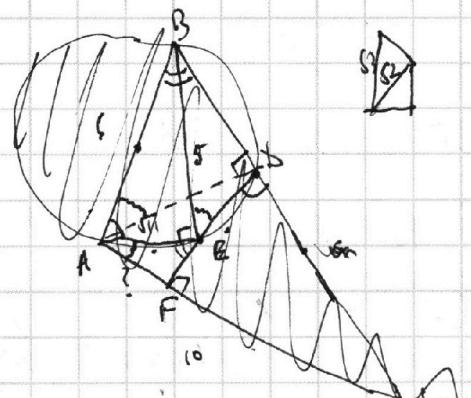


На одной странице можно оформлять **только одну** задачу. Отметьте **крестиком** номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи **отдельно**.

- |                            |                            |                            |                            |                            |                            |                            |
|----------------------------|----------------------------|----------------------------|----------------------------|----------------------------|----------------------------|----------------------------|
| <input type="checkbox"/> 1 | <input type="checkbox"/> 2 | <input type="checkbox"/> 3 | <input type="checkbox"/> 4 | <input type="checkbox"/> 5 | <input type="checkbox"/> 6 | <input type="checkbox"/> 7 |
|----------------------------|----------------------------|----------------------------|----------------------------|----------------------------|----------------------------|----------------------------|

СТРАНИЦА  
ИЗ

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач **нумеруются отдельно**. Порча QR-кода недопустима!



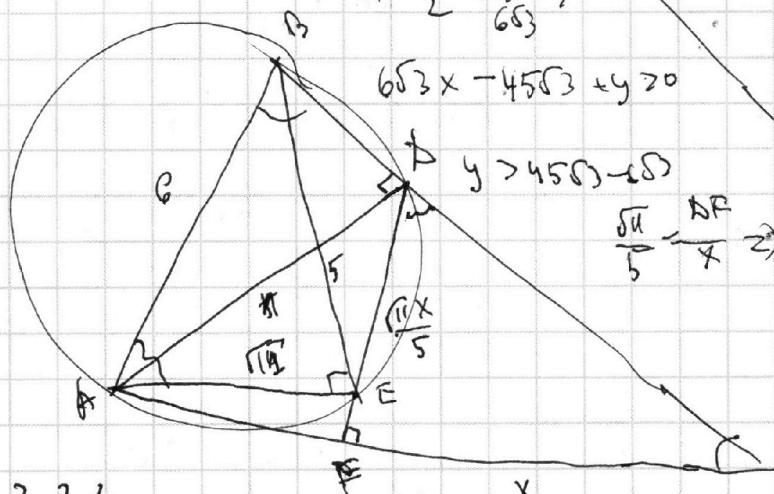
$$2 - 1$$

$$8 - 0$$

$$(12) \beta =$$

$$= \frac{22}{22} 121 \cdot 4 = 484$$

$$\begin{array}{r} 0.84 \\ \times 2 \\ \hline 968 \\ \hline 1048 \end{array}$$



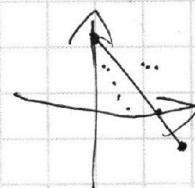
$$x = \frac{15}{2} + \frac{y}{6\sqrt{3}} > 0$$

$$6\sqrt{3}x - 45\sqrt{3} + y > 0$$

$$\frac{\sqrt{3}}{5} = \frac{AF}{x} \Rightarrow AF = \frac{\sqrt{3}x}{5}$$

$$\frac{11}{25}x^2 = x \cdot (10 - x)$$

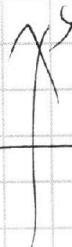
$$\frac{11}{25}x^2 = 10x - x^2$$



$$\begin{array}{r} 22222 \\ 22222 \\ \hline 44444 \\ 44444 \end{array}$$

$$C_{x-3}^3 = (x-3)(x-4)(x-5) \cdot 6 \cdot 4 \cdot 3 \cdot 2 \quad (x-4)(x-5) \text{ способов выбрать}$$

$$C_x^6 = 2x(x-1)(x-2)(x-3)(x-4) \text{ способов}$$



$$C_{x-3}^2 = \frac{x \cdot (x-1)}{x} = \frac{5 \cdot 4 \cdot 3 \cdot 2}{(x-2)(x-3)(x-4)}$$

$$\frac{(x-3)(x-4)(x-5)(x-6)(x-7)(x-8)(x-9)(x-10)(x-11)(x-12)(x-13)(x-14)}{5 \cdot 4 \cdot 3 \cdot 2}$$

$$\frac{5 \cdot 4 \cdot 3 \cdot 2}{x(x-1)(x-2)}$$

На одной странице можно оформлять только одну задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.

- |                          |                          |                          |                          |                          |                          |                          |
|--------------------------|--------------------------|--------------------------|--------------------------|--------------------------|--------------------------|--------------------------|
| <input type="checkbox"/> |
|--------------------------|--------------------------|--------------------------|--------------------------|--------------------------|--------------------------|--------------------------|

СТРАНИЦА  
ИЗ

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

~~50000~~

$$\begin{array}{r}
 22222 \dots 22 \\
 22222 \dots 22 \\
 \hline
 44444 \dots 44 \\
 44444 \dots 44 \\
 + 44444 \dots 44 \\
 \hline
 44444 \dots 44 \\
 44444 \dots 44 \\
 \hline
 44444 \dots 44 \\
 44444 \dots 44 \\
 \hline
 44444 \dots 44 \\
 44444 \dots 44 \\
 \hline
 \end{array}$$

$$(x+2)^2 = \frac{(222)}{x} + \frac{x^2}{222} + \frac{44}{y}$$

$$\frac{y^4 z^4 + x^4 z^4 + y^4 x^4}{x^2 y^2 z^2}$$

$$x^2 - a^4 + a^2 - 2a^3 - 4a + 20$$

$$x_1 + x_2 = \frac{1}{49289}$$

$$x_1 + x_2 = \frac{222}{1253568}$$

$$x_1 + x_2 = \frac{10 \cdot 9920}{109920}$$

$$20 = x \cdot L \cdot (20 - x)$$

$$20x - 2x^2 = 20$$

$$x^2 - 20x + 10 = 0$$

$$180 - 2L - 90 = \frac{180 - 2L}{2}$$

$$45 + 45 + 2L - 90 = L$$

$$135 - L$$

$$L - 45 + 90 - L = 45$$

$$135 + 45 - L$$

$$x^2 + y^2 + z^2 + 2 \cdot 3(x + y + z) = xy + yz + zx + x^2 + y^2 + z^2$$

$$y(x+z) + x(z+y) - L$$

$$-(x+z)(y+x) = 2x^2 + \dots$$

$$x^2 + y^2 + z^2 + 2 \cdot 3(x + y + z)$$



На одной странице можно оформлять **только одну** задачу. Отметьте **крестиком** номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в **решении каждой задачи отдельно**.

1

2

3

4

5

6

7

СТРАНИЦА  
— ИЗ —

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по **каждой из задач** нумеруются **отдельно**. Порча QR-кода недопустима!



На одной странице можно оформлять **только одну** задачу. Отметьте **крестиком** номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в **решении каждой задачи отдельно**.

- |                            |                            |                            |                            |                            |                            |                            |
|----------------------------|----------------------------|----------------------------|----------------------------|----------------------------|----------------------------|----------------------------|
| <input type="checkbox"/> 1 | <input type="checkbox"/> 2 | <input type="checkbox"/> 3 | <input type="checkbox"/> 4 | <input type="checkbox"/> 5 | <input type="checkbox"/> 6 | <input type="checkbox"/> 7 |
|----------------------------|----------------------------|----------------------------|----------------------------|----------------------------|----------------------------|----------------------------|

СТРАНИЦА  
ИЗ

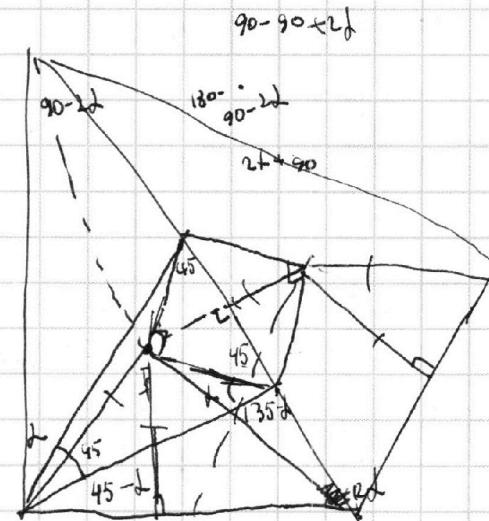
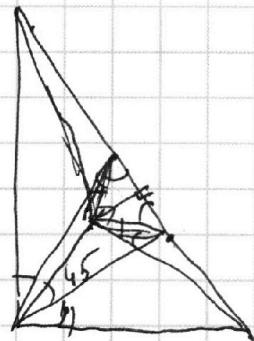
Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по **каждой из задач** нумеруются **отдельно**. Порча QR-кода недопустима!

$$z(3+z) = xy \Rightarrow z + \frac{xy}{z} = \frac{xy}{2}$$

$$\left(\frac{xy}{z}\right)^2 + \sqrt{xy} \left(\frac{x^2}{y}\right)^{\frac{1}{2}} +$$

$$x^2 \left( \frac{y^2}{z^2} + \frac{z^2}{y^2} \right) + \frac{y^2}{x^2}$$

$$\frac{a}{6} + \frac{b}{6} \geq 2 \sqrt{\frac{a}{6} \cdot \frac{b}{6}} \geq 2$$



$$180 - 435 + z = 2z$$

$$\begin{aligned} 90 - z - 45 \\ \sqrt{x^2+y^2} - x - y \\ x - y - \sqrt{x^2+y^2} \end{aligned}$$

$$z(z+\frac{xy}{z}) = xy \Rightarrow \frac{xy}{2}.$$

$$x^3 + 3x^2 = y^3 + 3y^2$$

$$\frac{xy}{2} + \frac{xt}{y} + \frac{yz}{x} \quad x^2(x+3) = y^2(y+3)$$

$$\frac{ab}{c} \cdot \frac{bc}{a} \cdot \frac{ac}{b} \quad x > y$$

Из этого

$$z = \frac{3x+x^2}{y} = \frac{3y+y^2}{x}$$

$$-x^2 + 4 + 2x^2 \\ (x+3) - 4 \cdot 3x^3 = 0 \quad y^3 + 3y^2 = x^3 + 3x^2$$

$$-2x^3 + x^2 + 6x + 9 = 0 \quad (y-x)(y^2 + xy + x^2) + 3(y-x)(y+x) \\ \cancel{(y-x)}(y-x) y^2 + xy + x^2 + 3y + 3x = 0$$

На одной странице можно оформлять **только одну** задачу. Отметьте **крестиком** номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в **решении каждой задачи отдельно**.



- |                          |                          |                          |                          |                          |                          |                          |
|--------------------------|--------------------------|--------------------------|--------------------------|--------------------------|--------------------------|--------------------------|
| <input type="checkbox"/> |
|--------------------------|--------------------------|--------------------------|--------------------------|--------------------------|--------------------------|--------------------------|

СТРАНИЦА  
ИЗ

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по **каждой из задач** нумеруются **отдельно**. Порча QR-кода недопустима!

$$x^3 + 3x^2 = y^3 + 3y^2$$

$$y^2 + yz + z^2 - 7yz = \\ (x+y)(y+z)(z-x)$$

$$(x-y)(x^2 + xy + y^2) + 3(x-y) = 0$$

$$y(y+z) + z(z-y)$$

$$(x-y)(x^2 + xy + 3x + y^2 - 3y) = 0$$

$$y^2 + z^2$$

$$\begin{aligned} & \text{или } y^2 + 6yz + 9 - 4(y^2 + 3y) = y^2 + 6y + 9 - 4y^2 - 12y = \\ & 2(y^2 - x^2 - z^2) + 6(y^2 + x^2 + z^2) - 4xy - xz - yz = 0 \\ & = -3y^2 - 6y + 9 \end{aligned}$$

$$x(x+3) = y^2 - \frac{18}{2}(y^2 + z^2 + x^2) +$$

$$\begin{aligned} & -3(y^2 + 2y - 3) \\ & y^2 + 3y - 3 = \\ & = y(y+3) - y(y+3) \\ & = (y-3)(y+3) \end{aligned}$$

x-15

$$y^2 + z^2 + 2yz$$

$$\frac{-y-3 \pm \sqrt{-3(y-1)(y+3)}}{2} = 0$$

$$x+3 = y+z$$

$$(y+z)^2 = -3(y+1)(y+3)$$

x-15  
2 + ...

$$y(x-z) = 2(z+3) - 2(x+3)$$

$$x+3 = -y-z$$

$$x=2 \quad -x-y$$

$$\begin{cases} 2y = 3z + 7 \\ 10 = yz \end{cases}$$

$$y = \frac{10}{z}$$

$$\begin{array}{r} 1111 \\ 1111 \\ 1111 \\ 1111 \\ \hline 1111 \end{array} \quad 1111 \quad 23 \cdot 1111^3 =$$

$$\frac{w}{2} = z^2 + z^2$$

$$\begin{array}{r} 11111111 \\ 11111111 \\ 11111111 \\ 11111111 \\ \hline 11111111 \end{array}$$

$$(x+y+z)^2 =$$

$$= x^2 + y^2 + z^2 + 2xy +$$

$$\begin{array}{r} 111 \\ 111 \\ 111 \\ 111 \\ \hline 111 \end{array} \quad 11 = 121 \cdot 11$$

$$1 \quad 8 \quad 7 \quad 2 \quad 5 \quad 4 \quad 3 \quad 2 \quad 1$$

$$(y^2 + yz + z^2 + 3y + 3z) = 0$$

$$11111111 \quad 1221$$

$$(x^2 + xy + z^2 + 3x + 3y) = 0$$

$$12,385 \\ 0987654321$$

$$y^2 + z^2 + x^2 - x^2 + xy + 3x$$

$$12,385 \\ 0987654321$$

$$x^2 - z^2 + 3x - 3z + xy - yz \\ (x+z)(x-z) + 3(x-z) + y(x-z) = (x-z)(x+z+3-y) = 0$$