



МОСКОВСКИЙ
ФИЗИКО-ТЕХНИЧЕСКИЙ
ИНСТИТУТ

ОЛИМПИАДА "ФИЗТЕХ"
ПО МАТЕМАТИКЕ

10 КЛАСС. Вариант 8



1. [4 балла] Ненулевые числа x, y, z удовлетворяют системе уравнений

$$\begin{cases} xy = -6z + z^2, \\ yz = -6x + x^2, \\ zx = -6y + y^2. \end{cases}$$

Найдите все возможные значения выражения $(x - 6)^2 + (y - 6)^2 + (z - 6)^2$, если известно, что система имеет хотя бы одно решение в ненулевых числах.

2. [2 балла] Десятичная запись натурального числа n состоит из 20 001 девятки. Сколько девяток содержит десятичная запись числа n^3 ?
3. [5 баллов] Окружность ω с диаметром AB пересекает сторону BC остроугольного треугольника ABC в точке D . Точка F выбрана на отрезке AC так, что $DF \perp AC$, а E — точка пересечения отрезка DF с окружностью ω , отличная от D . Найдите AF , если $AC = 20$, $AB = 10$, $BE = 9$.
4. [4 балла] В телегаме ведущий берет несколько коробок и ровно в три из них кладет по одному шарику. Игрок может указать на пять коробок и открыть их. Если в этих коробках лежат все три шарика, то игрок выигрывает. Игроку разрешили открыть девять коробок. Во сколько раз увеличилась вероятность выигрыша игрока?
5. [5 баллов] Найдите все значения параметра a , при которых корни уравнения $x^2 - (a^2 - 4a)x + a^2 - 6a + 4 = 0$ являются шестым и седьмым членами некоторой непостоянной арифметической прогрессии, а корни уравнения $5x^2 - (a^3 - 4a^2)x - 2a^3 - 6a - 15 = 0$ являются пятым и восьмым членами этой прогрессии.
6. [5 баллов] На координатной плоскости построена фигура Φ , состоящая из всех точек, координаты $(x; y)$ которых удовлетворяют неравенству $|y - 20 + \frac{x}{2\sqrt{3}}| + |y - 20 - \frac{x}{2\sqrt{3}}| \leq 8$. Фигуру Φ непрерывно повернули вокруг начала координат на угол π против часовой стрелки. Найдите площадь множества M , которое замела фигура Φ при этом повороте.
7. [6 баллов] На гипotenузе BC прямоугольного треугольника ABC выбраны точки P и Q так, что $AB = BP$, $AC = CQ$. Внутри треугольника ABC выбрана точка D , для которой $DP = DQ$, а $\angle PDQ = 90^\circ$. Найдите $\angle DCB$, если известно, что $\angle CBA = 46^\circ$.



На одной странице можно оформлять **только одну** задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.

1

2

3

4

5

6

7

СТРАНИЦА

1 ИЗ 2

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

$$\begin{cases} xy = -6z + z^2 \\ yz = -6x + x^2 \\ zx = -6y + y^2 \end{cases}$$

$x, y, z \neq 0$

Мы знаем, что числа x, y, z неизвестные, тогда добавьте подсказку $xy = -6z + z^2$ на $yz = -6x + x^2$

$$\frac{x}{z} = \frac{-6z + z^2}{-6y + y^2}$$

$$-6z^2 + z^3 = -6x^2 + x^3$$

$$\begin{aligned} (x-z)(x^2 + xz + z^2) - 6(x-yz)(x+z) &= 0 \\ (x-z)(x^2 + xz + z^2 - 6x - 6z) &= 0 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} \cancel{x} &= \cancel{z} \\ y^2 + (z-6)x + z^2 - 6z &= 0 \end{aligned}$$

Теперь подсказка ~~xy = -6z + z^2~~ на ~~yz = -6x + x^2~~ на $xy = -6z + z^2$ на $zx = -6y + y^2$

$$\frac{y}{z} = \frac{-6z + z^2}{-6y + y^2}$$

$$\begin{aligned} \cancel{y} &= \cancel{z} \\ y^2 + (z-6)y + z^2 - 6z &= 0 \end{aligned}$$

Тогда заметим, что у нас есть 2 случая: либо $y = 0$ либо $y \neq 0$.
если $y = 0$, то $xy = 0$ и $yz = 0$, значит $x = 0$ и $z = 0$.
если $y \neq 0$, то $y^2 + (z-6)y + z^2 - 6z = 0$,
где y является аргументом. Заметим, что если выражать y и z через x

и x^2 и x через y , то получится такие же случаи с точностью до перестановки переменных.

Рассмотрим случай, когда 2 переменные равны (без ограничения обобщенности $y = 0$). Тогда $xy = -6y + y^2 \Leftrightarrow y = -6 + x$ и $x^2 = -6y + y^2$

$$x^2 = -6(-6+x) + (x-6)^2$$

$$x^2 = 36 - 6x - 12x + x^2 + 36$$

$$x^2 = 72 - 18x$$

$$\left\{ \begin{array}{l} y = 0; \\ x^2 = 72 - 18x; \\ (x-6)^2 + (y-6)^2 + (z-6)^2 = 48 + 64 + 48 = 160 \end{array} \right\}$$



На одной странице можно оформлять **только одну** задачу. Отметьте **крестиком** номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.

- | | | | | | | |
|-------------------------------------|--------------------------|--------------------------|--------------------------|--------------------------|--------------------------|--------------------------|
| 1 | 2 | 3 | 4 | 5 | 6 | 7 |
| <input checked="" type="checkbox"/> | <input type="checkbox"/> |

СТРАНИЦА
2 ИЗ 2

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются **отдельно**. Порча QR-кода недопустима!

Если же $x \neq y \neq z \Rightarrow$ каждая из них является корнем уравнения
 $a^2 + (k-6)a + k^2 - 6k = 0$, где $k \in \{x, y, z\}$, а a - переменная.

$$\left\{ \begin{array}{l} a = \frac{-k+6 \pm \sqrt{3(-k^2+4k+12)}}{2} \end{array} \right.$$

$$x, z = \frac{-y+6 \pm \sqrt{3(-y^2+4y+12)}}{2}$$

$$y, z = \frac{-x+6 \pm \sqrt{3(-x^2+4x+12)}}{2}$$

$$x, y = \frac{-z+6 \pm \sqrt{3(-z^2+4z+12)}}{2}$$

$$-k^2 + 4k + 12 \geq 0$$

$$x, y, z \in [6; -2]$$

Заметим, что если из $xy = -6z + 2^2$, $yz = -6x + 2^2$,

то мы получим, что $(y+z+x-6)(x-z)=0$

Из этого, что $x \neq z \Rightarrow y+z+x=6$

Последнее потому



На одной странице можно оформлять **только одну** задачу. Отметьте **крестиком** номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.

- | | | | | | | |
|--------------------------|-------------------------------------|--------------------------|--------------------------|--------------------------|--------------------------|--------------------------|
| 1 | 2 | 3 | 4 | 5 | 6 | 7 |
| <input type="checkbox"/> | <input checked="" type="checkbox"/> | <input type="checkbox"/> |

СТРАНИЦА
1 ИЗ 1

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

$$n = \underbrace{9 \dots 9}_{20001} = \underbrace{10 \dots 0}_{20001+1} - 1$$

$$\begin{aligned} n^3 &= \left(\underbrace{10 \dots 0}_{20001} - 1 \right)^3 = \underbrace{10 \dots 0}_{20001 \cdot 3} - 3 \cdot \underbrace{10 \dots 0}_{20001 \cdot 2} + 3 \cdot \underbrace{10 \dots 0}_{20001} - 1 = \\ &= \underbrace{99 \dots 9}_{20001 \cdot 3 - 1} \underbrace{70 \dots 0}_{20001 \cdot 2 - 1} + \underbrace{29 \dots 9}_{20000} = \underbrace{99 \dots 9}_{20001 \cdot 3 - 1} \underbrace{40 \dots 029 \dots 9}_{20000} \end{aligned}$$

В n^3 будет 40001 девяток

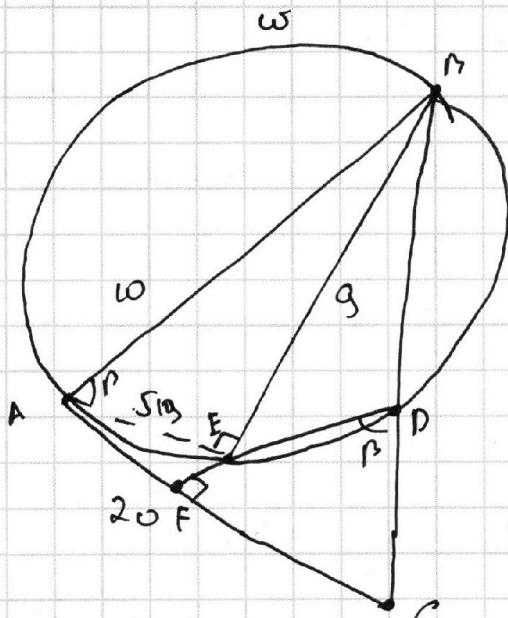


На одной странице можно оформлять **только одну** задачу. Отметьте **крестиком** номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в **решении каждой задачи** отдельно.

- | | | | | | | |
|----------------------------|----------------------------|---------------------------------------|----------------------------|----------------------------|----------------------------|----------------------------|
| <input type="checkbox"/> 1 | <input type="checkbox"/> 2 | <input checked="" type="checkbox"/> 3 | <input type="checkbox"/> 4 | <input type="checkbox"/> 5 | <input type="checkbox"/> 6 | <input type="checkbox"/> 7 |
|----------------------------|----------------------------|---------------------------------------|----------------------------|----------------------------|----------------------------|----------------------------|

СТРАНИЦА
1 из 1

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач **нумеруются отдельно**. Порча QR-кода недопустима!



1) $\angle BFA = 90^\circ$, тк BA - диаметр ω .

$$AB^2 = BE^2 + AE^2$$

$$AE^2 = 100 - 81$$

$$AE = \sqrt{19}$$

2) $\angle BAE = \alpha$, тогда $\angle BDF = 180 - \alpha$, тк $\triangle BDE$ - выпуклый четырехугольник $\Rightarrow \angle FDC = \beta$

$\triangle ABE \sim \triangle FDC$ (по $\frac{AB}{FD} = \frac{BE}{DC}$)

$$\frac{DF}{AE} = \frac{CF}{BE}$$

$$\frac{DF}{\sqrt{19}} = \frac{CF}{9}$$

3) $\angle ADC = 90^\circ$, тк $\angle ADB = 90^\circ$, тк AB - диаметр окружности ω .

$$\Rightarrow AF \cdot FC = DF^2, \text{ иском } CF = x$$

$$(20-x) \cdot x = \frac{19x^2}{81}$$

$$x = 0$$

$$20 - x = \frac{19x}{81}$$

$$x \cdot \left(\frac{100}{81}\right) = 20$$

$$x = \frac{81}{5}$$

$$AF = \frac{19}{5}$$



На одной странице можно оформлять только одну задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.

- | | | | | | | |
|--------------------------|--------------------------|--------------------------|-------------------------------------|--------------------------|--------------------------|--------------------------|
| 1 | 2 | 3 | 4 | 5 | 6 | 7 |
| <input type="checkbox"/> | <input type="checkbox"/> | <input type="checkbox"/> | <input checked="" type="checkbox"/> | <input type="checkbox"/> | <input type="checkbox"/> | <input type="checkbox"/> |

СТРАНИЦА
1 ИЗ 1

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

Предположим, что 4 час n коробки

Заметим, что тогда вероятность открыть 3 коробки ≥ 5 попыток

$$\text{равна } \frac{\sum_{i,j,k}^{} \left(\frac{1}{n-i} \cdot \frac{1}{n-j} \cdot \frac{1}{n-k} \cdot 6 \right)}{6}, \text{ где } i, j \text{ и } k \text{ меняются}$$

от 0 до 4 .

Для 9 попыток аналогично, только i, j и k меняются

от 0 до $8 \Rightarrow$ отношение вероятностей равно

$$\frac{\sum_{i,j,k}^{} \left(\frac{1}{n-i} \cdot \frac{1}{n-j} \cdot \frac{1}{n-k} \right)}{\sum_{i,j,k}^{} \left(\frac{1}{n-i} \cdot \frac{1}{n-j} \cdot \frac{1}{n-k} \right)}$$



На одной странице можно оформлять **только одну** задачу. Отметьте **крестиком** номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.

- | | | | | | | |
|----------------------------|----------------------------|----------------------------|----------------------------|---------------------------------------|----------------------------|----------------------------|
| <input type="checkbox"/> 1 | <input type="checkbox"/> 2 | <input type="checkbox"/> 3 | <input type="checkbox"/> 4 | <input checked="" type="checkbox"/> 5 | <input type="checkbox"/> 6 | <input type="checkbox"/> 7 |
|----------------------------|----------------------------|----------------------------|----------------------------|---------------------------------------|----------------------------|----------------------------|

СТРАНИЦА
2 ИЗ 2

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач **нумеруются отдельно**. Порча QR-кода недопустима!

$$a=4 \Rightarrow b^2 + 3ab + 2d^2 = -4 \quad \sqrt{b^2 + 15bd} = -128 - 24 - 15c - 16d$$

$$\begin{cases} b^2 + 15bd + 10d^2 = -20 \\ 10d^2 = 144 \end{cases}$$

$$d = \pm \sqrt{\frac{144}{10}} \Rightarrow 2b = -3d \Rightarrow b = \pm \frac{3\sqrt{144}}{2\sqrt{10}}$$

$$\sqrt{b^2 + 15bd} = -16 \Leftrightarrow b = \frac{3\sqrt{144}}{2\sqrt{10}}$$

$$b = \frac{-3\sqrt{144}}{2\sqrt{10}}$$

$$\frac{9 \cdot 144}{8} - \frac{9 \cdot 144}{4} \neq -16$$

$$5 \cdot \frac{9 \cdot 144}{40} \neq 15 \cdot \frac{3\sqrt{144} \cdot \sqrt{4}}{20} = \frac{9 \cdot 144}{8} - \frac{9 \cdot 144}{4} \neq -16$$

$$a \neq 4$$

$$a=5 \Rightarrow b^2 + 3ab + 2d^2 = -5 \quad \sqrt{b^2 + 15bd} = -250 - 30 - 15 = -285$$

$$\begin{cases} b^2 + 15bd + 10d^2 = -5 \\ 10d^2 = 290 \Rightarrow d = \pm \sqrt{29} \end{cases}$$

$$2b = 5 - 3d \quad \text{или} \quad b = \frac{5 - 3d}{2} = \frac{\pm 3\sqrt{29}}{2}$$

$$b = \frac{5 + 3\sqrt{29}}{2}$$

$$\frac{5 - 3\sqrt{29}}{2}$$

$$5 \cdot \frac{(5 + 3\sqrt{29})^2}{4} + -\frac{15\sqrt{29}(5 + 3\sqrt{29})}{2} = -295$$

$$\frac{5 \cdot (5 - 3\sqrt{29})^2}{4} + 15\sqrt{29} \cdot$$

$$\frac{25 + 9 \cdot 29 + 30\sqrt{29}}{4} - \frac{15\sqrt{29} - 9 \cdot 29}{2} = -295$$

$$= -295$$

$$25 + 9 \cdot 29 + 2 \cdot 9 \cdot 29 = -236$$

$$25 + 18 = 43$$

$$\frac{25 + 9 \cdot 29 - 30\sqrt{29}}{4} +$$

$$+ \frac{15\sqrt{29} - 9 \cdot 29}{2} =$$

$$25 - 9 \cdot 29 = -236$$

$$0 = 0 \Rightarrow \boxed{a=5}$$

На одной странице можно оформлять **только одну** задачу. Отметьте **крестиком** номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в **решении каждой задачи отдельно**.



- | | | | | | | |
|--------------------------|--------------------------|--------------------------|--------------------------|-------------------------------------|--------------------------|--------------------------|
| <input type="checkbox"/> | <input type="checkbox"/> | <input type="checkbox"/> | <input type="checkbox"/> | <input checked="" type="checkbox"/> | <input type="checkbox"/> | <input type="checkbox"/> |
|--------------------------|--------------------------|--------------------------|--------------------------|-------------------------------------|--------------------------|--------------------------|

СТРАНИЦА
1 ИЗ 2

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

Давайте сдвинем кумедацию данной арифметической прогрессии и скажем, что пятый элемент данной прогрессии будет являться первым делом.

В уравнении $x^2 - (a^2 - 4a)x + a^2 - 6a + 4 = 0$ корни будут $\frac{a-4}{6+d}$ и $\frac{a+2d}{6+d}$,

а в уравнении $5x^2 - (a^3 - 4a^2)x - 2a^3 - 6a - 15 = 0$ корни будут a и $a+2d$

По теореме Бэзу $x^2 - (a^2 - 4a)x + a^2 - 6a + 4 = (x - a - d)(x - a - 2d)$, а

$$5x^2 - (a^3 - 4a^2)x - 2a^3 - 6a - 15 = 5(x - a)(x - a - 3d)$$

$$-a - d - a - 2d = -a^2 + 4a \Rightarrow 2a + 3d = a^2 - 4a$$

$$(a + d)(a + 2d) = a^2 - 6a + 4 \Rightarrow a^2 + 3ad + 2d^2 = a^2 - 6a + 4$$

$$5(2a + 3d) = a^3 - 4a^2$$

$$5 \cdot 6(a + 2d) = -2a^3 - 6a - 15 \Rightarrow 30a^2 + 150ad = -2a^3 - 6a - 15$$

$$5 \cdot (2a + 3d) = 5a^2 - 20a = a^3 - 4a^2 \Rightarrow a^2(a - 5) - 4a(a - 5) = 0$$

$$(a^2 - 4a)(a - 5) = 0$$

$$\begin{array}{c} a=0 \\ a=4 \\ a=5 \end{array}$$

Подставим в данное а и б оставшиеся 2 равенства и проверим

$$a=0 \Rightarrow 6^2 + 3d6 + 2d^2 = 4 \quad 56^2 + 156d = -15$$

$$\begin{aligned} & 56^2 + 156d + 10d^2 = 20 \\ & 4 - 15 + 10d^2 = 20 \Rightarrow d = \pm \sqrt{\frac{29}{2}} \Rightarrow 56^2 + 15 - \sqrt{\frac{29}{2}} \cdot 6 = -15 \end{aligned}$$

$$d = \sqrt{\frac{29}{2}}$$

$$1) -\frac{3\sqrt{\frac{29}{2}}}{2} = \frac{3\sqrt{\frac{29}{2}} \pm \sqrt{\frac{38}{2}}}{2}$$

$$\begin{cases} 6\sqrt{\frac{29}{2}} \pm \sqrt{\frac{38}{2}} = 0 \\ \text{W} \end{cases}$$

$$2) \frac{3\sqrt{\frac{29}{2}}}{2} = \frac{-3\sqrt{\frac{29}{2}} \pm \sqrt{\frac{38}{2}}}{2} \Rightarrow 6\sqrt{\frac{29}{2}} = \pm \sqrt{\frac{38}{2}} \quad \text{W}$$

$$a \neq 0$$

$$6^2 \pm 3\sqrt{\frac{29}{2}} \cdot 6 + 3 = 0$$

$$D = \frac{63}{2} - 12 =$$

$$6 = \frac{\pm 3\sqrt{\frac{29}{2}} \pm \sqrt{\frac{38}{2}}}{2}$$

$$\begin{array}{c} 26 + 3d = 0 \\ b = -\frac{3d}{2} \end{array}$$

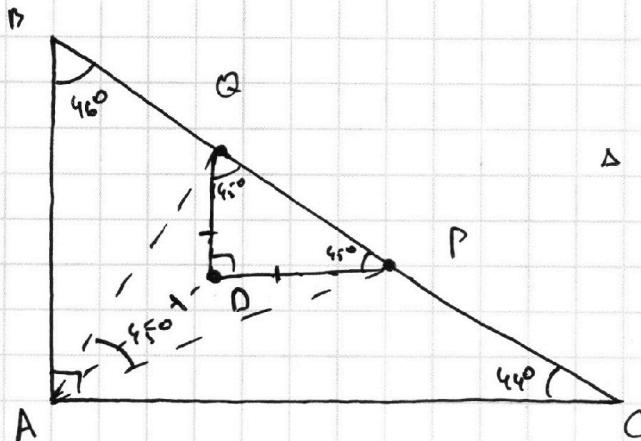


На одной странице можно оформлять **только одну** задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.

- | | | | | | | |
|----------------------------|----------------------------|----------------------------|----------------------------|----------------------------|----------------------------|---------------------------------------|
| <input type="checkbox"/> 1 | <input type="checkbox"/> 2 | <input type="checkbox"/> 3 | <input type="checkbox"/> 4 | <input type="checkbox"/> 5 | <input type="checkbox"/> 6 | <input checked="" type="checkbox"/> 7 |
|----------------------------|----------------------------|----------------------------|----------------------------|----------------------------|----------------------------|---------------------------------------|

СТРАНИЦА
1 из 1

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!



1) Заметим, что $\angle CQA = 68^\circ$, т.к.

$\triangle ACD$ - равнобедренный и

$\angle QCA = 44^\circ$, а $\angle APB = 68^\circ$, т.к.

$\triangle ABP$ - равнобедренный и

$\angle ABP = 46^\circ$

$\angle QAP = 45^\circ$

2) Проведем окружность через точки A, P, Q . Д-ж, что D - центр данной окружности. Заметим, что центр данной окружности лежит на середине отрезка QP , а также $\angle QDP$ должен быть равен $2 \cdot \angle QAP$, и тогда D должна лежать вкруги $\angle AQP$. Данные условия задают точку однозначно. Тогда D подходит под эти условия $\Rightarrow D$ - центр окружности $\triangle AQP \Rightarrow AD = DQ = DP$

3) Заметим, что CD - биссектриса $\angle BCA$, т.к. $DQ = DA$ и

$\angle DQC = 45^\circ = \angle DAC$, т.к. AD - биссектриса $\angle PAC$, т.к.

$QA = AP$, $\angle DAP = \angle Q$ $\angle DAC = \angle DPA = \angle QPA - \angle QPD = 22^\circ$,

а $\angle PAC = \angle APB - \angle PCA = 23^\circ \Rightarrow \angle PAC = 45^\circ$

$\overset{?}{C}D$ - биссектриса $\angle BCA$

$$\boxed{\angle BCA = 22^\circ}$$

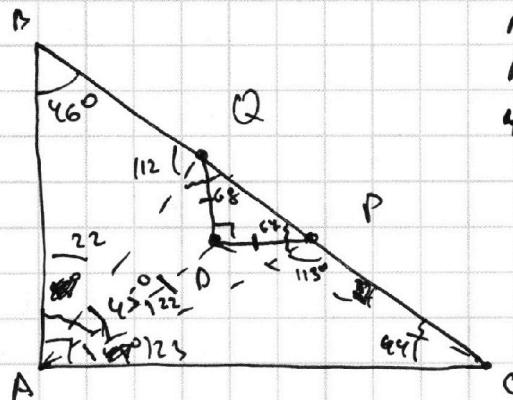


На одной странице можно оформлять **только одну** задачу. Отметьте **крестиком** номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в **решении каждой задачи отдельно**.

- | | | | | | | |
|--------------------------|--------------------------|--------------------------|--------------------------|--------------------------|--------------------------|--------------------------|
| 1 | 2 | 3 | 4 | 5 | 6 | 7 |
| <input type="checkbox"/> |

СТРАНИЦА
— ИЗ —

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по **каждой из задач** нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!



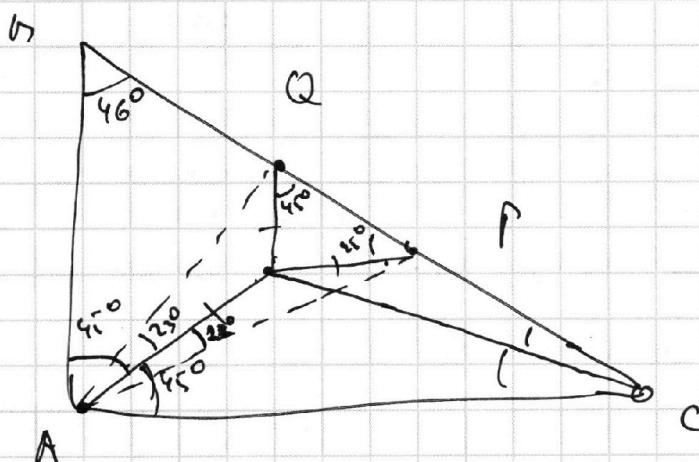
$$AB = BP$$
$$AC = CQ$$

112

$$44 \quad \frac{134}{2} = 67$$

$$68 \cdot 2 = 44$$
$$68 + 66 = 134$$

$$113 + 22 = 135$$





На одной странице можно оформлять только одну задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.

- | | | | | | | |
|----------------------------|----------------------------|----------------------------|----------------------------|----------------------------|----------------------------|----------------------------|
| <input type="checkbox"/> 1 | <input type="checkbox"/> 2 | <input type="checkbox"/> 3 | <input type="checkbox"/> 4 | <input type="checkbox"/> 5 | <input type="checkbox"/> 6 | <input type="checkbox"/> 7 |
|----------------------------|----------------------------|----------------------------|----------------------------|----------------------------|----------------------------|----------------------------|

СТРАНИЦА
ИЗ

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

$$x \cdot \left(\frac{(-x+6 + \sqrt{3}(-x^2+4x+12))}{2} \right) = -3 \left(\cancel{-x+6} - \sqrt{3(-x^2+4x+12)} \right) +$$

$$\cancel{+ 3(-x^2+4x+12)}$$

$$x^2 + (k-6)x + k^2 - 6k \leq 0$$

$$D = k^2 - 12k + 36 - 4k^2 + 24k < 0$$

$$= -3k^2 + 12k + 36 \leq 0$$

8

$$y(x-z) = \cancel{\sqrt{z^2 - 6z - x^2 + 6x}} \quad \cancel{4(k-6)(k+2) \leq 0}$$

$$\left\{ \begin{array}{l} y(x-z) = -(x-z)(x+z) + 6(x-z) \quad k \in (6; -2) \\ (y+z+4x-6)(x-z) \leq 0 \quad y+z+x=6 \end{array} \right.$$

$$(x+y+z)^2 = x^2 + y^2 + z^2 + 2xy + 2xz + 2yz =$$

$$= 3z^2 - 12z + 3y^2 - 12y + 3x^2 - 12x <$$

$$xy + yz + zx = x^2 - 12x + y^2 - 12y + z^2 - 12z +$$

$$(6-z-x)^2 = -6x + y^2 + 36$$

4

$$x^2 - 6x + 2x \quad (z+y)^2 + (z+x)^2 + (x+y)^2 =$$

$$=$$



На одной странице можно оформлять **только одну** задачу. Отметьте **крестиком** номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в **решении каждой задачи отдельно**.

- | | | | | | | |
|----------------------------|----------------------------|----------------------------|----------------------------|----------------------------|----------------------------|----------------------------|
| <input type="checkbox"/> 1 | <input type="checkbox"/> 2 | <input type="checkbox"/> 3 | <input type="checkbox"/> 4 | <input type="checkbox"/> 5 | <input type="checkbox"/> 6 | <input type="checkbox"/> 7 |
|----------------------------|----------------------------|----------------------------|----------------------------|----------------------------|----------------------------|----------------------------|

СТРАНИЦА
— ИЗ —

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по **каждой из задач** нумеруются **отдельно**. Порча QR-кода недопустима!

$$\begin{cases} xy = -6z + z^2 \\ y^2 = -6x + x^2 \\ zx = -6y + y^2 \end{cases}$$

$$(x-6)^2 + (y-6)^2 + (z-6)^2 =$$

$$= y^2 + x^2 + xy + 36 \cdot 3 + 6x + 6y + 6z$$

$$(x+1)(y+1)(z+1) = xy + xz + 2y + 1 + x + y + z$$

$$\frac{1}{n} \quad \frac{1}{n-1} \quad \frac{1}{n-2} \quad \frac{1}{n-3}$$

$$\sum_{\substack{i=0 \\ i \neq j \neq k}}^1 \frac{1}{n-i} \cdot \frac{1}{n-j} \cdot \frac{1}{n-k}$$

$$\frac{x}{2} < \frac{-6z + z^2}{-6x + x^2}$$

$$x^3 - 6x^2 = -6z^2 + z^3$$

$$\therefore (x-2)(x^2 + xz + z^2) - 6(x-2)(x+z) = 0$$

$$\therefore (x-2)(x^2 + xz + z^2 - 6x - 6z) = 0$$

$$\therefore x^2 + xz + z^2 - 6x - 6z = 0$$

$$\Delta = (z-6)^2 - 4(z^2 - 6z) =$$

$$= -3z^2 + 24z + 36 =$$

$$= -3(z^2 - 8z + 12)$$

$$\text{или } z = \frac{-b \pm \sqrt{b^2 - 4ac}}{2a}$$

$$z = \frac{-(-24) \pm \sqrt{(-24)^2 - 4(-3)(12)}}{2(-3)} =$$

$$= \frac{24 \pm \sqrt{576 + 144}}{-6} =$$

$$= \frac{24 \pm \sqrt{720}}{-6} =$$

$$= \frac{24 \pm 12\sqrt{5}}{-6} =$$

$$= -4 \mp 2\sqrt{5}$$

$$y = -6 + x$$

$$xy = -6x + x^2 \rightarrow y = -6 + x$$

$$xy = \frac{(6-x)^2 - 3(-2^2 + 4x + 12)}{2x}$$

$$2y^2 - 12y + 36 + 3x^2 + 12x - 36 =$$

$$= 3x^2 - 24x$$

$$\therefore x^2 = -6(-6 + x)^2 + (x-6)^2$$

$$\square \quad \square \quad \square \quad \square \quad \square \quad \square \quad \square$$

$$\frac{1}{n} \cdot \frac{1}{n-1} \cdot \frac{1}{n-2} \cdots \frac{1}{n-k}$$

$$10003 - 10002 + 20000 =$$

На одной странице можно оформлять **только одну** задачу. Отметьте **крестиком** номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.

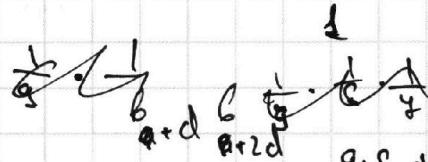


1 2 3 4 5 6 7 СТРАНИЦА
ИЗ

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач **нумеруются отдельно**. Порча QR-кода недопустима!

$$\frac{1}{n} \cdot \frac{1}{n-1} \cdot \frac{1}{n-2} \cdots = \frac{(n-1)(n-2) \cdots n(n-1) \cdots}{n(n-1) \cdots (n-4)}$$

$$n \quad n-1 \quad n-2 \quad n-3 \quad n-4 \quad C_5^3 = \frac{5 \cdot 4 \cdot 3}{3!} = 10$$



$$x^2 - (a^2 - 4a)x + a^2 - 6a + 4 = 0$$

$$x^2 - (a^2 - 4a)^2 x - 2a^2 - 6a - 15 = 0$$

$$(b+d)^2 - (a^2 - 4a)(b+d) + a^2 - 6a + 4 = 0$$

$$(b^2 + 2bd + d^2 - a^2b - a^2d + 4ab + 4ad + a^2 - 6a + 4) = 0$$

$$(b+d)^2 - (a^2 - 4a)(b+d) + a^2 - 6a + 4 = 0$$

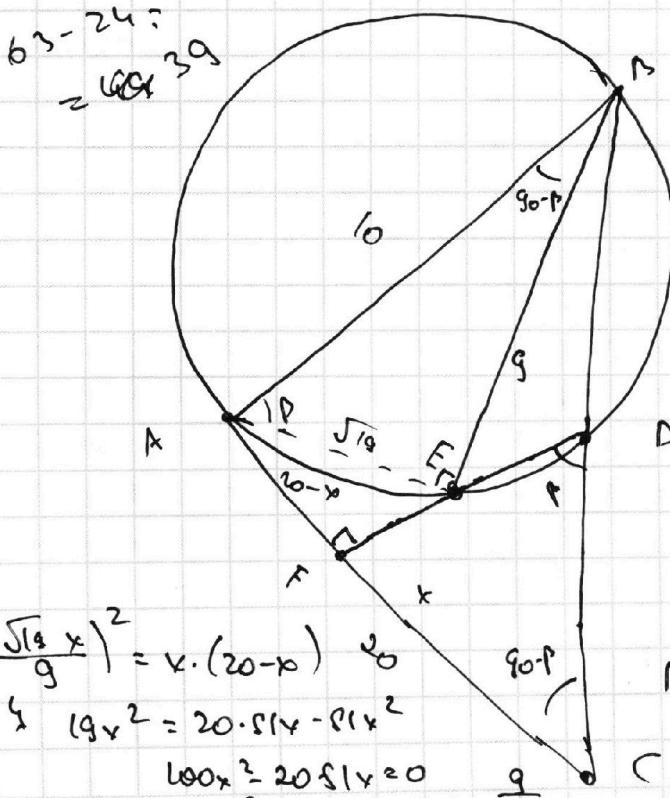
$$26 + 3d + 4ad = 0$$

$$26 + 3d + 4a = 0$$

$$d = \pm \sqrt{\frac{26}{3}}$$

$$d = \pm \frac{3\sqrt{2}}{2}$$

$$\frac{(26+3d)^2 + 80 + 64 + 44 + 30}{234 \cdot 314 \cdot 328 \cdot 455 \cdot 485} = \frac{485}{9 \cdot 8 \cdot 7 \cdot 6 \cdot 5} = \frac{97}{9 \cdot 8 \cdot 7 \cdot 6}$$



$$\left(\frac{\sqrt{g}x}{g}\right)^2 = x \cdot (20-x)$$

$$g_x^2 = 20 \cdot 81x - 81x^2$$

$$160x^2 - 20 \cdot 81x^2 = 0$$

$$5x^2 - 81x + 20 = 0 \Rightarrow x = \frac{9}{\sqrt{2}}$$

$$\frac{DF}{AF} = \frac{CF}{EB} = \frac{81x}{9} \times$$

$$\frac{DF}{AF} = \frac{20\sqrt{18}}{81} \Rightarrow \frac{DF}{EB} = \frac{x}{9}$$

$$DF = \frac{\sqrt{g}x}{9}$$

$$81 \cdot 20x - 81x^2 = 400 \cdot 18$$

$$81 \cdot 20x + 400 \cdot 18 = 0$$

$$D = \frac{81 \cdot 20}{81 \cdot 20 - 4 \cdot 400 \cdot \sqrt{18}}$$

$$180 + 81 \approx 265^\circ$$