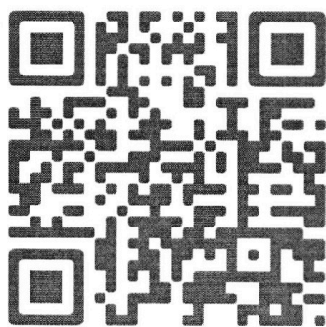
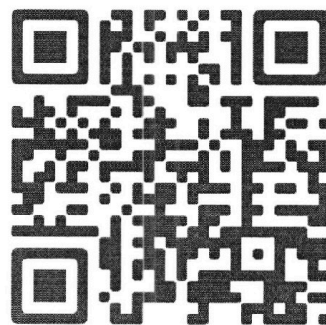




МОСКОВСКИЙ
ФИЗИКО-ТЕХНИЧЕСКИЙ
ИНСТИТУТ

ОЛИМПИАДА "ФИЗТЕХ"
ПО МАТЕМАТИКЕ

10 КЛАСС. Вариант 5



1. [4 балла] Ненулевые числа x, y, z удовлетворяют системе уравнений

$$\begin{cases} xy = 3z + z^2, \\ yz = 3x + x^2, \\ zx = 3y + y^2. \end{cases}$$

Найдите все возможные значения выражения $(x+3)^2 + (y+3)^2 + (z+3)^2$, если известно, что система имеет хотя бы одно решение в ненулевых числах.

2. [2 балла] Десятичная запись натурального числа n состоит из 40 000 девяток. Сколько девяток содержит десятичная запись числа n^3 ?
3. [5 баллов] Окружность ω с диаметром AB пересекает сторону BC остроугольного треугольника ABC в точке D . Точка F выбрана на отрезке AC так, что $DF \perp AC$, а E — точка пересечения отрезка DF с окружностью ω , отличная от D . Найдите AF , если $AC = 10$, $AB = 6$, $BE = 5$.
4. [4 балла] В телеигре ведущий берет несколько коробок и ровно в три из них кладет по одному шарик. Игрок может указать на пять коробок и открыть их. Если в этих коробках лежат все три шарика, то игрок выигрывает. Игроку разрешили открыть шесть коробок. Во сколько раз увеличилась вероятность выигрыша игрока?
5. [5 баллов] Найдите все значения параметра a , при которых корни уравнения $x^2 - (a^2 - a)x + a - 5 = 0$ являются пятым и шестым членами некоторой непостоянной арифметической прогрессии, а корни уравнения $4x^2 - (a^3 - a^2)x + 2a^4 + 2a^2 - a^6 - 4 = 0$ являются третьим и восьмым членами этой прогрессии.
6. [5 баллов] На координатной плоскости построена фигура Φ , состоящая из всех точек, координаты $(x; y)$ которых удовлетворяют неравенству $\left|x - \frac{15}{2} + \frac{y}{6\sqrt{3}}\right| + \left|x - \frac{15}{2} - \frac{y}{6\sqrt{3}}\right| \leq 3$. Фигуру Φ непрерывно повернули вокруг начала координат на угол π против часовой стрелки. Найдите площадь фигуры, которую замела фигура Φ при этом повороте.
7. [6 баллов] На гипотенузе BC прямоугольного треугольника ABC выбраны точки P и Q так, что $AB = BP$, $AC = CQ$. Внутри треугольника ABC выбрана точка D , для которой $DP = DQ$, а $\angle PDQ = 90^\circ$. Найдите $\angle DBC$, если известно, что $\angle DCB = 20^\circ$.



На одной странице можно оформлять только одну задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.

1	2	3	4	5	6	7
☐	☒	☐	☐	☐	☐	☐

СТРАНИЦА
1 ИЗ 1

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

N 2

$$\underbrace{9^3}_{1 \quad 1 \quad 1} = \underbrace{729}_{1 \quad 1 \quad 1}$$

$$n(1) = 1$$

$$\underbrace{99^3}_{2 \quad 2 \quad 2} = \underbrace{970299}_{2-1 \quad 2-1 \quad 2}$$

$$n(2) = 3$$

$$\underbrace{999^3}_{3 \quad 3 \quad 3} = \underbrace{997002999}_{3-1 \quad 3-1 \quad 3}$$

$$n(3) = 5$$

$$\underbrace{9999^3}_{4 \quad 4 \quad 4} = \underbrace{999700029999}_{4-1 \quad 4-1 \quad 4} \quad n(4) = 7$$

$$\underbrace{999 \dots 9^3}_k = \underbrace{99 \dots 9}_{k-1} \underbrace{700 \dots 0}_{k-1} \underbrace{2999 \dots 9}_k \quad n(k) = k + k - 1 = 2k - 1 \quad \Rightarrow$$

$$\Rightarrow n(40000) = 40000 \cdot 2 - 1 = 79999$$

Ответ: 79999



На одной странице можно оформлять только одну задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.

1 ☐ 2 ☐ 3 ☒ 4 ☐ 5 ☐ 6 ☐ 7 ☐

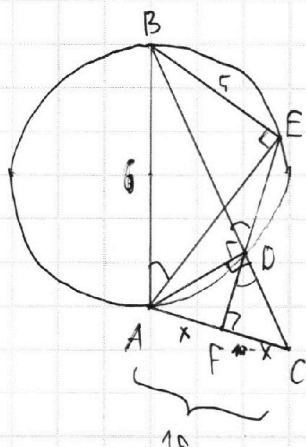
СТРАНИЦА
1 из 1

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

№ 3

Дано:

Окр. ω
AB - диаметр ω
 $\omega \cap BC = D$
 $AC \perp DF$
 $F \in AC$
 $DF \cap \omega = E$
 $AC = 10$
 $AB = 6$
 $BE = 5$
 $AF = ?$



Решение:

1) Пусть $AF = x$, тогда $FC = 10 - x$

2) $\triangle ADB$ - впис, опир. на диаметр, $\Rightarrow$
 $\angle ADB = 90^\circ \Rightarrow \angle ADC = 180^\circ - 90^\circ = 90^\circ$

3) $\triangle ADC$ - треугольн, DF - высота, $\Rightarrow$

$$\Rightarrow DF = \sqrt{x(10-x)}$$

$$4) DC = \sqrt{(10-x)^2 + x(10-x)} = \sqrt{100 - 20x + x^2 + 10x - x^2} =$$

$$= \sqrt{100 - 10x}$$

5) $\triangle ABE$ - впис, опир. на диаметр $\Rightarrow \angle AEB = 90^\circ$

~~6) $\triangle ABE \sim \triangle BAE$~~

6) $\angle BAE = \angle BDE$ как впис, опир. на 1 дугу $\Rightarrow$

$\Rightarrow \angle FDC = \angle EDB$ как верт. $\Rightarrow$

$\Rightarrow \angle BAE = \angle FDC$

$$\Rightarrow \sin \angle BAE = \sin \angle FDC$$

$$\frac{5}{6} = \frac{10-x}{\sqrt{100-10x}}$$

$$\frac{25}{36} = \frac{(10-x)^2}{10(10-x)}$$

$$250 = 360 - 36x$$

$$36x = 110$$

$$x = \frac{110}{36} = AF$$

Ответ $AF = \frac{110}{36}$



На одной странице можно оформлять только одну задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.

1	2	3	4	5	6	7
☐	☐	☐	☒	☐	☐	☐

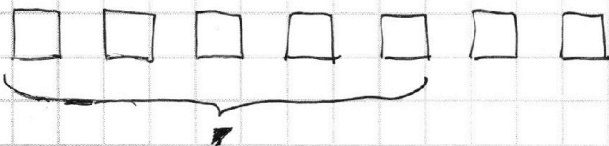
СТРАНИЦА

1 ИЗ 1

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

№4

Пусть есть n коробок, ~~каждая~~ ^{каждый} шурок выбирает 5 из них:



Вероятность, что 3 ~~шурка~~ ^{шурка} будут в этой группе:

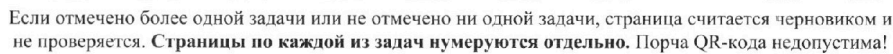
$$P_1 = \frac{5}{n} \cdot \frac{4}{n-1} \cdot \frac{3}{n-2} = \frac{60}{n(n-1)(n-2)}$$

Если шурок открывает 6 коробок, то вероятность будет:

$$P_2 = \frac{6}{n} \cdot \frac{5}{n-1} \cdot \frac{4}{n-2} = \frac{120}{n(n-1)(n-2)}$$

Получается, что шансы вырастут в $\frac{P_2}{P_1} = \frac{120}{60} = 2$ раза

Problem 2





На одной странице можно оформлять **только одну** задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.

1	2	3	4	5	6	7
☐	☐	☐	☐	☐	☒	☐

СТРАНИЦА

1 ИЗ 2

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

$$R = \sqrt{9^2 + (9\sqrt{3})^2} = 9\sqrt{1+3} = 18$$

$$r = 6$$

$$S = \frac{\pi R^2}{2} - \frac{\pi r^2}{2} + 2S_{\text{сег}} + \frac{1}{2}S_{\phi}$$

$$S_{\phi} = (9-6)(9\sqrt{3}+9\sqrt{3}) = 3 \cdot 18\sqrt{3} = 54\sqrt{3}$$

$$S_{\text{сег.}} = \frac{\pi R^2 \cdot \alpha}{360^\circ} - \frac{9 \cdot 9\sqrt{3}}{2}$$

$$\cos \alpha = \frac{9}{18} = \frac{1}{2}$$

$$S_{\text{сег}} = \frac{\pi \cdot 18^2 \cdot 60^\circ}{360^\circ} - \frac{81\sqrt{3}}{2} = \frac{54\pi}{2} - \frac{81\sqrt{3}}{2}$$

$$S = \frac{\pi R^2}{2} - \frac{\pi r^2}{2} + 2 \cdot \left(\frac{54\pi}{2} - \frac{81\sqrt{3}}{2} \right) + 54\sqrt{3} =$$

$$= \frac{\pi \cdot 18^2}{2} - \frac{\pi \cdot 6^2}{2} + \frac{108\pi}{2} - 81\sqrt{3} + 54\sqrt{3} =$$

$$= 162\pi - 18\pi + \frac{108\pi}{2} - 81\sqrt{3} + 54\sqrt{3} =$$

$$= 252\pi - 27\sqrt{3} = 9(28\pi - 3\sqrt{3})$$

Ответ: ~~252\pi - 27\sqrt{3}~~ $9(28\pi - 3\sqrt{3})$



На одной странице можно оформлять **только одну** задачу. Отметьте **крестиком** номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в **решении каждой задачи отдельно**.

1
☐

2
☐

3
☐

4
☐

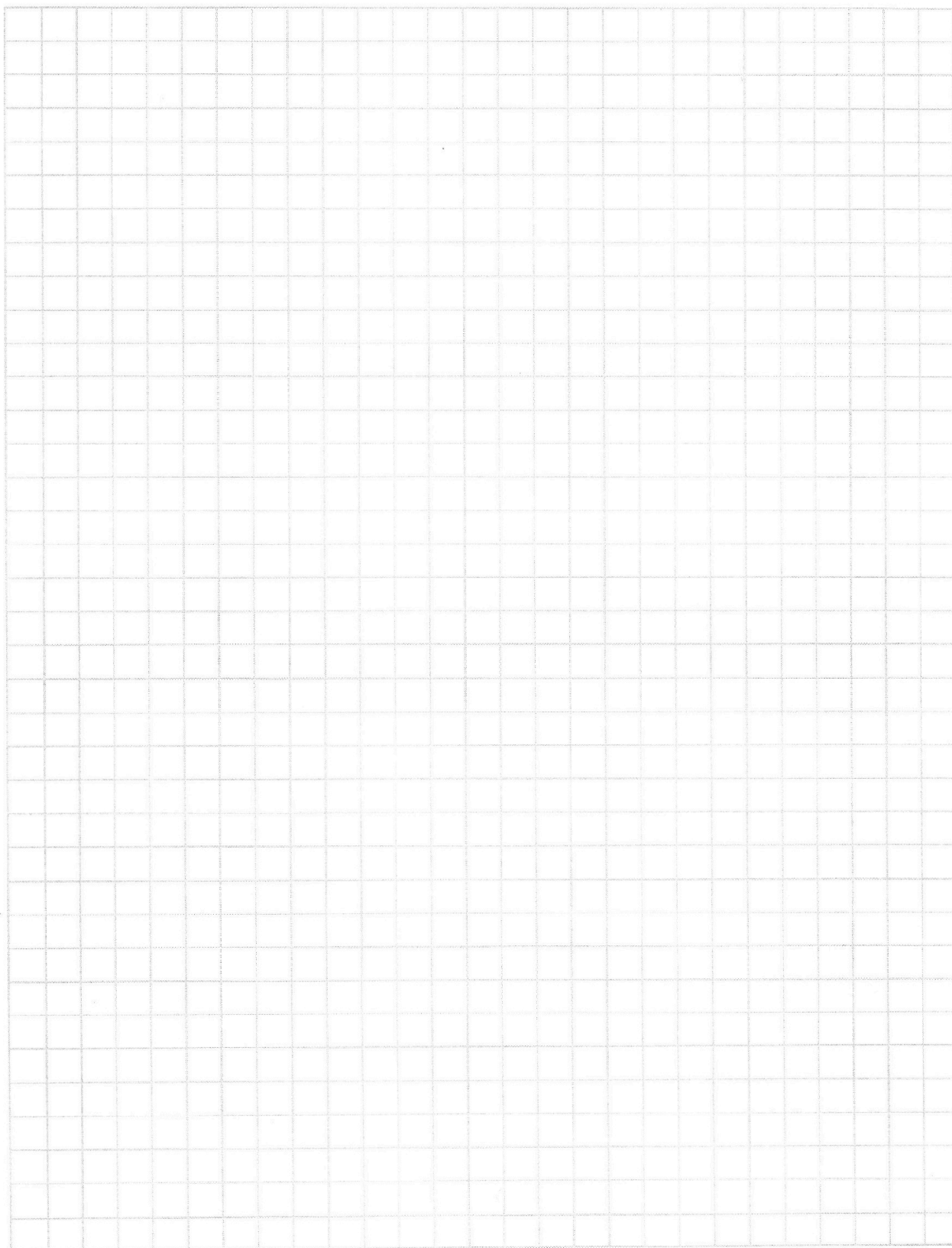
5
☐

6
☐

7
☐

СТРАНИЦА
__ ИЗ __

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. **Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно.** Порча QR-кода недопустима!





На одной странице можно оформлять **только одну** задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.

1 2 3 4 5 6 7

☐ ☐ ☐ ☐ ☐ ☐ ☐

СТРАНИЦА
__ ИЗ __

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

№ 1

$$\begin{cases} xy = 3z + z^2 \\ yz = 3x + x^2 \\ zx = 3y + y^2 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} 9 + 3z + xy = (z+3)^2 \\ 9 + 3x + yz = (x+3)^2 \\ 9 + 3y + zx = (y+3)^2 \end{cases}$$

$$\begin{cases} xy = 3z + z^2 \\ yz = 3x + x^2 \\ zx = 3y + y^2 \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} y^2(3y+y^2) = (3z+z^2)(3x+x^2) \\ y^4 + 3y^3 = xz(3+z)(3+x) \\ y^2(3y+y^2) = (3y+y^2)(3+z(3+x)) \\ y^2 = (3+z)(3+x) \end{cases}$$

$$\begin{cases} y^2 = (x+3)(z+3) \\ x^2 = (y+3)(z+3) \\ z^2 = (x+3)(z+3) \end{cases}$$

$$x^2 + 3x + 9 + y^2 + 3y + 9 + z^2 + 3z + 9 = 6$$

$$3x^2 + 3y^2 + 3z^2 + 3x + 3y + 3z + 9 = 6$$

$$3x^2 + 3y^2 + 3z^2 + 3x + 3y + 3z + 9 = 6$$

$$x^2 + 6x + 9 + y^2 + 6y + 9 + z^2 + 6z + 9 = 6$$

$$(x+3)^2 + (y+3)^2 + (z+3)^2 = 6$$

$$3x + yz + 9 + 3y + xz + 9 + 3z + xy + 9 = 6$$

$$6 = 27 - 3(x+y+z) + (xy+yz+zx)$$

$$x_1 + x_2 + x_3 = -b$$

$$x_1 x_2 + x_2 x_3 + x_3 x_1 = c$$

$$x_1 x_2 x_3 = -d$$

$$\begin{cases} xy = 3z + z^2 \\ yz = 3x + x^2 \\ zx = 3y + y^2 \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} x = \frac{3z+z^2}{y} \\ yz = \frac{3z+z^2}{y} + \left(\frac{3z+z^2}{y}\right)^2 \cdot \frac{1}{z} \\ \frac{3z^2+z^3}{y} = 3y + y^2 \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} y^3 = y(3+z) + \frac{(3z+z^2)^2}{z} \\ y^3 + 3y^2 = z^2 + 3z^2 \end{cases}$$

$$y^3 - z^3 + 3(y^2 - z^2) = 0$$

$$(y-z)(y^2 + yz + z^2) + 3(y-z)(y+z) = 0$$

$$(y-z)(y^2 + yz + z^2 + 3y + 3z) = 0$$

$$y = z$$

$$y^2 + (z+3)y + z^2 + 3z = 0$$

$$D = (z+3)^2 - 4z^2 - 12z = z^2 + 6z + 9 - 4z^2 - 12z = -3z^2 - 6z + 9 = -3(z^2 + 2z - 3)$$

$$y = \frac{-z-3 \pm \sqrt{-3(z^2 + 2z - 3)}}{2}$$



На одной странице можно оформлять только одну задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.

1 2 3 4 5 6 7

СТРАНИЦА
__ ИЗ __

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

$$\begin{cases} xy = z(z+3) \\ yz = x(x+3) \\ xz = y(y+3) \end{cases} \quad \begin{cases} x^2 = (z+3)(y+3) \\ y^2 = (x+3)(z+3) \\ z^2 = (x+3)(y+3) \end{cases}$$

$$x^2 = (z+3)(y+3) = yz - 3x$$

$$zy + 3z + 3y + 9 = yz - 3x$$

$$3x + 3y + 3z + 9 = 0$$

$$(x+y+z+3)=0$$

$$z = -3 - x - y$$

$$\begin{cases} x^2 = (-x-y)(y+3) \\ y^2 = (x+3)(-x-y) \\ (-3-x-y)^2 = (x+3)(y+3) \end{cases}$$

$$x^2 - y^2 = (x+y)(x+3) - (x+y)(y+3)$$

$$(x+3)(y+3)$$

$$(x-y)(x+y) = (x+y)(x+3) - (x+y)(y+3)$$

$$x = -y$$

$$x - y = x + 3 - y - 3$$

$$x^2 - y^2 = x^2 + xy + 3xy - xy - y^2 - 3x - 3y$$

$$\begin{cases} x^2 = -(x+y)(y+3) \\ (-3-x-y)^2 = (x+3)(y+3) \end{cases}$$

$$\begin{aligned} x^2 &= -xy - 3x - 3y - y^2 \\ x^2 + xy + y^2 + 3x + 3y &= 0 \end{aligned}$$

$$x^2 + y^2 + 3x + 3y + 2xy = xy + 3x + 3y + 9$$

$$x^2 + y^2 + 3x + 3y + xy = 0$$

$$yz + xz + xy = 0$$

$$z^2 + y^2 + x^2 + 3z + 3y + 3x = 0$$

$$x^2 + y^2 + z^2 = 9 \quad | \cdot 2$$

$$2x^2 + 2y^2 + 2z^2 = 18$$

$$(x^2 + 2xy + y^2) + (y^2 + 2yz + z^2) + (x^2 + 2xz + z^2) = 18$$

$$(x+y)^2 + (y+z)^2 + (x+z)^2 = 18$$

$$(x+y)^2 + (x+3)^2 + (y+3)^2 = 18 \quad | +$$

$$(x+z)^2 + (x+3)^2 + (y+3)^2 = 18 \quad | +$$

$$(y+z)^2 + (y+3)^2 + (z+3)^2 = 18$$

$$(x+y)^2 + (x+z)^2 + (y+z)^2 + 2(x+3)^2 + 2(y+3)^2 + 2(z+3)^2 = 54$$

$$(x+3)^2 + (y+3)^2 + (z+3)^2 = 18$$

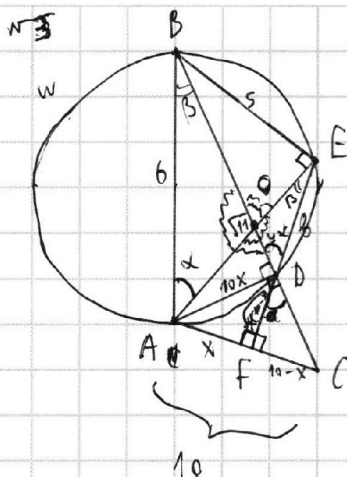


На одной странице можно оформлять **только одну** задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.

1 2 3 4 5 6 7
☐ ☐ ☐ ☐ ☐ ☐ ☐

СТРАНИЦА
 __ ИЗ __

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!



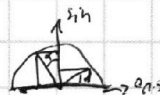
$$\begin{aligned} AF &= ? \\ AC &= 10 \\ AB &= 6 \\ BE &= 5 \end{aligned} \quad \begin{aligned} AF \cdot FC &= DF^2 \\ AF \cdot (10 - AF) &= DF^2 \\ x(10 - x) &= DF^2 \\ 10x - x^2 &= DF^2 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} AF^2 + FE^2 &= 11 \\ AF &= \sqrt{11 - FE^2} \end{aligned} \quad AD^2 = 10x$$

$$AD^2 = x^2 + a^2$$

$$\frac{AD}{BE} = \frac{x^2 + a^2}{5}$$

$$\frac{10x}{5} = x^2$$



$$\begin{aligned} OD &= y \\ AO &= \sqrt{(10x)^2 + y^2} \\ OE &= \sqrt{(10x)^2 + y^2} - \sqrt{11} \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} \sin \alpha &= \frac{5}{6} \\ \sin(90^\circ + \alpha) &= \cos \alpha = \sqrt{1 - \sin^2 \alpha} = \sqrt{1 - \frac{25}{36}} = \frac{\sqrt{11}}{6} \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} BO \cdot OD &= AO \cdot OE \\ BO \cdot y &= \sqrt{(10x)^2 + y^2} \cdot (\sqrt{(10x)^2 + y^2} - \sqrt{11}) \\ BO \cdot y &= (10x)^2 + y^2 - \sqrt{11}(\sqrt{(10x)^2 + y^2}) \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} (10x)^2 + b^2 - 2 \cdot 10x \cdot b \cdot \frac{\sqrt{11}}{6} &= 11 \\ 100x^2 + b^2 - \frac{20}{3}bx \cdot \frac{\sqrt{11}}{6} &= 11 \\ b^2 - \frac{10\sqrt{11}}{3}bx + 100x^2 - 11 &= 0 \end{aligned}$$

$$\frac{\sqrt{11}}{\cos \alpha} = \frac{10x}{\sin \beta} = 6 = \frac{b}{\sin(\beta - \alpha)}$$

$$\sin \beta = \frac{10x}{6} \quad \cos \beta = \sqrt{1 - \frac{100x^2}{36}} = \frac{\sqrt{36 - 100x^2}}{6}$$

$$\sin A \quad \sin(180^\circ - (\alpha + 90^\circ) + \beta) = \sin 180^\circ \cdot \cos(\alpha + 90^\circ + \beta) - \sin(\alpha + 90^\circ + \beta) \cos 180^\circ =$$

$$= \sin A \quad \sin(\beta + 90^\circ) = \sin(\alpha + 90^\circ) \cdot \cos \beta + \sin \beta \cos(\alpha + 90^\circ) = \frac{\sqrt{11}}{6} \cdot \frac{\sqrt{36 - 100x^2}}{6} + \frac{10x}{6} \cdot \frac{5}{6} =$$

$$= \frac{\sqrt{11(36 - 100x^2)} + 50x}{36}$$

$$b = \frac{\sqrt{11(36 - 100x^2)}}{6}$$

$$b = \frac{36b}{\sqrt{11(36 - 100x^2)}}$$

$$\begin{aligned} 36b^2 &= 11 \cdot 36 - 11 \cdot 100x^2 \\ 36b^2 &= 396 - 1100x^2 \end{aligned}$$

$$x^2 + \frac{11(36 - 100x^2)}{36} = 11 \quad | \cdot 36$$

$$36x^2 + (36x(10 - x) + 11(36 - 100x^2) + 2 \cdot 36 \sqrt{x(10 - x)} \sqrt{11(36 - 100x^2)}) = 396$$

$$360x + 396 - 1100x^2 + 12 \sqrt{x(10 - x)} \sqrt{11(36 - 100x^2)} = 396$$

$$12 \sqrt{11x(10 - x)(36 - 100x^2)} = 1700x^2 - 360x$$



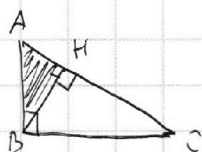
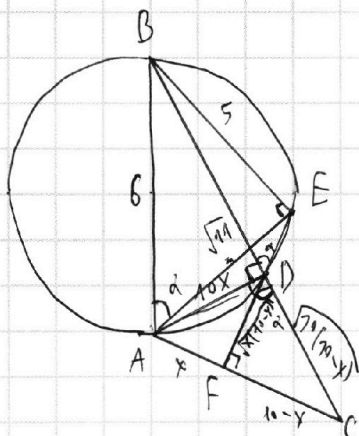
На одной странице можно оформлять **только одну** задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.

1 2 3 4 5 6 7

СТРАНИЦА
__ ИЗ __

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

$$144(11x(10-x)(36-100x^2) - (1100x^2 - 360x)^2)$$



$$\frac{BH}{BC} = \frac{AH}{AB}$$

$$\frac{BH}{AB} = \frac{HC}{BC}$$

$$BH = \frac{AB \cdot HC}{BC}$$

$$BH = \frac{BC \cdot AH}{AB}$$

$$BH^2 = AH \cdot HC$$

$$\text{Ответ: } 3 \frac{1}{18}$$

MS

$$x^2 - (a^2 - a)x + a - 5 = 0$$

$$x_1 + x_2 = a - 5$$

$$D = (a^2 - a)^2 - 4(a - 5) = a^4 - 2a^3 + a^2 - 4a + 20$$

$$4x^2 - (a^3 - a^2)x + 2a^2 + 2a^2 - a^4 - 4 = 0$$

$$D = (a^3 - a^2)^2 - 16(2a^2 + 2a^2 - a^4 - 4)$$

$$11 = x^2 + (\sqrt{x(10-x)} + 8)^2$$

$$11 = x^2 + 10x + x^2 + 6^2 + 2 \cdot 8 \sqrt{x(10-x)}$$

$$11 - 10x - 36 = 16 \sqrt{x(10-x)}$$

$$(11 - 10x - 36)^2 = 256x(10-x)$$

$$121 + 100x^2 + 36 - 220x - 22 \cdot 36^2 + 20 \cdot 36^2 = 40x^2 - 4 \cdot 36^2 x^2$$

$$121 + 100x^2 + 36 - 220x - 22 \cdot 36^2 + 20 \cdot 36^2 = 40x^2 - 4 \cdot 36^2 x^2$$

$$\sin \alpha = \frac{5}{6} = \frac{10-x}{10(10-x)}$$

$$\cos \alpha = \frac{11}{6} = \frac{x(10-x)}{10-x}$$

$$\frac{11}{36} = \frac{x(10-x)}{(10-x)^2}$$

$$11(10-x) = 36x$$

$$110 - 11x = 36x$$

$$110 = 47x$$

$$x = \frac{110}{47}$$

$$AF = \frac{110}{47}$$

$$DC^2 = (10-x)^2 + x(10-x) =$$

$$= 100 - 20x + x^2 + 10x - x^2 =$$

$$= 100 - 10x = 10(10-x)$$

$$DC = \sqrt{10(10-x)}$$

$$\sin \alpha = \frac{5}{6} = \frac{10-x}{10(10-x)}$$

$$\frac{25}{36} = \frac{(10-x)^2}{10(10-x)}$$

$$250 = 360 - 36x$$

$$36x = 110$$

$$x = \frac{110}{36} = \frac{55}{18} = 3 \frac{1}{18}$$



На одной странице можно оформлять **только одну** задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.

1 2 3 4 5 6 7
☐ ☐ ☐ ☐ ☐ ☐ ☐

СТРАНИЦА
__ ИЗ __

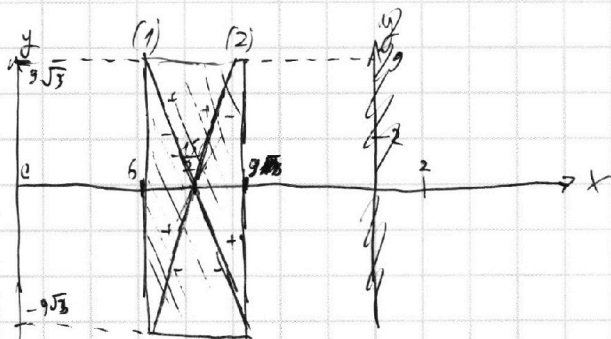
Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

$$|x - \frac{15}{2}| + \frac{y}{6\sqrt{3}} + |x - \frac{15}{2}| - \frac{y}{6\sqrt{3}} \leq 3$$
$$|x - \frac{15}{2}| + \frac{y}{6\sqrt{3}} \leq 3 \quad (1)$$
$$|x - \frac{15}{2}| - \frac{y}{6\sqrt{3}} \leq 3 \quad (2)$$

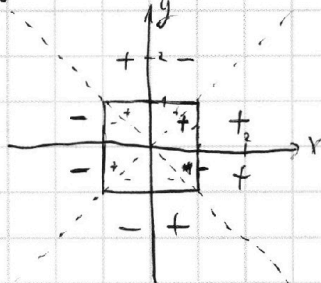
$$1) x - \frac{15}{2} + \frac{y}{6\sqrt{3}} = 0 \quad 2) x - \frac{15}{2} - \frac{y}{6\sqrt{3}} = 0$$

$$y = -\left(x - \frac{15}{2}\right) 6\sqrt{3}$$

$$y = -6\sqrt{3}\left(x - \frac{15}{2}\right)$$



$$y = -x \quad y = x$$
$$|x+y| + |x-y| = 2$$



$$1) ++ \quad x+y+x-y=2$$

$$x=1$$

$$+- \quad x+y-x-y=2$$

$$y=1$$

$$-+ \quad x-y+x-y=2$$

$$y=-1$$

$$-- \quad -x-y-x-y=2$$

$$x=-1$$

$$\begin{array}{r} 252 \overline{) 3} \\ 54 \overline{) 3} \\ 252 \overline{) 3} \\ 3 \overline{) 3} \\ 0 \end{array}$$

$$1) ++ \quad 2x - 15 \leq 3$$
$$x \leq 9$$

$$2) +- \quad \frac{y}{6\sqrt{3}} \leq 3$$
$$y \leq 9\sqrt{3}$$

$$3) -+ \quad -\frac{y}{6\sqrt{3}} \leq 3$$
$$y \geq -9\sqrt{3}$$

$$4) -- \quad -2x + 15 \leq 3$$
$$x \geq 6$$

$$OA = \sqrt{(9\sqrt{3})^2 + 9^2} = 9 \cdot 2 = 18$$

$$OB = \sqrt{9^2 + (9\sqrt{3})^2} = 9 \cdot 2 = 18$$

$$S_{\text{сектор}} = \frac{\pi r^2 \cdot 60^\circ}{360^\circ} = \frac{\pi \cdot 18^2 \cdot 60^\circ}{360^\circ} = 162\pi$$

$$S_{\text{треугольник}} = \frac{1}{2} \cdot 18 \cdot 18 \cdot \sin 60^\circ = 162\sqrt{3}$$

$$S = \frac{\pi r^2 \cdot 120^\circ}{360^\circ} - 2 \cdot 162\sqrt{3} = \frac{\pi \cdot 18^2 \cdot 120^\circ}{360^\circ} - 324\sqrt{3} =$$

$$= 108\pi - 324\sqrt{3}$$

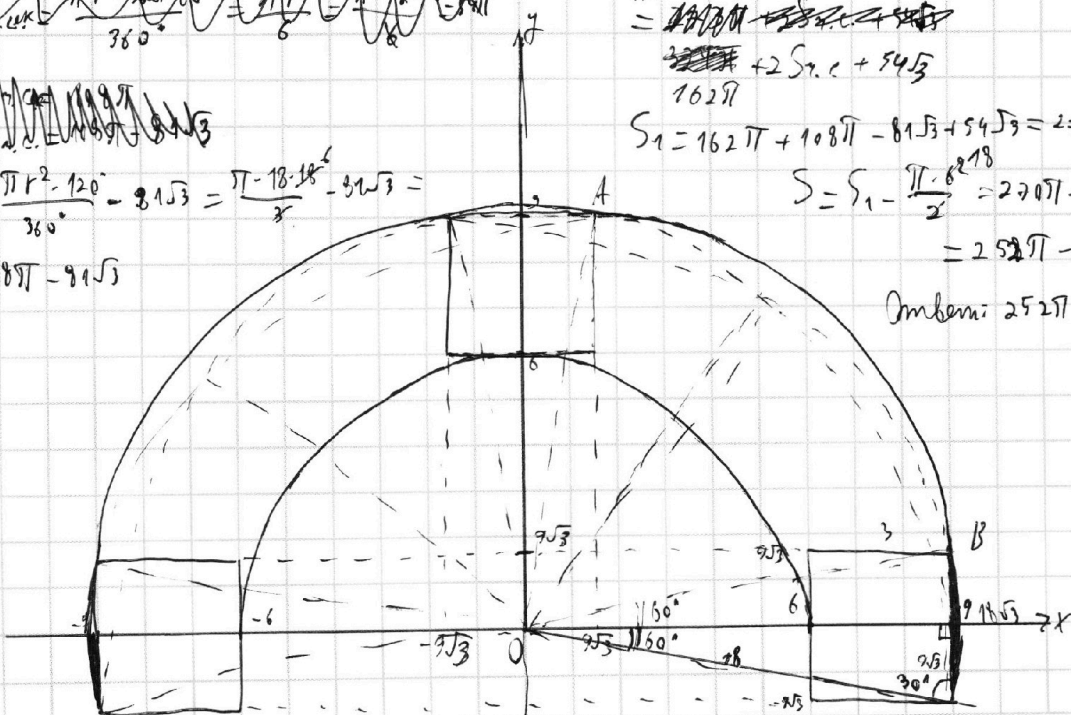
$$S_1 = \pi \cdot 18^2 \cdot \frac{120^\circ}{360^\circ} + 2 \cdot \frac{1}{2} \cdot 18 \cdot 18 \cdot \sin 60^\circ =$$
$$= 162\pi + 162\sqrt{3}$$

$$S_1 = 162\pi + 162\sqrt{3} - 81\sqrt{3} + 81\sqrt{3} = 162\pi + 162\sqrt{3}$$

$$S = S_1 - \frac{\pi \cdot 18^2 \cdot 120^\circ}{360^\circ} = 162\pi + 162\sqrt{3} - 108\pi =$$

$$= 54\pi + 162\sqrt{3}$$

$$\text{Ответ: } 54\pi + 162\sqrt{3}$$





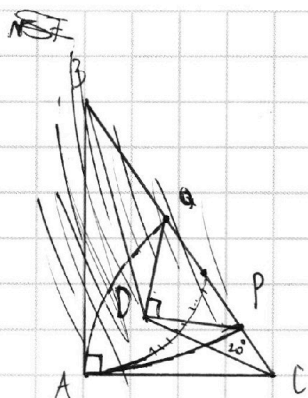
На одной странице можно оформлять **только одну** задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении **каждой** задачи **отдельно**.

1 2 3 4 5 6 7

☐ ☐ ☐ ☐ ☐ ☐ ☐

СТРАНИЦА
__ ИЗ __

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!



$$AB = BP$$

$$AC = CP$$

$$\begin{array}{r} 512 \\ + 32 \\ \hline 4096 \\ - 4 \end{array}$$

$$\begin{array}{r} 4100 \\ - 512 \\ \hline 3588 \\ - 32 \\ \hline 3556 \\ - 32 \\ \hline 3524 \\ - 32 \\ \hline 3492 \\ - 32 \\ \hline 3460 \\ - 32 \\ \hline 3428 \\ - 32 \\ \hline 3396 \\ - 32 \\ \hline 3364 \\ - 32 \\ \hline 3332 \\ - 32 \\ \hline 3300 \end{array}$$

$$N \quad 5 \quad 1 \quad 2 \quad 3 \quad 4 \quad 5 \quad 6 \quad 7 \quad 8$$

$$a_n: a, b; a+d; a+2d; a+3d; a+4d; a+5d; a+6d; a+7d$$

$$4x^2 - (a^3 - a^2)x + 2a^4 + 2a^2 - a^6 - 4 = 0$$

$$x^2 - (a^2 - a)x + a - 5 = 0$$

$$D = (a^3 - a^2)^2 - 4(2a^4 + 2a^2 - a^6 - 4)$$

$$D = (a^2 - a)^2 - 4(a - 5)$$

$$\begin{cases} x_1 + x_2 = \frac{a^3 - a^2}{4} \\ x_1 x_2 = \frac{2a^4 + 2a^2 - a^6 - 4}{4} \end{cases}$$

$$\begin{cases} x_1 + x_2 = a^2 - a \\ x_1 x_2 = a - 5 \end{cases}$$

$$\begin{cases} b + 2d + b + 7d = \frac{a^3 - a^2}{4} \\ (b + 2d)(b + 7d) = \frac{2a^4 + 2a^2 - a^6 - 4}{4} \end{cases}$$

$$\begin{cases} b + 4d + b + 5d = a^2 - a \\ (b + 4d)(b + 5d) = a - 5 \end{cases}$$

$$\begin{cases} 2b + 9d = \frac{a^3 - a^2}{4} \\ b^2 + 9bd + 14d^2 = \frac{2a^4 + 2a^2 - a^6 - 4}{4} \end{cases}$$

$$\begin{cases} 2b + 9d = a^2 - a \\ b^2 + 9bd + 20d^2 = a - 5 \end{cases}$$

$$\frac{a^3 - a^2}{4} = a^2 - a$$

$$a^2(a - 1) = 4a(a - 1)$$

$$\begin{cases} a = 0 \\ a = 1 \\ a = 4 \end{cases}$$

$$\begin{aligned} 1) a = 0: \\ 2b + 9d = 0 \\ b^2 + 9bd + 14d^2 = -1 \\ b^2 + 9bd + 20d^2 = -5 \\ 6d^2 = -4 \\ d \in \emptyset \end{aligned}$$

$$2) a = 1$$

$$2b + 9d = 0$$

$$b^2 + 9bd + 14d^2 = -\frac{1}{4}$$

$$b^2 + 9bd + 20d^2 = -4$$

$$6d^2 = -1 + \frac{1}{4}$$

$$d \in \emptyset$$

$$3) a = 4$$

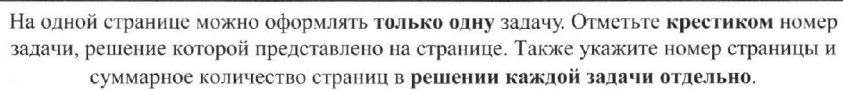
$$2b + 9d = 12$$

$$b^2 + 9bd + 14d^2 = 889$$

$$b^2 + 9bd + 20d^2 = -1$$

$$6d^2 = -890$$

$$d \in \emptyset$$



7

СТРАНИЦА
ИЗ

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

$$(9 \cdot 111)^3 = 9^3 \cdot 111^3 = 729 \cdot 12321$$

$$\begin{array}{r} 111 \\ \times 111 \\ \hline 111 \\ + 111 \\ \hline 12321 \\ \times 12321 \\ \hline 12321 \\ 12321 \\ 12321 \\ \hline 13687531 \\ \times 9 \\ \hline 12308829 \end{array}$$