



МОСКОВСКИЙ
ФИЗИКО-ТЕХНИЧЕСКИЙ
ИНСТИТУТ

ОЛИМПИАДА "ФИЗТЕХ"
ПО МАТЕМАТИКЕ

10 КЛАСС. Вариант 8



1. [4 балла] Ненулевые числа x, y, z удовлетворяют системе уравнений

$$\begin{cases} xy = -6z + z^2, \\ yz = -6x + x^2, \\ zx = -6y + y^2. \end{cases}$$

Найдите все возможные значения выражения $(x-6)^2 + (y-6)^2 + (z-6)^2$, если известно, что система имеет хотя бы одно решение в ненулевых числах.

2. [2 балла] Десятичная запись натурального числа n состоит из 20 001 девятки. Сколько девяток содержит десятичная запись числа n^3 ?
3. [5 баллов] Окружность ω с диаметром AB пересекает сторону BC остроугольного треугольника ABC в точке D . Точка F выбрана на отрезке AC так, что $DF \perp AC$, а E — точка пересечения отрезка DF с окружностью ω , отличная от D . Найдите AF , если $AC = 20$, $AB = 10$, $BE = 9$.
4. [4 балла] В телеигре ведущий берет несколько коробок и ровно в три из них кладет по одному шарiku. Игрок может указать на пять коробок и открыть их. Если в этих коробках лежат все три шарика, то игрок выигрывает. Игроку разрешили открыть девять коробок. Во сколько раз увеличилась вероятность выигрыша игрока?
5. [5 баллов] Найдите все значения параметра a , при которых корни уравнения $x^2 - (a^2 - 4a)x + a^2 - 6a + 4 = 0$ являются шестым и седьмым членами некоторой непостоянной арифметической прогрессии, а корни уравнения $5x^2 - (a^3 - 4a^2)x - 2a^3 - 6a - 15 = 0$ являются пятым и восьмым членами этой прогрессии.
6. [5 баллов] На координатной плоскости построена фигура Φ , состоящая из всех точек, координаты $(x; y)$ которых удовлетворяют неравенству $\left|y - 20 + \frac{x}{2\sqrt{3}}\right| + \left|y - 20 - \frac{x}{2\sqrt{3}}\right| \leq 8$. Фигуру Φ непрерывно повернули вокруг начала координат на угол π против часовой стрелки. Найдите площадь множества M , которое замела фигура Φ при этом повороте.
7. [6 баллов] На гипотенузе BC прямоугольного треугольника ABC выбраны точки P и Q так, что $AB = BP$, $AC = CQ$. Внутри треугольника ABC выбрана точка D , для которой $DP = DQ$, а $\angle PDQ = 90^\circ$. Найдите $\angle DCB$, если известно, что $\angle CBA = 46^\circ$.



На одной странице можно оформлять только одну задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.

1 2 3 4 5 6 7

☒ ☐ ☐ ☐ ☐ ☐ ☐

СТРАНИЦА

1 ИЗ 2

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

$$\begin{cases} xy = -6z + z^2 \\ yz = -6x + x^2 \\ zx = -6y + y^2 \end{cases}$$

$$x, y, z \neq 0$$

Мы знаем, что числа x, y и z ненулевые, тогда давайте поделим $xy = -6z + z^2$ на $yz = -6x + x^2$

$$\frac{x}{z} = \frac{-6z + z^2}{-6y + y^2}$$

$$-6z^2 + z^3 = -6x^2 + x^3$$

$$\begin{aligned} (x-z)(x^2+xz+z^2) - 6(x-z)(x+z) &= 0 \\ (x-z)(x^2+xz+z^2-6x-6z) &= 0 \end{aligned}$$

$$x=z$$

$$x^2 + (z-6)x + z^2 - 6z = 0$$

Теперь поделим

$$\cancel{yz = -6x + x^2}$$

$$\text{на } zx = -6y + y^2 \text{ и } xy = -6z + z^2 \text{ на}$$

$$z^2 = -6y + y^2$$

$$\frac{y}{z} = \frac{-6z + z^2}{-6y + y^2}$$

$$\begin{aligned} (y-z)(y^2+yz+z^2-6y-6z) &= 0 \\ y=z \end{aligned}$$

$$y^2 + (z-6)y + z^2 - 6z = 0$$

Тогда заметим, что у нас есть 2 случая: либо какие-то ~~два~~ числа равны, либо x и z - 2 ^{различных} корня y квадратного уравнения $a^2 + (z-6)a + z^2 - 6z = 0$, где a является аргументом. Заметим, что если выразить y и z через x

и z и x через y , то получится такие же случаи с точностью до перестановки переменных.

Рассмотрим случай, когда 2 переменные равны (без ограничения общности $x=z$). Тогда $xy = -6y + x^2 \Leftrightarrow y = -6 + x$ и $x^2 = -6y + y^2$

$$\begin{aligned} x^2 &= -6(-6+x) + (x-6)^2 \\ x^2 &= 36 - 6x - 12x + x^2 + 36 \end{aligned}$$

$$\begin{cases} x=4, y=2, z=4 \\ (x-6)^2 + (y-6)^2 + (z-6)^2 = 4 + 16 + 4 = 22 \end{cases}$$



На одной странице можно оформлять только одну задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.

1 ☒ 2 ☐ 3 ☐ 4 ☐ 5 ☐ 6 ☐ 7 ☐

СТРАНИЦА
2 ИЗ 2

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

Если не $x \neq y \neq z \Rightarrow$ ^{одна из} ~~каждых~~ из них является корнем уравнения $a^2 + (k-6)a + k^2 - 6k = 0$, где $k \in \{x, y, z\}$, а a — переменная.

$$a = \frac{-k+6 \pm \sqrt{3(-k^2+4k+12)}}{2}$$

$$x, z = \frac{-y+6 \pm \sqrt{3(-y^2+4y+12)}}{2}$$

$$\text{из } -k^2+4k+12 \geq 0$$

получим, что

$$x, y, z \in [6; -2]$$

$$y, z = \frac{-x+6 \pm \sqrt{3(-x^2+4x+12)}}{2}$$

$$x, y = \frac{-z+6 \pm \sqrt{3(-z^2+4z+12)}}{2}$$

Заметим, что если из $xy = -6z + z^2$, вычтем $yz = -6x + x^2$,

$$\text{то мы получим, что } (y+z+x-6)(x-z) = 0$$

Мы знаем, что $x \neq z \Rightarrow y+z+x=6$
 $\Rightarrow$ Подставляем $x+y+z=6$



На одной странице можно оформлять **только одну** задачу. Отметьте **крестиком** номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в **решении каждой задачи отдельно**.

1 ☐ 2 ☒ 3 ☐ 4 ☐ 5 ☐ 6 ☐ 7 ☐

СТРАНИЦА

1 ИЗ 1

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются **отдельно**. Порча QR-кода недопустима!

$$n = \underbrace{9 \dots 9}_{20001} = \underbrace{10 \dots 0}_{20001} - 1$$

$$n^3 = (\underbrace{10 \dots 0}_{20001} - 1)^3 = \underbrace{10 \dots 0}_{20001 \cdot 3} - 3 \cdot \underbrace{10 \dots 0}_{20001 \cdot 2} + 3 \cdot \underbrace{10 \dots 0}_{20001} - 1^3$$

$$= \underbrace{99 \dots 970 \dots 0}_{20001 \cdot 3 - 20001 \cdot 2} + \underbrace{29 \dots 9}_{20000} = \underbrace{99 \dots 970 \dots 029 \dots 9}_{20001 \cdot 3 - 20001 \cdot 2} + \underbrace{29 \dots 9}_{20000}$$

В n^3 будет 40001 девятка

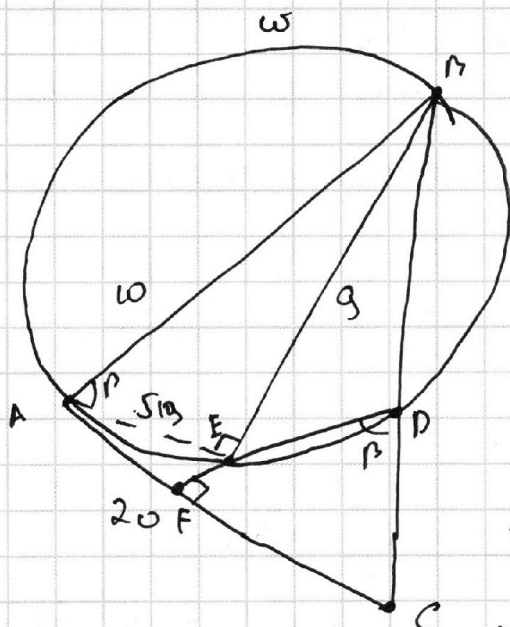


На одной странице можно оформлять **только одну** задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.

1 ☐ 2 ☐ 3 ☒ 4 ☐ 5 ☐ 6 ☐ 7 ☐

СТРАНИЦА
1 ИЗ 1

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!



1) $\angle BEA = 90^\circ$, т.к. BA - диаметр

ω.

$$AB^2 = BE^2 + AE^2$$

$$AE^2 = 100 - 81$$

$$AE = \sqrt{19}$$

2) $\angle BAE = \beta$, тогда $\angle BDF = 180 - \beta$, т.к. A, D, E - вписанный четырехугольник $\Rightarrow \angle FDC = \beta$

$\triangle ADE \sim \triangle FDC$ (по 2 углам)

$$\frac{DF}{AE} = \frac{CF}{DE}$$

$$\frac{DF}{\sqrt{19}} = \frac{CF}{9}$$

3) $\angle ADB = 90^\circ$, т.к. $\angle ADB = 90^\circ$, т.к. AB - диаметр окружности ω.

$$\Rightarrow AF \cdot FC = DF^2, \text{ пусть } CF = x$$

$$(20 - x) \cdot x = \frac{19 \cdot 81}{81}$$

$$x = 0 \text{ или } x = 20$$

$$20 - x = \frac{19 \cdot x}{81}$$

$$x \cdot \left(\frac{100}{81} \right) = 20$$

$$x = \frac{81}{5}$$

$$AF = \frac{19}{5}$$



На одной странице можно оформлять только одну задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.

1	2	3	4	5	6	7
☐	☐	☐	☒	☐	☐	☐

СТРАНИЦА
1 ИЗ 1

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

Предположим, что у нас n коробок

Заметим, что тогда вероятность открыть 3 шара за 5 попыток

равна $\frac{1}{n^5} \cdot \sum_{i \neq j \neq k} \left(\frac{1}{n-i} \cdot \frac{1}{n-j} \cdot \frac{1}{n-k} \cdot 6 \right)$, где i, j и k меняются от 0 до 4.

Для 9 попыток аналогично, только i, j и k меняются от 0 до 8 $\Rightarrow$ отношение вероятностей равно

$$\frac{\sum_{i \neq j \neq k} \left(\frac{1}{n-i} \cdot \frac{1}{n-j} \cdot \frac{1}{n-k} \right)}{\sum_{i \neq j \neq k} \left(\frac{1}{n-i} \cdot \frac{1}{n-j} \cdot \frac{1}{n-k} \right)}$$



На одной странице можно оформлять **только одну** задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.

1 ☐ 2 ☐ 3 ☐ 4 ☐ 5 ☒ 6 ☐ 7 ☐

СТРАНИЦА
2 ИЗ 2

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

$$a=4 \Rightarrow b^2 + 3db + 2d^2 = -4 \quad 5b^2 + 15bd = -128 - 24 - 15 = -168$$

$$\downarrow$$

$$5b^2 + 15db + 10d^2 = -20$$

$$\downarrow$$

$$10d^2 = 148$$

$$\downarrow$$

$$d = \pm \sqrt{\frac{148}{10}} \Rightarrow 2b = -3d \Rightarrow b = \pm \frac{3\sqrt{148}}{2\sqrt{10}}$$

$$5b^2 + 15bd = -168 \Rightarrow b = \frac{3\sqrt{148}}{2\sqrt{10}} \Rightarrow$$

$$b = \frac{-3\sqrt{148}}{2\sqrt{10}}$$

$$\frac{9 \cdot 148}{8} - \frac{9 \cdot 148}{4} = -168$$

$$5 \cdot \frac{9 \cdot 148}{40} + 15 \cdot \frac{3\sqrt{148} \cdot \sqrt{148}}{20} = \frac{9 \cdot 148}{8} - \frac{9 \cdot 148}{4} \neq -168$$

$$\downarrow$$

$$a \neq 4$$

$$a=5 \Rightarrow b^2 + 3db + 2d^2 = -1 \quad 5b^2 + 15bd = -250 - 30 - 15 = -295$$

$$\downarrow$$

$$5b^2 + 15db + 10d^2 = -5$$

$$\downarrow$$

$$10d^2 = 290 \Rightarrow d = \pm \sqrt{29} \Rightarrow 2b = 5 - 3d$$

$$\downarrow$$

$$b = \frac{5 - 3d}{2} = \frac{5 \pm 3\sqrt{29}}{2}$$

$$b = \frac{5 + 3\sqrt{29}}{2}$$

$$\downarrow$$

$$\frac{5 - 3\sqrt{29}}{2}$$

$$5 \cdot \left(\frac{5 + 3\sqrt{29}}{2} \right)^2 + \frac{15\sqrt{29} (5 + 3\sqrt{29})}{2} = -295$$

$$\frac{5 \cdot (5 - 3\sqrt{29})^2}{4} + \frac{15\sqrt{29} (5 - 3\sqrt{29})}{2} = -295$$

$$\downarrow$$

$$\frac{25 + 9 \cdot 29 + 30\sqrt{29}}{4} + \frac{15\sqrt{29} - 9 \cdot 29}{2} = -295$$

$$\downarrow$$

$$25 + 9 \cdot 29 + 2 \cdot 9 \cdot 29 = -236$$

$$25 + 9 \cdot 29 = -236$$

$$\frac{25 + 9 \cdot 29 - 30\sqrt{29}}{4} +$$

$$\frac{15\sqrt{29} - 9 \cdot 29}{2} =$$

$$25 - 9 \cdot 29 = -236$$

$$0 \neq 0 \Rightarrow \boxed{a=5}$$



На одной странице можно оформлять **только одну** задачу. Отметьте **крестиком** номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.

1 2 3 4 5 6 7

☐ ☐ ☐ ☐ ☒ ☐ ☐

СТРАНИЦА

1 ИЗ 2

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

Давайте едвинем нумерацию данной арифметической прогрессии и скажем, что пятый элемент или данная прогрессии будет является первым для нас.

В уравнении $x^2 - (a^2 - 4a)x + a^2 - 6a + 4 = 0$ корнями будут a и $b+2d$, а в уравнении $5x^2 - (a^2 - 4a^2)x - 2a^3 - 6a - 15 = 0$ корнями будут b и $b+3d$.

По теореме Виета $x^2 - (a^2 - 4a)x + a^2 - 6a + 4 = (x - b - d)(x - b - 2d)$, а

$$5x^2 - (a^2 - 4a^2)x - 2a^3 - 6a - 15 = 5(x - b)(x - b - 3d)$$

$$-b - d - b - 2d = -a^2 + 4a \Rightarrow 2b + 3d = a^2 - 4a$$

$$(b + d)(b + 2d) = a^2 - 6a + 4 \Rightarrow b^2 + 3db + 2d^2 = a^2 - 6a + 4$$

$$5(2b + 3d) = a^2 - 4a^2$$

$$5 \cdot b(b + 3d) = -2a^3 - 6a - 15 \Rightarrow 5b^2 + 15bd = -2a^3 - 6a - 15$$

$$5 \cdot (2b + 3d) = 5a^2 - 20a = a^2 - 4a^2 \Rightarrow a^2(a - 5) - 4a(a - 5) = 0$$

$$(a^2 - 4a)(a - 5) = 0$$

$$a = 0$$

$$a = 4$$

$$a = 5$$

Подставим данные a в оставшиеся 2 равенства и проверим их.

$$a = 0 \Rightarrow b^2 + 3db + 2d^2 = 4 \quad 5b^2 + 15bd = -15$$

$$5b^2 + 15db + 10d^2 = 20$$

$$5b^2 + 15db + 10d^2 = 20 \Rightarrow d = \pm \sqrt{\frac{2}{5}} \Rightarrow 5b^2 + 15 \cdot \sqrt{\frac{2}{5}} \cdot b - 15 = 0$$

$$b^2 \pm 3\sqrt{\frac{2}{5}} \cdot b + 3 = 0$$

$$D = \frac{6^2}{4} - 12 = 0$$

$$b = \frac{-3\sqrt{\frac{2}{5}} \pm \sqrt{0}}{2}$$

$$2b + 3d = 0$$

$$b = -\frac{3d}{2}$$

$$1) \frac{3\sqrt{\frac{2}{5}}}{2} = \frac{3\sqrt{\frac{2}{5}} \pm \sqrt{0}}{2}$$

$$b = \frac{3\sqrt{\frac{2}{5}}}{2} \pm \sqrt{\frac{2}{5}} = 0 \quad \text{или}$$

$$2) \frac{3\sqrt{\frac{2}{5}}}{2} = \frac{-3\sqrt{\frac{2}{5}} \pm \sqrt{0}}{2} \Rightarrow a \neq 0$$

$$d = -\sqrt{\frac{2}{5}}$$

$$\Rightarrow b = \frac{3\sqrt{\frac{2}{5}}}{2} \quad \text{или}$$

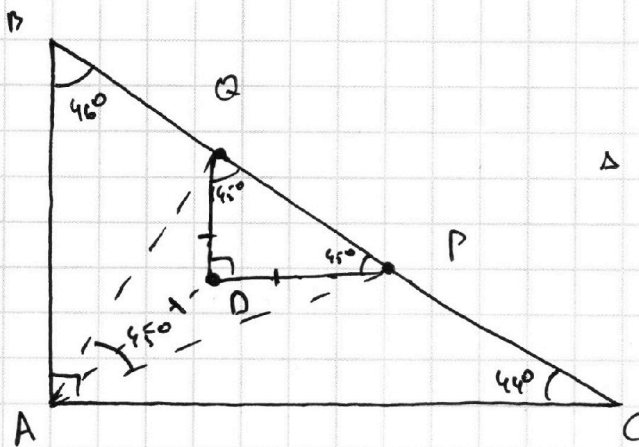
$$a \neq 0$$



На одной странице можно оформлять только одну задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.

1
☐2
☐3
☐4
☐5
☐6
☐7
☒СТРАНИЦА
1 ИЗ 1

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!



1) Заметим, что $\angle CQA = 68^\circ$, т.

$\triangle ACQ$ - равнобедренный и

$\angle QCA = 44^\circ$, а $\angle APB = 68^\circ$, т.

$\triangle ABP$ - равнобедренный и

$\angle ABP = 46^\circ$

$\angle QAP = 45^\circ$

2) Проведем окружность через точки APQ . Д-м, что D - центр данной окружности. Заметим, что центр данной окружности лежит на перпендикуляре отрезка QP , а также $\angle QDP$ должен быть равен $2 \cdot \angle QAP$ и точка D должна лежать внутри $\triangle AQP$. Данные условия задают точку однозначно. Точка D подходит под эти условия $\Rightarrow D$ - центр окружности $\triangle AQP \Rightarrow AD = DQ = DP$

3) Заметим, что CD - биссектриса $\angle BCA$, т. $DQ = DA$ и

$\angle DQC = 45^\circ = \angle DAC$, т. AD - биссектриса $\angle BAC$, т.

$QA = AP$, $\angle QAP = \angle DAC = \angle DPA = \angle QPA - \angle QPD = 22^\circ$,

а $\angle PAC = \angle APB - \angle PCA = 23^\circ \Rightarrow \angle DAC = 45^\circ$

CD - биссектриса $\angle BCA$

$\angle BCD = 22^\circ$

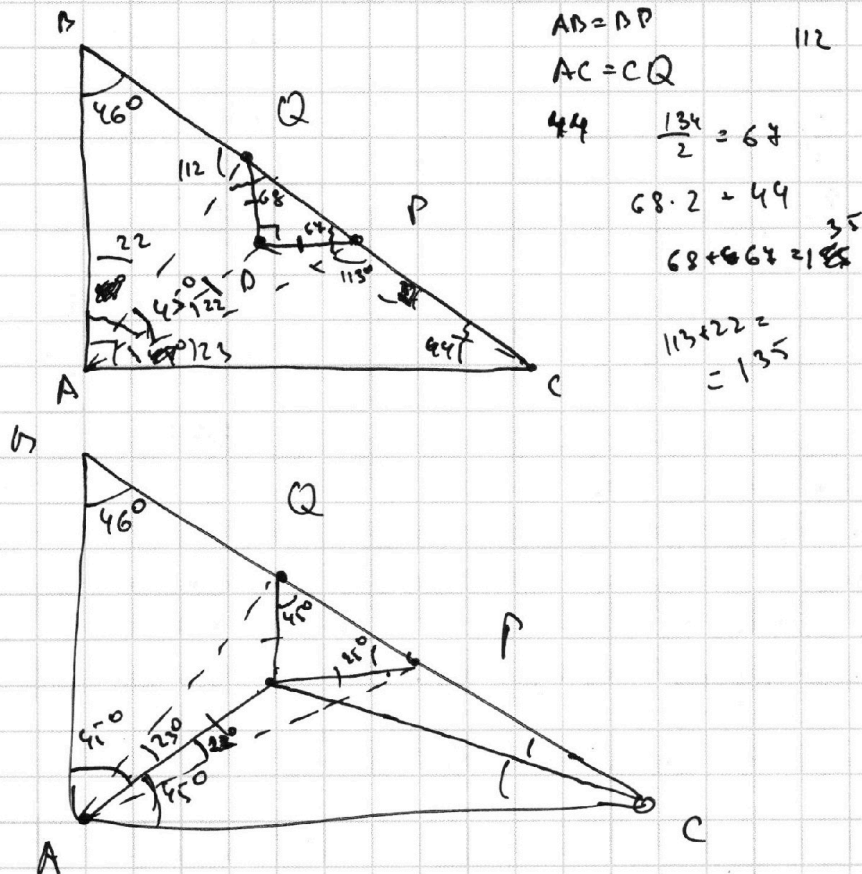


На одной странице можно оформлять **только одну** задачу. Отметьте **крестиком** номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в **решении каждой задачи отдельно**.

1 ☐ 2 ☐ 3 ☐ 4 ☐ 5 ☐ 6 ☐ 7 ☐

СТРАНИЦА
__ ИЗ __

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!





На одной странице можно оформлять только одну задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.

1 2 3 4 5 6 7

СТРАНИЦА
__ ИЗ __

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

$$x = \left(\frac{-x+6 + \sqrt{3(-x^2+4x+12)}}{2} \right) = -3 \left(\frac{-x+6 - \sqrt{3(-x^2+4x+12)}}{2} \right) +$$

$$+ (6-x)^2 - 2(-x+6)\sqrt{3(-x^2+4x+12)} +$$

$$+ 3(-x^2+4x+12)$$

$$x^2 + (k-6)x + k^2 - 6k = 0$$

$$D = k^2 - 12k + 36 - 4k^2 + 24k =$$

$$= -3k^2 + 12k + 36 \geq 0$$

8

$$\begin{cases} k^2 - 4k + 12 \leq 0 \\ (k-6)(k+2) \leq 0 \end{cases}$$

$$y(x-z) = \sqrt{3}z^2 - 6z - x^2 + 6x \quad k \in (6; -2)$$

$$\begin{cases} y(x-z) = -(x-z)(x+z) + 6(x-z) \end{cases}$$

$$\begin{cases} (y+z+x-6)(x-z) = 0 \quad y+z+x=6 \end{cases}$$

$$(x+y+z)^2 = x^2 + y^2 + z^2 + 2xy + 2xz + 2yz =$$

$$= 3z^2 - 12z + 3y^2 - 12y + 3x^2 - 12x <$$

$$xy + yz + xz = x^2 - 12x + y^2 - 12y + z^2 - 12z +$$

$$(6-z-x)^2 = -6x + y^2 + 36$$

$$\begin{cases} x^2 - 6x + 2x \quad (z+y)^2 + (z+y)^2 + (x+y)^2 = \end{cases}$$

=



На одной странице можно оформлять только одну задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.

1 2 3 4 5 6 7

☐ ☐ ☐ ☐ ☐ ☐ ☐

СТРАНИЦА
__ ИЗ __

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

$$\begin{cases} xy = -6z + z^2 \\ z = -6x + x^2 \\ zx = -6y + y^2 \end{cases}$$

$$(x-6)^2 + (y-6)^2 + (z-6)^2 =$$

$$\frac{1}{n} \quad \frac{1}{n-1} \quad \frac{1}{n-2} \quad \frac{1}{n-3}$$

$$= yz + xz + xy + 36 \cdot 3 + 6x + 6y + 6z$$

$$\sum_{i,j,k=1}^n \frac{1}{n-i} \cdot \frac{1}{n-j} \cdot \frac{1}{n-k}$$

$$(x+1)(y+1)(z+1) = xy + xz + zy + 1 + x + y + z$$

$$-2 \times 6$$

$$\frac{x}{2} = \frac{-6z + z^2}{-6x + x^2}$$

$$n = 99 \dots 9 = 10 \dots 0 - 1$$

$$x^3 - 6x^2 = -6z^2 + z^3$$

$$(x-2)(x^2 + xz + z^2) - 6(x-2)(x+2) = 0$$

$$(10 \dots 0 - 1)^3 =$$

$$(x-2)(x^2 + xz + z^2 - 6x - 6z) = 0$$

$$= 10 \dots 0 - 3 \cdot 10 \dots 0 -$$

$$x=2$$

$$x^2 + xz + z^2 - 6x - 6z = 0$$

$$+ 3 \cdot 10 \dots 0 - 1$$

$$D = (z-6)^2 - 4(z^2 - 6z) =$$

$$= -3z^2 + 12z + 36 =$$

$$= -3(-2^2 + 4z + 9)$$

$$z=4$$

$$z = \frac{-4 \pm \sqrt{3(-2^2 + 4z + 9)}}{2}$$

$$v = \frac{-2 \pm \sqrt{3(-2^2 + 4z + 9)}}{2}$$

$$x = \frac{-4 \pm \sqrt{3(-4^2 + 4z + 9)}}{2}$$

$$y=2$$

$$10000 - 1000 = 9900$$

$$x=2$$

$$xy = -6x + x^2 \rightarrow y = -6 + x$$

$$xy = \frac{(6-2)^2 - 3(-2^2 + 4z + 9)}{24}$$

$$x^2 = -6y + y^2$$

$$2^2x - 12x + 36 + 3x^2 - 12x - 36 =$$

$$x^2 = -6(-6+x) + (-6+x)^2$$

$$\square \square \dots \square$$

$$0 \leq x^2 = 36 - 6x + x^2 - 12x + 36$$

$$\frac{1}{n} \cdot \frac{1}{n-1} \cdot \frac{1}{n-2} \dots$$

$$18x = 36 \cdot 2$$

$$x=4 \quad z=4 \quad y=-2$$

$$60003 - 40002 + 20000 =$$



На одной странице можно оформлять **только одну** задачу. Отметьте **крестиком** номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в **решении каждой задачи отдельно**.

1 2 3 4 5 6 7

☐ ☐ ☐ ☐ ☐ ☐ ☐

СТРАНИЦА
__ ИЗ __

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

$$\frac{1}{n} \cdot \frac{1}{n-1} \cdot \frac{1}{n-2} + \dots = \frac{(n-1)(n-2) + n(n-1) + \dots}{n(n-1) \dots (n-4)}$$

n n-1 n-2 n-3 n-4

$$C_5^3 = \frac{5 \cdot 4 \cdot 3}{3!} = 10$$

