



МОСКОВСКИЙ
ФИЗИКО-ТЕХНИЧЕСКИЙ
ИНСТИТУТ

ОЛИМПИАДА "ФИЗТЕХ"
ПО МАТЕМАТИКЕ

10 КЛАСС. Вариант 6



1. [4 балла] Ненулевые числа x, y, z удовлетворяют системе уравнений

$$\begin{cases} xy = -2z + z^2, \\ yz = -2x + x^2, \\ zx = -2y + y^2. \end{cases}$$

Найдите все возможные значения выражения $(x - 2)^2 + (y - 2)^2 + (z - 2)^2$, если известно, что система имеет хотя бы одно решение в ненулевых числах.

2. [2 балла] Десятичная запись натурального числа n состоит из 30 001 девятки. Сколько девяток содержит десятичная запись числа n^3 ?
3. [5 баллов] Окружность ω с диаметром AB пересекает сторону BC остроугольного треугольника ABC в точке D . Точка F выбрана на отрезке AC так, что $DF \perp AC$, а E — точка пересечения отрезка DF с окружностью ω , отличная от D . Найдите AF , если $AC = 10$, $AB = 8$, $BE = 6$.
4. [4 балла] В телеигре ведущий берет несколько коробок и ровно в три из них кладет по одному шарiku. Игрок может указать на пять коробок и открыть их. Если в этих коробках лежат все три шарика, то игрок выигрывает. Игроку разрешили открыть семь коробок. Во сколько раз увеличилась вероятность выигрыша игрока?
5. [5 баллов] Найдите все значения параметра a , при которых корни уравнения $x^2 - (a^2 - 2a)x + a^2 - a - 7 = 0$ являются шестым и седьмым членами некоторой непостоянной арифметической прогрессии, а корни уравнения $3x^2 - (a^3 - 2a^2)x + 6 - a^5 = 0$ являются четвертым и девятым членами этой прогрессии.
6. [5 баллов] На координатной плоскости построена фигура Φ , состоящая из всех точек, координаты $(x; y)$ которых удовлетворяют неравенству $\left|x - 10 + \frac{y}{2\sqrt{3}}\right| + \left|x - 10 - \frac{y}{2\sqrt{3}}\right| \leq 4$. Фигуру Φ непрерывно повернули вокруг начала координат на угол π по часовой стрелке. Найдите площадь множества M , которое замела фигура Φ при этом повороте.
7. [6 баллов] На гипотенузе BC прямоугольного треугольника ABC выбраны точки P и Q так, что $AB = BP$, $AC = CQ$. Внутри треугольника ABC выбрана точка D , для которой $DP = DQ$, а $\angle PDQ = 90^\circ$. Найдите $\angle DBC$, если известно, что $\angle BCA = 50^\circ$.



На одной странице можно оформлять **только одну** задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.



СТРАНИЦА

1 ИЗ 7

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

N^o 1

$$\textcircled{1} \begin{cases} xy = -2z + z^2 \\ yz = -2x + x^2 \\ zx = -2y + y^2 \end{cases} \textcircled{1}$$

т.к. $x, y, z \neq 0 \Rightarrow x, y, z \neq 2$, т.к.

$$(\cancel{zx = y(y-2)} \quad y = z)$$

$$\begin{cases} xy = z(z-2) \textcircled{2} \\ yz = x(x-2) \textcircled{3} \\ zx = y(y-2) \textcircled{4} \end{cases} \Rightarrow$$

$$\textcircled{3} \quad zx = y(y-2) \Rightarrow y = \frac{zx}{y-2}$$

т.к. $y \neq 2$

Подставим в $\textcircled{2}$

$$\frac{z^2 x}{y-2} = x(x-2), \text{ т.к. } x \neq 0, y \neq 2$$

$$z^2 = (x-2)(y-2)$$

$$z^2 = xy - 2x - 2y + 4$$

Подставим в $\textcircled{1}$

$$xy = xy - 2x - 2y - 2z + 4 \Rightarrow \underline{x + y + z = 2} \Rightarrow (x + y + z)^2 = 4$$

$$(x + y + z)^2 = x^2 + y^2 + z^2 + 2xy + 2xz + 2yz$$

Подставим из $\textcircled{1}$

$$4 = 3x^2 + 3y^2 + 3z^2 - 4x - 4y - 4z \Rightarrow$$

$$\underline{x^2 + y^2 + z^2 = 4} \Rightarrow$$

$$(x-2)^2 + (y-2)^2 + (z-2)^2 = \underbrace{x^2 + y^2 + z^2}_{=4} - \underbrace{4x - 4y - 4z}_{=-8} + 12 = \underline{\underline{8}}$$

Ответ: 8



На одной странице можно оформлять **только одну** задачу. Отметьте **крестиком** номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в **решении каждой задачи отдельно**.

1
☐

2
☒

3
☐

4
☐

5
☐

6
☐

7
☐

СТРАНИЦА

1 ИЗ 1

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

№2

$$n = 10^{30001} - 1 \quad \Rightarrow \quad n^3 = 10^{90003} - 3 \cdot 10^{60002} + 3 \cdot 10^{30001} - 1$$

(Первые) Последние 30001 цифра числа $(n^3 + 1)$ — нули,
а 30002-ая цифра — 3 $\Rightarrow$ В числе n^3 будет ровно
30001 девяток, без числа 30002-ой цифры девяток нет.

Ответ: 30001



На одной странице можно оформлять **только одну** задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.

1 ☐ 2 ☐ 3 ☒ 4 ☐ 5 ☐ 6 ☐ 7 ☐

СТРАНИЦА

1 ИЗ 1

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

№3

Услов. обз: Δ -треугольник, $\angle$ -угол

Расс: ΔABC -остроуг. $\angle ADB = \angle C$ D - пересек. BC
и опр. на AB как на диаметр (W)

$FE \perp AC$ и $DF \perp AC$

$E \in DF$ и $E \in W$, $E \neq D$

$BE = 6$ $AB = 8$ $AC = 10$

Найти: AF

Решение: Пусть $AF = x \Rightarrow$

$CF = 10 - x$

т.к. D и $E \in W \Rightarrow \angle AEB = \angle ADB = 90^\circ$

(sin $\angle$) По т. Пифагора в ΔABE $AE^2 + BE^2 = AB^2 \Rightarrow$

$$AE = \sqrt{64 - 36} = 2\sqrt{7}$$

$\angle ABE = \angle ADE$, т.к. четырехугольник ABDE - вписанный

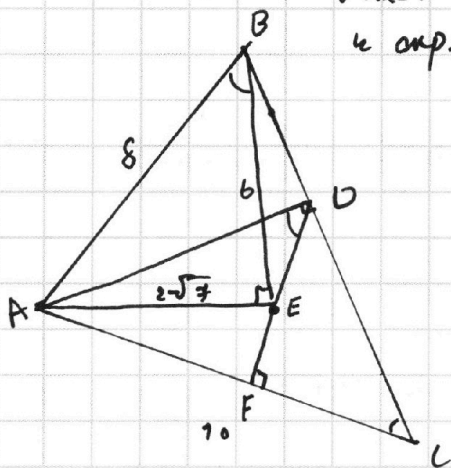
$$\sin \angle ABE = \frac{\sqrt{7}}{4} \Rightarrow \sin \angle ADF = \frac{x}{AD} = \frac{\sqrt{7}}{4}$$

$\angle ADF = \angle FCD$, т.к. $\angle FDC = 90^\circ - \angle ADF = 90^\circ - \angle FCD$

$$\sin \angle FCD = \frac{AD}{AC} = \frac{AD}{10} = \frac{\sqrt{7}}{4} \Rightarrow AD = \frac{5\sqrt{7}}{2} \Rightarrow$$

$$x = \frac{\sqrt{7}}{4} \cdot \frac{5\sqrt{7}}{2} = \frac{35}{8}$$

Ответ: $\frac{35}{8}$





На одной странице можно оформлять **только одну** задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.

1	2	3	4	5	6	7
☐	☐	☐	☒	☐	☐	☐

СТРАНИЦА

1 ИЗ 1

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

№4

Пусть всего коробок — n ($n \geq 7$)

Изначально вероятность выигрыша — $\frac{C_{n-3}^2}{C_n^5}$, т.к.

C_n^5 — ~~ка-во~~ ^{ка-во} всех исходов, а C_{n-3}^2 — ка-во благоприятных (3 превышие уже выбраны, осталось из $(n-3)$ оставшихся выбрать 2)

Аналогично вероятности выигрыша после разужения брать 7 коробок — $\frac{C_{n-3}^4}{C_n^7}$

$$\frac{C_{n-3}^2}{C_n^5} = \frac{\frac{(n-3)(n-4)}{2}}{\frac{n(n-1)(n-2)(n-3)(n-4)}{120}} = 60 \cdot \frac{1}{n(n-1)(n-2)}$$

т.к. $5! = 120$

~~4!~~ $4! = 24$

$$\frac{C_{n-3}^4}{C_n^7} = \frac{\frac{(n-3)(n-4)(n-5)(n-6)}{24}}{\frac{n(n-1)(n-2)(n-3)(n-4)(n-5)(n-6)}{7!}} = \frac{7!}{24} \cdot \frac{1}{n(n-1)(n-2)} =$$

$$= 210 \cdot \frac{1}{n(n-1)(n-2)} \Rightarrow \frac{210}{60} = 3.5$$

Ответ: 3.5



На одной странице можно оформлять **только одну** задачу. Отметьте **крестиком** номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в **решении каждой задачи отдельно**.

☐☐☐☐☒☐☐

СТРАНИЦА

2 ИЗ 2

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

Если бы такая последовательность существовала ~~то~~, то
разность у неё была бы $\left(\frac{\sqrt{26}-\sqrt{5}}{2}\right)$ — т.к. разность между 5-м
и 7-м членами — удвоенная
разность последов.

Но разность между 6-м и 7-м членами — $\underline{\underline{2\sqrt{5}}}$, а

$$2\sqrt{5} \neq \frac{\sqrt{26}-\sqrt{5}}{2}$$

$$\boxed{a \neq 2}$$

$$3) a = 0 \Rightarrow \textcircled{1} x^2 - 7 = 0$$

$$\textcircled{2} 3x^2 + 6 = 0 \Rightarrow x^2 + 2 = 0$$

② уравн не имеет корней, а значит они не могут
быть членами прогрессии

$$\boxed{a \neq 0}$$

Ответ: 3



На одной странице можно оформлять **только одну** задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.

1 2 3 4 5 6 7
☐ ☐ ☐ ☐ ☒ ☐ ☐

СТРАНИЦА

1 ИЗ 2

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

№ ① $x^2 - (a^2 - 2a)x + a^2 - a - 7 = 0$ Если такое a ^{существует} $\exists$, то
 ② $3x^2 - (a^3 - 2a^2)x + 6 - a^5 = 0$

по св-ву арифм. прогрессии сумма 6-го и 7-го членов равна
 сумме 4-го и 9-го (т.к. $6+7=4+9$)

По Т. Виета сумма корней кв. трёхчлена $(ax^2 + bx + c) =$
 $-\frac{b}{a} \Rightarrow$

из ① $a^2 - 2a = \frac{a^3 - 2a^2}{3}$ из ②

$a(a-2)(1 - \frac{a}{3}) = 0 \Rightarrow$ Рассмотрим несколько вариантов

1) $a = 3 \Rightarrow$ ① $x^2 - 3x - 1 = 0$

② $3x^2 - 9x - 237 = 0 \Rightarrow x^2 - 3x - 79 = 0$

Корни ① — $\frac{3 - \sqrt{13}}{2}$ и $\frac{3 + \sqrt{13}}{2}$, т.к. $D = 9 + 4 = 13$

Корни ② — $\frac{3 - 5\sqrt{13}}{2}$ и $\frac{3 + 5\sqrt{13}}{2}$, т.к. $D = 325 = 5^2 \cdot 13$

$\exists$ некоторая прогрессия с первым членом $= \frac{3 - 11\sqrt{13}}{2}$ и ^{разностью} $\frac{11}{\sqrt{13}}$

$a = 3$

2) $a = 2 \Rightarrow$ ① $x^2 - 5 = 0$

② $3x^2 - 26 = 0$

Корни ① — $(-\sqrt{5})$ и $(\sqrt{5})$ Корни ② — $(-\sqrt{\frac{26}{3}})$ и $(\sqrt{\frac{26}{3}})$

Такая прогрессия тоже существует — разность $= \frac{(\sqrt{\frac{26}{3}} - \sqrt{5})}{2}$, а
 первый член — $\frac{3 - 11\sqrt{13}}{2}$



На одной странице можно оформлять только одну задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.

1 ☐ 2 ☐ 3 ☐ 4 ☐ 5 ☐ 6 ☒ 7 ☐

СТРАНИЦА
2 ИЗ 3

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

Ум. абзац: Δ -треугольник

$\Rightarrow$ Искать M -треугольник с вершинами

$(8; 4\sqrt{3}), (12; 4\sqrt{3}), (8; -4\sqrt{3}), (12; -4\sqrt{3})$

Пусть M -точка

вершина D

вершина A

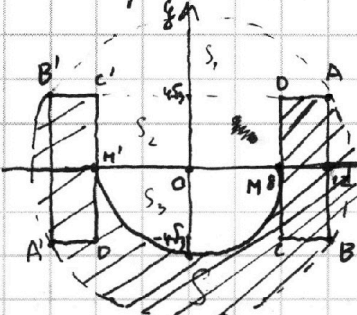
вершина C

вершина B

$(8, 0)$ - середина CD

Непрерывно поворачивая M -треугольник на угол π ,

он примет форму показанную слева.



Пусть площадь этой фигуры - S .

$$S = S_0 - S_1 - S_2 - S_3, \text{ где}$$

S_0 - площадь круга радиуса OA

S_1 - площадь сектора AOB' круга с радиусом OA

S_2 - площадь $\Delta C'DM'$

S_3 - площадь полукруга с радиусом OM.

Пусть A', B' - образы A и B после поворота (по счч вращения) относительно O точек A и B (поав.). Аналогично отрез. C', D', M'

$$S_0 = \pi \cdot OA^2 = \pi (12^2 + (4\sqrt{3})^2) \quad \text{ис т. Пифагора в } \Delta OAN, \text{ где } N - \text{середина AB}$$

$$\Rightarrow OA = \sqrt{192} = 8\sqrt{3}$$

$$S_2 = 4\sqrt{3} \cdot 16 = 64\sqrt{3} \quad S_3 = \frac{\pi \cdot OM^2}{2} = 32\pi$$

Найдём $\angle AOB'$. Пусть $\angle AOB' = \alpha$ $AB' = 24 \Rightarrow \angle A'B'B' = \alpha/2$

$$\sin \frac{\alpha}{2} = \frac{24}{16\sqrt{3}} = \frac{\sqrt{3}}{2} \Rightarrow \frac{\alpha}{2} = \frac{\pi}{3}, \text{ т.к. } \frac{\alpha}{2} = \frac{\pi}{3}, \text{ т.к.}$$

$$\angle AOB' - \text{острый} \Rightarrow \angle AOB' = \frac{2\pi}{3}$$

$$S_1 = \text{площадь сектора } AOB' - \text{площадь } \Delta AOB' = \frac{\angle AOB'}{2\pi} \cdot \pi \cdot OA^2 -$$

$$\frac{\sin \angle AOB' \cdot OA^2}{2} = 192 \left(\frac{\pi}{3} - \frac{\sqrt{3}}{4} \right) = 64\pi - 48\sqrt{3} \Rightarrow$$



На одной странице можно оформлять только одну задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.

1 ☐ 2 ☐ 3 ☐ 4 ☐ 5 ☐ 6 ☒ 7 ☐

СТРАНИЦА
1 ИЗ 3

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

№6

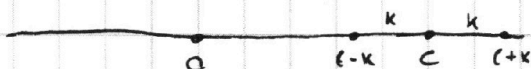
$$\textcircled{1} \quad \left| x - 10 + \frac{y}{2\sqrt{3}} \right| + \left| x - 10 - \frac{y}{2\sqrt{3}} \right| \leq 4$$

$8 \leq x \leq 12$, т.к. иначе $\textcircled{1}$ станет выше

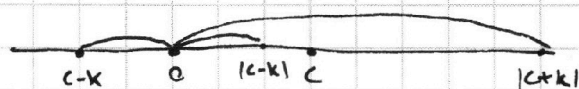
$$\left| c + \frac{y}{2\sqrt{3}} \right| + \left| c - \frac{y}{2\sqrt{3}} \right| \leq 4, \text{ где } |c| > 2, \text{ но}$$

~~Вспомогательная задача~~

$\forall k \quad |c+k| + |c-k| \geq 2|c|$, т.к. если $|k| \leq |c|$, то
все модули раскрываются
с одними и теми же знаками
и $2c \geq 2c$



, а иначе ~~для~~ один из модулей раскрывается с другим знаком и тогда



Абсолютно
Абсолютно

$$-4\sqrt{3} \leq y \leq 4\sqrt{3}$$

$\Rightarrow$

$$\begin{cases} 8 \leq x \leq 12 \\ -4\sqrt{3} \leq y \leq 4\sqrt{3} \end{cases} \leftarrow \text{Для } \forall x, y \text{ из этой системы выполняется } \textcircled{1}$$

т.к. $\textcircled{1}$ станет выше $|a-b| + |a+b| \leq 4$, где $|a|, |b| \leq 2$

Не зная симметрии, скажем, что $a > b$. По-другому - симметрично

Случай 1) a и b разных знаков $\Rightarrow a - b + a + b \leq 4$

Случай 2) a и b одного знака $\Rightarrow$

$$\begin{aligned} & \frac{a \leq 2}{a - b + a + b \leq 4} \text{ если } b, a > 0 \\ & \frac{a \leq 2}{\text{или}} \\ & a - b - a - b \leq 4 \text{ если } b, a < 0 \\ & \frac{-2b \leq 2}{\Rightarrow} \end{aligned}$$



На одной странице можно оформлять только одну задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.

1	2	3	4	5	6	7
☐	☐	☐	☐	☐	☒	☐

СТРАНИЦА
3 из 3

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

$$\begin{aligned} \Rightarrow S &= S_0 - S_1 - S_2 - S_3 = 192\sqrt{2} - 64\sqrt{2} + 48\sqrt{3} - 32\sqrt{2} - 64\sqrt{3} = \\ &= \boxed{96\sqrt{2} - 16\sqrt{3}} \end{aligned}$$

Ответ: $96\sqrt{2} - 16\sqrt{3}$



На одной странице можно оформлять **только одну** задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в **решении каждой задачи** отдельно.

1 ☐ 2 ☐ 3 ☐ 4 ☐ 5 ☐ 6 ☐ 7 ☒

СТРАНИЦА

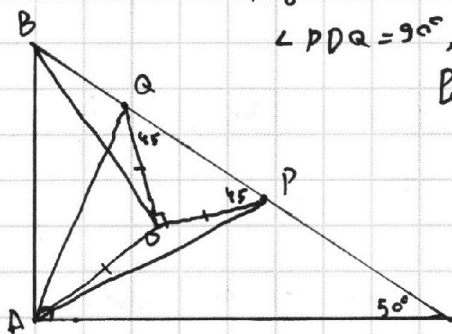
1 из 1

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

№7

Услов. Обоз.: $\triangle$ - треугольник, $\angle$ - угол, ρ - равнобедренный

Дано: Треуг. ABC , $\angle BAC = 90^\circ$, $AB = BP$, $AC = CQ$, $DP = DQ$,
 $\angle PDQ = 90^\circ$, $\angle BCA = 50^\circ$ Найти: $\angle DBC$



Решение: $DP = DQ \Rightarrow \triangle DPQ$ - равнобедренный $\Rightarrow$

$$\angle DQP = \angle DPQ = 45^\circ$$

$$\angle ABC = 90^\circ - 50^\circ = 40^\circ$$

Т.к. $AB = BP$ и $AC = CQ$,

$\triangle ACQ$ и $\triangle ABP$ - ρ

$$\Rightarrow \angle QAC = \angle AQC = 65^\circ$$

$$\angle BAP = \angle BPA = 70^\circ \Rightarrow \angle QAP =$$

$$= 65^\circ + 70^\circ - 90^\circ = 45^\circ$$

D - центр окк. окр. $\triangle AQP$, т.к. $DP = DQ$ и

$$\angle PDQ = 2\angle PAQ$$

$$\angle APQ = \angle APB = 70^\circ \Rightarrow \angle ADQ = 2\angle APQ =$$

$$= 140^\circ$$

$\Rightarrow ABQD$ - впис. четырехугольник, т.к. $\angle ADQ +$

$$\angle ABQ = 140^\circ + 70^\circ = 180^\circ$$

$\Rightarrow$ Т.к. $AD = QD \Rightarrow BD$ - биссектриса

$$\angle ABQ \Rightarrow \angle DBC = \angle DBQ = \angle ABC / 2 = 20^\circ$$

Ответ: 20°

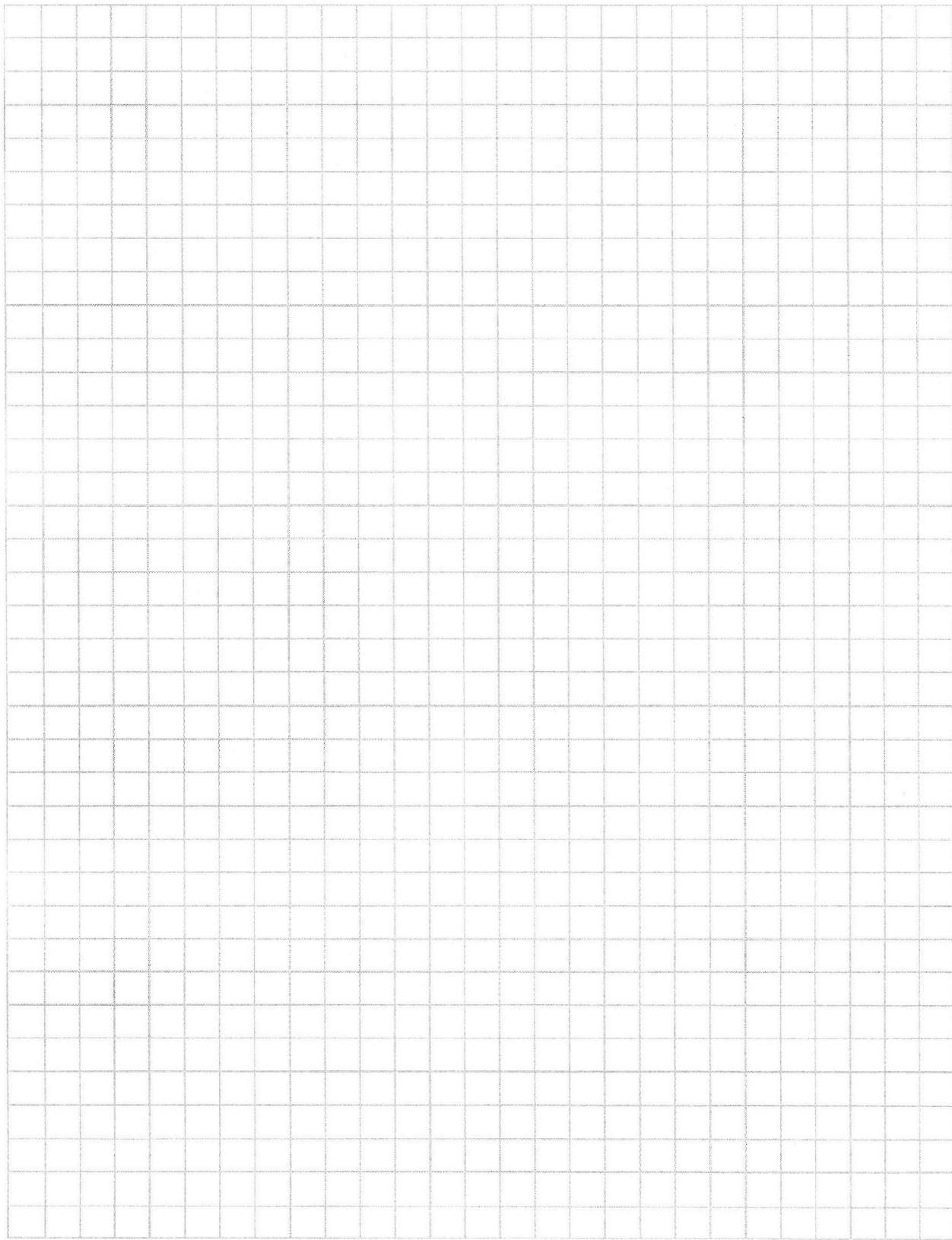


На одной странице можно оформлять **только одну задачу**. Отметьте **крестиком** номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в **решении каждой задачи отдельно**.

1	2	3	4	5	6	7
☐	☐	☐	☐	☐	☐	☐

СТРАНИЦА
__ ИЗ __

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!





На одной странице можно оформлять **только одну** задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в **решении каждой задачи** отдельно.

1 2 3 4 5 6 7

СТРАНИЦА
из

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

N₁
$$\begin{cases} xy = -2z + z^2 \\ yz = -2x + x^2 \\ zx = -2y + y^2 \end{cases}, \text{ т.к. } x, y, z \neq 0 \Rightarrow \begin{cases} \frac{xy}{z} = z-2 \\ \frac{yz}{x} = x-2 \\ \frac{zx}{y} = y-2 \end{cases}$$

Т.к. числа x, y, z ненулевые, мы можем выразить делить как кк

$(x-2)^2 + (y-2)^2 + (z-2)^2 = ?$

$$\begin{cases} xy = -2z + z^2 \\ yz = -2x + x^2 \\ zx = -2y + y^2 \end{cases} \Rightarrow \text{т.к. } x, y, z \neq 0 \Rightarrow \begin{cases} \frac{xy}{z} = z-2 \\ \frac{yz}{x} = x-2 \\ \frac{zx}{y} = y-2 \end{cases}$$

$$(x-2)^2 + (y-2)^2 + (z-2)^2 = \frac{x^2 y^2}{z^2} + \frac{y^2 z^2}{x^2} + \frac{z^2 x^2}{y^2}$$

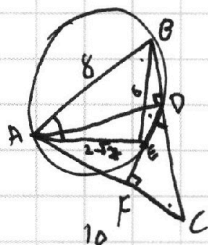
т.к. $x, y, z \neq 0 \Rightarrow \frac{xy}{z}, \frac{yz}{x}, \frac{zx}{y} \neq 0 \Rightarrow x, y, z \neq 2$

Из первой системы получаем $xy - yz = z^2 - 2z - x^2 + 2x$

$y(x-2) = -(x+2-2)(x-2) \Rightarrow (x-2)(y-x-2+2) = 0$

$$(x-2)^2 + (y-2)^2 + (z-2)^2 = \frac{xy}{z}(z-2) + \frac{yz}{x}(x-2) + \frac{zx}{y}(y-2) =$$

$$= xy + xz + yz - 2(\frac{xy}{z} + \frac{xz}{y} + \frac{yz}{x}) = xy + xz + yz - 2(\frac{xy}{z} + \frac{xz}{y} + \frac{yz}{x}) = xy + xz + yz - 2(\frac{xy}{z} + \frac{xz}{y} + \frac{yz}{x})$$



$$\sqrt{64 - 36} = \sqrt{28}$$

$$AF^2 + FE^2 = 28$$

$$\sin \angle BAE = \frac{a}{2R} = \frac{6}{8} = \frac{3}{4} \quad \frac{FC}{DC} = \frac{3}{4}$$

$$\frac{\sqrt{7}}{4} = \frac{AF}{AO} = \frac{AF}{\sqrt{100 - 64}}$$

$$\frac{AD}{8} = \frac{AF}{2\sqrt{7}}$$



На одной странице можно оформлять **только одну** задачу. Отметьте **крестиком** номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в **решении каждой задачи отдельно**.

1 2 3 4 5 6 7

☐ ☐ ☐ ☐ ☐ ☐ ☐

СТРАНИЦА
__ ИЗ __

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

$$\left| x - 10 + \frac{y}{2\sqrt{3}} \right| + \left| x - 10 - \frac{y}{2\sqrt{3}} \right| \leq 4$$

$$8 \leq x \leq 12$$

$$2x^2 + 200 + \frac{y^2}{3} - 20x + 2 \left| (x-10)^2 - \frac{y^2}{12} \right| \leq 16$$

$$-4\sqrt{3} \leq y \leq 4\sqrt{3}$$

$$+ 2|c+k||c-k|$$

$$2c^2 + 2k^2 \sqrt{4c^2}$$

$$k^2 \sqrt{c^2}$$

$$2c^2 + \frac{y^2}{6} + 2|c+k||c-k| \leq 16$$

$$\frac{y^2}{6} + 21 \quad 11 \quad 1 \leq 8$$

$$|c+k| + |c-k| \geq 2c$$

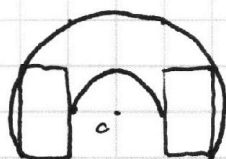
$$|c+k| - |c| \geq |c| - |c-k|$$

$$k^2 + |c+k||c-k| \sqrt{c^2}$$

$$\bullet \bullet \bullet 4\sqrt{3} \bullet$$

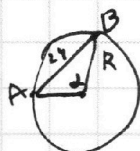


$$144 + 48 = 192$$



$$\sqrt{192} = 2\sqrt{48} = 8\sqrt{3}$$

$$8 \quad \bullet \quad \bullet \quad \bullet \quad 12$$



$$S = \frac{\sin \alpha R^2}{2} - \frac{\sin \alpha R^2}{2}$$

$$\sin \alpha$$

$$\bullet \bullet \bullet -4\sqrt{3} \bullet$$

$$\sin \frac{\alpha}{2} = \frac{AB}{2R} \quad AB$$



На одной странице можно оформлять **только одну** задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.

1
☒2
☒3
☒4
☒5
☒6
☒7
☒СТРАНИЦА
__ ИЗ __

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

$$x, y, z \neq 0, 2$$

$$\begin{cases} xy = -2z + z^2 \\ yz = -2x + x^2 \\ zx = -2y + y^2 \end{cases}$$

$$2x = y(y-2)$$

$$\frac{2^2 x}{y-2} = x(x-2)$$

$$z^2 = (x-2)(y-2) = xy + y - 2y - 2x$$

$$x^2 + y^2 + z^2 - 4x - 4y - 4z + 12 = ?$$

$$2x - 2 \frac{2x}{y} = y^2 - 2y - 2 \frac{2x}{y}$$

$$2z = 4 - 2y - ?$$

$$x + y + z = 2$$

$$4 = (x + y + z)^2 = x^2 + y^2 + z^2 - 4x - 4y - 4z + 12$$

$$x^2 + y^2 + z^2 = 4$$

$$C_n^k = \frac{n!}{(n-k)!k!}$$

$$C_4^2 \frac{4 \cdot 3}{2!}$$

$$= 60 \cdot \frac{1}{n(n-1)(n-2)}$$

$$\frac{7!}{4!} = 7 \cdot 6 \cdot 5 = 210$$

$$6, 7 \quad x^2 - (a^2 - 2a)x + a^2 - a - 7 = 0$$

$$4, 9 \quad 3x^2 - (a^3 - 2a^2)x + 6 - a^5 = 0$$

$$(x-1)^2 = x^2 - 2x + 1$$

$$x^2 - 3x - 1 = 0$$

$$3x^2 - 9x - 237 = 0$$

$$x^2 - 3x - 79 = 0$$

$$\begin{matrix} 3 & -7 \\ 2 & -9 \\ 1 & -11 \end{matrix}$$

$$D = 9 + 4$$

$$x_{1,2} = \frac{3 \pm \sqrt{13}}{2}$$

$$D = 9 + 316 = 325$$

$$\frac{3 \pm 5\sqrt{13}}{2}$$

По уб-ву $\leq$ корней $\Rightarrow$

$$По т. Виета \quad a(a-2) = \frac{a^2(a-2)}{3}$$

$$a=3?$$