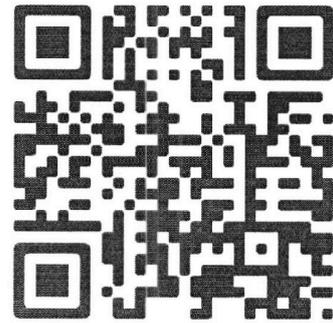


МОСКОВСКИЙ  
ФИЗИКО-ТЕХНИЧЕСКИЙ  
ИНСТИТУТ

ОЛИМПИАДА "ФИЗТЕХ"  
ПО МАТЕМАТИКЕ

10 КЛАСС. Вариант 5



1. [4 балла] Ненулевые числа  $x, y, z$  удовлетворяют системе уравнений

$$\begin{cases} xy = 3z + z^2, \\ yz = 3x + x^2, \\ zx = 3y + y^2. \end{cases}$$

Найдите все возможные значения выражения  $(x + 3)^2 + (y + 3)^2 + (z + 3)^2$ , если известно, что система имеет хотя бы одно решение в ненулевых числах.

2. [2 балла] Десятичная запись натурального числа  $n$  состоит из 40 000 девяток. Сколько девяток содержит десятичная запись числа  $n^3$ ?
3. [5 баллов] Окружность  $\omega$  с диаметром  $AB$  пересекает сторону  $BC$  остроугольного треугольника  $ABC$  в точке  $D$ . Точка  $F$  выбрана на отрезке  $AC$  так, что  $DF \perp AC$ , а  $E$  — точка пересечения отрезка  $DF$  с окружностью  $\omega$ , отличная от  $D$ . Найдите  $AF$ , если  $AC = 10$ ,  $AB = 6$ ,  $BE = 5$ .
4. [4 балла] В телеигре ведущий берет несколько коробок и ровно в три из них кладет по одному шарик. Игрок может указать на пять коробок и открыть их. Если в этих коробках лежат все три шарика, то игрок выигрывает. Игроку разрешили открыть шесть коробок. Во сколько раз увеличилась вероятность выигрыша игрока?
5. [5 баллов] Найдите все значения параметра  $a$ , при которых корни уравнения  $x^2 - (a^2 - a)x + a - 5 = 0$  являются пятым и шестым членами некоторой непостоянной арифметической прогрессии, а корни уравнения  $4x^2 - (a^3 - a^2)x + 2a^4 + 2a^2 - a^6 - 4 = 0$  являются третьим и восьмым членами этой прогрессии.
6. [5 баллов] На координатной плоскости построена фигура  $\Phi$ , состоящая из всех точек, координаты  $(x; y)$  которых удовлетворяют неравенству  $\left|x - \frac{15}{2} + \frac{y}{6\sqrt{3}}\right| + \left|x - \frac{15}{2} - \frac{y}{6\sqrt{3}}\right| \leq 3$ . Фигуру  $\Phi$  непрерывно повернули вокруг начала координат на угол  $\pi$  против часовой стрелки. Найдите площадь фигуры, которую замела фигура  $\Phi$  при этом повороте.
7. [6 баллов] На гипотенузе  $BC$  прямоугольного треугольника  $ABC$  выбраны точки  $P$  и  $Q$  так, что  $AB = BP$ ,  $AC = CQ$ . Внутри треугольника  $ABC$  выбрана точка  $D$ , для которой  $DP = DQ$ , а  $\angle PDQ = 90^\circ$ . Найдите  $\angle DBC$ , если известно, что  $\angle DCB = 20^\circ$ .



На одной странице можно оформлять **только одну** задачу. Отметьте **крестиком** номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в **решении каждой задачи отдельно**.

1  2  3  4  5  6  7

СТРАНИЦА  
1 ИЗ 1

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

№ 2

$$9^3 = 729$$

$$n(4) = 1$$

$$99^3 = 970299$$

$$n(4) = 3$$

$$999^3 = 997002999$$

$$n(4) = 5$$

$$9999^3 = 999700029999$$

$$n(4) = 7$$

$$999\dots 9^3 = 99\dots 9700\dots 02999\dots 9 \quad n(4) = k+k-1 = 2k-1 \Rightarrow$$

$$\Rightarrow n(40000) = 40000 \cdot 2 - 1 = 79999$$

Ответ: 79999

На одной странице можно оформлять только одну задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.

1  2  3  4  5  6  7

СТРАНИЦА

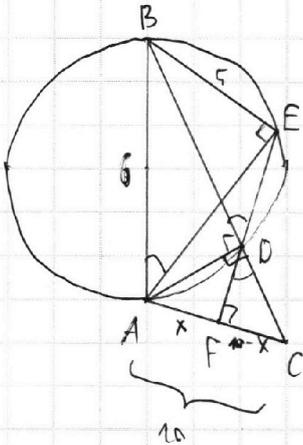
1 ИЗ 1

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

№3

Дано:

Окр.  $\omega$   
 $AB$  - диаметр  $\omega$   
 $\omega \cap BC = D$   
 $AC \perp DF$   
 $F \in AC$   
 $DF \cap \omega = E$   
 $AC = 10$   
 $AB = 6$   
 $BE = 5$   
 $AF = ?$



Решение:

1) Треугольн  $AF = x$ , тогда  $FC = 10 - x$

2)  $\triangle ADB$  - впис, отпр. на диаметре,  $\Rightarrow \angle ADB = 90^\circ \Rightarrow \angle ADC = 180^\circ - 90^\circ = 90^\circ$

3)  $\triangle ADC$  - треугольн,  $DF$  - высота,  $\Rightarrow \Rightarrow DF = \sqrt{x(10-x)}$

4)  $DC = \sqrt{(10-x)^2 + x(10-x)} = \sqrt{100 - 20x + x^2 + 10x - x^2} = \sqrt{100 - 10x}$

5)  $\triangle ABE$  - впис, отпр. на диаметре  $\Rightarrow \angle AEB = 90^\circ$

~~6)  $\triangle ABE \sim \triangle BAE$~~

6)  $\angle BAE = \angle BDE$  как впис, отпр. на дугу  $\Rightarrow$

$\Rightarrow \angle FDC = \angle EDB$  как берм.  $\Rightarrow$

$\Rightarrow \Rightarrow \angle BAE = \angle FDC$

$\Rightarrow \sin \angle BAE = \sin \angle FDC$

$$\frac{5}{6} = \frac{10-x}{\sqrt{100-10x}}$$

$$\frac{25}{36} = \frac{(10-x)^2}{10(10-x)}$$

$$250 = 360 - 36x$$

$$36x = 110$$

$$x = \frac{110}{36} = AF$$

Ответ  $AF = \frac{110}{36}$



На одной странице можно оформлять только одну задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.

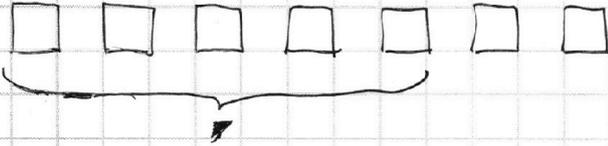
1  2  3  4  5  6  7

СТРАНИЦА  
1 ИЗ 1

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

№4

Пусть есть  $n$  коробок, ~~и~~ <sup>каждый</sup> шурок выбирает 5 из них:



Вероятность, что 3 ~~шурка~~ <sup>шурка</sup> будут в этой группе:

$$P_1 = \frac{5}{n} \cdot \frac{4}{n-1} \cdot \frac{3}{n-2} = \frac{60}{n(n-1)(n-2)}$$

Если шурок открывает 6 коробок, то вероятность будет:

$$P_2 = \frac{6}{n} \cdot \frac{5}{n-1} \cdot \frac{4}{n-2} = \frac{120}{n(n-1)(n-2)}$$

Тогда, во сколько раз возрастут  $\frac{P_2}{P_1} = \frac{120}{60} = 2$  раза

Ответ: 2



На одной странице можно оформлять **только одну** задачу. Отметьте **крестиком** номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении **каждой** задачи **отдельно**.

1  2  3  4  5  6  7

СТРАНИЦА  
1 ИЗ 2

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

№ 6

$$\left| x - \frac{15}{2} + \frac{y}{6\sqrt{3}} \right| + \left| x - \frac{15}{2} - \frac{y}{6\sqrt{3}} \right| \leq 3$$

$$\left| \left( x - \frac{15}{2} \right) + \frac{y}{6\sqrt{3}} \right| + \left| \left( x - \frac{15}{2} \right) - \frac{y}{6\sqrt{3}} \right| \leq 3$$

$$1) \begin{cases} x - \frac{15}{2} < \frac{y}{6\sqrt{3}} \\ x - \frac{15}{2} < -\frac{y}{6\sqrt{3}} \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} y < 6\sqrt{3} \left( x - \frac{15}{2} \right) \\ y > 6\sqrt{3} \left( x - \frac{15}{2} \right) \end{cases}$$

$$2) \begin{cases} x - \frac{15}{2} < \frac{y}{6\sqrt{3}} \\ x - \frac{15}{2} > -\frac{y}{6\sqrt{3}} \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} y > 6\sqrt{3} \left( x - \frac{15}{2} \right) \\ y > -6\sqrt{3} \left( x - \frac{15}{2} \right) \end{cases}$$

$$-\left( x - \frac{15}{2} \right) - \frac{y}{6\sqrt{3}} - \left( x - \frac{15}{2} \right) + \frac{y}{6\sqrt{3}} \leq 3$$

$$-2x + 15 \leq 3$$

$$-2x \geq -12 \Rightarrow x \leq 6$$

$$-\left( x - \frac{15}{2} \right) - \frac{y}{6\sqrt{3}} + \left( x - \frac{15}{2} \right) - \frac{y}{6\sqrt{3}} \leq 3$$

$$-\frac{y}{3\sqrt{3}} \leq 3$$

$$y \geq -9\sqrt{3}$$

3) +- -

4) ++

$$\begin{cases} \left( x - \frac{15}{2} \right) > \frac{y}{6\sqrt{3}} \\ \left( x - \frac{15}{2} \right) < -\frac{y}{6\sqrt{3}} \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} y < 6\sqrt{3} \left( x - \frac{15}{2} \right) \\ y < -6\sqrt{3} \left( x - \frac{15}{2} \right) \end{cases}$$

$$\begin{cases} \left( x - \frac{15}{2} \right) > \frac{y}{6\sqrt{3}} \\ \left( x - \frac{15}{2} \right) > -\frac{y}{6\sqrt{3}} \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} y < 6\sqrt{3} \left( x - \frac{15}{2} \right) \\ y > -6\sqrt{3} \left( x - \frac{15}{2} \right) \end{cases}$$

$$\left( x - \frac{15}{2} \right) + \frac{y}{6\sqrt{3}} - \left( x - \frac{15}{2} \right) + \frac{y}{6\sqrt{3}} \leq 3$$

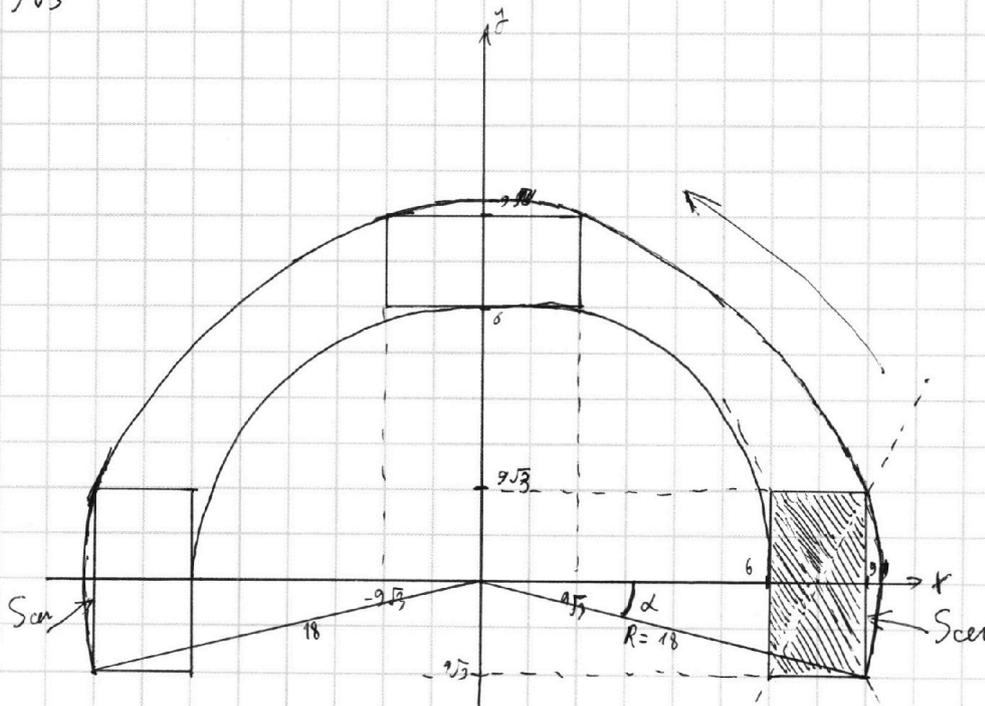
$$\frac{y}{3\sqrt{3}} \leq 3$$

$$y \leq 9\sqrt{3}$$

$$\left( x - \frac{15}{2} \right) + \frac{y}{6\sqrt{3}} + \left( x - \frac{15}{2} \right) - \frac{y}{6\sqrt{3}} \leq 3$$

$$2x - 15 \leq 3$$

$$x \leq 9$$





На одной странице можно оформлять **только одну** задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.

1  2  3  4  5  6  7

СТРАНИЦА  
1 ИЗ 2

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

$$R = \sqrt{9^2 + (9\sqrt{3})^2} = 9\sqrt{4} = 18$$
$$r = 6$$

$$S = \frac{\pi R^2}{2} - \frac{\pi r^2}{2} + 2S_{\text{сеч}} + \frac{1}{2}S_{\phi}$$

$$S_{\phi} = (9-6)(9\sqrt{3}+9\sqrt{3}) = 3 \cdot 18\sqrt{3} = 54\sqrt{3}$$

$$S_{\text{сеч. н}} = \frac{\pi R^2 \cdot \alpha}{360^\circ} - \frac{9 \cdot 9\sqrt{3}}{2}$$

$$\cos \alpha = \frac{9}{18} = \frac{1}{2}$$

$$S_{\text{сеч}} = \frac{\pi \cdot 18^2 \cdot 60^\circ}{360^\circ} - \frac{81\sqrt{3}}{2} = \frac{54\pi}{2} - \frac{81\sqrt{3}}{2}$$

$$S = \frac{\pi R^2}{2} - \frac{\pi r^2}{2} + 2 \cdot \left( \frac{54\pi}{2} - \frac{81\sqrt{3}}{2} \right) + 54\sqrt{3} =$$

$$= \frac{\pi \cdot 18^2}{2} - \frac{\pi \cdot 6^2}{2} + \frac{108\pi}{2} - 81\sqrt{3} + 54\sqrt{3} =$$

$$= 162\pi - 18\pi + \frac{108\pi}{2} - 81\sqrt{3} + 54\sqrt{3} =$$

$$= 252\pi - 27\sqrt{3} = 9(28\pi - 3\sqrt{3})$$

Ответ: ~~252\pi - 27\sqrt{3}~~  $9(28\pi - 3\sqrt{3})$



На одной странице можно оформлять **только одну задачу**. Отметьте **крестиком** номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в **решении каждой задачи отдельно**.

1

2

3

4

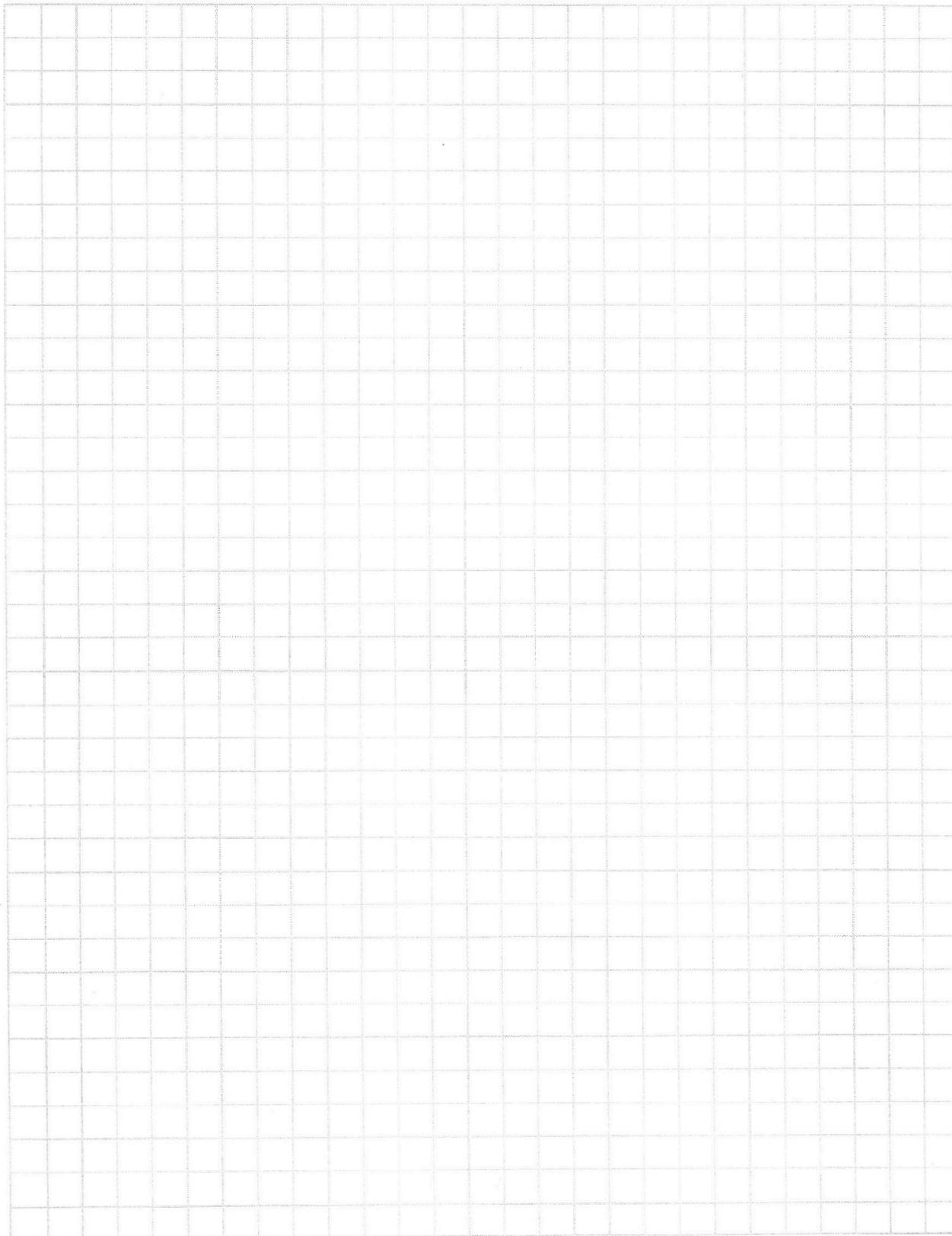
5

6

7

СТРАНИЦА  
\_\_ ИЗ \_\_

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. **Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно**. Порча QR-кода недопустима!



На одной странице можно оформлять **только одну** задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.



1  2  3  4  5  6  7

СТРАНИЦА  
\_\_ ИЗ \_\_

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

№ 1

$$\begin{cases} xy = 3z + z^2 \\ yz = 3x + x^2 \\ zx = 3y + y^2 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} 9 + 3z + xy = (z+3)^2 \\ 9 + 3x + yz = (x+3)^2 \\ 9 + 3y + zx = (y+3)^2 \end{cases}$$

$$\begin{cases} xy = 3z + z^2 \\ yz = 3x + x^2 \\ zx = 3y + y^2 \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} y^2(3y+y^2) = (3z+z^2)(3x+x^2) \\ y^4 + 3y^3 = xz(3+z)(3+x) \\ y^2(3y+y^2) = (3y+y^2)(3+z)(3+x) \\ y^2 = (3+z)(3+x) \end{cases}$$

$$\begin{cases} y^2 = (x+3)(z+3) \\ x^2 = (y+3)(z+3) \\ z^2 = (x+3)(z+3) \end{cases}$$

$$x^2 + 3x + 9 + y^2 + 3y + 9 + z^2 + 3z + 9 = t$$

$$yz + zx + xy + 27 = t$$

$$3yz + 3zx + 3xy + 27 - yz - zx - xy = t$$

$$2x^2 + 2y^2 + 2z^2 + 3yz + 3zx + 3xy + 27 - 2x^2 - 2y^2 - 2z^2 - 2yz - 2zx - 2xy = t$$

$$x^2 + 6x + 9 + y^2 + 6y + 9 + z^2 + 6z + 9 = t$$

$$3x + yz + 9 + 3y + xz + 9 + 3z + xy + 9 = t$$

$$t = 27 = 3(x+y+z) + (xy + yz + zx)$$

$$\begin{cases} ax^2 + bx + c = 0 \\ x_1 + x_2 = -b/a \\ x_1 x_2 = c/a \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} ax^3 + 6x^2 + cx + d \\ x_1 + x_2 + x_3 = -d/a \\ x_1 x_2 + x_2 x_3 + x_1 x_3 = c/a \\ x_1 x_2 x_3 = -d/a \end{cases}$$

$$\begin{cases} xy = 3z + z^2 \\ yz = 3x + x^2 \\ zx = 3y + y^2 \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} x = \frac{3z + z^2}{y} \\ yz = \frac{3z + z^2}{y} + \frac{(3z + z^2)^2}{y^2} \Big| : \frac{z}{y} \\ \frac{3z^2 + z^3}{y} = 3y + y^2 \Big| \cdot y \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} y^3 = y(9 + 3z) + \frac{(3z + z^2)^2}{y} \\ y^3 + 3y^2 = z^3 + 3z^2 \end{cases}$$

$$y^3 - z^3 + 3(y^2 - z^2) = 0$$

$$(y-z)(y^2 + yz + z^2) + 3(y-z)(y+z) = 0$$

$$(y-z)(y^2 + yz + z^2 + 3y + 3z) = 0$$

$$y = z$$

$$y^2 + (z+3)y + z^2 + 3z = 0$$

$$D = (z+3)^2 - 4z^2 - 12z = z^2 + 6z + 9 - 4z^2 - 12z = -3z^2 - 6z + 9 = -3(z^2 + 2z - 3)$$

$$y = \frac{-z-3 \pm \sqrt{-3(z^2 + 2z - 3)}}{2}$$



На одной странице можно оформлять **только одну** задачу. Отметьте **крестиком** номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении **каждой** задачи **отдельно**.

1  2  3  4  5  6  7

СТРАНИЦА  
\_\_ ИЗ \_\_

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

$$\begin{cases} xy = z(z+3) \\ yz = x(x+3) \\ xz = y(y+3) \end{cases} \quad \begin{cases} x^2 = (z+3)(y+3) \\ y^2 = (x+3)(z+3) \\ z^2 = (x+3)(y+3) \end{cases}$$

$$x^2 = (z+3)(y+3) = yz - 3x$$

$$zy + 3z + 3y + 9 = yz - 3x$$

$$3x + 3y + 3z + 9 = 0$$

$$x + y + z + 3 = 0$$

$$z = -3 - x - y$$

$$\begin{cases} x^2 = (-x-y)(y+3) \\ y^2 = (x+3)(-x-y) \\ (-3-x-y)^2 = (x+3)(y+3) \end{cases}$$

$$x^2 - y^2 = (x+y)(x+3) - (x+y)(y+3)$$

$$(x+3)(y+3)$$

$$(x-y)(x+y) = (x+y)(x+3) - (x+y)(y+3)$$

$$\begin{cases} x = -y \\ x - y = x + 3 - y - 3 \end{cases}$$

$$x^2 - y^2 = x^2 + xy + 3x + 3y - xy - y^2 - 3x - 3y$$

$$\begin{cases} x^2 = -(x+y)(y+3) \\ (-3-x-y)^2 = (x+3)(y+3) \end{cases}$$

$$\begin{cases} x^2 = -xy - 3x - 3y - y^2 \\ x^2 + xy + y^2 + 3x + 3y = 0 \end{cases}$$

$$x^2 + xy + y^2 + 3x + 3y + 3x + 3y = xy + 3x + 3y + 3$$

$$x^2 + y^2 + 3x + 3y + xy = 0$$

$$y^2 + xz + xy = 0$$

$$z^2 + y^2 + x^2 + 3z + 3y + 3x = 0$$

$$x^2 + y^2 + z^2 = 9 \quad | \cdot 2$$

$$2x^2 + 2y^2 + 2z^2 = 18$$

$$(x^2 + 2xy + y^2) + (y^2 + 2yz + z^2) + (x^2 + 2xz + z^2) = 18$$

$$(x+y)^2 + (y+z)^2 + (x+z)^2 = 18$$

$$(x+y)^2 + (x+3)^2 + (y+3)^2 = 18 \quad | +$$

$$(x+z)^2 + (x+3)^2 + (y+3)^2 = 18 \quad | +$$

$$(y+z)^2 + (y+3)^2 + (z+3)^2 = 18$$

$$\underbrace{(x+y)^2 + (x+z)^2 + (y+z)^2}_{-18} + 2(x+3)^2 + 2(y+3)^2 + 2(z+3)^2 = 54$$

$$(x+3)^2 + (y+3)^2 + (z+3)^2 = 18$$

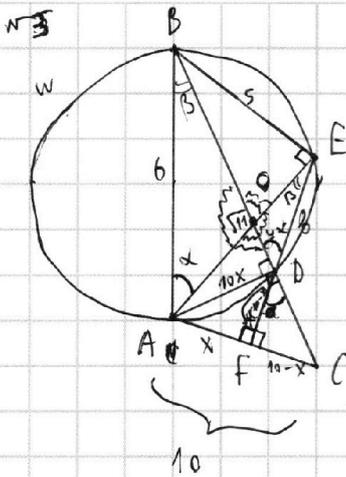


На одной странице можно оформлять **только одну** задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении **каждой** задачи **отдельно**.

1  2  3  4  5  6  7

СТРАНИЦА  
\_\_ ИЗ \_\_

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются **отдельно**. Порча QR-кода недопустима!



$$\begin{aligned} AF &= ? \\ AC &= 10 \\ AB &= 6 \\ BE &= 5 \end{aligned} \quad \left| \quad \begin{aligned} AF \cdot FC &= DF^2 \\ AF \cdot (10 - AF) &= DF^2 \\ x(10 - x) &= DF^2 \\ 10x - x^2 &= DF^2 \end{aligned} \right.$$

$$AF^2 + FE^2 = 11 \quad AD^2 = 10x$$

$$AF = \sqrt{11 - FE^2}$$

$$AD^2 = x^2 + a^2$$

~~$$\frac{AD}{BE} = \frac{x^2 + a^2}{5}$$~~



$$OD = y$$

$$AO = \sqrt{(10x)^2 + y^2}$$

$$OE = \sqrt{(10x)^2 + y^2} - \sqrt{11}$$

$$BO \cdot OD = AO \cdot OE$$

$$BO \cdot y = \sqrt{(10x)^2 + y^2} \cdot (\sqrt{(10x)^2 + y^2} - \sqrt{11})$$

$$BO \cdot y = (10x)^2 + y^2 - \sqrt{11}(\sqrt{(10x)^2 + y^2})$$

$$\sin \alpha = \frac{5}{6}$$

$$\sin(90^\circ + \alpha) = \cos \alpha = \sqrt{1 - \sin^2 \alpha} = \sqrt{1 - \frac{25}{36}} = \frac{\sqrt{11}}{6}$$

$$(10x)^2 + b^2 - 2 \cdot 10x \cdot b \cdot \frac{\sqrt{11}}{6} = 11$$

$$100x^2 + b^2 - 20bx \cdot \frac{\sqrt{11}}{3} = 11$$

~~$$b^2 - 50bx$$~~

$$b^2 - \left(\frac{10\sqrt{11}}{3}x\right)b + 100x^2 - 11 = 0$$

$$\frac{\sqrt{11}}{\cos \alpha} = \frac{10x}{\sin \beta} = 6 = \frac{b}{\sin(\beta - 2\alpha)}$$

$$\sin \beta = \frac{10x}{6} \quad \cos \beta = \sqrt{1 - \frac{100x^2}{36}} = \frac{\sqrt{36 - 100x^2}}{6}$$

$$\sin A \cdot \sin(180^\circ - (\alpha + 90^\circ) + \beta) = \sin 180^\circ \cdot \cos(\alpha + 90^\circ + \beta) - \sin(\alpha + 90^\circ + \beta) \cdot \cos 180^\circ =$$

$$= \sin \alpha \sin(\alpha + 90^\circ + \beta) = \sin(\alpha + 90^\circ) \cdot \cos \beta + \sin \beta \cos(\alpha + 90^\circ) = \frac{\sqrt{11}}{6} \cdot \frac{\sqrt{36 - 100x^2}}{6} + \frac{10x}{6} \cdot \frac{5}{6} =$$

$$= \frac{\sqrt{11(36 - 100x^2)} + 50x}{36}$$

$$b = \frac{\sqrt{11(36 - 100x^2)}}{6}$$

$$b = \frac{36b}{\sqrt{11(36 - 100x^2)}}$$

~~$$b = \frac{\sqrt{11(36 - 100x^2)}}{6}$$~~

~~$$36b^2 = 11 \cdot 36 - 11 \cdot 100x^2$$~~

~~$$36b^2 = 396 - 1100x^2$$~~

$$x^2 + \left( \frac{\sqrt{11(36 - 100x^2)}}{6} \right)^2 = 11 \quad | \cdot 36$$

$$36x^2 + (36x(10-x) + 11(36 - 100x^2) + 2 \cdot 6 \sqrt{x(10-x)} \cdot 11 \sqrt{36 - 100x^2}) = 396$$

$$360x^2 + 396 - 1100x^2 + 12 \sqrt{x(10-x)} \cdot 11 \sqrt{36 - 100x^2} = 396$$

$$12 \sqrt{11x(10-x)(36 - 100x^2)} = 1700x^2 - 350x$$



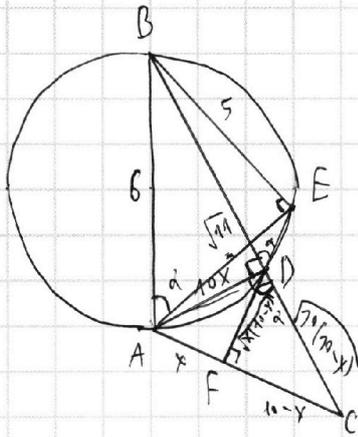
На одной странице можно оформлять только одну задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.

1  2  3  4  5  6  7

СТРАНИЦА  
\_\_ ИЗ \_\_

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

$$144(11x(10-x)(36-100x^2) - (1100x^2 - 360x)^2)$$



$$11 = x^2 + (\sqrt{x(10-x)} + 8)^2$$

$$11 = x^2 + 10x + x^2 + 6^2 + 2 \cdot 8 \cdot \sqrt{x(10-x)}$$

$$11 - 10x - 36 = 16 \sqrt{x(10-x)}$$

$$(11 - 10x - 36)^2 = 16^2 x(10-x)$$

$$(-25 + 100x^2 + 64 - 220x - 22 \cdot 6^2 + 20 \cdot 6^2 = 40x^2 - 4 \cdot 6^2 x^2)$$

$$36x^2 - 120x + 100 = 0$$

$$\sin \alpha = \frac{5}{6} = \frac{\sqrt{x(10-x)}}{10-x}$$

$$\frac{5}{6} = \frac{\sqrt{x(10-x)}}{10-x}$$

$$\frac{25}{36} = \frac{x(10-x)}{(10-x)^2}$$

$$11(10-x) = 36x$$

$$110 - 11x = 36x$$

$$110 = 47x$$

$$x = \frac{110}{47}$$

$$AF = \frac{110}{47}$$

$$DC^2 = (10-x)^2 + x(10-x) =$$

$$= 100 - 20x + x^2 + 10x - x^2 =$$

$$= 100 - 10x = 10(10-x)$$

$$DC = \sqrt{10(10-x)}$$

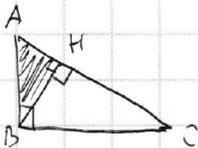
$$\sin \alpha = \frac{5}{6} = \frac{10-x}{\sqrt{10(10-x)}}$$

$$\frac{25}{36} = \frac{(10-x)^2}{10(10-x)}$$

$$250 = 360 - 36x$$

$$36x = 110$$

$$x = \frac{110}{36} = \frac{55}{18} = 3 \frac{1}{18}$$



$$\frac{BH}{BC} = \frac{AH}{AB}$$

$$\frac{BH}{AB} = \frac{HC}{BC}$$

$$BH = \frac{AB \cdot HC}{BC}$$

$$BH = \frac{BC \cdot AH}{AB}$$

$$BH^2 = AH \cdot HC$$

Ответ  $3 \frac{1}{18}$

MS

$$x^2 - (a^2 - a)x + a - 5 = 0$$

$$x_1 + x_2 = a^2 - a$$

$$D = (a^2 - a)^2 - 4(a - 5) = a^4 - 2a^3 + a^2 - 4a + 20 = a^4 - 2a^3 + a^2 - 4a + 20$$

$$4x^2 - (a^3 - a^2)x + 2a^2 + 2a^2 - a^6 - 4 = 0$$

$$D = (a^3 - a^2)^2 - 16(2a^2 + 2a^2 - a^6 - 4)$$



На одной странице можно оформлять только одну задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.

1  2  3  4  5  6  7

СТРАНИЦА  
\_\_ ИЗ \_\_

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

$$\begin{array}{r} 89 \\ \times 999 \\ \hline 28991 \\ 178999 \\ 178999 \\ \hline 998001 \end{array}$$

$$\begin{array}{r} 28991 \\ + 189991 \\ + 189991 \\ \hline 998001 \end{array}$$

$$\begin{array}{r} 9801 \\ \times 99 \\ \hline 188209 \\ 970299 \\ \hline 970299 \end{array}$$

$$\begin{array}{r} 1891 \\ \times 99 \\ \hline 1891 \\ 1891 \\ \hline 9801 \end{array}$$

$$\begin{array}{r} 99 \\ \times 999 \\ \hline 999 \\ 9999 \\ 99999 \\ \hline 998001 \end{array}$$

$$\begin{array}{r} 999 \\ \times 999 \\ \hline 999 \\ 9999 \\ 99999 \\ \hline 998001 \end{array}$$

$$9^3 = 729 \quad 1 \rightarrow 1$$

$$99^3 = 970299 \quad 2 \rightarrow 3$$

$$999^3 = 997002999 \quad 3 \rightarrow 5$$

$$9999^3 = 999700029999 \quad 4 \rightarrow 7$$

$$\dots$$

$$\underbrace{99\dots9}_k = \underbrace{99\dots9}_{k-1} \underbrace{700\dots0}_{k-1} \underbrace{99\dots9}_k \quad k \rightarrow 2k-1$$

Ответ: 79999

n коробок  
 5 шкафов

$$P = \frac{1}{C_n^3} = \frac{1}{\frac{n!}{3!(n-3)!}} = \frac{3!(n-3)!}{n!} = \frac{3!}{n(n-1)(n-2)}$$

$$n=4: P = \frac{3!}{4!} = \frac{1}{4}$$

$$0000: P = \frac{3! \cdot 2!}{5!} = \frac{2}{4 \cdot 5} = \frac{1}{10}$$

$$P_5 = \frac{3! \cdot 6}{5 \cdot 4 \cdot 5} = \frac{1}{10}$$

$$C_5^3 = \frac{5!}{2! \cdot 2!} = \frac{120}{2} = 60$$

$$P_n = \frac{1}{10} \cdot \frac{1}{2} \cdot \frac{1}{3} \cdot \frac{1}{2} = \frac{1}{120}$$

$$P_5 = \frac{5 \cdot 4 \cdot 3}{5 \cdot 4 \cdot 3} = 1$$

$$P_6 = \frac{6 \cdot 5 \cdot 4}{6 \cdot 5 \cdot 4} = 1$$

$$\frac{P_6}{P_5} = \frac{120}{60} = 2$$

Ответ: 2



На одной странице можно оформлять **только одну** задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.

1  2  3  4  5  6  7

СТРАНИЦА  
\_\_ ИЗ \_\_

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

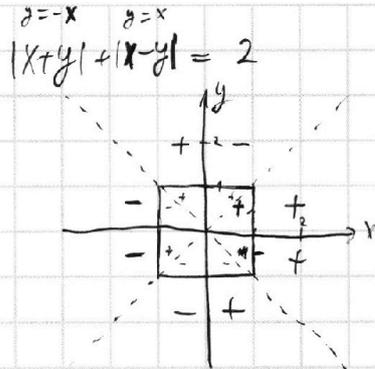
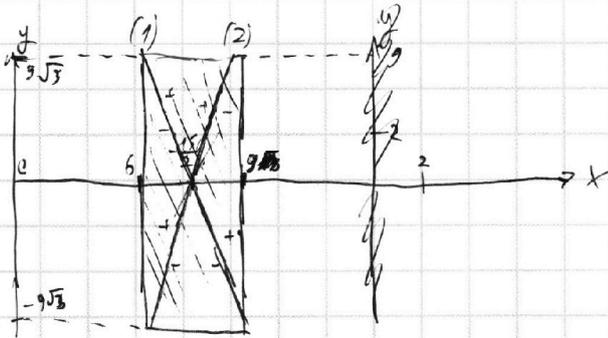
$$|x - \frac{15}{2}| + \frac{y}{6\sqrt{3}} + |x - \frac{15}{2}| - \frac{y}{6\sqrt{3}} \leq 3$$

$$|x - \frac{15}{2}| + y \frac{\sqrt{3}}{18} + |x - \frac{15}{2}| - \frac{y}{6\sqrt{3}} \leq 3$$

$$1) x - \frac{15}{2} + y \frac{\sqrt{3}}{18} = 0 \quad 2) x - \frac{15}{2} - \frac{y}{6\sqrt{3}} = 0$$

$$y = -(x - \frac{15}{2}) 6\sqrt{3} \quad y = 6\sqrt{3}(x - \frac{15}{2})$$

$$y = -6\sqrt{3}(x - \frac{15}{2})$$



$$1) ++ \quad x+y+x-y=2 \quad x=1$$

$$+- \quad x+y-x+y=2 \quad y=1$$

$$-+ \quad x-y+x-y=2 \quad y=-1$$

$$-- \quad -x-y-x+y=2 \quad x=-1$$

$$\begin{array}{r} 252 \overline{) 3} \\ 49 \overline{) 3} \\ 28 \overline{) 7} \\ 4 \overline{) 4} \\ \hline 252 \overline{) 9} \\ 18 \overline{) 128} \\ \hline 32 \\ \hline 32 \\ \hline 0 \end{array}$$

$$1) ++ \quad 2x - 15 \leq 3 \quad x \leq 9$$

$$2) +- \quad \frac{y}{3\sqrt{3}} \leq 3 \quad y \leq 9\sqrt{3}$$

$$3) -+ \quad \frac{-y}{3\sqrt{3}} \leq 3 \quad y \geq -9\sqrt{3}$$

$$4) -- \quad -2x + 15 \leq 3 \quad x \geq 6$$

$$OA = \sqrt{(9\sqrt{3})^2 + 9^2} = 9 \cdot 2 = 18$$

$$OB = \sqrt{9^2 + (9\sqrt{3})^2} = 9 \cdot 2 = 18$$

$$S_{\text{шар}} = \frac{4\pi R^2 \cdot 60^\circ}{360^\circ} = \frac{4\pi \cdot 18^2 \cdot 60^\circ}{360^\circ} = 2\pi \cdot 18^2 = 72\pi$$

$$S_1 = \pi \cdot 18^2 + 2 \cdot S_{\text{треуг}} + 2 \cdot \frac{S_{\text{шар}}}{2} =$$

$$= 324\pi + 2 \cdot 81\sqrt{3} + 72\pi = 396\pi + 162\sqrt{3}$$

$$S_1 = 162\pi + 108\pi - 81\sqrt{3} + 54\sqrt{3} = 270\pi - 27\sqrt{3}$$

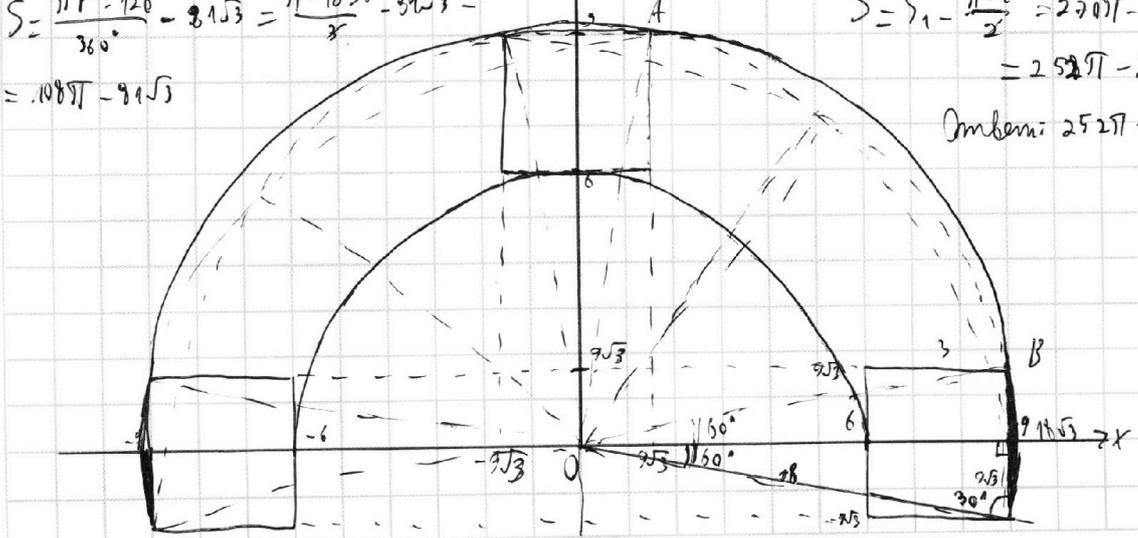
$$S = S_1 - \frac{\pi \cdot 18^2}{2} = 270\pi - 27\sqrt{3} - 19\pi =$$

$$= 252\pi - 27\sqrt{3}$$

$$S = \frac{\pi R^2 \cdot 120^\circ}{360^\circ} = 81\sqrt{3} = \frac{\pi \cdot 18^2 \cdot 120^\circ}{360^\circ} - 91\sqrt{3} =$$

$$= 108\pi - 91\sqrt{3}$$

Объем:  $252\pi - 27\sqrt{3}$



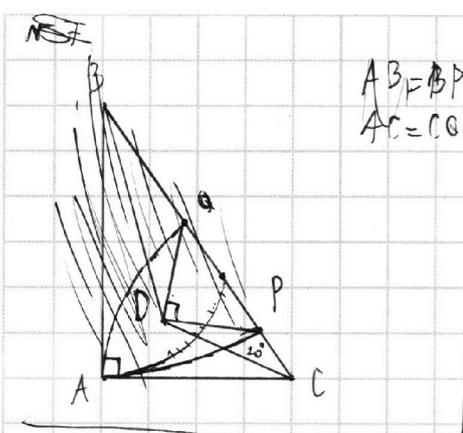


На одной странице можно оформлять **только одну** задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.

1  2  3  4  5  6  7

СТРАНИЦА  
\_\_ ИЗ \_\_

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!



$$AB = BP$$

$$AC = CO$$

$$\begin{array}{r} + 512 \\ - 32 \\ \hline 4096 \\ - 4 \end{array}$$

$$\begin{array}{r} + 10 \cdot 10 \\ 4100 \\ - 512 \\ \hline 3588 \\ \hline 3556 \frac{1}{4} \\ \hline 32 \\ \hline 35 \\ \hline 32 \\ \hline 76 \\ \hline 35 \\ \hline 0 \end{array}$$

N 5 1 2 3 4 5 6 7 8

$$a_n: a, b; a+d; a+2d; a+3d; a+4d; a+5d; a+6d; a+7d$$

$$4x^2 - (a^3 - a^2)x + 2a^4 + 2a^2 - a^6 - 4 = 0$$

$$x^2 - (a^2 - a)x + a - 5 = 0$$

$$D = (a^3 - a^2)^2 - 4(2a^4 + 2a^2 - a^6 - 4)$$

$$D = (a^2 - a)^2 - 4(a - 5)$$

$$\begin{cases} x_1 + x_2 = \frac{a^3 - a^2}{4} \\ x_1 x_2 = \frac{2a^4 + 2a^2 - a^6 - 4}{4} \end{cases}$$

$$\begin{cases} x_1 + x_2 = a^2 - a \\ x_1 x_2 = a - 5 \end{cases}$$

$$\begin{cases} b + 2d + a + 7d = \frac{a^3 - a^2}{4} \\ (b + 2d)(a + 7d) = \frac{2a^4 + 2a^2 - a^6 - 4}{4} \end{cases}$$

$$\begin{cases} b + 4d + a + 5d = a^2 - a \\ (b + 4d)(a + 5d) = a - 5 \end{cases}$$

$$\begin{cases} 2b + 9d = \frac{a^3 - a^2}{4} \\ b^2 + 9bd + 14d^2 = \frac{2a^4 + 2a^2 - a^6 - 4}{4} \end{cases}$$

$$\begin{cases} 2b + 9d = a^2 - a \\ b^2 + 9bd + 20d^2 = a - 5 \end{cases}$$

$$\frac{a^3 - a^2}{4} = a^2 - a$$

$$\begin{cases} 1) a=0: \\ 2b+9d=0 \end{cases}$$

$$2) a=1$$

$$3) a=4$$

$$a^2(a-1) = 4a(a-1)$$

$$\begin{cases} b^2 + 9bd + 14d^2 = -1 \\ b^2 + 9bd + 20d^2 = -5 \end{cases}$$

$$\begin{cases} 2b+9d=0 \\ b^2 + 9bd + 14d^2 = -\frac{1}{4} \end{cases}$$

$$2b+9d=12$$

$$a(a-1)(a-4) = 0$$

$$\begin{cases} b^2 + 9bd + 20d^2 = -5 \\ b^2 + 9bd + 20d^2 = -4 \end{cases}$$

$$\begin{cases} b^2 + 9bd + 14d^2 = -\frac{1}{4} \\ b^2 + 9bd + 20d^2 = -4 \end{cases}$$

$$b^2 + 9bd + 14d^2 = 889$$

$$\begin{cases} a=0 \\ a=1 \\ a=4 \end{cases}$$

$$bd^2 = -4$$

$$bd^2 = -1 + \frac{1}{4}$$

$$b^2 + 9bd + 20d^2 = -1$$

$$bd^2 = -890$$

$$d \in \emptyset$$

$$d \in \emptyset$$

