



МОСКОВСКИЙ
ФИЗИКО-ТЕХНИЧЕСКИЙ
ИНСТИТУТ

ОЛИМПИАДА "ФИЗТЕХ"
ПО МАТЕМАТИКЕ

10 КЛАСС. Вариант 7



1. [4 балла] Ненулевые числа x, y, z удовлетворяют системе уравнений

$$\begin{cases} xy = 4z + z^2, \\ yz = 4x + x^2, \\ zx = 4y + y^2. \end{cases}$$

Найдите все возможные значения выражения $(x+4)^2 + (y+4)^2 + (z+4)^2$, если известно, что система имеет хотя бы одно решение в ненулевых числах.

2. [2 балла] Десятичная запись натурального числа n состоит из 25 000 девяток. Сколько девяток содержит десятичная запись числа n^3 ?
3. [5 баллов] Окружность ω с диаметром AB пересекает сторону BC остроугольного треугольника ABC в точке D . Точка F выбрана на отрезке AC так, что $DF \perp AC$, а E — точка пересечения отрезка DF с окружностью ω , отличная от D . Найдите AF , если $AC = 20$, $AB = 15$, $BE = 10$.
4. [4 балла] В телеигре ведущий берет несколько коробок и ровно в три из них кладет по одному шарик. Игрок может указать на пять коробок и открыть их. Если в этих коробках лежат все три шарика, то игрок выигрывает. Игроку разрешили открыть восемь коробок. Во сколько раз увеличилась вероятность выигрыша игрока?
5. [5 баллов] Найдите все значения параметра a , при которых корни уравнения $x^2 - (a^2 - a)x + \frac{2-a^3}{3} = 0$ являются четвертым и пятым членами некоторой непостоянной арифметической прогрессии, а корни уравнения $2x^2 - (a^3 - a^2)x - 2a^6 - 8a - 4 = 0$ являются вторым и седьмым членами этой прогрессии.
6. [5 баллов] На координатной плоскости построена фигура Φ , состоящая из всех точек, координаты $(x; y)$ которых удовлетворяют неравенству $\left|y - 15 + \frac{x}{6\sqrt{3}}\right| + \left|y - 15 - \frac{x}{6\sqrt{3}}\right| \leq 6$. Фигуру Φ непрерывно повернули вокруг начала координат на угол π по часовой стрелке. Найдите площадь множества M , которое замела фигура Φ при этом повороте.
7. [6 баллов] На гипотенузе BC прямоугольного треугольника ABC выбраны точки P и Q так, что $AB = BP$, $AC = CQ$. Внутри треугольника ABC выбрана точка D , для которой $DP = DQ$, а $\angle PDQ = 90^\circ$. Найдите $\angle DCB$, если известно, что $\angle DBC = 35^\circ$.



На одной странице можно оформлять только одну задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.

1 2 3 4 5 6 7

СТРАНИЦА
1 ИЗ 1

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

$$n = \underbrace{9 \dots 9}_{25000} = \frac{10 \dots 0}{25000} - 1$$

$$n^3 = \left(\frac{10 \dots 0}{25000} - 1 \right)^3 = \left(\frac{10 \dots 0}{25000} \right)^3 - 1 - 3 \left(\frac{10 \dots 0}{25000} \right)^2 + 3 \frac{10 \dots 0}{25000} =$$

$$= \frac{9 \dots 9}{75000} - 3 \left(\frac{10 \dots 0}{25000} \right) \left(\frac{10 \dots 0}{25000} - 1 \right) =$$

$$= \frac{9 \dots 9}{75000} - 3 \left(\frac{10 \dots 0}{25000} \right) \left(\frac{9 \dots 9}{25000} \right) = \frac{9 \dots 9}{75000} - 3 \cdot \frac{9 \dots 9}{25000} \cdot \frac{25000}{10}$$

$$3 \cdot \frac{9 \dots 9}{25000} = 3 \cdot (10^{25000} - 1) = 3 \cdot 10^{25000} - 3 = 2 \frac{9 \dots 9}{24999}$$

$$n^3 = \frac{9 \dots 9}{75000} - 2 \frac{9 \dots 9}{24999} + \frac{10 \dots 0}{25000}$$

Заметим, что первые 25 000 разрядов там вычитается 0 \Rightarrow

9 остается. (Первые 25 вычитаются с 9.)

Тогда $24999 + 2 = 25001$ разряд там вычитает 2, 9, 7 т.е. 9 не ко

дычит так $9 - 2 = 7$; $9 - 7 = 2$; $9 - 9 = 0$. Остальные разряды не трогать.

Их $75000 - 25000 - 25001 = 24999$. Там остается 9.

Итого: $24999 + 25000 = 49999$

Ответ: 49999.

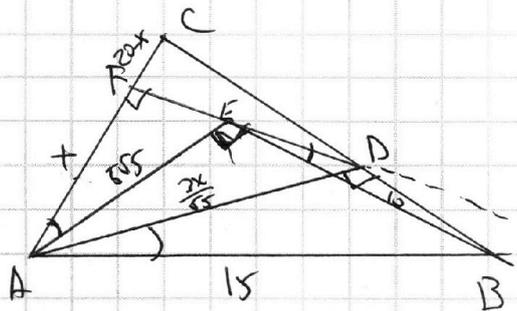


На одной странице можно оформлять только одну задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.

1 2 3 4 5 6 7

СТРАНИЦА
1 ИЗ 2

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!



E и D принадлежат окружности ω
 $\Rightarrow AEDB$ - вписанный по описи тесло

\Rightarrow $\angle AFD = 90^\circ$ т.к. $DF \perp AC$.

$\angle BAD = \angle BED$ по д-льм вписанной о.

$\angle AEF = 180^\circ - \angle AEB - \angle BED$; $\angle AEB = 90^\circ$ т.к. AB - диаметр.

$\angle AEF = 90^\circ - \angle BED$; $\angle FAE = 180^\circ - \angle AFE - \angle AEF$ по теореме о сумме углов

$\angle FAE = 90^\circ - \angle AEF = 90^\circ - (90^\circ - \angle BED) = \angle BED = \angle BAD$

$\angle ADB = 90^\circ$ т.к. AB - диаметр.

$\triangle AEB$ - п.ч по описи \Rightarrow по теореме Пифагора $AE^2 + EB^2 = AB^2$

$$AE^2 = 15^2 - 10^2 = 5 \cdot 25; AE = 5\sqrt{5}$$

$\triangle AFE \sim \triangle ADB$ по 2-м углам

$$\Rightarrow \frac{AF}{AD} = \frac{AE}{AB} = \frac{5\sqrt{5}}{15} = \frac{\sqrt{5}}{3}; FC = AC - AF = 20 - x$$

Пусть $AF = x$, тогда $AD = \frac{3x}{\sqrt{5}}$

$\triangle AFD$ по т. Пифагора $FD^2 + AF^2 = AD^2$.

$$x^2 + FD^2 = \frac{9x^2}{5} \quad FD^2 = \frac{4x^2}{5} \Rightarrow 2FD = \frac{2x}{\sqrt{5}}$$

~~$\triangle AOC$ по т. Пифагора $AO^2 + OC^2 = AC^2$~~
 ~~$\frac{9x^2}{5} + \left(\frac{2x}{\sqrt{5}}\right)^2 = 20^2$~~
 ~~$CD^2 = 400 - \frac{4x^2}{5} = 400 - \frac{4x^2}{5}$~~



На одной странице можно оформлять только одну задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.

1 2 3 4 5 6 7

СТРАНИЦА
2 ИЗ 2

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

TK & ADC - n/w TO PENCARA $AD^2 = AF \cdot FC$.

$$\frac{2x}{\sqrt{5}} = x(20-x)$$

$$2x = x\sqrt{5}(20-x)$$

$$2x = 20x\sqrt{5} - x^2\sqrt{5}$$

$$x^2\sqrt{5} - 20x\sqrt{5} + x(2 - 20\sqrt{5}) = 0$$

$$x(x\sqrt{5} + 2 - 20\sqrt{5}) = 0$$

$$\begin{cases} x\sqrt{5} + 2 - 20\sqrt{5} = 0 \\ x = 0 \end{cases} \quad \begin{cases} x = \frac{20\sqrt{5} - 2}{\sqrt{5}} \approx 20 - \frac{2}{\sqrt{5}} = 20 - \frac{2\sqrt{5}}{5} \\ x = 0 \end{cases}$$

Ответ $x = 20 - \frac{2\sqrt{5}}{5} = AF$

Ответ: $20 - \frac{2\sqrt{5}}{5}$

$$\frac{4x^2}{5} = x(20-x)$$

$$4x^2 = 5x(20-x)$$

$$4x^2 = 100x - 5x^2$$

$$9x^2 = 100x$$

$$x(9x - 100) = 0$$

$$\begin{cases} x \neq 9x - 100 & 9x - 100 = 0 \\ x = 0 \end{cases}$$

Ответ: $\frac{100}{9}$



На одной странице можно оформлять только одну задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.

1 2 3 4 5 6 7

СТРАНИЦА
1 ИЗ 1

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

Пусть всего n коробок

Тогда вероятность вынуть 5 шаров считаем как число способов выбрать их из всех

Если он указывает на 5 коробок, то число выбора 5 коробок это C_n^5 , а выбрать

вынутые это C_{n-3}^{5-3} (выбрать 5 шаров ~~из~~ из 3-х вынутых)

Т.е. вероятность есть $\frac{C_{n-3}^2}{C_n^5} = P_1$

Если 8 коробок, то по аналогичным рассуждениям вероятность вынуть это

$$\frac{C_{n-3}^{8-3}}{C_n^8} = \frac{C_{n-3}^5}{C_n^8} = P_2 \quad \frac{P_2}{P_1} = \frac{C_{n-3}^5}{C_n^8} : \frac{C_{n-3}^2}{C_n^5} = \frac{C_{n-3}^5}{C_n^8} \cdot \frac{C_n^5}{C_{n-3}^2}$$

$$= \left(\frac{(n-3)!}{5!(n-5-5)!} \cdot \frac{n!}{8!(n-8)!} \right) \cdot \left(\frac{n!}{5!(n-5)!} \cdot \frac{(n-3)!}{2!(n-3-2)!} \right) = \frac{(n-3)! \cdot 8!(n-8)! \cdot n! \cdot 2!}{(5!)^2 \cdot (n-8)! \cdot n! \cdot 5!(n-5)!}$$

$$= \frac{8! \cdot 2!}{5! \cdot 5!} = \frac{8 \cdot 7 \cdot 6 \cdot 2}{5 \cdot 4 \cdot 3 \cdot 2} = \frac{2 \cdot 2 \cdot 2}{5} = \frac{28}{5} = 5,6$$

Т.е. вероятность увеличится в 5,6 раз, если коробок ^{или раз} больше 8,

если их ~~меньше~~ 5 или их 5 или меньше, то вероятность в этих

случаях ~~то~~ по 1 (100%) т.е. полная она не меняется. Иными словами,

что коробок хотя бы 8, чтобы их могли их отыскать.

Если 8, то ответ не меняется т.к. $(8-8)! = 0! = 1$ ~~что~~

Ответ: 5,6 раз



На одной странице можно оформлять **только одну** задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.

1 2 3 4 5 6 7

СТРАНИЦА
1 ИЗ 1

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

Пусть y нас арифметическая прогрессия $k; k+d; k+2d; k+3d; k+4d; k+5d$ и т.д.

Пусть $x_1; x_2$ - это корни уравнения $x^2 - (a^2 - a)x + \frac{2 - a^3}{2} = 0$

а $x_3; x_4$ - это корни уравнения $2x^2 - (a^3 - a^2)x - 2a^6 - 8a - 4 = 0$

$$x_1 + x_2 = -(- (a^2 - a)) = a^2 - a \text{ по т. Виета; } x_3 + x_4 = -\frac{-(a^3 - a^2)}{2} = \frac{a^3 - a^2}{2}$$

Тк это корни арифметической прогрессии $(x_1 - 4; x_2 - 5; x_3 - 2; x_4 - 7)$ по т. Виета

$$\text{То } x_1 + x_2 = (k + 3d) + (k + 4d) = 2k + 7d; \quad x_3 + x_4 = (k + d) + (k + 6d) = 2k + 7d.$$

$$2k + 7d = 2k + 7d \Rightarrow x_1 + x_2 = x_3 + x_4 \Rightarrow a^2 - a = \frac{a^3 - a^2}{2} \Rightarrow 2a^2 - 2a = a^3 - a^2$$

$$a^3 - 3a^2 + 2a = 0 \quad a(a^2 - 3a + 2) = 0 \quad a(a - 2)(a - 1) = 0. \text{ т.е. } \begin{cases} a = 0 \\ a - 2 = 0 \\ a - 1 = 0 \end{cases} \begin{cases} a = 0 \\ a = 2 \\ a = 1 \end{cases}$$

При $a = 0$ $x^2 - (a^2 - a)x + \frac{2 - a^3}{3} = x^2 + \frac{2}{3} = 0$ $x^2 = -\frac{2}{3}$ нет решений тк $x^2 \geq 0$

При $a = 1$ $x^2 - (a^2 - a)x + \frac{2 - a^3}{3} = x^2 + \frac{1}{3} = 0$ $x^2 = -\frac{1}{3}$ нет решений тк $x^2 \geq 0$

При $a = 2$ $x^2 - 2x - 2 = 0$ $x_1; x_2 = \frac{(-2) \pm \sqrt{(-2)^2 - 4 \cdot 1 \cdot (-2)}}{2} = \frac{2 \pm \sqrt{12}}{2} = \frac{2 \pm 2\sqrt{3}}{2}$

$$2x^2 - (a^3 - a^2)x - 2a^6 - 8a - 4 = 2x^2 - 4x - 128 - 16 - 4 = 2x^2 - 4x - 148 \Rightarrow x^2 - 2x - 74 = 0$$

$$x_3; x_4 = \frac{-(-2) \pm \sqrt{(-2)^2 - 4 \cdot 1 \cdot (-74)}}{2 \cdot 1} = \frac{2 \pm \sqrt{4 + 296}}{2} = \frac{2 \pm \sqrt{300}}{2} = \frac{2 \pm 10\sqrt{3}}{2}$$

$$x_1 = \frac{2 - 2\sqrt{3}}{2} \quad x_2 = \frac{2 + 2\sqrt{3}}{2} \quad x_3 = \frac{2 - 10\sqrt{3}}{2}; \quad x_4 = \frac{2 + 10\sqrt{3}}{2}$$

Они удовлетворяют арифметической прогрессии

$$k = \frac{2 - 14\sqrt{3}}{2}; \quad d = \frac{4\sqrt{3}}{2} = 2\sqrt{3} \quad \text{поэтому или } k + 4d = \frac{2 - 14\sqrt{3}}{2} + \frac{16\sqrt{3}}{2} = \frac{2 + 2\sqrt{3}}{2}$$

$$\text{второй или это } k + 3d = \frac{2 - 14\sqrt{3}}{2} + \frac{6\sqrt{3}}{2} = \frac{2 - 10\sqrt{3}}{2}; \quad \text{следовательно } k + 6d = \frac{2 - 14\sqrt{3}}{2} + \frac{12\sqrt{3}}{2} = \frac{2 - 2\sqrt{3}}{2}$$

Показано, что $a = 1; a = 2; a = 0$ и $a = 1$ не подходят $a = 2$ и $a = 0$ подходят.

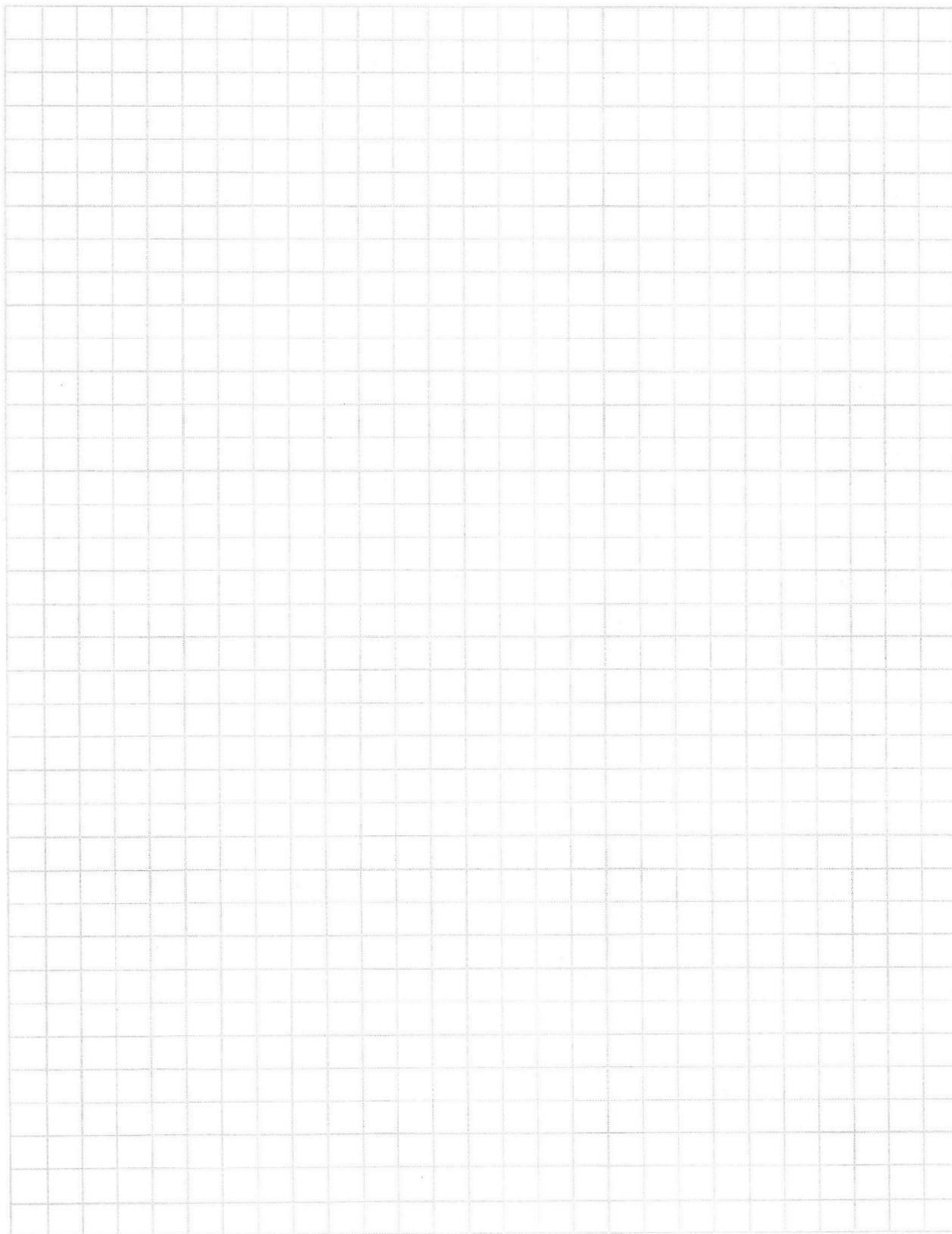


На одной странице можно оформлять **только одну** задачу. Отметьте **крестиком** номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в **решении каждой задачи отдельно**.

1	2	3	4	5	6	7
<input type="checkbox"/>						

СТРАНИЦА
__ ИЗ __

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. **Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно.** Порча QR-кода недопустима!



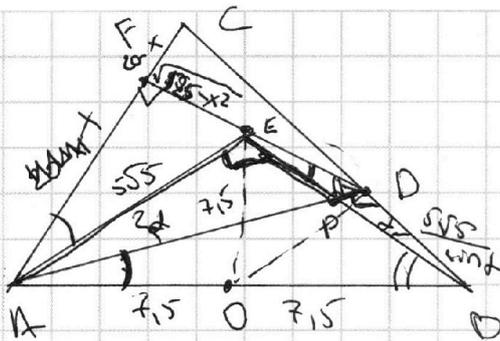


На одной странице можно оформлять **только одну** задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в **решении каждой задачи отдельно**.

- 1 2 3 4 5 6 7

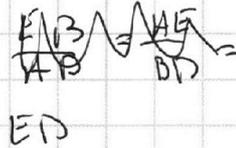
СТРАНИЦА
__ ИЗ __

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!



$$10^2 + x^2 = 15^2$$

$$x^2 = 15^2 - 10^2 = 5 \cdot 25 = 5^3 \Rightarrow x = 5\sqrt{5}$$



$$\frac{AD}{AP} = \frac{AE}{AB} = \frac{5\sqrt{5}}{15}$$

$$\frac{AD}{AF} = \frac{\sqrt{5}}{3}$$

$$\frac{ED}{AB} = \frac{EP}{AP}$$

$$(20-x)^2 + k^2 = 125$$

$$k^2 = 125 - 400 - x^2 + 40x$$

$$k = 2\sqrt{5} \quad 40x - 275 - x^2$$

$$\frac{AE}{PB} = \frac{EP}{PD} = \frac{AP}{PB}$$

$$\frac{EP}{AP} = \frac{PD}{PB}$$

$$\frac{EP}{PA} = \sin \alpha \quad \frac{BP}{PB}$$

$$\frac{AE}{PB} = \frac{AE}{PB} \sin \alpha$$

$$\frac{PD}{PB} = \sin \alpha$$

$$EP + PB = 10$$

$$3AD = 5\sqrt{5}AF$$

$$\frac{EP}{AP} = \frac{PD}{10-EP}$$

$$AD = \frac{5\sqrt{5}}{3}$$

$$BD = \cos \alpha \cdot PB$$

$$\frac{5\sqrt{5}}{\sin \alpha} = \cos \alpha \cdot PB$$

$$10\sqrt{5} = 2 \sin 2\alpha \cdot PB$$

$$\frac{x^2}{z^2} +$$

$$\left(\frac{xy}{z}\right)^2 +$$

$$x^2 + y^2 + z^2$$

$$xy + yz + zx + 4x + 4y + 4z + 48$$

$$\frac{4z + z^2}{y}$$

$$(z+2)^2 - 4 = xy$$

$$z(4+z)$$

$$z^2(4+z)^2 = x^2y^2$$

$$(z+4)^2 - 4z - 16 = xy$$

$$\frac{x^2y^2}{z^2} = 4y + 4z + 16$$

$$z^3 + 16z^2 + z$$

$$z^2 + 4z - xy = 0$$

$$z = \frac{-4 \pm \sqrt{16 + 4xy}}{2}$$

$$16 + 4xy \geq 0$$

$$4 \geq xy$$



На одной странице можно оформлять **только одну** задачу. Отметьте **крестиком** номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в **решении каждой задачи отдельно**.

1 2 3 4 5 6 7

СТРАНИЦА
__ ИЗ __

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

$$xy - yz = z(u+z) - x(u+x)$$

$$(x+u)^2 - (x+z)^2 = 2 \cdot (2x+u)$$

$$y(x-z) = z(u+z)$$

$$x^2 + 4z + x^2 + y$$

$$\underline{xy - yz - yz - z^2} + \underline{x^2 + ux} = 0$$

$$x^2 + y^2 + z^2 + 4z + u + 4y + (xy + yz + zx) = 0$$

$$(x-y)^2 + (y-z)^2 + (z-x)^2 + 8(x+u+z) = 0$$

$$xz - yz = zx(u+z)(u+x)$$

$$z = \frac{xy}{u+z} \quad \frac{x^2 y^2}{(u+z)^2} = (u+x)(u+y)$$

$$y^2 = (u+z)(u+x)$$

$$z^2 = (u+x)(u+y)$$

$$x^2 y^2 = (u+z)^2 (u+x)(u+y)$$

$$(u+z)(u+x) + (u+x)(u+y) + (u+y)(u+z)$$

$$2xy = 8z + z^2$$

$$2xy + 2xz + 2yz = (z+u)^2 + (y+u)^2 + (x+u)^2 - 48 + x^2 + y^2 + z^2$$

$$2(xy + xz + yz) - x^2 - y^2 - z^2 + 48 = ?$$

$$x^2 y^2 + z^2 = (x+u)^2 + (y+u)^2 + (z+u)^2$$

$$\cancel{4(xy + xz + yz)} - 2x^2 - 2y^2 - 2z^2$$

$$(x-y)^2 + (y-z)^2 + (z-x)^2 = 2(x+u)^2 + 2(y+u)^2 + 2(z+u)^2$$

$$(x-z)^2 + (x-y)^2$$

$$(x-y)^2$$

$$x = \frac{z}{y} (u+z)$$

$$xy = (u+x)(u+z)(u+y)$$

$$y = \frac{x}{z} (u+x)$$

$$xy = \frac{z}{y} \cdot \frac{x}{z} (u+z)(u+x)$$

$$z = \frac{y}{x} (u+y) \quad u(x+y+z)$$

$$y^2 = (u+z)(u+x)$$

$$x^2 + y^2 + z^2 = 16 + 4z + 4x + xz$$

$$= 48 + 8x + 8z + 8y + xz + zy + xy + x^2 + y^2 + z^2 - x^2 - y^2 - z^2$$

$$x^2 + y^2 + z^2$$

$$xy - uz$$



На одной странице можно оформлять **только одну** задачу. Отметьте **крестиком** номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в **решении каждой задачи отдельно**.

1 2 3 4 5 6 7

СТРАНИЦА
__ ИЗ __

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются **отдельно**. Порча QR-кода недопустима!

$$a+k = 1 - \sqrt{5} \cdot 13$$

$$a+7k = \frac{1 - \sqrt{12}}{2}$$

$$a+11k = \frac{1 + \sqrt{12}}{2}$$

$$a+6k = 1 + \sqrt{5} \cdot 13$$

$$x^4 z^2 = x(u+x) \cdot (u+z)^2$$

$$y^2 = (u+x)(u+z)$$

$$z^2 = (u+x)(u+y)$$

$$x^2 = (u+y)(u+z)$$

$$(u+x)^2 (u+z)^2 (u+y)^2 =$$

$$x^2 y^2 (u+x)(u+y)(u+z)$$

$$x^2 y^2 z = (u+x)(u+y)(u+z)$$

$$1 - \sqrt{5} \cdot 13 + 2\sqrt{12} = \frac{1 - \sqrt{12}}{2}$$

$$2 - 2\sqrt{5} \cdot 13 + 4\sqrt{12} = \frac{1 - \sqrt{12}}{2}$$

$$1 + 5\sqrt{12} = 2\sqrt{5} \cdot 13$$

$$1 + 5\sqrt{12} + 20\sqrt{12} = 4 \cdot 5 \cdot 13$$

$$10\sqrt{12} =$$

$$20 \cdot 13 = 260$$

$$3(x-2)(x+5) = 3x^2 + 9x - 30$$

$$x_1 x_2 = \frac{-30}{3} = -10 = \frac{c}{a}$$

$$x_1 + x_2 = \frac{9}{3} = \frac{-b}{a}$$

$$x^2 - (x-2)x + \frac{2-23}{3} = x^2 - 2x - 2$$

$$a^3 - 3a^2 + a = a(a^2 - 3a + 1) = a(a-2)(a-1)$$

$$x^2 z^2 z^2 = x^2 y^2 (u+x)(u+y)(u+z)$$

$$x^2 y^2 z = (u+x)(u+y)(u+z)$$

$$\frac{x^2 y^2}{x^2 z^2} = \frac{z^2 (u+z)^2}{x^2 (u+x)^2}$$

$$\frac{x}{z} = \frac{z(u+z)}{x(u+x)}$$

$$x^2 (u+x) = z^2 (u+z)$$

$$2x^2 - 4x - 148 = 0$$

$$2 \pm \sqrt{4 + 4 \cdot 148} = 2 \pm \sqrt{300} =$$

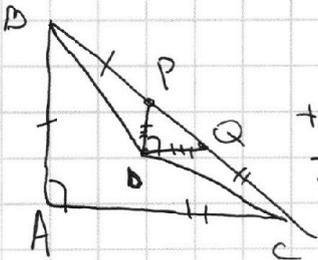
2/3/5/10/15/20/30

$$(2-5) \quad -3 \quad -10$$

$$a^3 \quad \frac{a^2 a}{1} = \frac{a^3 a^2}{2}$$

$$2a^2 a = a^3 - a^2$$

$$a^3 - 3a^2 + a = a(a^2 - 3a + 1) = a(a-2)(a-1)$$



ask. 1/2/3/4/5/6/7/8/9/10/11/12/13/14/15/16/17/18/19/20/21/22/23/24/25/26/27/28/29/30

$$\frac{x^2}{z^2} = \frac{u+z}{u+x}$$

$$2x^2 - 4x - 148 - 16 - 4 = 0$$

$$\frac{2 \pm \sqrt{(-2)^2 - 4(-2)}}{2} = \frac{2 \pm \sqrt{4+8}}{2} = \frac{2 \pm 2\sqrt{3}}{2}$$

$$x^2 - 2x - 2 = 0$$

$$\frac{2 \pm \sqrt{4 + 4 \cdot 2}}{2} = \frac{2 \pm \sqrt{12}}{2}$$

$$x^2 - 2x - 74 = 0$$

$$\frac{2 \pm \sqrt{4 + 4 \cdot 74}}{2} = \frac{2 \pm \sqrt{300}}{2}$$



На одной странице можно оформлять **только одну** задачу. Отметьте **крестиком** номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в **решении каждой задачи отдельно**.

1 2 3 4 5 6 7

СТРАНИЦА
__ ИЗ __

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

$$z^2 = xy - 4z \quad y^2 = zx - 4y$$

$$xy - 4z = z(x+4) \quad x(y-4) + z(x-4) + zx - 4y$$

$$y^2 = (x+4)(x+4) \quad 16 + 4z + 4x + xz = x^2 - 4y \quad 16 + 4z + 4x + 4y = 0$$

$$-(y-4)(y+4) + zx - 4y \quad 4 + x + y + z = 0$$

$$(y+4)^2 + (z+x)^2 + (x+y)^2 = 2 \cdot 2(x^2 + y^2 + z^2) + 2(xy + yz + zx) = 2(xy - 4z + yz + zx)$$

$$4(xy + yz + zx) - 8(x + y + z) \quad 16 - y^2 + zx - 4y = x^2 + y^2 + z^2$$

$$4(xy + yz + zx) = 32 \quad 16 - x^2 + yz - 4x = x^2 + y^2 + z^2$$

$$16 - y^2 + 4x - 4y = x^2 + y^2 + z^2$$

$$\frac{x^2 + 8x + 16 + y^2 + 8y + 16 + z^2 + 8z + 16}{x^2 + y^2 + z^2 - x^2 - y^2 - z^2} = yz + zx + xy$$

$$P = x^2 + y^2 + z^2 + xy + yz + zx - 48$$

$$P = x^2 + y^2 + z^2 + xy + yz + zx + 16 + 4z + 4x + 4y + 16 + 4x + 4y + 8x + 8y + 8z + 16 + 4x + 4y + 8x + 8y + 8z + 16 + 4x + 4y + 8x + 8y + 8z + 16$$

$$P = 2(xy + yz + zx) - 32$$

$$x^2 + y^2 + z^2 - 48 = xy + yz + zx - 32$$

$$x^2 + y^2 + z^2 - xy - yz - zx = 16 = (x+y+z)^2$$

$$-xy - yz - zx = 2xy + 2yz + 2zx$$

$$(x+y)^2 + (y+z)^2 + (z+x)^2 = x^2 + y^2 + z^2 + 8x + 8y + 8z + 4z$$

$$2(x^2 + y^2 + z^2) - 48 + xy + xz + yz + 8x + 8y + 8z + x^2 + y^2 + z^2$$

$$P = 2(x^2 + y^2 + z^2) - (xy + yz + zx)$$

$$= x^2 + y^2 + z^2 - 4(xy + yz + zx)$$

$$= x^2 + y^2 + z^2 + 16$$



На одной странице можно оформлять **только одну** задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в **решении каждой задачи отдельно**.

1 2 3 4 5 6 7

СТРАНИЦА
__ ИЗ __

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

$$xy - 4z = (y-x)(y+z)$$

$$xy - 4z = 16 - 4x - 4y + xy$$

$$16 - 4x - 4y + 4z = 0$$

$$4 - x - y + z = 0$$

$$x + y = 12 - z$$

$$y = x + y - z$$

$$x + y - z = x + z - y = x + z + y - x = 4$$

$$\begin{aligned} z + y - x &= 4 & z + y - x + y + x + z &= x + y + z = 12 \\ x + y - z &= 4 & & \\ x + z - y &= 4 & & \end{aligned}$$

$$x^2 + y^2 + z^2 = (y+x)(y+z) + \dots + = 16 + 4z + 4x + xz \dots$$

$$x^2 + y^2 + z^2 = (x+y)^2 + (y+z)^2 + (z-x)^2$$

$$2x^2 + 2y^2 + 2z^2 - xy - yz - zx = (x+y)^2 + (y+z)^2 + (z-x)^2$$

$$2(xy - 4z)$$

$$(x+y-z)^2 = x^2 + y^2 + z^2 - 2xy - 2xz + 2yz$$

$$3x^2 + 3y^2 + 3z^2 + 2xy + 2yz + 2zx$$



На одной странице можно оформлять **только одну** задачу. Отметьте **крестиком** номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в **решении каждой задачи отдельно**.

1 2 3 4 5 6 7

СТРАНИЦА
__ ИЗ __

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

$$\left(\frac{15}{2}\right)^2 + \left(\frac{15}{2}\right)^2 - 2 \cdot \left(\frac{15}{2}\right)^2 \cdot \cos \alpha = 125$$

$$\frac{225}{2} - 2 \cdot \frac{225}{4} \cdot \cos \alpha = 125$$

$$\frac{225}{2} - 112,5 = 125$$

$$112,5 - 125 = -12,5$$

$$\cos \alpha =$$

$$\begin{array}{r} 1,8 \\ \times 3,2 \\ \hline \end{array}$$

$$\begin{array}{r} 36 \\ \times 4 \\ \hline 576 \end{array}$$

$$5,76$$

$$\begin{array}{r} 16,00 \\ - 10,24 \\ \hline 5,76 \end{array}$$

$$\frac{225}{2} - \frac{250}{2}$$

$$\begin{array}{r} 3,2 \\ \times 3,2 \\ \hline 64 \end{array}$$

$$\begin{array}{r} 96 \\ \times 10,24 \\ \hline \end{array}$$

$$\frac{225 - 250}{2} \cdot \frac{1}{225} = \frac{-25}{225} = -\frac{1}{9}$$

$$x^2 + k^2 = 125x^2$$

$$\begin{array}{r} 116 \\ \times 10 \\ \hline 1160 \end{array}$$

$$\begin{array}{r} 58 \\ \times 18 \\ \hline \end{array}$$

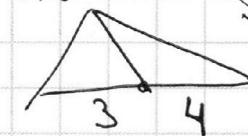
$$7 = y^2 - x^2 = 25 + 10y \left(\frac{125}{9} - 1 \right) = \frac{116}{9}$$

$$32 = 10y$$

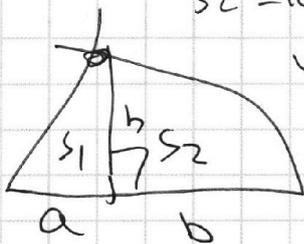
$$y = 3,2$$

$$\frac{2 \times \sqrt{29}}{3}$$

$$116 \cdot 2$$



$$1,8^2 + x^2 = 9$$



$$S_1 = \frac{1}{2} h \cdot a$$

$$S_2 = \frac{1}{2} h \cdot b$$

$$S = \frac{1}{2} h (a+b)$$

$$\frac{10}{2} h$$



$$1,8$$

$$3,2$$

$$7 = y^2 - x^2$$

$$\begin{cases} 7 = y^2 - x^2 \\ x + y = 5 \end{cases}$$

$$x = 5 - y$$

$$\sqrt{9 - x^2} = \sqrt{16 - y^2}$$

$$9 - x^2 = 16 - y^2$$



На одной странице можно оформлять **только одну** задачу. Отметьте **крестиком** номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в **решении каждой задачи отдельно**.

1 2 3 4 5 6 7

СТРАНИЦА
_ ИЗ _

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

$$\frac{z(u+z)}{x} = \frac{x}{z}(u+x)$$

$$\frac{(u+x)^2}{(u+z)^2} = \frac{z^2}{x^2}$$

$$(u+x)(u+z) = y^2$$

$$\frac{z^2}{x^2} + \frac{x^2}{z^2} = \frac{z^4 + x^4}{x^2 z^2}$$

$$\frac{u+x}{u+z} + \frac{u+y}{u+z}$$

$$\frac{z^2}{x^2} + \frac{x^2}{y^2} + \frac{y^2}{z^2}$$

$$\frac{x^2 + z^2}{y^2} = \frac{(u+y)^3}{(u+x)^2} + \frac{(u+y)^3}{(u+z)^2}$$

$$\frac{(u+y)^2 \left((u+x)^2 + (u+z)^2 \right)}{\left((u+x)(u+z) \right)^2} = \frac{x^2 + z^2}{y^2}$$

$$\left(\underbrace{9 \dots 111 \dots 14}_{2500} \right)^3 = \left(\underbrace{111 \dots 14}_{2500} \right)^3 \cdot 9^3$$

$$- 3 \cdot \frac{9 \dots 9}{2500} \cdot \left(\frac{111 \dots 14}{2500} \right)^2$$

$$\left(\underbrace{9 \dots 111 \dots 14}_{2500} \right)^3 = \left(\underbrace{10000}_{2500} - 1 \right)^3 = 10000^3 - 1 - 3 \cdot \frac{10000^2}{2500} + 3 \cdot \frac{10000}{2500}$$

$$9 \dots 9$$

$$\left(\frac{9 \dots 9}{10} \cdot 10 \right)^3 = 10^{2500}$$

$$\frac{99}{10^2}$$

$$\begin{array}{r} 25000 \\ - 25000 \\ \hline 0000 \\ 25000 \\ - 25000 \\ \hline 0000 \end{array}$$

$$\begin{array}{r} 99999999999999999999 \\ \times 3 \\ \hline 29999999999999999997 \end{array}$$

$$29 \dots 97$$

$$\begin{array}{r} 9 \dots 9 \\ - 29 \dots 97 \\ \hline 700000 \end{array}$$