



МОСКОВСКИЙ  
ФИЗИКО-ТЕХНИЧЕСКИЙ  
ИНСТИТУТ

ОЛИМПИАДА "ФИЗТЕХ"  
ПО МАТЕМАТИКЕ

## 10 КЛАСС. Вариант 6



1. [4 балла] Ненулевые числа  $x, y, z$  удовлетворяют системе уравнений

$$\begin{cases} xy = -2z + z^2, \\ yz = -2x + x^2, \\ zx = -2y + y^2. \end{cases}$$

Найдите все возможные значения выражения  $(x - 2)^2 + (y - 2)^2 + (z - 2)^2$ , если известно, что система имеет хотя бы одно решение в ненулевых числах.

2. [2 балла] Десятичная запись натурального числа  $n$  состоит из 30 001 девятки. Сколько девяток содержит десятичная запись числа  $n^3$ ?
3. [5 баллов] Окружность  $\omega$  с диаметром  $AB$  пересекает сторону  $BC$  остроугольного треугольника  $ABC$  в точке  $D$ . Точка  $F$  выбрана на отрезке  $AC$  так, что  $DF \perp AC$ , а  $E$  — точка пересечения отрезка  $DF$  с окружностью  $\omega$ , отличная от  $D$ . Найдите  $AF$ , если  $AC = 10$ ,  $AB = 8$ ,  $BE = 6$ .
4. [4 балла] В телегре ведущий берет несколько коробок и ровно в три из них кладет по одному шарику. Игрок может указать на пять коробок и открыть их. Если в этих коробках лежат все три шарика, то игрок выигрывает. Игроку разрешили открыть семь коробок. Во сколько раз увеличилась вероятность выигрыша игрока?
5. [5 баллов] Найдите все значения параметра  $a$ , при которых корни уравнения  $x^2 - (a^2 - 2a)x + a^2 - a - 7 = 0$  являются шестым и седьмым членами некоторой непостоянной арифметической прогрессии, а корни уравнения  $3x^2 - (a^3 - 2a^2)x + 6 - a^5 = 0$  являются четвертым и девятым членами этой прогрессии.
6. [5 баллов] На координатной плоскости построена фигура  $\Phi$ , состоящая из всех точек, координаты  $(x; y)$  которых удовлетворяют неравенству  $\left|x - 10 + \frac{y}{2\sqrt{3}}\right| + \left|x - 10 - \frac{y}{2\sqrt{3}}\right| \leq 4$ . Фигуру  $\Phi$  непрерывно повернули вокруг начала координат на угол  $\pi$  по часовой стрелке. Найдите площадь множества  $M$ , которое замела фигура  $\Phi$  при этом повороте.
7. [6 баллов] На гипotenузе  $BC$  прямоугольного треугольника  $ABC$  выбраны точки  $P$  и  $Q$  так, что  $AB = BP$ ,  $AC = CQ$ . Внутри треугольника  $ABC$  выбрана точка  $D$ , для которой  $DP = DQ$ , а  $\angle PDQ = 90^\circ$ . Найдите  $\angle DBC$ , если известно, что  $\angle BCA = 50^\circ$ .

На одной странице можно оформлять только одну задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.

- |                                     |                          |                          |                          |                          |                          |                          |
|-------------------------------------|--------------------------|--------------------------|--------------------------|--------------------------|--------------------------|--------------------------|
| 1                                   | 2                        | 3                        | 4                        | 5                        | 6                        | 7                        |
| <input checked="" type="checkbox"/> | <input type="checkbox"/> |

СТРАНИЦА  
1 ИЗ 1

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

$$\begin{cases} xy = -2z + z^2 \\ yz = -2x + x^2 \\ zx = -2y + y^2 \end{cases}$$

решение I и II:

$$y(z-x) = (z-x)(2+x-z)(x+z) \neq 0$$

$$0 = (x-z)(x+z+y-2)$$

~~Учитывая что  $x+y+z=2$ , тогда  $x=2-y-z$~~ , аналогично получим:

$$0 = (y-x)(x+y+z-2)$$

$$0 = (z-y)(x+y+z-2)$$

~~Учитывая что  $x=y=z$ , тогда  $x+y+z=2$~~

I случай:  $x=y=z=a$

$$a^2 = -2a + a^2 \Rightarrow a = 0 \text{ противоречие}$$

с условиями  $x, y, z \neq 0$

II случай  $x+y+z=2 \Rightarrow x-2=-y-z, y-2=-x-z, z-2=-y-x$   
 $(x-2)^2 + (y-2)^2 + (z-2)^2 = (-y-z)^2 + (-x-z)^2 + (-y-x)^2 = 0$

$$x^2 + y^2 + z^2 - 4x - 4y - 4z + 12 = 2(x^2 + y^2 + z^2 + xy + yz + zx)$$

получаем  $x^2 = yz + 2x$  и аналогично

$$yz + zx + xy(2 - 2(x+y+z)) + 12 = 4(xy+yz+zx) + 4(x+y+z)$$

$$yz + zx + xy = 4(xy+yz+zx) + 8$$

$$yz + zx + xy = 0$$

$$(x-2)^2 + (y-2)^2 + (z-2)^2 = yz + zx + xy + 8 = 8$$

Ответ: 8



На одной странице можно оформлять **только одну** задачу. Отметьте **крестиком** номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в **решении каждой задачи отдельно**.

- |                          |                                     |                          |                          |                          |                          |                          |
|--------------------------|-------------------------------------|--------------------------|--------------------------|--------------------------|--------------------------|--------------------------|
| 1                        | 2                                   | 3                        | 4                        | 5                        | 6                        | 7                        |
| <input type="checkbox"/> | <input checked="" type="checkbox"/> | <input type="checkbox"/> |

СТРАНИЦА  
1 из 1

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по **каждой из задач** нумеруются **отдельно**. Порча QR-кода недопустима!

Раз деревянка занимает 30 001 гектар, то сама

$$\text{иправда } 10^{30001} - 1, \text{ тогда } n^3 = 10^{30003} - 3 \cdot 10^{60002} + 3 \cdot 10^{30001} - 1 = \\ = (10^{30001} - 3) \cdot 10^{60002} + 3 \cdot 10^{30001} - 1$$

$$3 \cdot 10^{30001} - 1 = \underbrace{2 \ 9 \ldots \ 9}_{30\ 001 \text{ гектар}}$$

$$10^{30001} - 3 = \underbrace{9 \ldots 97}_{30\ 000 \text{ гектар}}$$

П.к. имеет  $n^3 = \underbrace{9 \ldots 97}_{30\ 000} \underbrace{000 \ldots 0}_{30\ 000} \underbrace{299 \ldots 9}_{30\ 001}$ , т.е.

$n^3$  содержит 6 0001 гектар в своей записи

Ответ: 60 001



На одной странице можно оформлять только одну задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.

1

2

3

4

5

6

7

СТРАНИЦА  
2 ИЗ 2

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

Получим:  $100 - \frac{64}{28}x^2 = 100 - 20x + \frac{64}{28}x^2$

$$\frac{128}{28}x^2 - 20x = 0$$

$$x \left( \frac{128}{28}x^2 - 20 \cdot 28 \right) = 0$$

так  $x$ - длина  $AF$ , то  $x \neq 0$

$$\text{Учит } x = \frac{20 \cdot 28}{128} = \frac{4 \cdot 5 \cdot 4 \cdot 7}{16 \cdot 8} = \frac{35}{8}$$

$$\text{Одот } AF = \frac{35}{8}$$

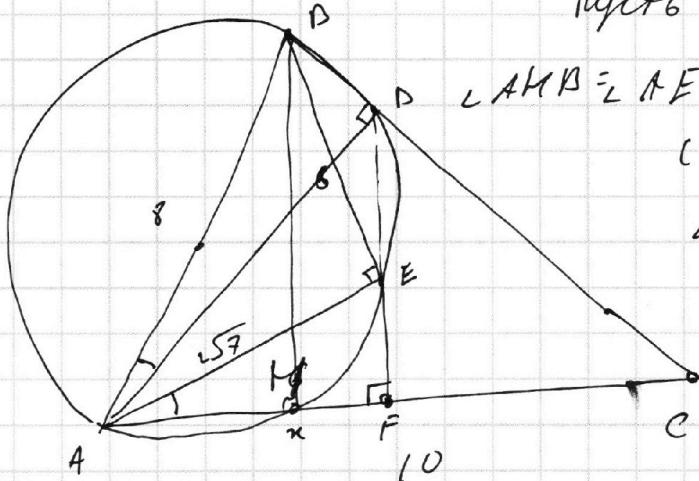


На одной странице можно оформлять **только одну** задачу. Отметьте **крестиком** номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в **решении каждой задачи отдельно**.

- |                          |                          |                                     |                          |                          |                          |                          |
|--------------------------|--------------------------|-------------------------------------|--------------------------|--------------------------|--------------------------|--------------------------|
| 1                        | 2                        | 3                                   | 4                        | 5                        | 6                        | 7                        |
| <input type="checkbox"/> | <input type="checkbox"/> | <input checked="" type="checkbox"/> | <input type="checkbox"/> | <input type="checkbox"/> | <input type="checkbox"/> | <input type="checkbox"/> |

СТРАНИЦА  
1 ИЗ 2

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!



$$\text{MyCFT AF} = x \quad H = A(C \cap W)_{\text{(corner case or 4)}}$$

$$B \in AED = \angle ADB = 90^\circ$$

Comparative na planeti

CAFE-90-2 AD

~~G - AC~~

коэффициент BH//FD =

$$\Rightarrow \overline{HE} = \overline{BD} \quad \Rightarrow$$

$\Rightarrow \angle FAE = \angle DAB$  (окружности  $\Rightarrow$  на общем диаметре)

$\Rightarrow \triangle AEF \sim \triangle ADD$  (но у них меняют  
многогранной и параллел.)

$$AE = \sqrt{8^2 - 6^2} = 2\sqrt{7} \quad (\text{no. r. Pythagore gle o AEB})$$

$$FE = \sqrt{28-x^2} \quad (\text{no 7. negen o p r a g e s, } AEF =$$

$$\text{zu } \triangle ADO \sim \triangle AEF: AD = x \cdot \frac{8}{\sqrt{57}}, \quad BD = \sqrt{28-x^2} \cdot \frac{2}{\sqrt{57}}$$

No.7. Rugoznja je  $\Delta ABC$  u  $\Delta PBD$ :

$$\left\{ \begin{array}{l} AC^2 = AD^2 + DC^2 \\ AD^2 = AC^2 + BD^2 \end{array} \right. \Rightarrow AC^2 - AD^2 = DC^2 - BD^2 \Rightarrow$$

$$\Rightarrow DC^2 = AC^2 + BD^2 - AD^2 =$$

$$= 100 - 64 + \frac{(28 - x^2) \cdot 64}{28} =$$

$$= 36 - 2x^2 + \frac{100 \cdot 28 - 64x^2}{28}$$

Анализ приемов 7. Регуляция  $y(t)$   $\overset{28}{\rightarrow}$  ADFu o DFC

$$(FC = 10 - x) DC^2 = (10 - x)^2 - x^2 + x^2 \left(\frac{64}{28}\right)$$



На одной странице можно оформлять **только одну** задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.

- |                            |                            |                            |                                       |                            |                            |                            |
|----------------------------|----------------------------|----------------------------|---------------------------------------|----------------------------|----------------------------|----------------------------|
| <input type="checkbox"/> 1 | <input type="checkbox"/> 2 | <input type="checkbox"/> 3 | <input checked="" type="checkbox"/> 4 | <input type="checkbox"/> 5 | <input type="checkbox"/> 6 | <input type="checkbox"/> 7 |
|----------------------------|----------------------------|----------------------------|---------------------------------------|----------------------------|----------------------------|----------------------------|

СТРАНИЦА  
1 из 1

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

Ответ: в 4 раза 3,5 раз

Пусть  $n$  - количество коробок (раз шариков)

разрешено выбрать 7, то  $n \geq 7$

Вероятность подобрать - как то набор из  $k$  коробочек содержащие 3 шарика, делится на все  $n$  способы выбрать портфель.

В I случае количество способов выбрать 3 шарика -  $C_{n-3}^2$ , а всего  $C_n^5$  способов выбрать 5 коробочек во II случае или же способы выбрать 3 шарика -  $C_{n-3}^4$ , а всего  $C_n^7$  способов.

Окончательно логичность во II случае и вероятность

$$\begin{aligned}
 & \text{В I случае есть: } \frac{C_{n-3}^4}{C_n^7} : \frac{C_{n-3}^2}{C_n^5} = \\
 & = \frac{(n-3)(n-4)(n-5)(n-6)}{24} : \frac{(n-3)(n-4)}{2} = \\
 & = \frac{n(n-1)(n-2)(n-3)(n-4)(n-5)(n-6)}{1 \cdot 2 \cdot 3 \cdot 4 \cdot 5 \cdot 6 \cdot 7} : \frac{n(n-1)(n-2)(n-3)(n-4)}{1 \cdot 2 \cdot 3 \cdot 4 \cdot 5} = \\
 & = \frac{5 \cdot 6 \cdot 7}{4(n-1)(n-2)} : \frac{60}{4(n-1)(n-2)} = \frac{5 \cdot 6 \cdot 7}{60} = 3,5
 \end{aligned}$$



На одной странице можно оформлять **только одну** задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении **каждой** задачи отдельно.

1

2

3

4

5

6

7

СТРАНИЦА  
2 ИЗ 2

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

$$\text{III } a=3 \quad x^2 - (a^2 - 2a)x + a^2 - a - 7 = x^2 - 3x - 1 = 0$$

$$3x^2 - (a^2 - 2a^2)x + 6 - a^2 = 3x^2 - 9x + 6 - 24 = 0 \Rightarrow$$

$$\Rightarrow x^2 - 3x + 2 - 8 = x^2 - 3x - 7 = 0$$

корни первого уравнения  $\frac{3 \pm \sqrt{9+4}}{2} = \frac{3 \pm \sqrt{13}}{2}$

корни второго:  $\frac{3 \pm \sqrt{9+4 \cdot 7}}{2} = \frac{3 \pm 5\sqrt{13}}{2}$

Получают последовательность с шагом  $\sqrt{13}$ ,

первый член  $x_1 = \frac{3 - 17\sqrt{13}}{2}$ , тогда

$$x_4 = \frac{3 - 5\sqrt{13}}{2}, \quad x_6 = \frac{3 - \sqrt{13}}{2}, \quad x_7 = \frac{3 + \sqrt{13}}{2}, \quad x_9 = \frac{3 + 5\sqrt{13}}{2}$$

Однако:  $a = 3$



На одной странице можно оформлять **только одну** задачу. Отметьте **крестиком** номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении **каждой** задачи **отдельно**.

- |                            |                            |                            |                            |                                       |                            |                            |
|----------------------------|----------------------------|----------------------------|----------------------------|---------------------------------------|----------------------------|----------------------------|
| <input type="checkbox"/> 1 | <input type="checkbox"/> 2 | <input type="checkbox"/> 3 | <input type="checkbox"/> 4 | <input checked="" type="checkbox"/> 5 | <input type="checkbox"/> 6 | <input type="checkbox"/> 7 |
|----------------------------|----------------------------|----------------------------|----------------------------|---------------------------------------|----------------------------|----------------------------|

СТРАНИЦА  
1 из 2

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач **нумеруются отдельно**. Порча QR-кода недопустима!

По теореме Виета  $x_1 + x_2 = -\frac{b}{a}$ , где  $x_1, x_2$  - корни,  $a$  - старший,  $b$  - средний членов ~~уравнения~~ квадратного трехчлена. Обозначим  $k$ -й член прогрессии из условия за  $x_i$ , тогда по условию ~~из~~ корни этого и теореме Виета имеем:

$$\left\{ \begin{array}{l} x_6 + x_7 = -\frac{-(a^2 - 2a)}{1} \\ x_4 + x_9 = -\frac{(a^3 - 2a^2)}{3} \end{array} \right.$$

) ~~из~~  $k$ -ий член прогрессии, тогда  $x_4 = x_6 - 2k$ ,  $a x_9 = x_7 + 2k$ , получаем, что  $x_4 + x_9 = x_6 + x_7$

тогда  $a^2 - 2a = \frac{a^3 - 2a^2}{3} \Rightarrow 3a(a-2) = a \cdot a(a-2)$

$a(a-2)(a-3) = 0$ , получаем ~~не более~~

что  $a$  не может быть теми числами  $0, 2, 3$

Проверим эти варианты:

I  $a=0$   $3x^2 - (a^2 - 2a^2)x + 6 - a^5 = 0 \Rightarrow 3x^2 + 6 = 0$  - нет корней, противоречие

II  $a=2$   $x^2 - (a^2 - 2a)x + a^2 - a - 7 = x^2 - 5 = 0 \Rightarrow$  корни:  $\sqrt{5}$  и  $-\sqrt{5}$   
 $3x^2 - (a^3 - 2a^2)x + 8 - a^5 = 3x^2 - 26 = 0 \Rightarrow$  корни:  $\sqrt{\frac{26}{3}}$  и  $-\sqrt{\frac{26}{3}}$

$|k| = |x_6 - x_7| = 2\sqrt{5} \Rightarrow 25|k|^2 = 250$

$5|k| = |5k| = 5|x_9 - x_4| = 2\sqrt{\frac{26}{3}} \Rightarrow 25|k|^2 = 50 \cdot \frac{26}{3} \neq 250$

получим противоречие  $\square$



На одной странице можно оформлять **только одну** задачу. Отметьте **крестиком** номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.

- |                            |                            |                            |                            |                            |                                       |                            |
|----------------------------|----------------------------|----------------------------|----------------------------|----------------------------|---------------------------------------|----------------------------|
| <input type="checkbox"/> 1 | <input type="checkbox"/> 2 | <input type="checkbox"/> 3 | <input type="checkbox"/> 4 | <input type="checkbox"/> 5 | <input checked="" type="checkbox"/> 6 | <input type="checkbox"/> 7 |
|----------------------------|----------------------------|----------------------------|----------------------------|----------------------------|---------------------------------------|----------------------------|

СТРАНИЦА  
1 ИЗ 3

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач **нумеруются отдельно**. Порча QR-кода недопустима!

Задача квадратична в  $y$ , получим уравнение  $|x+c_1| + |x+c_2| = 4$ ,

где  $c_1, c_2$  - константы. Пусть  $c_1 > c_2$

при  $x > -c_1, -c_2$  :  $|x+c_1| + |x+c_2| = 2x + c_1 + c_2$

при  $-c_2 > x > -c_1$  :  $|x+c_1| + |x+c_2| = x + c_1 - x - c_2 = c_1 - c_2$

при  $-c_1, -c_2 > x$  :  $|x+c_1| + |x+c_2| = -c_1 - c_2 - 2x$

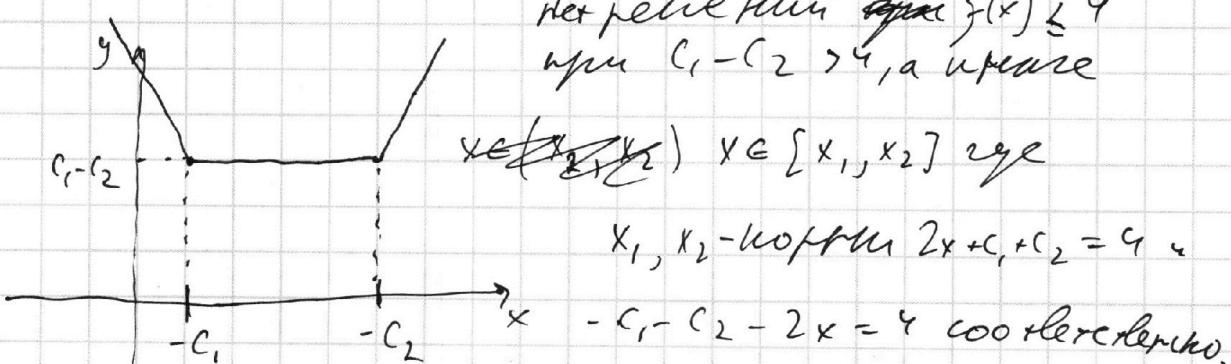
В таких  $x = -c_2$  и  $-c_1$   $|x+c_1| + |x+c_2| = c_1 - c_2$

(согласно с уравнением  $2x + c_1 + c_2$  при  $x = -c_2$  и  $-c_1 - c_2 - 2x$

при  $x = -c_1$ ) получим что график функции,

$$f(x) = |x+c_1| + |x+c_2|$$

выглядит как показано:



Учтите, чтобы  $\Phi$  имеет вид вида  $\sqrt{a}$  для дробей, полученных уравнением  $|x+10 + \frac{y}{25}| + |x-10 - \frac{y}{25}| = 4$

(из геометрии рассуждениям о числе искажений при фиксируемом  $y$ , т.е. при выразим  $x$  из  $a$  от  $y$ )



На одной странице можно оформлять **только одну** задачу. Отметьте **крестиком** номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в **решении каждой задачи отдельно**.

- |                            |                            |                            |                            |                            |                                       |                            |
|----------------------------|----------------------------|----------------------------|----------------------------|----------------------------|---------------------------------------|----------------------------|
| <input type="checkbox"/> 1 | <input type="checkbox"/> 2 | <input type="checkbox"/> 3 | <input type="checkbox"/> 4 | <input type="checkbox"/> 5 | <input checked="" type="checkbox"/> 6 | <input type="checkbox"/> 7 |
|----------------------------|----------------------------|----------------------------|----------------------------|----------------------------|---------------------------------------|----------------------------|

СТРАНИЦА  
2 ИЗ 3

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по **каждой из задач** нумеруются **отдельно**. Порча QR-кода недопустима!

$$\text{выразим } C_1 - C_2 \text{ через } y: \begin{cases} y \geq 0: C_1 = -10 + \frac{y}{2\sqrt{3}}, C_2 = -10 - \frac{y}{2\sqrt{3}} \\ y < 0: C_1 = -10 - \frac{y}{2\sqrt{3}}, C_2 = -10 + \frac{y}{2\sqrt{3}} \end{cases}$$

$$\text{тогда } \begin{cases} C_1 - C_2 = \frac{y}{\sqrt{3}}, y \geq 0 \\ C_1 - C_2 = -\frac{y}{\sqrt{3}}, y < 0 \end{cases}, \text{ тк первое слаг при } C_1 - C_2 \leq 0$$

$$\begin{cases} y \in [4\sqrt{3}, y \geq 0] \\ y \in [-4\sqrt{3}, y < 0] \end{cases}$$

$$y \in [-4\sqrt{3}, y < 0]$$

$C_1 + C_2$  не равно  $-20$  и не зависит от  $y$

$$\left( \text{тк } -10 + \frac{y}{2\sqrt{3}} + -10 - \frac{y}{2\sqrt{3}} = -20 \right)$$

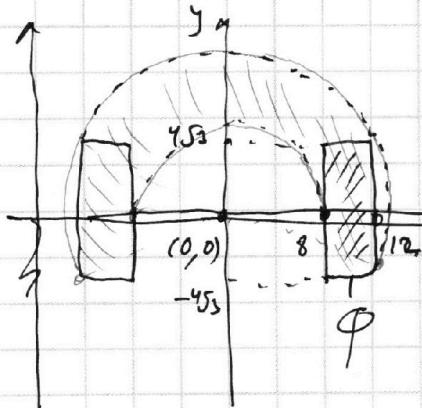
$$2x + C_1 + C_2 = 4 \quad -2x - C_1 - C_2 = 4$$

$$x = \frac{2 \cdot 9}{2} = 12 \quad x = \frac{4 - 20}{-2} = 8$$

Значит  $x \in [8, 12]$  при  $|y| \leq -4\sqrt{3}$ , иное

нет портей:

Сейчас выделена область, защищаем при подсчёте  $\Phi$  на участке  $\Pi$



Разобьём её на

~~сегменты~~:

~~\* Получим радиус~~  $(8, \sqrt{12^2 + (4\sqrt{3})^2})$

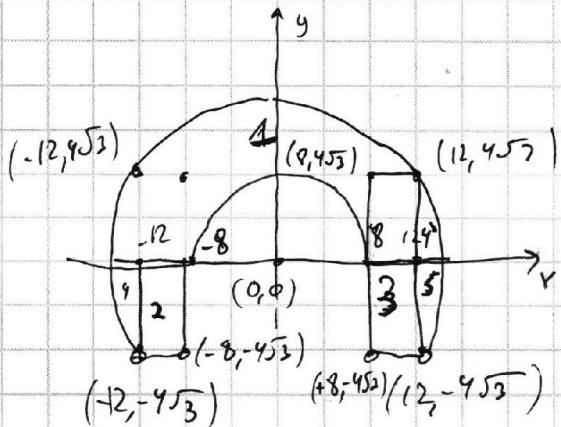
На одной странице можно оформлять только одну задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.



- 1    2    3    4    5    6    7

СТРАНИЦА  
3 ИЗ 3

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!



Найдём расстояние

от  $(0,0)$  до  $(12, 4\sqrt{3})$

по т. Пифагора это:

$$\sqrt{12^2 + 48} = \sqrt{192} = 8\sqrt{3}$$

Следовательно

$(1, 2, 3, 4, 5 \text{ и } 4' \text{ с } 1)$

Разобьём область симметрии 1: Получим две  
с равнодistantами  $8\sqrt{3}$  и 8 её площади:

$$\frac{\pi ((8\sqrt{3})^2 - 8^2)}{2} = \pi \cdot 64$$

Симметрии 2, 3 - это четырёхугольники со

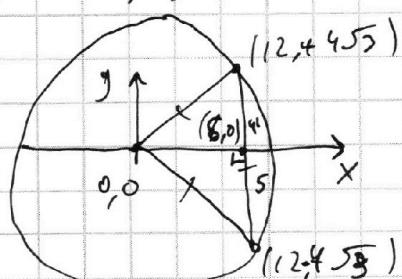
сторонами  $4\sqrt{3}$  и  $4\sqrt{3}$  и их суммарная площадь  $32\sqrt{3}$

Симметрии 4, 5: образуют  $4'$  симметрическим  $\Delta$  относительно  
-но  $(0,0)$ .  $4'$  и 5 вместе образуют фигуру,

помимо круга симметрии коридор души,

ширина этой коридоры -  $4\sqrt{3} - (-4\sqrt{3}) = 8\sqrt{3} =$

- радиус описанного круга.



Площадь  $4\sqrt{3}$  и  $5$  вместе это

- площадь описанного круга с  $R = 8\sqrt{3}$  -  
- площадь равностороннего  $\Delta$   
с стороной  $8\sqrt{3}$  равна:

$$\frac{\pi (8\sqrt{3})^2}{4} - \frac{8 \cdot 8\sqrt{3}}{2} = 32\pi - 32\sqrt{3}$$

Площадь симметрии  $\pi \cdot 64 + 32\sqrt{3} + 32\pi - 32\sqrt{3} = 96\pi$



На одной странице можно оформлять только одну задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.

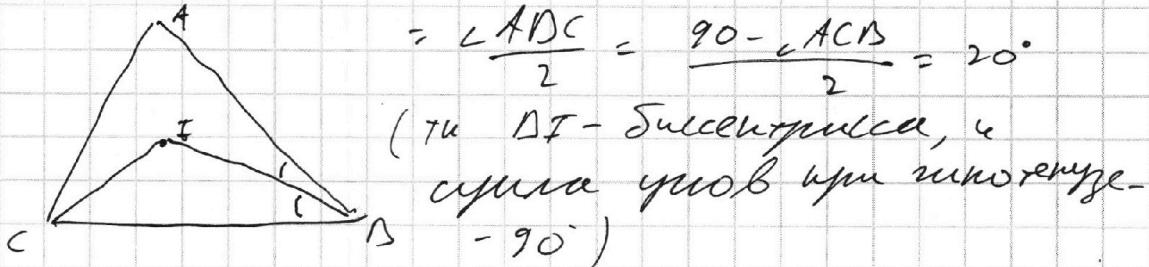
- 1    2    3    4    5    6    7

СТРАНИЦА

1 ИЗ 2

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

Теперь нашёл  $\angle CAD = \angle CFB = \angle ADC = \angle FDC$



На одной странице можно оформлять только одну задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.



- |                          |                          |                          |                          |                          |                          |                                     |
|--------------------------|--------------------------|--------------------------|--------------------------|--------------------------|--------------------------|-------------------------------------|
| <input type="checkbox"/> | <input checked="" type="checkbox"/> |
|--------------------------|--------------------------|--------------------------|--------------------------|--------------------------|--------------------------|-------------------------------------|

СТРАНИЦА  
1 ИЗ 2

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

Order: 20

Уз построение попросил, что такое Д-диаметра  
две треугольника  $ABC$ , пусть I-重心  
описанной вписанный в  $ABC$  окружности.

Рассуждение пусть  $a, b, c$  - стороны  $ABC$ , лемниске  
нулевой симметричных вершин (но Т. Пифагора

$$a^2 = \sqrt{b^2 + c^2} \quad ), \text{ } r \text{-радиус, } S \text{-площадь, } r -$$

- радиус вписанной окружности треугл.  $ABC$ ,

$$\text{тогда } r = \frac{S}{P} = \frac{\frac{b \cdot c}{2}}{\frac{a+b+c}{2}} = \frac{b \cdot c}{b+c+a} = \frac{b+c-a}{2}$$

$$(т.к. 2bc = (b+c)^2 - a^2 = b^2 + 2bc + c^2 - b^2 - c^2)$$

пусть  $H$  - высота вписанной в  $BC$ ,

отметим  $P'$ :  $P'H = HI = \frac{b+c-a}{2}$  а  $P' \in (H)$ , аналогично

построим  $Q'$ .

$(H = \frac{b+a-c}{2}, DH = \frac{a+c-b}{2}$  (на  
расстояние до точки касания  
вписанной окр.)

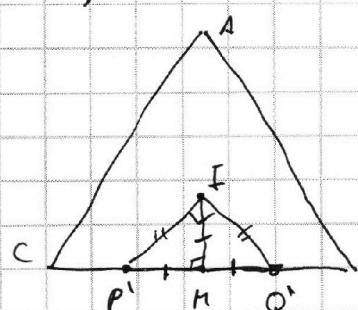
$\angle P'IQ' = 90^\circ$  (медиана  $HI$  равна

половине стороны  $P'Q'$  (т.к. медиана и высота  $\beta \angle P'IQ'$ )

$$C Q' = CH + HQ' = \frac{b+a-c}{2} + \frac{b+c-a}{2} = b$$

т.е.  $Q'$  совпадает с  $Q$

аналогично  $P'$  совпадает с  $P$



Значит I совпада с D

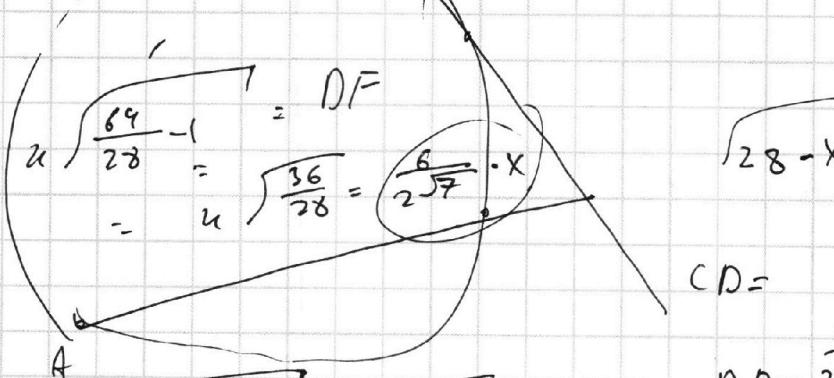
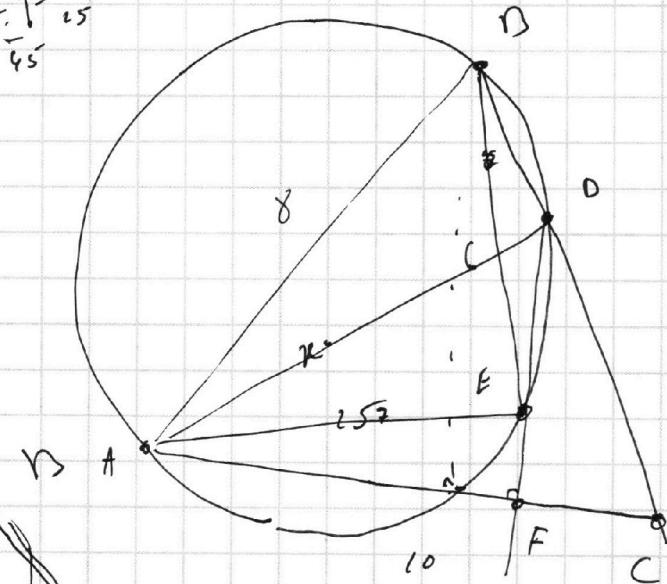
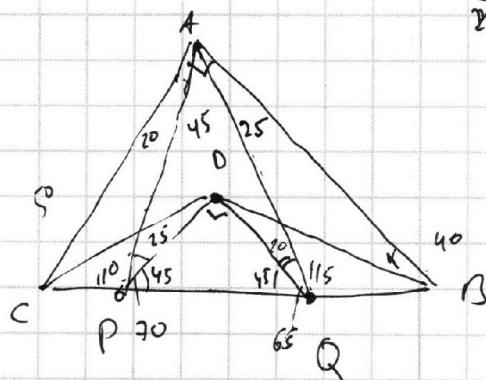
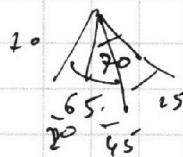
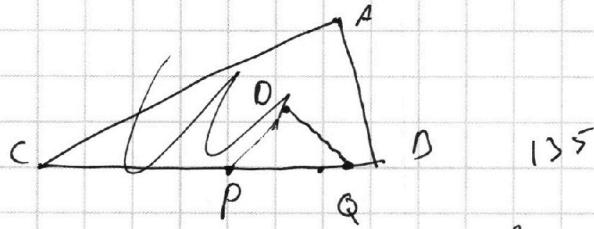


На одной странице можно оформлять **только одну** задачу. Отметьте **крестиком** номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в **решении каждой задачи отдельно**.

- |                            |                            |                            |                            |                            |                            |                            |
|----------------------------|----------------------------|----------------------------|----------------------------|----------------------------|----------------------------|----------------------------|
| <input type="checkbox"/> 1 | <input type="checkbox"/> 2 | <input type="checkbox"/> 3 | <input type="checkbox"/> 4 | <input type="checkbox"/> 5 | <input type="checkbox"/> 6 | <input type="checkbox"/> 7 |
|----------------------------|----------------------------|----------------------------|----------------------------|----------------------------|----------------------------|----------------------------|

СТРАНИЦА  
ИЗ

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач **нумеруются отдельно**. Порча QR-кода недопустима!



$$28 - x^2 = EF$$

$$CD =$$

$$BD = \frac{x}{2\sqrt{7}} \sqrt{28-x^2}$$

$$AF = x$$

$$FD = x \cdot \frac{8}{2\sqrt{7}}$$

$$FC = 10 - x$$

$$64 = x^2$$

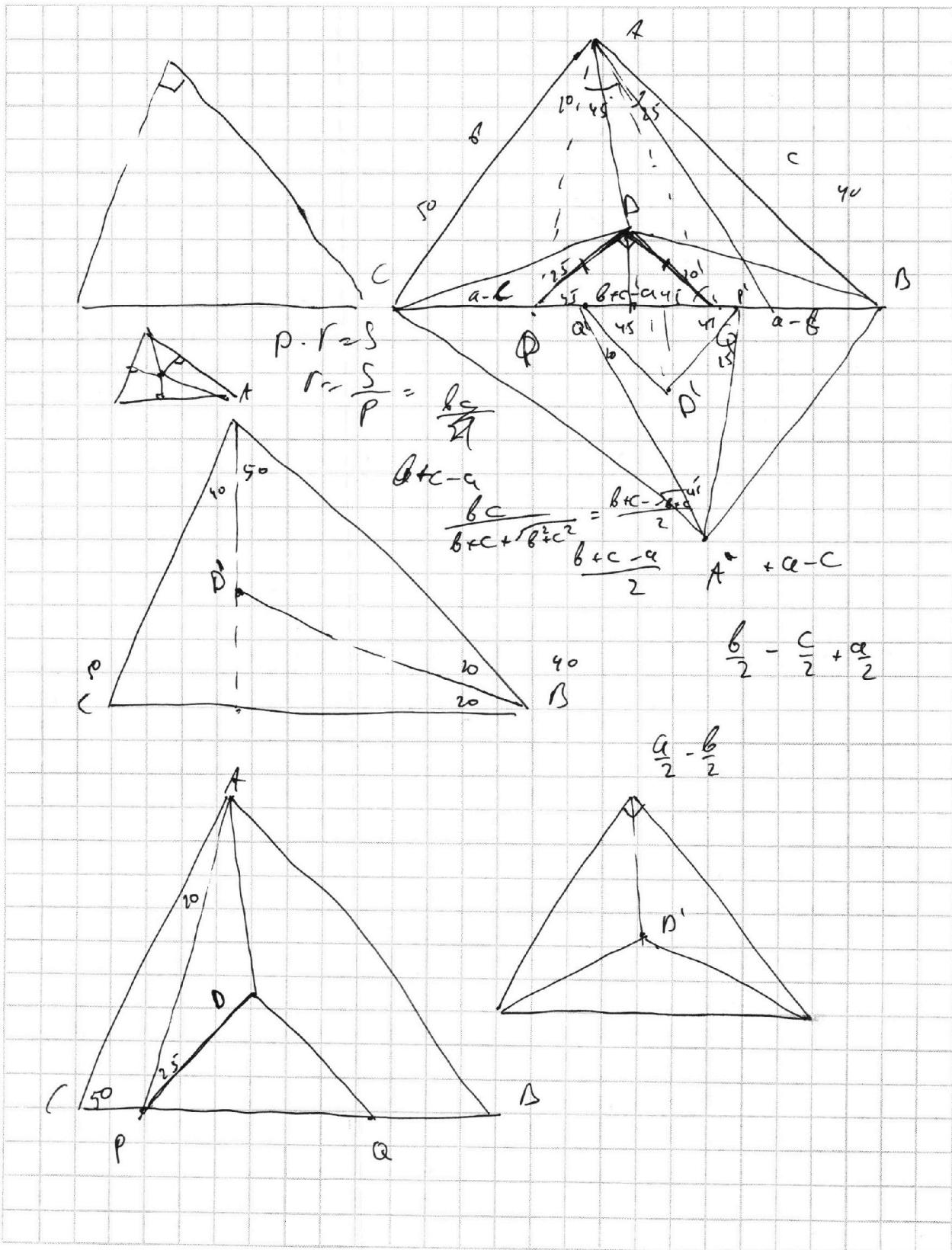


На одной странице можно оформлять только одну задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.

- |                            |                            |                            |                            |                            |                            |                            |
|----------------------------|----------------------------|----------------------------|----------------------------|----------------------------|----------------------------|----------------------------|
| <input type="checkbox"/> 1 | <input type="checkbox"/> 2 | <input type="checkbox"/> 3 | <input type="checkbox"/> 4 | <input type="checkbox"/> 5 | <input type="checkbox"/> 6 | <input type="checkbox"/> 7 |
|----------------------------|----------------------------|----------------------------|----------------------------|----------------------------|----------------------------|----------------------------|

СТРАНИЦА  
ИЗ

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!





На одной странице можно оформлять **только одну** задачу. Отметьте **крестиком** номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в **решении каждой задачи отдельно**.

- |                            |                            |                            |                            |                            |                            |                            |
|----------------------------|----------------------------|----------------------------|----------------------------|----------------------------|----------------------------|----------------------------|
| <input type="checkbox"/> 1 | <input type="checkbox"/> 2 | <input type="checkbox"/> 3 | <input type="checkbox"/> 4 | <input type="checkbox"/> 5 | <input type="checkbox"/> 6 | <input type="checkbox"/> 7 |
|----------------------------|----------------------------|----------------------------|----------------------------|----------------------------|----------------------------|----------------------------|

СТРАНИЦА  
ИЗ

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по **каждой из задач** нумеруются **отдельно**. Порча QR-кода недопустима!

$$(x-2)^2 = x^2 - 4x + 4$$

$$y^2 - 4y + 4 \rightarrow +12$$

$$z^2 - 4z + 4$$

$$yz - 2x$$

$$xz - 2y$$

$$xy - 2z$$

$$(x-x_1)(x-x_2)$$

$$x^2 - 5 = 0$$

$$3x^2 - 26 = 0$$

$$x_6, 7 = \pm \sqrt{5}$$

$$x_8, 9 = \pm \sqrt{\frac{26}{3}}$$

$$(x-2)^2 + 2x = yz$$

$$(z-1)^2 + x = xy$$

$$z-1 = \sqrt{1-xy}$$

$$4 \cdot 70 = 320 - 4 = 316$$

$$316 + 9 = \\ = 325$$

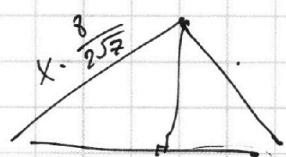
$$x_6 + x_7 = a^2 - 2a$$

$$x_4 + x_9 = \frac{a^3 - 2a^2}{3}$$

$$9 \cdot 9 = 10^2 - 1$$

$$(10^{30001} - 1)^3 =$$

$$= 10^{90003} - 3 \cdot 10^{60002} + \underbrace{3 \cdot 10^{30000}}_{29999\dots} \cdot 1$$



$$x = a^2 - 2a + \sqrt{a^4 - 4a^3 + 4a^2 - 4a^2 + 4a + 78}$$

$$a^3 - 2a^2 = (a^2 - 2a)$$

$$(a^2 - 2a)(a) = 0$$

$$a(a-2)(a-1) = 0$$

$$a(a-3)(a-2) = 0$$

$$DC^2 = 100 - 2x + \frac{64}{28}x^2$$

На одной странице можно оформлять **только одну** задачу. Отметьте **крестиком** номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в **решении каждой задачи отдельно**.

- |                            |                            |                            |                            |                            |                            |                            |
|----------------------------|----------------------------|----------------------------|----------------------------|----------------------------|----------------------------|----------------------------|
| <input type="checkbox"/> 1 | <input type="checkbox"/> 2 | <input type="checkbox"/> 3 | <input type="checkbox"/> 4 | <input type="checkbox"/> 5 | <input type="checkbox"/> 6 | <input type="checkbox"/> 7 |
|----------------------------|----------------------------|----------------------------|----------------------------|----------------------------|----------------------------|----------------------------|

СТРАНИЦА  
\_ ИЗ \_

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач **нумеруются отдельно**. Порча QR-кода недопустима!

$$xy + yz + zx - 2(x+y+z) = \cancel{(x+y+z)^2} = x^2 = -2(x-1)^2 \dots$$

$$= (x-2)(y-2)(z-2) - xyz + 8$$

$$x+a>0 \\ x>-a$$

$$y = (x-2)$$

$$\begin{array}{r} 144 \\ + 48 \\ \hline 192 \end{array}$$

$$= xy + yz + zx - 4$$

$$\frac{C_n^2}{C_{n-3}^5}$$

$$C_n$$

$$C_{n-3}^5$$

$$C_n^7$$

$$C_n^7$$