



МОСКОВСКИЙ  
ФИЗИКО-ТЕХНИЧЕСКИЙ  
ИНСТИТУТ

ОЛИМПИАДА "ФИЗТЕХ"  
ПО МАТЕМАТИКЕ

10 КЛАСС. Вариант 8



1. [4 балла] Ненулевые числа  $x, y, z$  удовлетворяют системе уравнений

$$\begin{cases} xy = -6z + z^2, \\ yz = -6x + x^2, \\ zx = -6y + y^2. \end{cases}$$

Найдите все возможные значения выражения  $(x - 6)^2 + (y - 6)^2 + (z - 6)^2$ , если известно, что система имеет хотя бы одно решение в ненулевых числах.

2. [2 балла] Десятичная запись натурального числа  $n$  состоит из 20 001 девятки. Сколько девяток содержит десятичная запись числа  $n^3$ ?
3. [5 баллов] Окружность  $\omega$  с диаметром  $AB$  пересекает сторону  $BC$  остроугольного треугольника  $ABC$  в точке  $D$ . Точка  $F$  выбрана на отрезке  $AC$  так, что  $DF \perp AC$ , а  $E$  — точка пересечения отрезка  $DF$  с окружностью  $\omega$ , отличная от  $D$ . Найдите  $AF$ , если  $AC = 20$ ,  $AB = 10$ ,  $BE = 9$ .
4. [4 балла] В телеигре ведущий берет несколько коробок и ровно в три из них кладет по одному шарик. Игрок может указать на пять коробок и открыть их. Если в этих коробках лежат все три шарика, то игрок выигрывает. Игроку разрешили открыть девять коробок. Во сколько раз увеличилась вероятность выигрыша игрока?
5. [5 баллов] Найдите все значения параметра  $a$ , при которых корни уравнения  $x^2 - (a^2 - 4a)x + a^2 - 6a + 4 = 0$  являются шестым и седьмым членами некоторой непостоянной арифметической прогрессии, а корни уравнения  $5x^2 - (a^3 - 4a^2)x - 2a^3 - 6a - 15 = 0$  являются пятым и восьмым членами этой прогрессии.
6. [5 баллов] На координатной плоскости построена фигура  $\Phi$ , состоящая из всех точек, координаты  $(x; y)$  которых удовлетворяют неравенству  $\left|y - 20 + \frac{x}{2\sqrt{3}}\right| + \left|y - 20 - \frac{x}{2\sqrt{3}}\right| \leq 8$ . Фигуру  $\Phi$  непрерывно повернули вокруг начала координат на угол  $\pi$  против часовой стрелки. Найдите площадь множества  $M$ , которое замела фигура  $\Phi$  при этом повороте.
7. [6 баллов] На гипотенузе  $BC$  прямоугольного треугольника  $ABC$  выбраны точки  $P$  и  $Q$  так, что  $AB = BP$ ,  $AC = CQ$ . Внутри треугольника  $ABC$  выбрана точка  $D$ , для которой  $DP = DQ$ , а  $\angle PDQ = 90^\circ$ . Найдите  $\angle DCB$ , если известно, что  $\angle CBA = 46^\circ$ .



На одной странице можно оформлять только одну задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.

1  2  3  4  5  6  7

СТРАНИЦА  
1 из 1

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

Если  $x \geq y \geq z \geq 0$ , т.к. симметрично

$$z^2 - 6z = xy \geq z^2$$

$$-6z \geq 0 \text{ - противоречие}$$

$$\Rightarrow x \geq y \geq z$$

$$z^2 - 6z = xy \leq z^2$$

$$-6z \leq 0 \text{ - противоречие}$$

$\Downarrow$   
~~хотя бы~~

2 и 3 или одного знака и III группы 0 0

Пусть  $x, y$  одного  
 $z$  группы 0 0

$$\Rightarrow xz = y^2 - 6y \Rightarrow |y| < 6$$

$$\Rightarrow \frac{yz}{y} = x^2 - 6x \quad |x| < 6$$

$$xz = z^2 - 6z \quad |z| > 6$$

$$(x-6) = \frac{yz}{x}$$

$$(y-6) = \frac{xz}{y}$$

$$(z-6) = \frac{yx}{z}$$

$$(x-6)^2 + (y-6)^2 + (z-6)^2 = \frac{x^2 y^2}{z^2} + \frac{x^2 z^2}{y^2} + \frac{z^2 y^2}{x^2}$$

Если ~~x~~ ~~y~~ ~~z~~  $x=y$

$$x^2 = z^2 - 6z$$

$$xz = x^2 - 6x$$

$$\textcircled{1} x^2 = x^2 - 12x + 36 - 6x + 36 = z = x - 6$$

$$\begin{cases} x = 4 \\ y = 4 \\ z = -2 \end{cases}$$

$$\text{Сумма кв.} = (4^2 + 4^2) + (-2)^2 = 96$$

$$\frac{3^2}{6^2} = \frac{9}{36} = \frac{1}{4}$$



На одной странице можно оформлять **только одну** задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.

1  2  3  4  5  6  7

СТРАНИЦА  
1 ИЗ 1

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

Заметим, что  $n = 10^{20001} - 1 \Rightarrow n + 1 = 10^{20001}$

$$n^3 + 1 = (n + 1)(n^2 - n + 1)$$

$$\uparrow$$

$$10^{20001}$$

число  $n^3 + 1$  выделит  
кол-во ~~9-ок~~

$$\overbrace{(n^2 - n + 1) \underbrace{00 \dots 0}_{20001}}$$

$\downarrow$   
 $n^2 - n + 1$   $n^3$   $\uparrow$  улетит  
оканчивается на 10001

Тогда посчитаем 9-ки в  $n^2 - n$  т.е.  $n^3 = \overbrace{(n^2 - n) \underbrace{99 \dots 9}_{20001}}_{9\text{-ки}}$

$$n^2 - n = n(n - 1) = (10^{20001} - 1)(10^{20001} - 2) = 10^{40002} - 3 \cdot 10^{20001} + 2$$

$$\begin{array}{r} 40002 \\ 10 \dots 0 \\ - 30 \dots 0 \\ \hline 70 \dots 0 \\ \hline 99997 \dots 0 \\ \hline \end{array}$$

$40002 - 20001 - 1 = 20000$  - еще 9-ок, придут еще 2 новыи не появятся

Тогда 9-ок всего  $20000 + 20001 = 40001$

Ответ: 40001



На одной странице можно оформлять только одну задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.

1  2  3  4  5  6  7

СТРАНИЦА  
1 ИЗ 1

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

1)  $BE = 9$   $\angle BEA = 90^\circ$  (т.к. опирается на диаметр)  
 $AB = 10$

По т. Пифагора  
 для  $\triangle AEF$

$$AE^2 = AB^2 - BE^2$$

$$AE = \sqrt{10^2 - 9^2} = \sqrt{19}$$

2)  $ABDE$  - впис.

$\Rightarrow \angle CDE = 2\angle BAE$  (как протв. углы впис. четырёх.)  
 $\Downarrow$

Т.к.  $\angle CDE = \angle BAE$

$\angle DFC = \angle BEA = 90^\circ$  (т.к. опирается на диаметр)  
 ( $DF \perp AC$  по усл.)

$\Downarrow$

$\triangle ABE \sim \triangle ACF$  (по 2-м углам)

$$\frac{AE}{BE} = \frac{DF}{CF} = \frac{\sqrt{19}}{9}$$

$$DF = \frac{\sqrt{19}}{9} CF$$

3)  $\angle BDA = 90^\circ$  (т.к. опирается на диаметр)  
 $\Rightarrow \angle CDA = 90^\circ$  (ноз как смеж.)

$\Downarrow$

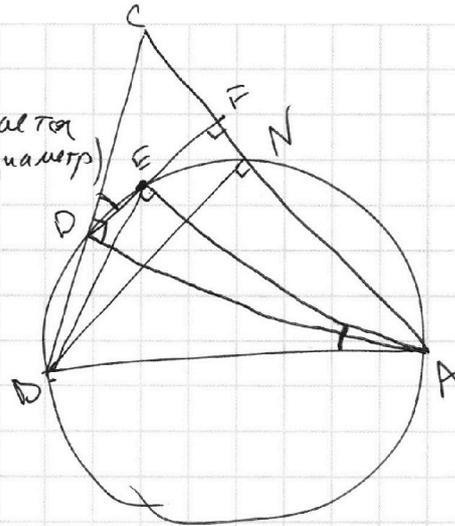
$\triangle CDA$  пр-ный  $DF$  высота  $\Rightarrow DF^2 = CF \cdot AF$

$$\frac{19}{81} CF^2 = CF \cdot AF$$

4)  $AC = AF + CF = AF \left(1 + \frac{81}{19}\right) = 20$  (по усл.)

$$AF = \frac{19 \cdot 20}{100} = 3,8$$

Ответ: 3,8





На одной странице можно оформлять только одну задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.

1  2  3  4  5  6  7

СТРАНИЦА

1 ИЗ 1

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

В I случае подгодит вариантов  $C_{n-3}^2$  (3 выбираем обязательно)

Всего вариантов  $C_n^5$  выбрать 5 коробок (из остальных еще 2  $n$  - кол-во коробок всего)

$$P_1 = \frac{C_{n-3}^2}{C_n^5} = \frac{\frac{(n-3)(n-4)}{2!}}{\frac{n(n-1)(n-2)(n-3)(n-4)}{5!}} = \frac{5!}{2! \cdot n(n-1)(n-2)}$$

Во II случае аналогично

подгодит:  $C_{n-3}^6$

всего:  $C_n^9$

$$P_2 = \frac{C_{n-3}^6}{C_n^9} = \frac{\frac{(n-3)(n-4)(n-5)(n-6)(n-7)(n-8)}{6!}}{\frac{n(n-1)(n-2)(n-3)(n-4)(n-5)(n-6)(n-7)(n-8)}{9!}} = \frac{9!}{6! \cdot n(n-1)(n-2)}$$

$$k = \frac{P_2}{P_1} = \frac{\frac{9!}{6! \cdot n(n-1)(n-2)}}{\frac{5!}{2! \cdot n(n-1)(n-2)}} = \frac{9! \cdot 2!}{6! \cdot 5!} = \frac{9 \cdot 7 \cdot 8 \cdot 2}{5 \cdot 4 \cdot 3 \cdot 2} = \frac{42}{5}$$

$k = 8,4$  раза увеличится вероятность  
 Ответ: 8,4



На одной странице можно оформлять **только одну** задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в **решении каждой задачи отдельно**.

1  2  3  4  5  6  7

СТРАНИЦА  
1 ИЗ 2

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

т.к. прогрессия ~~разностная~~ ~~арифметическая~~  $\Rightarrow$  все корни различны  
 $\Downarrow$   
 $D_1 \neq 0$   $D_2 \neq 0$   $\Downarrow$   $D_1 \neq 0$   $D_2 \neq 0$  и если 2 корня  
 $\Downarrow$

$$D_1 = (a^2 - 4a)^2 - 4(a^2 - 6a + 4) = 0$$

$$D_1 > 0$$

$$D_2 > 0$$

~~$$(a^2 - 4a)^2 - 4a^2 + 24a - 16 = 0$$~~

~~$$a^4 - 8a^3 + 12a^2 + 24a - 16 = 0$$~~

~~$$a^4 - 8a^3 + 12a^2 + 24a - 16 = 0$$~~

По т. Виетта ~~сумма~~ ~~6 и 7-го~~ ~~членов~~  $\Downarrow$  сред. член:

$$a^2 - 4a = x_6 + x_7$$

Аналогично как корни  $\neq$  ур-я  $\Downarrow$   $\frac{-B}{A}$   $\leftarrow$  корень перед  $x^2$   
 $\frac{-B}{A}$   $\leftarrow$  корень перед  $x^2$   
 5 и 8 в сумме

$$\frac{a^3 - 4a^2}{5} = x_5 + x_8 \quad \text{заметьте, что т.к.}$$

$\Downarrow$   
 разность ур-н = 0

$$a^3 - 4a^2 - 5(a^2 - 4a) = 0$$

$$a(a-4)(a-5) = 0$$

$$x_6 + x_7 = x_5 + x_8$$

$$\text{т.к. } x_6 \neq x_5 + 1d$$

$$x_7 = x_5 + 2d$$

$$x_8 = x_5 + 3d$$

$\Downarrow$   
 $\begin{cases} a = 0 \\ a = 4 \\ a = 5 \end{cases}$  Если подставить в  $D_1$  и  $D_2$

$$D_1 = (a^2 - 4a)^2 - 4(a^2 - 6a + 4) > 0$$

$$D_2 = (a^3 - 4a^2)^2 + 20(2a^3 - 6a - 15) > 0$$

1) Подставим 0

$$D_1 = 0 - 4 \cdot 4 = -16 < 0 \Rightarrow a = 0 \text{ не подходит}$$

2)  $D_1 = 0 - 4(16 - 24 + 4) = 16 > 0$

$$D_2 = 0 - 20(2 \cdot 4^3 - 6 \cdot 4 - 15) = -20(128 - 24 - 15) \Rightarrow D_2 > 0 \Rightarrow a = 4 \text{ подходит}$$



На одной странице можно оформлять **только одну** задачу. Отметьте **крестиком** номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении **каждой** задачи отдельно.

1  2  3  4  5  6  7

СТРАНИЦА  
2 ИЗ 2

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

3) Подставим 5

$$D_1 = (5^2 - 4 \cdot 5)^2 - 4(5^2 - 6 \cdot 5 + 4) =$$

$$= (25 - 20)^2 - 4(25 - 30 + 4) = 25 - 4 \cdot (-5) = 25 + 20 > 0$$

$$D_2 = (5^3 - 4 \cdot 5^2)^2 - 20$$

1) Подставим 0

$$D_1 = a^2(a-4)^2 - 4(a^2 - 6a + 4) > 0$$

$$D_2 = a^4(a-4)^2 + 20(a^3 + 6a + 15) > 0$$

$$D = 0 - 4 \cdot 4 < 0 \Rightarrow 0 \text{ не подходит}$$

2) Подставим 4

$$D_1 = 4^2 - 4(16 - 24 + 4) = 16 > 0$$

$$D_2 = 0 + 20(2 \cdot 4^3 + 6 \cdot 4 + 15) > 0$$

$a=4$  подходит

3) Подставим 5

$$D_1 = 5^2 - 4(5^2 - 6 \cdot 5 + 4) = 25 - 4(-4) = 25 + 16 > 0$$

$$D_2 = 5^4 + 20(5^3 \cdot 2 + 6 \cdot 5 + 15) > 0 \quad a=5 \text{ подходит}$$

Ответ: 4; 5



На одной странице можно оформлять только одну задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.

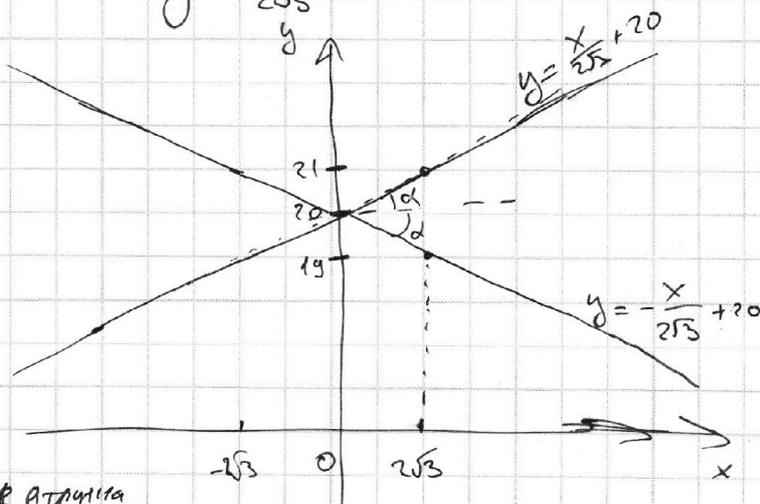
1  2  3  4  5  6  7

СТРАНИЦА  
1 ИЗ 1

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

Заметим, что  $\varphi \rightarrow 0$  мн.во т.ч.к  
сумма удовлет. условию: сумма расстояний  
от нее до прямой  $y = -\frac{x}{2\sqrt{3}} + 20$   $\leq 8$

$$\text{и } y = \frac{x}{2\sqrt{3}} + 20$$



Тогда  $\varphi$  симметрична  
Тогда  $\varphi$  симметрична относительно Oy  
 $\rightarrow$  при повороте на  $\pi$  симметрия

Тогда найдем максимально удаленную

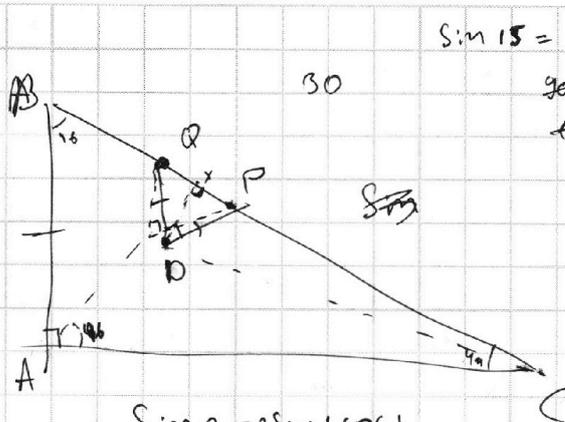


На одной странице можно оформлять только одну задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.

- 1  2  3  4  5  6  7

СТРАНИЦА  
/ ИЗ /

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!



$$\sin 15 = \sin 90 \cdot \cos 15 = \frac{\sin 30}{2}$$

$$\sin 15 \cdot \cos 15 = \frac{1}{4}$$

$$120 - 92 = 28$$

$$180 - 46 = 134$$

$$67$$

$$QP = AC + AB - \sqrt{AC^2 + AB^2}$$

$$\sin 2 = 2 \sin 1 \cos 1$$

$$\tan d = \frac{2CX}{QP}$$

$$\sin \pi = 1$$

$$DP \in QP$$

$$\sin 44 \cdot \cos 44 =$$

$$\sin \frac{\pi}{3} = \frac{1}{2}$$

~~AB~~

$$BC = \frac{AC \sin(2 \cdot 5)}{\cos 44}$$

$$CX = AC - \sqrt{AC^2 + AB^2} - AB$$

$$CX = AC - \frac{AC + AB - \sqrt{AC^2 + AB^2}}{2}$$

$$AB = \frac{AC \sin(5x)}{\tan 44}$$

$$CX = AC - \frac{QP}{2}$$

$$AC + AB - BC = \frac{AC \cos 44 \cdot \tan 44 + AC \sin 44 - AC \tan 44}{\cos 44 \cdot \tan 44} =$$

$$= \frac{AC \cdot \sin 44 + AC \cos 44 - AC \tan 44}{\sin 44} = AC \frac{\sin 44 + \cos 44 - \tan 44}{\sin 44}$$

$$CX = AC - \frac{QP}{2} = AC \left( 1 - \frac{\sin 44 + \cos 44 - \tan 44}{2 \sin 44} \right) = AC \frac{\sin 44 + \tan 44 - \cos 44}{2 \sin 44}$$

$$\frac{\frac{QP}{2}}{AC - \frac{QP}{2}} = \frac{\frac{\sin 44 + \cos 44 - \tan 44}{2 \sin 44}}{\frac{\sin 44 + \tan 44 - \cos 44}{2 \sin 44}} = \frac{\sin 44 + (\cos 44 - \tan 44)}{\sin 44 - (\cos 44 - \tan 44)}$$

$$\frac{\sin^2 44 + \cos 44 - \tan 44}{\sin^2 44 - \cos 44 + \tan 44} = \frac{(\sin^2 44 - \cos^2 44) + 2 \sin 44 - \tan^2 44}{\sin^2 44 - 2 \sin 44 \cdot \cos 44 + 2 \sin 44 \cdot \tan 44 - \cos^2 44}$$



На одной странице можно оформлять **только одну** задачу. Отметьте **крестиком** номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в **решении каждой задачи отдельно**.

1  2  3  4  5  6  7

СТРАНИЦА  
\_\_ ИЗ \_\_

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

$$(10^{20001} - 1)^3 = 10^{60003} - 3 \cdot 10^{40002} + 3 \cdot 10^{20001} - 1$$

$$xy = -6z + z^2$$

$$zz^2 - xy = 12z$$

$$yz = -6x + x^2$$

$$zx = -6y + y^2$$

$$-12z = 2xy - 2z^2$$

$$x^2 + y^2 + z^2 - 12x - 12y - 12z + 36 \cdot 3 =$$

$$= x^2 + y^2 + z^2 + 2xy + 2yz + 2zx - 2x^2 + 2y^2 + 2z^2 + 36 \cdot 3 =$$

$$= 2xy + 2yz + 2zx - x^2 - y^2 - z^2 + 36 \cdot 3 =$$

$$xy + 6z + yz + 6x + zx + 6y - 12x - 12z + 12y + 36 \cdot 3 =$$

$$= xy + yz + zx - 6x - 6y - 6z + 36 \cdot 3 =$$

$$= x(y-6) + z(y-6) + 6(y-6) + 36 \cdot 2 + zx$$

$$xy = -6z + z^2$$

$$yz = -6x + x^2$$

$$zx = -6y + y^2$$

$$z^2 = \frac{y^2 - y(y-6) - x(x-6)}{z(z-6)}$$

$$xy^2z = xz(x-6)(z-6)$$

$$y^2 = (x-6)(z-6)$$

$$x^2z = (y-6)(z-6)$$

$$z^3(z-6) = xy(y-6)(x-6)$$

$$z^2 = (x-6)(y-6)$$

$$y^3(y-6) = xz(x-6)(y-6)$$

$$x^2 = 2zx$$

$$xy = z(z-6)$$

$$\frac{x^2y^2}{z^2} = \frac{(x-6)(z-6)(y-6)}{(z-6)^2} = \frac{\left(\frac{xy}{z}\right)^2 + \frac{y^2z^2}{x^2} + \left(\frac{zx}{y}\right)^2}{xy^2} = \frac{x^2y^4 + y^4z^4 + z^4x^4}{xy^2}$$



На одной странице можно оформлять **только одну** задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении **каждой** задачи **отдельно**.

1  2  3  4  5  6  7

СТРАНИЦА  
\_\_ ИЗ \_\_

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

$$xy = z(z-6)$$

$$yz = x(x-6)$$

$$zx = y(y-6)$$

$$yx-6 = \frac{zxy}{yx}$$

$$xy \cdot yz \cdot zx$$

$$(z-3)^2 - 9 = xy$$

$$n = \underbrace{9 \dots 9}_{20001} = 9 \underbrace{(11 \dots 1)}_{20001}$$

$$n+1 = 10 \overset{9}{\overbrace{20001}}$$

$$n^3 + 1 = (n+1)^2 (n^2 - n + 1)$$

$$\begin{matrix} 10^{20001} & 99 \dots 9 & 1 \\ \hline 10^{20001} & & \end{matrix}$$

n

$$y^2 = (x-6)(y-6)$$

$$|x| \geq |y| \geq 6$$

$$x^2 \geq z(z-6)$$

$$z^2 \leq z^2 - 6z$$

$$xy + 36 = (z-3)^2$$

$$\frac{z^2 y^2}{x^2} + \frac{y^4 z^2}{z^2} + \frac{x^2 z^2}{y^2} =$$

$$= \frac{z^4 y^4 + y^4 z^4 + x^4 z^4}{x^2 z^2 y^2} = \frac{(x-6)^4 (y-6)^2 (z-6)^2}{(x-6)^4 (y-6)^4 (z-6)^4}$$

$$\frac{1}{(y-6)^2 (z-6)^2}$$

$$n^3 + 1 \quad n^2 - n + 1$$

$$n^2 - n + 1$$

$$\frac{9 \dots 9}{10^{20001}}$$

$$n^2 - n + 1$$

$$n(n-1) + 1$$

$$n(n-1) + 1$$

$$n^2 - n + 1$$

$$n^2 - n + 1$$

$$n^2 - n + 1$$

$$\begin{aligned} n^2 - n &= (10^{10001} - 1)(10^{10001} - 2) \\ &= 10^{40002} - 10^{40001} - 2 \cdot 10^{40001} + 2 \\ &= 10^{40002} - 3 \cdot 10^{40001} + 2 \end{aligned}$$

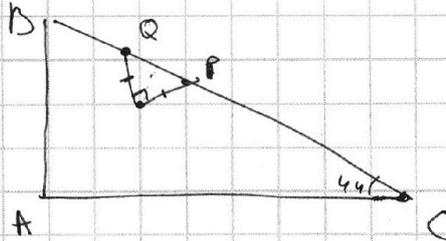


На одной странице можно оформлять только одну задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.

- 1   
  2   
  3   
  4   
  5   
  6   
  7

СТРАНИЦА  
\_\_ ИЗ \_\_

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!



$$xy = -6z + z^2$$

$$yz = -6x + x^2$$

$$zx = -6y + y^2$$

$$x^2 = x^2 - 6x$$

$$xy = z(z-6)$$

$$yz = x(x-6)$$

$$zx = y(y-6)$$

$$xyz = (x-6)(y-6)(z-6)$$

~~6x=0~~

$$x^2 = 6y^2 - 6y$$

$$yx = x^2 - 6x$$

$$y = x - 6$$

$$x^2 = (x-6)^2 - 6(x-6)$$

$$xy = z^2 - 6z$$

$$\left(\frac{xy}{z}\right)^2 + \left(\frac{yz}{x}\right)^2 + \left(\frac{zx}{y}\right)^2$$

$$x^2 - 12x + 36 - 6x + 36 = x^2 \quad \text{чл, } -2$$

$$-18x = -72$$

$$x = 4 \quad y = 16 - 24$$

$$y = -2$$



На одной странице можно оформлять **только одну** задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в **решении каждой задачи отдельно**.

1  2  3  4  5  6  7

СТРАНИЦА  
\_\_ ИЗ \_\_

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

$$xy = 6z + z^2$$

$$xy = z(z-6)$$

$$(x-6)^2 + (y-6)^2 + (z-6)^2$$

$$yz = x(x-6)$$

$$x^2 - 6x - yz$$

$$zx = y(y-6)$$

$$yz = \frac{z(z-6)}{y} \left( \frac{z(z-6)}{y} - 6 \right)$$

$$x = \frac{z(z-6)}{y}$$

$$y^2 = (z-6) \left( \frac{z(z-6) - 6y}{y} \right)$$

$$\frac{z^2(z-6)}{y} = y(y-6)$$

$$y^3 = (z-6)(z(z-6) - 6y)$$

$$z^2(z-6) = y^2(y-6)$$

$$y^3 = z(z-6)^2 - 6y(z-6)$$

$$(y-6)^2 + \frac{y^2(y-6)^2}{z^2(z-6)^2} + (z-6)^2$$

$$z^2(z-6) = y^3 - 6y^2$$

$$\begin{aligned} xy &= a \\ yz &= b \\ zx &= c \end{aligned}$$

$$z^2(z-6) + 6y$$

$$c = \frac{ab}{c} \left( \frac{ab}{c} - 6 \right)$$

$$c^3 = a^2 b^2 - 6abc$$

$$\frac{ab}{c} - 6 = \frac{c^2}{ab}$$

$$\frac{ab}{c} - 6 = \frac{c^2}{ab}$$



На одной странице можно оформлять только одну задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.

1  2  3  4  5  6  7

СТРАНИЦА  
\_\_ ИЗ \_\_

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

$$x^2 - (a^2 - 4a)x + a^2 - 6a + 4 = 0$$

$$a^2 - 4a = x_1 + x_2$$

$$a^2 - 6a - 4 = x_1 x_2$$

$$(a^2 - 4a)^2 -$$

$$x_2 = x_1 + 4$$

$$x_1, x_2, x_3, 4$$

$$x_5, x_6, x_7, x_8$$

$$5x^2 - (a^3 - 4a^2)x - 2a^3 - 6a - 15 = 0$$

$$\frac{a^3 - 4a^2}{5} = x_5 + x_8$$

$$a^2 - 4a = x_6 + x_7$$

$$\frac{a^3 - 4a^2 - a^2 + 4a}{5} = 0$$

$$a^3 - 4a^2 - 5a^2 + 20a = 0$$

$$a^2(a - 4) - 5a(a - 4) = 0$$

$$a(a - 4)(a - 5) = 0$$

$$(a^2 - 4a)^2 - 4(a^2 - 6a + 4)$$

$$a^2(a - 4)^2 -$$

$a \Rightarrow D$

$$\frac{D}{4} = 9 - 4 = 5$$

$$6 - \sqrt{5}$$

$$6 + \sqrt{5}$$

$1 + 4 =$

$$4 + 8 = 10$$

$$a \left( 2 \sin \frac{x+y}{2} \cos \frac{x-y}{2} \right)$$

$$a^2(a - 4)^2 - 20(2a^3 - 6a - 15) = 0$$

$$2 \sin \alpha \cdot \cos \beta = \sin(\alpha + \beta) + \sin(\alpha - \beta)$$

$$2 \sin \frac{x+y}{2} \cos \frac{x-y}{2} = \sin x + \sin y$$

$$\alpha = \frac{x+y}{2}$$

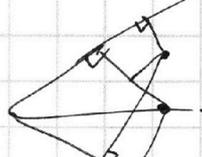
$$\beta = \frac{x-y}{2}$$

$$\frac{x+y}{2} \quad \frac{x-y}{2}$$

$$x_6 + x_7 = b + d + b + 2d$$

$$2b + 3d$$

$$x_5 + x_8 = b + b + 3d$$



$$1 - 8 + 12 + 24 = 16$$

$$16 = 64 + 248 + 48 - 16$$

$$2^8 - 8 \cdot 2^6$$

$$16 + 16 = 32$$

$$16 = 24 + 4$$

$$16 + 24$$



На одной странице можно оформлять **только одну** задачу. Отметьте **крестиком** номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в **решении каждой задачи отдельно**.

1  2  3  4  5  6  7

СТРАНИЦА  
\_\_ ИЗ \_\_

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

$$\frac{C_n^3}{C_n^2} = d^k$$

$$\sin \alpha + \sin \beta = 2 \sin \frac{\alpha + \beta}{2} \cos \frac{\alpha - \beta}{2}$$

$$a(\sin \alpha + \sin \beta) = 8$$

$$n C_{n-3}^2$$

$$\frac{(n-3)(n-4)}{2!}$$

$$\frac{\sqrt{3}}{2} + \frac{1}{2} = \frac{\sqrt{3}+1}{2}$$

$$5!$$

$$\sin(\alpha + \beta) =$$

$$C_n^5$$

$$\frac{n(n-1)(n-2)(n-3)(n-4)}{5!}$$

$$= \sin \alpha \cos \beta + \sin \beta \cos \alpha$$

$$\frac{(n-5)(n-6)(n-7)(n-8)}{6!}$$

$$\sin(\alpha - \beta) =$$

$$C_n^9$$

$$\frac{n(n-1)(n-2)(n-3)(n-4)(n-5)(n-6)(n-7)(n-8)}{9!}$$

→  
Стр

$$y - 20 + \frac{x}{2\sqrt{3}} = 0$$

$$\alpha = \frac{x+y}{2}$$

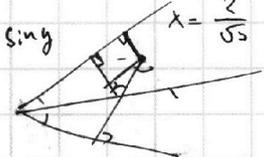
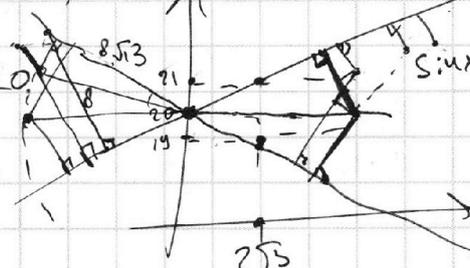
$$\beta = \frac{x-y}{2}$$

$$\sin \frac{\alpha + \beta}{2} \cos \frac{\alpha - \beta}{2} = \frac{1}{2} (-\sin \alpha + \sin \beta) \frac{x}{4} = \frac{1}{2\sqrt{3}}$$

$$\frac{1}{2} (\sin(\alpha - \beta))$$

$$y = -\frac{x}{2\sqrt{3}} + 20$$

$$y = \frac{x}{2\sqrt{3}} + 20$$



$$\tan \alpha = \frac{1}{2\sqrt{3}}$$

$$1 + 12 = 13$$

$$16 + \frac{9}{3}$$

$$48 + 121 =$$

$$= 169$$

$$48 + 4\sqrt{52}$$

$$= \frac{8 \cdot 13}{-4\sqrt{3}} =$$

$$= \frac{26}{\sqrt{3}}$$

$$\tan \alpha = \frac{1}{2\sqrt{3}}$$

$$\frac{2}{4\sqrt{3}} > \frac{26}{\sqrt{3}}$$

$$16 \cdot 15 > \frac{26^2}{3}$$

$$255 > \sqrt{15}$$

$$412 > 13$$

$$\tan 2\alpha = \frac{\sin 2\alpha}{\cos 2\alpha} = \frac{2 \sin \alpha \cos \alpha}{\cos^2 \alpha - \sin^2 \alpha} = \frac{2 \cdot \frac{1}{\sqrt{3}} \cdot \frac{2\sqrt{3}}{\sqrt{3}}}{\frac{12}{13} - \frac{1}{13}} = \frac{4\sqrt{3}}{11}$$

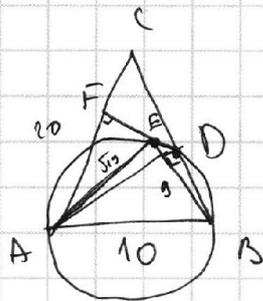


На одной странице можно оформлять **только одну** задачу. Отметьте **крестиком** номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в **решении каждой задачи отдельно**.

- 1  2  3  4  5  6  7

СТРАНИЦА      ИЗ     

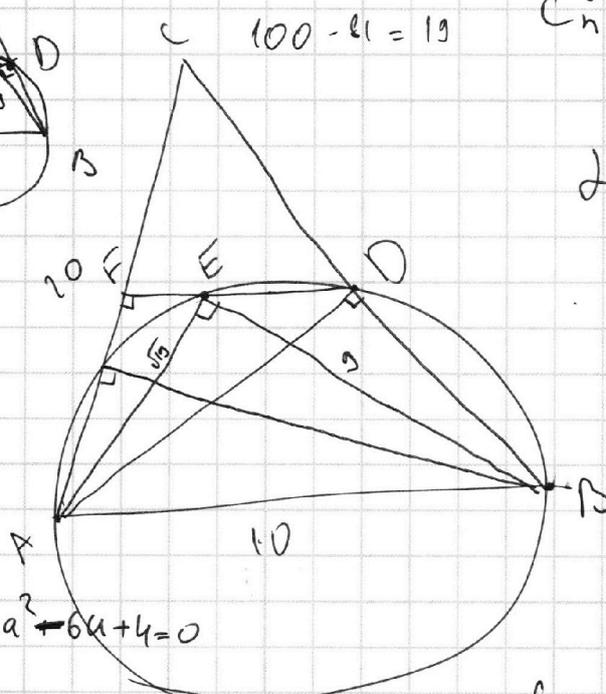
Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!



$100 - 81 = 19$

$$\frac{C_{n-3}^6}{C_n^9} = d \frac{C_{n-3}^2}{C_n^5}$$

$$d = \frac{C_n^5 \cdot C_{n-3}^6}{C_n^9 \cdot C_{n-3}^2}$$



$$x^2 - (a^2 - 4a)x + a^2 - 6a + 4 = 0$$

$$\frac{CF}{CB} = \frac{CF}{CD}$$

$$\frac{CF}{CX} = \frac{CD}{CB}$$

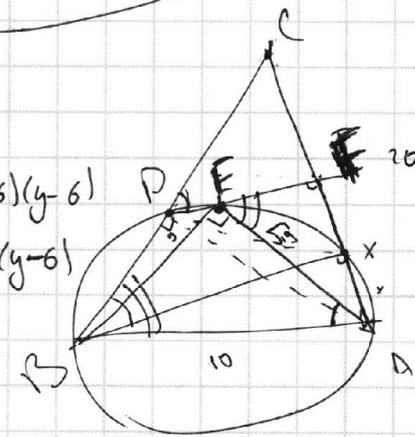
$$xy = z(z-6)$$

$$yz = x(x-6)$$

$$zx = y(y-6)$$

$$z^2 x = xy(x-6)(y-6)$$

$$z^2 = (x-6)(y-6)$$



$$\frac{CF}{CA} = \frac{CD}{CB}$$

$$\frac{CF}{CB} = \frac{CD}{CA}$$

$$\frac{CF}{CD} = \frac{CD}{CA}$$

$$CF \cdot CA = CD^2$$

$$\frac{CF}{CX}$$

$$DF^2 = CF \cdot AF$$

$$(x-6)^2 - x(x-6) = -6(x-6)$$

$$x^2 - 12x + 36$$

$$x^2 - 6x - 6x + 36$$

$$yz + 6(6-x) = yz + 6 \frac{yz}{x} = \frac{xyyz - 6yz}{x} = \frac{yz}{x}(x-6)$$

