



МОСКОВСКИЙ
ФИЗИКО-ТЕХНИЧЕСКИЙ
ИНСТИТУТ

ОЛИМПИАДА "ФИЗТЕХ"
ПО МАТЕМАТИКЕ

10 КЛАСС. Вариант 6



1. [4 балла] Ненулевые числа x, y, z удовлетворяют системе уравнений

$$\begin{cases} xy = -2z + z^2, \\ yz = -2x + x^2, \\ zx = -2y + y^2. \end{cases}$$

Найдите все возможные значения выражения $(x - 2)^2 + (y - 2)^2 + (z - 2)^2$, если известно, что система имеет хотя бы одно решение в ненулевых числах.

2. [2 балла] Десятичная запись натурального числа n состоит из 30 001 девятки. Сколько девяток содержит десятичная запись числа n^3 ?
3. [5 баллов] Окружность ω с диаметром AB пересекает сторону BC остроугольного треугольника ABC в точке D . Точка F выбрана на отрезке AC так, что $DF \perp AC$, а E — точка пересечения отрезка DF с окружностью ω , отличная от D . Найдите AF , если $AC = 10$, $AB = 8$, $BE = 6$.
4. [4 балла] В телеигре ведущий берет несколько коробок и ровно в три из них кладет по одному шарик. Игрок может указать на пять коробок и открыть их. Если в этих коробках лежат все три шарика, то игрок выигрывает. Игроку разрешили открыть семь коробок. Во сколько раз увеличилась вероятность выигрыша игрока?
5. [5 баллов] Найдите все значения параметра a , при которых корни уравнения $x^2 - (a^2 - 2a)x + a^2 - a - 7 = 0$ являются шестым и седьмым членами некоторой непостоянной арифметической прогрессии, а корни уравнения $3x^2 - (a^3 - 2a^2)x + 6 - a^5 = 0$ являются четвертым и девятым членами этой прогрессии.
6. [5 баллов] На координатной плоскости построена фигура Φ , состоящая из всех точек, координаты $(x; y)$ которых удовлетворяют неравенству $\left| x - 10 + \frac{y}{2\sqrt{3}} \right| + \left| x - 10 - \frac{y}{2\sqrt{3}} \right| \leq 4$. Фигуру Φ непрерывно повернули вокруг начала координат на угол π по часовой стрелке. Найдите площадь множества M , которое замела фигура Φ при этом повороте.
7. [6 баллов] На гипотенузе BC прямоугольного треугольника ABC выбраны точки P и Q так, что $AB = BP$, $AC = CQ$. Внутри треугольника ABC выбрана точка D , для которой $DP = DQ$, а $\angle PDQ = 90^\circ$. Найдите $\angle DBC$, если известно, что $\angle BCA = 50^\circ$.



На одной странице можно оформлять только одну задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.

1 2 3 4 5 6 7

СТРАНИЦА

2 ИЗ 2

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

$$x^2 + y^2 + 2xy = -4z + 2z^2 + x^2 + y^2$$

$$y^2 + z^2 + 2zy = -2x + 2x^2 + y^2 + z^2$$

$$z^2 + x^2 + 2zx = x^2 + z^2 + y^2 - 4y$$

$$4 + (x+y)^2 = x^2 + y^2 + z^2 + (z-2)^2$$

$$4 + (y+z)^2 = x^2 + y^2 + z^2 + (x-2)^2$$

$$4 + (z+x)^2 = x^2 + y^2 + z^2 + (y-2)^2$$

$$2xy - z^2 + 4 = (z-2)^2$$

$$2z(x-y^2+4) = (x-2)^2$$

$$2y(z-x^2+4) = (x-2)^2$$

$$(z-2)^2 + (y-2)^2 + (x-2)^2 = 2xy + 2zx + 2zy - x^2 - y^2 - z^2$$



На одной странице можно оформлять **только одну** задачу. Отметьте **крестиком** номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в **решении каждой задачи отдельно**.

1 2 3 4 5 6 7

СТРАНИЦА
1 из 2

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

№ 1

$$\begin{cases} xy = -2z + z^2 & \textcircled{1} \\ yz = -2x + x^2 & \textcircled{2} \\ zx = -2y + y^2 & \textcircled{3} \end{cases}$$

Пусть система имеет решение, подставим его.

~~Можно $x, y, z \neq 0$~~

~~$\textcircled{2} + \textcircled{3} + \textcircled{1} + \textcircled{1} + \textcircled{1}$~~

$$\Rightarrow \begin{cases} xy - (-2x + x^2) = (-2z + z^2) \cdot yz \\ xy \cdot (-2y + y^2) = (-2z + z^2) \cdot zx \\ yz(-2y + y^2) = (-2x + x^2) \cdot zx \end{cases}$$

$$x, y, z \neq 0 \Rightarrow$$

$$a = x^3 - 2x^2 = y^3 - 2y^2 = z^3 - 2z^2.$$

$$a = x^2(x-2) = (y-2)y^2 = (z-2)z^2.$$

$$a = x^4 \cdot (x-2)^2 = (y-2)^2 y^4 = (z-2)^2 z^4.$$

$$y^3 - 2y^2 = x^3 - 2x^2 = z^3 - 2z^2.$$

$$2xy = -4z + z^2 \cdot 2$$

$$2yz = -4x + 2x^2.$$

$$2zx = -4y + 2y^2.$$

$$\begin{aligned} 2xy - z^2 + 4 + 2yz - y^2 + 4 + 2zx - x^2 + 4 \\ = (x-2)^2 + (y-2)^2 + (z-2)^2. \end{aligned}$$



На одной странице можно оформлять **только одну** задачу. Отметьте **крестиком** номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи **отдельно**.

1 2 3 4 5 6 7

СТРАНИЦА
1 из 1

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются **отдельно**. Порча QR-кода недопустима!

Если n состоит из 30002 цифрами, то
 $n = 10^{30002} - 1$

$$\begin{aligned}
 \text{тогда } n^3 &= (10^{30002} - 1)^3 = 10^{30002 \cdot 3} - 3 \cdot 10^{30002 \cdot 2} \\
 &\quad + 3 \cdot 10^{30002} - 1 \\
 &= \underbrace{(10^{30002} - 3) \cdot 10^{30002 \cdot 2}}_{1\text{-е число}} + \underbrace{3 \cdot 10^{30002} - 1}_{2\text{-е число}}
 \end{aligned}$$

$n^3 = 1\text{-е число} + 2\text{-е число}$, каждое из них > 0 ,

цифры (разряды друг на друга не накладываются)
 потому что (различны 0 и цифра = цифра)

1-е кол-во цифр в $n^3 = \text{кол-во цифр в } 1\text{-ом числе} +$
 $4 \text{ кол-во цифр в } 2\text{-ом числе}$
 1-е число!

$$\underbrace{999 \dots 97}_{30002} \underbrace{000 \dots 0}_{30002 \cdot 2} - 30002 \text{ цифр}$$

число 2!

$$\underbrace{2999 \dots 999}_{30003} \approx 30002 \text{ цифр}$$

\Rightarrow в n^3 всего: $30004 + 30002 = 60006$ цифр
 ответ: 60006 цифр

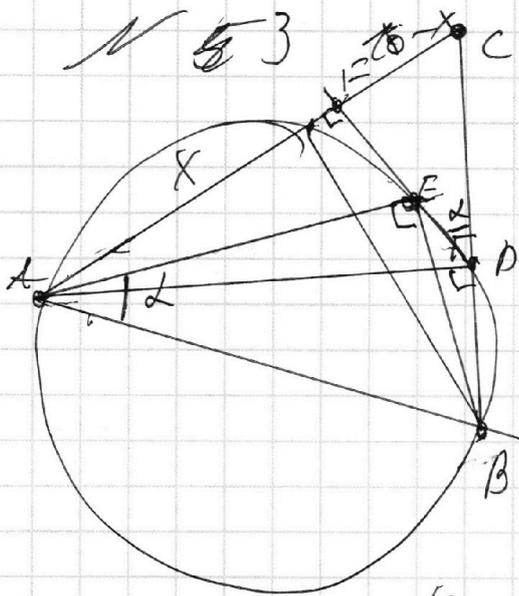


На одной странице можно оформлять только одну задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.

1 2 3 4 5 6 7

СТРАНИЦА
1 ИЗ 1

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!



$\angle AEB = 90^\circ, \angle APB = 90^\circ$
 Т.к. эти углы вписанные
 отпираются на одну дугу
 $\angle EDB$ - вписанный

$$\Rightarrow \angle EDB = 180^\circ - \angle EPB$$

$$= \angle BPC = \angle EBC$$

$$\Rightarrow \sin(\alpha) = \frac{EB}{AB} = \frac{3}{4}$$

Пусть $AF = x$, тогда

$$EC = 20 - x$$

$$\text{из } \triangle ECP: CP \cdot \sin(\alpha) = EC$$

$$\Rightarrow CP = \frac{EC}{\sin(\alpha)} \Rightarrow \text{по теореме Пифагора в } \triangle ACP$$

$$AC^2 = 10^2 = CP^2 + AP^2 \Rightarrow AP^2 = AC^2 - CP^2$$

По теореме Пифагора в $\triangle AEP$: $EP^2 = AP^2 + AE^2$
 где $\triangle FCP$: $CP^2 - FC^2 = EP^2$

$$\Rightarrow CP^2 - FC^2 = AP^2 - AE^2 \Rightarrow AC^2 - CP^2 - AF^2 \Rightarrow$$

$$2CP^2 - FC^2 = AC^2 - AF^2$$

$$2CP^2 - 100 - x^2 + 20x = 100 - x^2$$

$$20x = 200 - \frac{2(20-x)^2}{\sin^2(\alpha)} = \frac{200 - 2CP^2}{20} = 10 - \frac{CP^2}{10}$$

$$20x = 200 - \frac{16 \cdot 2 \cdot (20-x)^2}{9}$$

$$180x = 1800 - 3200$$

$$+ 20 \cdot 16 \cdot 2 \cdot x + x^2 = 16 \cdot 2$$

$$1400x - 460x + x^2 = 0$$

$$\frac{460 \pm \sqrt{460^2 + 4 \cdot 1400 \cdot 32}}{64} = \frac{460 + 10\sqrt{3208}}{64}$$

Ответ! $AF = x =$



На одной странице можно оформлять **только одну** задачу. Отметьте **крестиком** номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи **отдельно**.

1 2 3 4 5 6 7

СТРАНИЦА
1 ИЗ 1

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

Пусть всего коробок N , тогда всего вариантов ~~того, что~~ у ведущего выбрать 3 коробки, так, что их расположат по маршруту C_N^3 - общее кол-во исходов. Кол-во вариантов того, что в 5 и выбраных коробках будет лежать 3 шарика C_5^3 (выберем 3 коробки и шарик из шариков) \Rightarrow Раньше вероятностью все равно была $P_1 = \frac{C_5^3}{C_N^3}$, теперь же, он выбирает 7 коробок \Rightarrow кол-во учитываемых его исходов $= C_N^7 \Rightarrow$ его вероятностью (шарика) в том случае $P_2 = \frac{C_5^3}{C_N^7}$ Т.Е $\frac{P_2}{P_1} = \frac{C_N^3}{C_N^7}$

$$\frac{P_2}{P_1} = \frac{7! \cdot 3! \cdot 2!}{4! \cdot 3! \cdot 5!} = \frac{7 \cdot 2}{4 \cdot 3 \cdot 2 \cdot 1} = 3,5 \text{ раза}$$

ответ: 3,5 раза.



На одной странице можно оформлять только одну задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.

1 2 3 4 5 6 7

СТРАНИЦА
2 ИЗ 2

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

№5 (продолжение)

$$a^3 - 5a^2 + 6a = 0$$

$$(a^2 - 5a + 6) \cdot a = 0$$

$$a \cdot (a - 3) \cdot (a - 2)$$

$$\begin{cases} a = \frac{5 \pm 1}{2} = 3 \\ a = 2 \end{cases}$$

Проверим:

$$\begin{cases} a = 0 \\ a = 2 \\ a = 3 \end{cases}$$

случай 1:

$$a = 0$$

$$x^2 - (a^2 - 2a) \cdot x + a^2 - a - 2 = x^2 - 7 = 0$$

$$3x^2 - (a^3 - 2a^2) \cdot x + 6 - a^5 = 0 = 3x^2 + 6 - \text{нет корней}$$

$\Rightarrow a = 0$ не подходит

случай 2:

$$a = 2$$

$$x^2 - (a^2 - 2a) \cdot x + a^2 - a - 2 = x^2 - 5 = 0$$

$$3x^2 - (a^3 - 2a^2) \cdot x + 6 - a^5 = 3x^2 - 26 = 0$$

$$x_1 = -\sqrt{5}, x_2 = \sqrt{5}, x_3 = \sqrt{\frac{26}{3}}, x_4 = -\sqrt{\frac{26}{3}}$$

Тогда $\sqrt{5} - (-\sqrt{5}) = 2\sqrt{5}$ и $-\sqrt{\frac{26}{3}} - \sqrt{\frac{26}{3}} = -2\sqrt{\frac{26}{3}}$ это целые арифметические произведения корней уравнения!

$$|\sqrt{5} - (-\sqrt{5})| = |d|$$

$$\left| -\sqrt{\frac{26}{3}} - \sqrt{\frac{26}{3}} \right| = 5|d| \Rightarrow 10\sqrt{5} = \frac{\sqrt{26}}{3} \cdot 2, a$$

это не верно $\Rightarrow a = 2$ не подходит

$$a = 3$$

$$x^2 - (a^2 - 2a) \cdot x + a^2 - a - 2 = x^2 - 3x - 1$$

$$3x^2 - (a^3 - 2a^2) \cdot x + 6 - a^5 = 3 \cdot (x^2 - 3x + 2 - 9) = 0$$

$$\Rightarrow x^2 - 3x - 7 = 0$$

Корни первого: $x_1 = \frac{3 + \sqrt{23}}{2}, x_2 = \frac{3 - \sqrt{23}}{2}$

$\Rightarrow d = \sqrt{23}$ $\Rightarrow \frac{3 - 13\sqrt{23}}{2}$ - не подходит $\Rightarrow a = 3$ подходит

этого значит \Rightarrow ответ: 3.



На одной странице можно оформлять **только одну** задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.

1 2 3 4 5 6 7

СТРАНИЦА
1 из 2

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

По 1n вешта ^{и 5} ~~двѣ~~ ^{т.к. оба квадратичны} ~~первого!~~ ^{уравнениями}
 $a^2 - 2a = x_1 + x_2$ - ^{корни того, имеют вид}

~~двѣ второго!~~

~~$a^3 - 2a^2 = x_3 + x_4$ - корни того~~

~~3 - первый коэффициент~~

~~Пусть b - первый член d - разность прогрессии~~

~~Тогда все корни первого уравнения имеют вид:~~

~~$x_1 + x_2 = b + d \cdot 5 + b + d \cdot 6 = 2b + 11d$~~

~~$x_3 + x_4 = b + d \cdot 3 + b + d \cdot 8 = 2b + 11d$~~

~~$\Rightarrow a^3 - 2a^2 = (a^2 - 2a) \cdot 3 \Rightarrow a^3 - 5a^2 + 6a = 0$~~

~~$a^3 - 3a^2 + 2a = 0$~~

~~$a \cdot (a^2 - 3a + 2) = 0 \Rightarrow \begin{cases} a = 0 \\ a^2 - 3a + 2 = 0 \end{cases}$~~

~~$a^2 - 3a + 2 = 0 \Rightarrow \begin{cases} a = 1 \\ a = 2 \end{cases}$~~

~~$a = 0!$~~

~~Первое уравнение: $x^2 - x + 0 - 7 = 0$~~

~~$\Rightarrow x = \pm \sqrt{7}$~~

~~Второе уравнение:~~

~~$x = \pm \sqrt{7}$~~

~~$3x^2 - (a^3 - 2a^2) + 6 - a^5 =$~~

~~$\Rightarrow a > 0$ не подходит. $3x^2 + 6 = 0 \Rightarrow x \in \emptyset$~~

~~$a = 1$~~

~~① $x^2 - (a^2 - 2a)x + a^2 - a - 7 = 0 \Rightarrow x^2 + x - 7$~~

~~② $3x^2 - (a^3 - 2a^2)x + 6 - a^5 = 3x^2 + x + 5 = 0$~~



На одной странице можно оформлять только одну задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.

1 2 3 4 5 6 7

СТРАНИЦА
2 ИЗ 2

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

№6 (продолжение)

Растворение до точки $\approx \sqrt{x^2 + y^2}$ по т.П

Пирамиды. ~~Начертите~~ Рассмотрим для $y > 0$ две

$$\left| x + 10 + \frac{y}{2\sqrt{3}} \right| + \left| x - 10 - \frac{y}{2\sqrt{3}} \right| \leq 4 \quad \begin{matrix} y > 0 \\ \text{вниз}$$

Вариант 1:

$$x - 10 \geq -\frac{y}{2\sqrt{3}}; \quad 2x - 20 \leq 4 \Rightarrow x \leq 12$$

$$\Rightarrow y \leq 4\sqrt{3} \quad \text{Т.е. расстояние } t_{\max} = \sqrt{144 + (4\sqrt{3})^2}$$

В этом случае $t_{\max} = \sqrt{192}$. А так $y > 0$

$$\Rightarrow x \geq 10 \Rightarrow t_{\min} = \sqrt{10^2 + 0^2} = 10 \text{ в этом}$$

случае

Вариант 2:

$$x + \frac{y}{2\sqrt{3}} \geq 10 \quad y > 0 \Rightarrow t_{\min} = \sqrt{10^2 + 0^2} = 10$$

$$x \leq \frac{y}{2\sqrt{3}} + 10 \quad \frac{y}{2\sqrt{3}} + 10 \geq 0$$

$$x - 10 + \frac{y}{2\sqrt{3}} - x + 10 + \frac{y}{2\sqrt{3}} \leq 4$$

$$\frac{y}{\sqrt{3}} \leq 4 \Rightarrow y \leq 4\sqrt{3} \Rightarrow x \leq 12$$

$\Rightarrow t_{\max}$ совпадает с найденным в предыдущем случае.

Вариант 3:

$$x - 10 + \frac{y}{2\sqrt{3}} \geq 0, \quad y > 0.$$

$$\Rightarrow x \leq 10 - \frac{y}{2\sqrt{3}} \quad \text{но } 2x - 20 \geq 4 \Rightarrow x \geq 12$$

\Rightarrow этого случая не бывает $\Rightarrow \text{cost} \leq \sqrt{192}$
Т.к. функция непрерывна то все точки покрыты

$$\Rightarrow S = \pi \cdot t_{\max}^2 - \pi t_{\min}^2 = 9\pi \cdot \pi \text{ ответ: } 9\pi \cdot \pi.$$



На одной странице можно оформлять **только одну** задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.

1 2 3 4 5 6 7

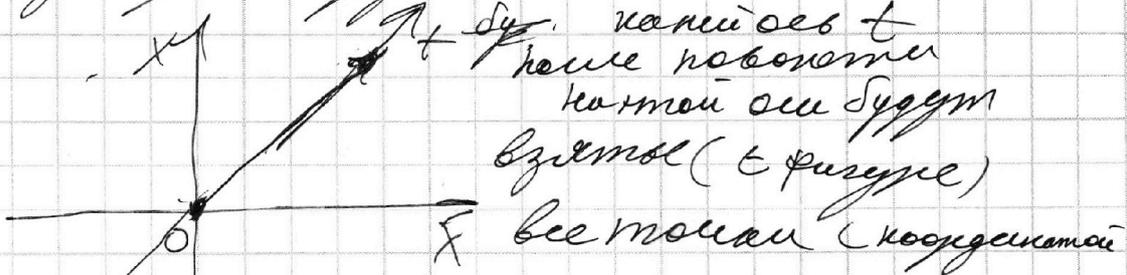
СТРАНИЦА
1 из 2

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

№6

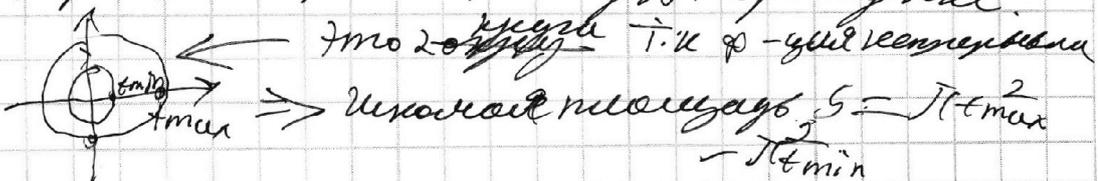
Заметим, что если есть решение то есть $(x; y)$ и $(x; -y)$ (координаты и т.д.) \Rightarrow фигура симметрична

относительно оси x \Rightarrow введем координаты относительно центра координат - O \Rightarrow введем



t такие, что до поворота до этой точки от центра координат было расстояние $t \Rightarrow$ на всех направлениях будут появляться точки с координатами от t_{min} до t_{max} , где t_{min} - минимальное расстояние до точки от центра координат t_{max} - максимальное расстояние до точки от центра координат.

\Rightarrow фигура при повороте займет площадь заштрихованную кривыми:





На одной странице можно оформлять только одну задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.

1 2 3 4 5 6 7

СТРАНИЦА
2 из 2

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

$$\begin{aligned} MB &= \frac{a \cdot \operatorname{tg}(50^\circ) + \frac{a}{\cos 50^\circ} - a}{2} \quad \text{в } \triangle \text{ по формуле,} \\ \frac{PQ}{2} &= \frac{a + a \cdot \operatorname{tg}(50^\circ) - \frac{a}{\cos 50^\circ}}{2} \\ \frac{b_{14}}{MB} &= \frac{1 + \operatorname{tg}(50^\circ) - \frac{1}{\cos 50^\circ}}{\operatorname{tg}(50^\circ) + \frac{1}{\cos 50^\circ} - 1} \\ &= \frac{\cos(50^\circ) + \sin(50^\circ) - 1}{\sin(50^\circ) + 1 - \cos(50^\circ)} \\ \Rightarrow \angle PBC &= \arctg\left(\frac{\cos(50^\circ) + \sin(50^\circ) - 1}{\sin(50^\circ) + 1 - \cos(50^\circ)}\right) \end{aligned}$$

ответ: $\arctg\left(\frac{\cos(50^\circ) + \sin(50^\circ) - 1}{\sin(50^\circ) + 1 - \cos(50^\circ)}\right)$



На одной странице можно оформлять только одну задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.

- 1 2 3 4 5 6 7

СТРАНИЦА 1 из 2

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

Еще $PR = PQ$
 $\Rightarrow P$ лежит на серединке PQ , т.к. F -к L

$MP = MQ$ (т.к. $\angle RPQ = \frac{180^\circ - \angle PRQ}{2}$ (P-к Q - биссектриса), $\angle MPQ = \angle RPQ$ т.к. PM - биссектриса $\Rightarrow \triangle PMQ$ - равнобедренный (PM = MQ)

$\Rightarrow \angle PBC = \arccos \frac{PM}{MB}$, считая $AB = b$, $AC = a$. $\Rightarrow PQ = CB - PB + CQ - CB = a + b - \frac{a}{\cos(50^\circ)}$ ($\frac{a}{\cos(50^\circ)} = BC$) $\frac{a}{2} = \frac{a + \frac{a}{\cos(50^\circ)} - a}{2} = PM, MB$

$= BP - QB + PQ = a \cdot \frac{\sin(50^\circ)}{\cos(50^\circ)} + a - \frac{a}{\cos(50^\circ)}$

$= \frac{a}{\cos(50^\circ)} + a - \frac{a}{\cos(50^\circ)} = a \cdot \frac{1 + \sin(50^\circ) - \cos(50^\circ)}{\cos(50^\circ)}$

$\Rightarrow \frac{PM}{MB} = \frac{1 + \sin(50^\circ) - \cos(50^\circ)}{\cos(50^\circ) + 1 - \sin(50^\circ)}$

$\Rightarrow \angle PBC = \arccos \left(\frac{\cos(50^\circ) + \sin(50^\circ) - 1}{\cos(50^\circ) - \sin(50^\circ) + 1} \right)$



На одной странице можно оформлять только одну задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.

1 2 3 4 5 6 7

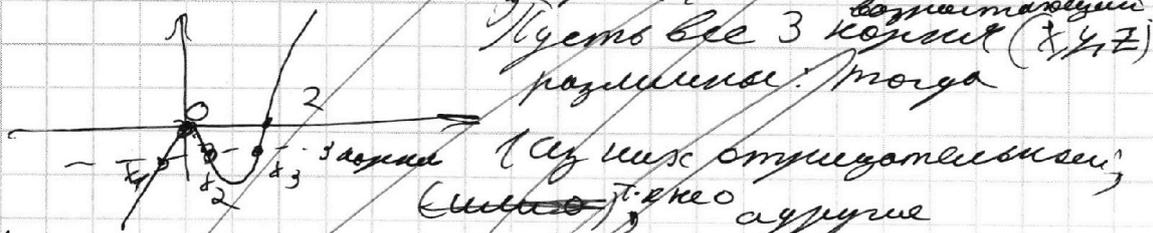
СТРАНИЦА
— ИЗ —

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

Рассмотрим функцию $f(t) = t^3 - 2t^2$

Она непрерывна, имеет 2 корня при $t=0$ и $t=2$,
при $t < 0$ у нее отрицательная масса

$0 < t < 2$ — масса \Rightarrow она колеблется
около $t=0$ масса 0 , при $t > 2$ — бесконечно



положительное при этом имеет квадратичную

объемности $Z \geq y \geq x$, тогда $Z \leq 2$ (при $Z \geq 2$ — меньше 3 различных корней у $f(z)$)

(выносим за скобки) $\Rightarrow z^2 - 2z \geq 0$

$y^2 - 2y < 0$, $x^2 - 2x > 0$



На одной странице можно оформлять только одну задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.

1 2 3 4 5 6 7

СТРАНИЦА
__ ИЗ __

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

①: $x = \frac{-1 \pm \sqrt{29}}{2}$ не подходит.

②: ~~$x = \dots$~~ нет корней

$\Rightarrow a = 7$ не подходит.

$a = 2$:

$$3 \cdot x^2 - (a^3 - 2a^2) \cdot x + 6 - a^5 = 0$$

$$\Rightarrow 3x^2 + 6 - 32 \Rightarrow x^2 = \frac{26}{3} \Rightarrow x = \sqrt{\frac{26}{3}}$$

$$x^2 - (a^2 - 2a) \cdot x + a^2 - a + 7 = 0$$

$$\Rightarrow x^2 + 0 \cdot x + 5 = 0 \Rightarrow x = \pm \sqrt{5}$$

Но тогда:

$$\sqrt{5} = (-\sqrt{5}) = |d|$$

$$2\sqrt{5} = |d|$$

$$\sqrt{\frac{26}{3}} - (-\sqrt{\frac{26}{3}}) = |d| \neq 5$$

$$\sqrt{\frac{26}{3}} \cdot \frac{2}{5} = \sqrt{5}, \text{ а это}$$

не верно $\Rightarrow a = 0$ не подходит.

\Rightarrow также a нет.

Ответ: ни при каких $a \Rightarrow$ нет таких a .

$$\begin{array}{r} 3\sqrt{29} \\ \sqrt{29} \\ \hline 316 \\ 325 \end{array}$$

$$\begin{array}{r} -325 \\ -25 \\ \hline -350 \\ 25 \\ \hline -325 \\ 25 \\ \hline -300 \\ 25 \\ \hline -275 \\ 25 \\ \hline -250 \\ 25 \\ \hline -225 \\ 25 \\ \hline -200 \\ 25 \\ \hline -175 \\ 25 \\ \hline -150 \\ 25 \\ \hline -125 \\ 25 \\ \hline -100 \\ 25 \\ \hline -75 \\ 25 \\ \hline -50 \\ 25 \\ \hline -25 \\ 25 \\ \hline 0 \end{array}$$

$$\begin{array}{r} 3 + \sqrt{5} \\ \hline 2 \end{array}$$



На одной странице можно оформлять только одну задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.

1 2 3 4 5 6 7

СТРАНИЦА
__ ИЗ __

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

$$\frac{32}{9} \cdot (10-x)^2 \quad \text{Черновик}$$

$$\frac{100 \cdot 32}{9} + x^2 \cdot \frac{32}{9} - \frac{640}{9} x = 100$$

$$\frac{32}{9} x^2 - \frac{640}{9} x + 100 = 100$$

$$\frac{23}{9} \cdot (10-x)^2 = 100 - x^2$$

$$2300 - 460x + 23x^2 + 9x^2 - 860x = 0$$

$$32x^2 - 1400 + 460x = 0$$

$$x^2 - (a^2 - 2a) \cdot x + a^2 - a - 7 = 0$$

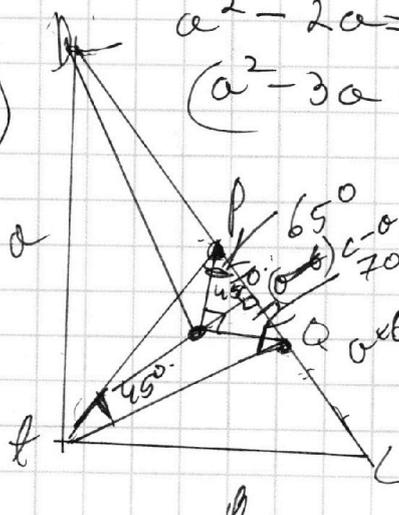
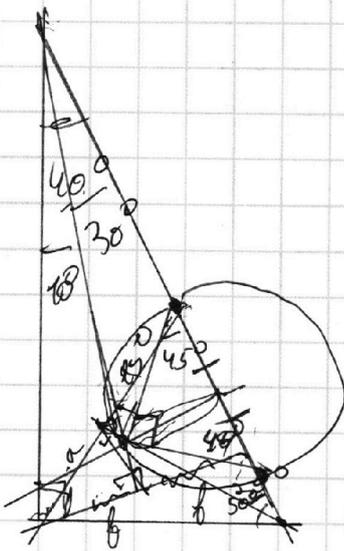
$$3x^2 - (a^3 - 2a^2) \cdot x + 6 - a^5$$

$a+3d$
 $a+8d$
 $a+11d$
 $a+6d$

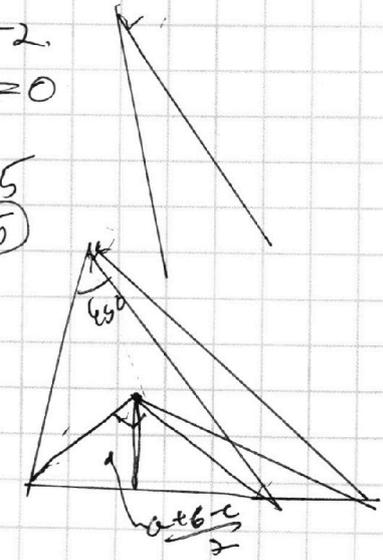
$$a^3 - 2a^2 = a^2 - 2a$$

$$a^2 - 2a = a - 2$$

$$(a^2 - 3a + 2) \geq 0$$



135
45





На одной странице можно оформлять **только одну** задачу. Отметьте **крестиком** номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи **отдельно**.

1 2 3 4 5 6 7

СТРАНИЦА
__ ИЗ __

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются **отдельно**. Порча QR-кода недопустима!

$$\begin{aligned} x-2 &= a \\ y-2 &= b \\ z-2 &= c \end{aligned}$$

$$2x^2y^2z^2 = (2-x)^2$$

2

$$x^3 - 2x^2 = y^3 - 2y^2 = z^3 - 2z^2 = a^3$$

$$\begin{aligned} xy - 2z + 4 &= (z-2)^2 \\ zy - 2x + 4 &= (x-2)^2 \\ xz - 2y + 4 &= (y-2)^2 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} x^3 - 2x^2 &= y^3 - 2y^2 \\ x^2(x-2) &= y^2(y-2) \\ x^2 &= (y-2) \cdot \frac{y^2}{x-2} \end{aligned}$$

2 · (2-z)

$$\begin{aligned} xy &= (z-2) \cdot z \\ zy &= (x-2) \cdot x \\ xz &= (y-2) \cdot y \end{aligned}$$

3

$$\begin{aligned} z^2 &= (x-2)(y-2) \\ y^2 &= (x-2)(z-2) \\ x^2 &= (z-2)(y-2) \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} (x-2) \cdot x^2 &= y^2(y-2) \\ y^3 - 2y^2 &= x^3 - 2x^2 \\ y^2(y-2) &= x^2(x-2) \end{aligned}$$

x-9

$$\begin{aligned} (a+b)^2 &= a \cdot b \\ (a+b)^2 &= c \cdot b \\ (b+c)^2 &= c \cdot a \end{aligned}$$

$$|x-10| + |k-10|$$

$$y^3 - 2y^2 = x^3 - 2x^2$$

$$\begin{aligned} (y-x) \cdot (y^2 + xy + x^2) - 2(y-x) &= 0 \\ (x+y) &= 0 \\ y^2 + xy + x^2 - x - y &= 0 \\ (x+y)^2 - xy &= (x+y) \end{aligned}$$

$$x^2 + y^2 + xy = (y-x) \cdot 2 \cdot (x+y)$$

$$x^2 + y^2 + xy \geq 2(x+y)$$

$$x^2 - 2x$$

$$2x^2 + 2y^2 + 2xy = 4(x+y) + d$$

$$(x-2)^2 + (y-2)^2 + (x+y)^2 = d + (x+y)^2$$



На одной странице можно оформлять **только одну** задачу. Отметьте **крестиком** номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в **решении каждой задачи отдельно**.

1 2 3 4 5 6 7

СТРАНИЦА
_ ИЗ _

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

Черновик:

$$xy = -2z + z^2 \Rightarrow (2-z)^2 = xy + 4$$

$$yz = -2x + x^2$$

$$zx = -2y + y^2$$

$$x^2 = x - 2$$

$$-z^2 - 2x - 2y \quad x^2 = (x-2)^2 - 2(x-2)$$

$$xy + 4 + yz + 4 + zx + 4 = 1$$

$$2xy + 4 = (2-z)^2 + z^2 = x^2 - 4x + 4 - 2x + 4$$

$$4 + 4 + 2xy + 4 + 2yz + 2zx - z^2 - y^2 - z^2 = 1$$

$$x = 2, x = 0$$

$$2z^2 + 2x + 2y + 4 + yz + zx = z^2 + y^2 + z^2$$

$$(z-y) + z$$

$$(x-y) - 4z + z^2 + x^2 + y^2$$

$$(y+z)^2 = -4x + 2$$

$$4x^2 + 4z^2 + 4y^2 - 4x - 4y - 4z$$

$$z(x+y+z-2)$$

$$(x-z) \cdot x$$

$$xy + 1 + yz + 1 + zx + 1 = (z-1)^2 + (z-1)^2 + (y-1)^2$$

$$z \cdot (x+y) = -2 \cdot (x+y) + x^2 + y^2$$

$$(z+2) \cdot (x+y) = x^2 + y^2$$

$$zx + zy - 2z + z^2 = (x+y)^2$$

$$z \cdot (x+y - 2 + z) = (x+y)^2$$

$$y^2 + z^2 + x^2 = 1$$

$$(x-2)^2 + (y-2)^2 = z^2 + 4$$

$$z^2 + x^2 + y^2 = 1$$



На одной странице можно оформлять **только одну** задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в **решении каждой задачи отдельно**.

1 2 3 4 5 6 7

СТРАНИЦА
__ ИЗ __

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

Черновик:

$$xy + 4 + yz + 4 + zx + 4 - 2x - 2y - 2z = (z-2)^2$$

$$xy + yz + zx + 4 + 4 + 4 - 2z - 2x - 2y$$

$$xy + 1 \quad (y-2) \cdot z + (x-2) \cdot y$$

$$yz + 1$$

$$zx + 1$$

$$xy + yz + zx + 1 + 1 + 1 = z \cdot (z-2) + x(x-2) + y(y-2)$$

$$2xy = -4z + 1z^2$$

$z-2=x$

$$2xy + 4 + 2zy + 4 + 2zx + 4 = (z-2)^2 + x(x-2) + y(y-2)$$

$$(10^{30002} - 1)^3$$

$$x^2 + y^2 + z^2$$

$$10^{30002 \cdot 3} + 1 - 10^{30002 \cdot 3} + 10^{30002 \cdot 3}$$

