



МОСКОВСКИЙ
ФИЗИКО-ТЕХНИЧЕСКИЙ
ИНСТИТУТ

ОЛИМПИАДА "ФИЗТЕХ"
ПО МАТЕМАТИКЕ

10 КЛАСС. Вариант 8



1. [4 балла] Ненулевые числа x, y, z удовлетворяют системе уравнений

$$\begin{cases} xy = -6z + z^2, \\ yz = -6x + x^2, \\ zx = -6y + y^2. \end{cases}$$

Найдите все возможные значения выражения $(x-6)^2 + (y-6)^2 + (z-6)^2$, если известно, что система имеет хотя бы одно решение в ненулевых числах.

2. [2 балла] Десятичная запись натурального числа n состоит из 20 001 девятки. Сколько девяток содержит десятичная запись числа n^3 ?
3. [5 баллов] Окружность ω с диаметром AB пересекает сторону BC остроугольного треугольника ABC в точке D . Точка F выбрана на отрезке AC так, что $DF \perp AC$, а E — точка пересечения отрезка DF с окружностью ω , отличная от D . Найдите AF , если $AC = 20$, $AB = 10$, $BE = 9$.
4. [4 балла] В телеигре ведущий берет несколько коробок и ровно в три из них кладет по одному шару. Игрок может указать на пять коробок и открыть их. Если в этих коробках лежат все три шарика, то игрок выигрывает. Игроку разрешили открыть девять коробок. Во сколько раз увеличилась вероятность выигрыша игрока?
5. [5 баллов] Найдите все значения параметра a , при которых корни уравнения $x^2 - (a^2 - 4a)x + a^2 - 6a + 4 = 0$ являются шестым и седьмым членами некоторой непостоянной арифметической прогрессии, а корни уравнения $5x^2 - (a^3 - 4a^2)x - 2a^3 - 6a - 15 = 0$ являются пятым и восьмым членами этой прогрессии.
6. [5 баллов] На координатной плоскости построена фигура Φ , состоящая из всех точек, координаты $(x; y)$ которых удовлетворяют неравенству $\left|y - 20 + \frac{x}{2\sqrt{3}}\right| + \left|y - 20 - \frac{x}{2\sqrt{3}}\right| \leq 8$. Фигуру Φ непрерывно повернули вокруг начала координат на угол π против часовой стрелки. Найдите площадь множества M , которое замела фигура Φ при этом повороте.
7. [6 баллов] На гипотенузе BC прямоугольного треугольника ABC выбраны точки P и Q так, что $AB = BP$, $AC = CQ$. Внутри треугольника ABC выбрана точка D , для которой $DP = DQ$, а $\angle PDQ = 90^\circ$. Найдите $\angle DCB$, если известно, что $\angle CBA = 46^\circ$.



На одной странице можно оформлять только одну задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.

1	2	3	4	5	6	7
☒	☐	☐	☐	☐	☐	☐

СТРАНИЦА
1 из 1

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

Если $x \geq y \geq z \geq 0$, т.к. симметрично

$$z^2 - 6z = xy \geq z^2$$

$-6z \geq 0$ - противоречие
 $0 > x \geq y \geq z$

$$z^2 - 6z = xy \leq z^2$$

$-6z \leq 0$ - противоречие

↓

~~хотя бы~~

2

из

или

одного знака

и $\equiv$ другого

Пусть x, y одного
 z другого

$$0 > xz = y^2 - 6y \Rightarrow |y| < 6$$

$$0 > yz = x^2 - 6x \Rightarrow |x| < 6$$

$$xy = z^2 - 6z \Rightarrow |z| > 6$$

$$(x-6) = \frac{yz}{x}$$

$$(y-6) = \frac{xz}{y}$$

$$(z-6) = \frac{yx}{z}$$

$$(x-6)^2 + (y-6)^2 + (z-6)^2 = \frac{x^2 y^2}{z^2} + \frac{x^2 z^2}{y^2} + \frac{z^2 y^2}{x^2}$$

Если $x \neq y \neq z$ ~~$x=y$~~

$$x^2 = z^2 - 6z$$

$$xz = x^2 - 6x$$

$$\textcircled{1} x^2 = x^2 - 12x + 36 - 6x + 36 =$$

$$z = x - 6$$

$$(x-6)^2 = (x-6)^2 - 6(x-6) \textcircled{1}$$

$$\begin{cases} x=4 \\ y=4 \\ z=-2 \end{cases}$$

Сумма кв. $= (-4)^2 + (-4)^2 + (-2)^2 = 96$

$$\frac{3^2}{6^2} = \frac{9}{36} = \frac{1}{4}$$



На одной странице можно оформлять **только одну** задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.

1	2	3	4	5	6	7
☐	☒	☐	☐	☐	☐	☐

СТРАНИЦА
1 ИЗ 1

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

Заметим, что $n = 10^{20001} - 1 \Rightarrow n+1 = 10^{20001}$

$$n^3 + 1 = (n+1)(n^2 - n + 1)$$

число $n^3 + 1$
вызывает

$$(n^2 - n + 1) \overline{00 \dots 0}$$

учет оканчивается на 10001

$$n^3 = (n^2 - n + 1) \overline{99 \dots 9}$$

Тогда посчитаем 9-ки в $n^2 - n$

$$n = 10^{20001} - 1$$

$$n^2 - n = n(n-1) = (10^{20001} - 1)(10^{20001} - 2) = 10^{40002} - 3 \cdot 10^{20001} + 2$$

$$\begin{array}{r} 40002 \\ 10 \dots 0 \\ - 30 \dots 0 \\ \hline 70 \dots 0 \\ \hline 99997 \dots 0 \\ \hline \end{array}$$

$$40002 - 20001 - 1 = 20000 - \text{еще 9-ок, прибивая 2 поправки}$$

$$\text{Тогда 9-ок всего } 20000 + 20001 = 40001$$

Ответ: 40001



На одной странице можно оформлять только одну задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.

1 ☐ 2 ☐ 3 ☒ 4 ☐ 5 ☐ 6 ☐ 7 ☐

СТРАНИЦА
1 из 1

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

1) $BE = 9$ $\angle BEA = 90^\circ$ (т.к. опирается на диаметр)
 $AB = 10$

По т. Пифагора
 в $\triangle AEF$

$$AE^2 = AB^2 - BE^2$$

$$AE = \sqrt{10^2 - 9^2} = \sqrt{19}$$

2) $ABDE$ - впис.

$\Rightarrow \angle CDE = \angle BAE$ (как против. углы впис. четырёх.)

т.к. $\angle CDE = \angle BAE$

$\angle DFC = \angle BEA = 90^\circ$ (т.к. опирается на диаметр)
 $(DF \perp AC \text{ по гр.})$

$\triangle ABE \sim \triangle ACF$ (по 2-м углам)

$$\frac{AE}{BE} = \frac{DF}{CF} = \frac{\sqrt{19}}{9}$$

$$DF = \frac{\sqrt{19}}{9} CF$$

3) $\angle BDA = 90^\circ$ (т.к. опирается на диаметр)
 $\Rightarrow \angle CDA = 90^\circ$ (так как смеж.)

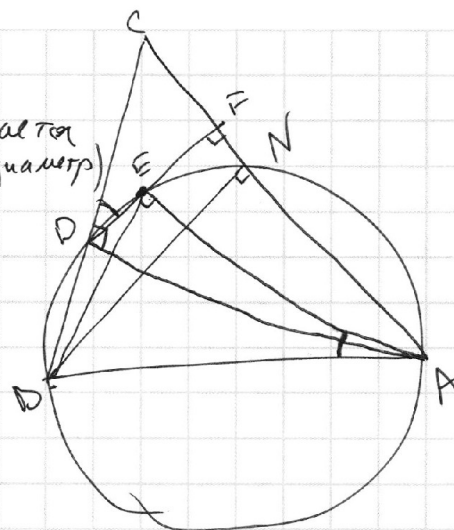
$\triangle CDA$ пр-ный DF высота $\Rightarrow DF^2 = CF \cdot AF$

$$\frac{19}{81} CF^2 = CF \cdot AF$$

4) $AC = AF + CF = AF \left(1 + \frac{81}{19}\right) = 20$ (по гр.)

$$AF = \frac{19 \cdot 20}{100} = 3,8$$

Ответ: 3,8





На одной странице можно оформлять только одну задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.

1	2	3	4	5	6	7
☐	☐	☐	☒	☐	☐	☐

СТРАНИЦА

1 ИЗ 1

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

В I случае подгодит вариантов C_{n-3}^2 (3 выбираем обязательно)

Всего вариантов C_n^5 выбрать 5 коробок (из остальных еще 2 n - кол-во коробок всего)

$$P_1 = \frac{C_{n-3}^2}{C_n^5} = \frac{\frac{(n-3)(n-4)}{2!}}{\frac{n(n-1)(n-2)(n-3)(n-4)}{5!}} = \frac{5!}{2! \cdot n(n-1)(n-2)}$$

Во II случае аналогично

подгодит: C_{n-3}^6

всего: C_n^9

$$P_2 = \frac{C_{n-3}^6}{C_n^9} = \frac{\frac{(n-3)(n-4)(n-5)(n-6)(n-7)(n-8)}{6!}}{\frac{n(n-1)(n-2)(n-3)(n-4)(n-5)(n-6)(n-7)(n-8)}{9!}} = \frac{9!}{6! \cdot n(n-1)(n-2)}$$

$$L = \frac{P_2}{P_1} = \frac{\frac{9!}{6! \cdot n(n-1)(n-2)}}{\frac{5!}{2! \cdot n(n-1)(n-2)}} = \frac{9! \cdot 2!}{6! \cdot 5!} = \frac{9 \cdot 8 \cdot 7 \cdot 6 \cdot 5 \cdot 4 \cdot 3 \cdot 2 \cdot 1 \cdot 2}{6 \cdot 5 \cdot 4 \cdot 3 \cdot 2 \cdot 1 \cdot 5 \cdot 4 \cdot 3 \cdot 2 \cdot 1} = \frac{42}{5}$$

$L = 8,4$ раза увеличится вероятность
 Ответ: 8,4



На одной странице можно оформлять **только одну** задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.

1 2 3 4 5 6 7
☐ ☐ ☐ ☐ ☒ ☐ ☐

СТРАНИЦА
 1 из 2

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

т.к. прогрессия ~~разностная~~ ~~ариф.~~ ~~геом.~~ $\Rightarrow$ все корни различны
 $D_1 \neq 0$ $D_2 \neq 0$ $D_1 \neq 0$ $D_2 \neq 0$ и если 2 корня
 $\Downarrow$

$$D_1 = (a^2 - 4a)^2 - 4(a^2 - 6a + 4) = 0$$

$$D_1 > 0$$

$$D_2 > 0$$

$$(a^2 - 4a)^2 - 4a^2 + 24a - 16 = 0$$

$$a^4 - 8a^3 + 12a^2 + 24a - 16 = 0$$

$$a^4 - 8a^3 + 12a^2 + 24a - 16 = 0$$

По т. Виетта сумма 6 и 7-го членов
 ариф. прогр.

$$a^2 - 4a = x_6 + x_7$$

Аналогично как корни $\pm$ ур-я $\frac{a^3 - 4a^2}{5} = x_5 + x_8$ заметим, что т.к. $\frac{a^3 - 4a^2}{5}$ — коэффициент перед x в сумме 5 и 8

$$\frac{a^3 - 4a^2}{5} = x_5 + x_8$$

разности ур-я = 0

$$a^3 - 4a^2 - 5(a^2 - 4a) = 0$$

$$a(a - 4)(a - 5) = 0$$

$$\begin{cases} a = 0 \\ a = 4 \\ a = 5 \end{cases}$$

Если подставить в D_1 и D_2

$$D_1 = (a^2 - 4a)^2 - 4(a^2 - 6a + 4) > 0$$

$$D_2 = (a^3 - 4a^2)^2 + 20(2a^3 - 6a - 15) > 0$$

1) Подставим 0

$$D_1 = 0 - 4 \cdot 4 = -16 < 0 \Rightarrow a = 0 \text{ не подходит}$$

$$2) D_1 = 0 - 4(16 - 24 + 4) = 16 > 0$$

$$D_2 = 0 - 20(2 \cdot 4^3 - 6 \cdot 4 - 15) = -20(128 - 24 - 15) = -20(89) < 0 \Rightarrow a = 4 \text{ не подходит}$$



На одной странице можно оформлять **только одну** задачу. Отметьте **крестиком** номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении **каждой задачи отдельно**.

1 ☐ 2 ☐ 3 ☐ 4 ☐ 5 ☒ 6 ☐ 7 ☐

СТРАНИЦА
2 ИЗ 2

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

3) Подставим 5

$$D_1 = (5^2 - 4 \cdot 5)^2 - 4(5^2 - 6 \cdot 5 + 4) =$$

$$= (25 - 20)^2 - 4(25 - 30 + 4) = 5^2 - 4(-5) = 25 + 20 > 0$$

$$D_2 = (5^3 - 4 \cdot 5^2)^2 - 20$$

1) Подставим 0

$$D_1 = a^2(a-4)^2 - 4(a^2 - 6a + 4) > 0$$

$$D_2 = a^4(a-4)^2 + 20(a^3 + 6a + 15) > 0$$

$$D_1 = 0 - 4 \cdot 4 < 0 \Rightarrow 0 \text{ не подходит}$$

2) Подставим 4

$$D_1 = 4^2 - 4(16 - 24 + 4) = 16 > 0$$

$$D_2 = 0 + 20(2 \cdot 4^3 + 6 \cdot 4 + 15) > 0$$

$a=4$ подходит

3) Подставим 5

$$D_1 = 5^2 - 4(5^2 - 6 \cdot 5 + 4) = 5^2 - 4(-5) = 25 + 20 > 0$$

$$D_2 = 5^4 + 20(5^3 \cdot 2 + 6 \cdot 5 + 15) > 0$$

$a=5$
подходит

Ответ: 4; 5



На одной странице можно оформлять только одну задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.

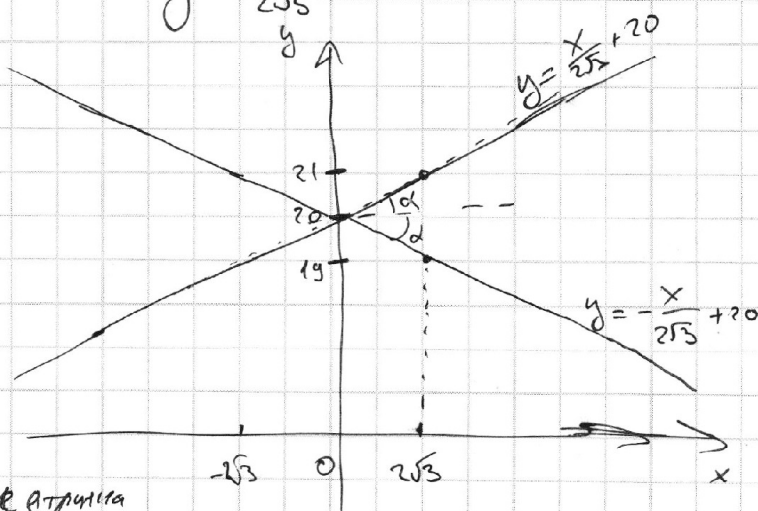
1 ☐ 2 ☐ 3 ☐ 4 ☐ 5 ☐ 6 ☒ 7 ☐

СТРАНИЦА
1 ИЗ 1

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

Заметим, что φ - это ми.бо т.ч.к
сумма удовлет. условию: сумма расстояний
от неё до прямой $y = -\frac{x}{2\sqrt{3}} + 20$ ≤ 8

$$\text{и } y = \frac{x}{2\sqrt{3}} + 20$$



Тогда φ симметрична
Тогда φ симметрична относительно Oy
→ при повороте на π симметрия
Тогда найдём максимально удалённую

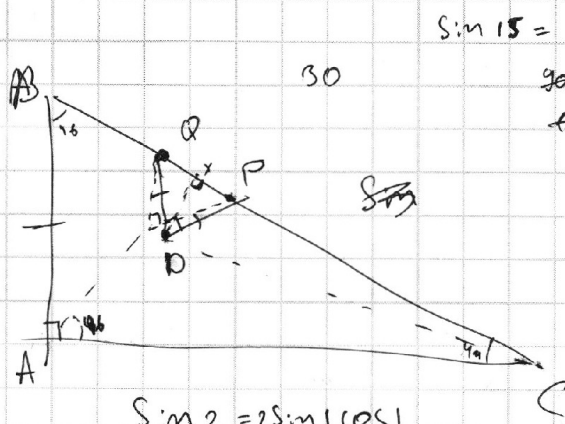


На одной странице можно оформлять **только одну** задачу. Отметьте **крестиком** номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении **каждой** задачи отдельно.

1 ☐ 2 ☐ 3 ☐ 4 ☐ 5 ☐ 6 ☒ 7 ☒

СТРАНИЦА
/ ИЗ /

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!



$$\sin 15 = \sin 30 \cdot \cos 15 = \frac{\sin 30}{2}$$

$$\sin 15 \cdot \cos 15 = \frac{1}{4}$$

$$160 - 92 = 68$$

$$160 - 46 = 114$$

$$QP = AC + AD - \sqrt{AC^2 + AD^2}$$

$$\tan \alpha = \frac{2CX}{QP}$$

$$\sin \pi = 1$$

$$\sin \frac{\pi}{3} = \frac{1}{2}$$

~~AB~~

$$BC = \frac{AC}{\cos 44}$$

$$AB = \frac{AC}{\tan 44}$$

$$DP \in QP$$

$$\sin 44 \cdot \cos 44 =$$

$$CX = AC - \sqrt{AC^2 + AD^2} - AD$$

$$CX = AC - \frac{AC + AD - \sqrt{AC^2 + AD^2}}{2}$$

$$CX = AC - \frac{QP}{2}$$

$$BC - AC = AC + AD - BC = \frac{AC \cos 44 \cdot \tan 44 + AC \sin 44 - AC \tan 44}{\cos 44 \cdot \tan 44} =$$

$$= \frac{AC \cdot \sin 44 + AC \cos 44 - AC \tan 44}{\sin 44} = AC \frac{\sin 44 + \cos 44 - \tan 44}{\sin 44}$$

$$CX = AC - \frac{QP}{2} = AC \left(1 - \frac{\sin 44 + \cos 44 - \tan 44}{2 \sin 44} \right) = AC \frac{\sin 44 + \tan 44 - \cos 44}{2 \sin 44}$$

$$\frac{\frac{QP}{2}}{AC - \frac{QP}{2}} = \frac{\frac{\sin 44 + \cos 44 - \tan 44}{2 \sin 44}}{\frac{\sin 44 + \tan 44 - \cos 44}{2 \sin 44}} = \frac{\sin 44 + (\cos 44 - \tan 44)}{\sin 44 - (\cos 44 - \tan 44)}$$

$$\sin^2 2\alpha = \sin^2 44 + \cos^2 44 = \frac{(\sin^2 44 - \cos^2 44) + 2 \sin 44 - \tan^2 44}{\sin^2 44 - 2 \sin 44 \cdot \cos 44 + 2 \sin 44 \cdot \tan 44 - \cos^2 44} = \frac{\sin^2 44 - \cos^2 44 + 2 \sin 44 - \tan^2 44}{\sin^2 44 - 2 \sin 44 \cdot \cos 44 + 2 \sin 44 \cdot \tan 44 - \cos^2 44}$$



На одной странице можно оформлять **только одну** задачу. Отметьте **крестиком** номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в **решении каждой задачи отдельно**.

1 2 3 4 5 6 7
☐ ☐ ☐ ☐ ☐ ☐ ☐

СТРАНИЦА
 _ ИЗ _

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

$$(10^{20001} - 1)^3 = 10^{60003} - 3 \cdot 10^{40002} + 3 \cdot 10^{20001} - 1$$

$$xy = -6z + z^2$$

$$2z^2 - 2xy = 12z$$

$$yz = -6x + x^2$$

$$zx = -6y + y^2$$

$$-12z = 2xy - 2z^2$$

$$x^2 + y^2 + z^2 - 12x - 12y - 12z + 36 \cdot 3 =$$

$$= x^2 + y^2 + z^2 + 2xy + 2yz + 2zx - 2x^2 - 2y^2 - 2z^2 + 36 \cdot 3 =$$

$$= 2xy + 2yz + 2zx - x^2 - y^2 - z^2 + 36 \cdot 3 =$$

$$xy + 6z + yz + 6x + zx + 6y - 12x - 12z - 12y + 36 \cdot 3 =$$

$$= xy + yz + zx - 6x - 6y - 6z + 36 \cdot 3 =$$

$$= x(y-6) + z(y-6) + 6(y-6) + 36 \cdot 2 + zx$$

$$xy = -6z + z^2$$

$$yz = -6x + x^2$$

$$zx = -6y + y^2$$

$$z^2 = \frac{y^2 - y(y-6) - x(x-6)}{z(z-6)}$$

$$xy^2z = x(x-6)(y-6)(z-6)$$

$$y^2 = (x-6)(y-6)$$

$$x^2z = (y-6)(z-6)$$

$$z^3(z-6) = xy(y-6)(x-6)$$

$$z^2 = (x-6)(y-6)$$

$$y^3(y-6) = xz(x-6)(y-6)$$

$$x^2 = 212x$$

$$xy = z(z-6)$$

$$\frac{x^2 y^2}{z^2} = \frac{(x-6)(z-6)(y-6) \left(\frac{xy}{z} \right)^2 + \left(\frac{yz}{x} \right)^2 + \left(\frac{zx}{y} \right)^2}{(z-6)^2} = \frac{x^4 y^4 + y^4 z^4 + z^4 x^4}{x y z}$$



На одной странице можно оформлять **только одну** задачу. Отметьте **крестиком** номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении **каждой** задачи **отдельно**.

1 2 3 4 5 6 7

☐ ☐ ☐ ☐ ☐ ☐ ☐

СТРАНИЦА
__ ИЗ __

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

$$xy = z(z-6)$$

$$yz = x(x-6)$$

$$zx = y(y-6)$$

$$yx - 6 = \frac{zx}{y}$$

$$xy - yz - zx$$

$$(z-3)^2 - 9 = xy$$

$$n = \frac{9 \dots 9}{20001} = 9 \frac{(11 \dots 1)}{20001}$$

$$n+1 = 10^{\frac{3}{20001}}$$

$$n^3 + 1 = (n+1)^3 (n^2 - n + 1)$$

$$10^{\frac{3}{20001}} \cdot 99 \dots 9$$

$$n$$

$$20001$$

$$n^2 - n = (10^{10001} - 1)(10^{10001} - 2)$$

$$= 10^{40002} -$$

$$(10^{20001} - 1)^2 - 10^{20001} + 1 + 1$$

$$10^{40002} - 2 \cdot 10^{20001} + 1 - 10^{20001} + 2$$

$$10^{40002} + 10^{20001} + 1$$

$$y^2 = (x-6)(z-6)$$

$$|x| \geq |y| \geq |z|$$

$$x^2 \geq z(z-6)$$

$$x^2 \geq z(z-6)$$

$$z^2 \leq z^2 - 6z \quad xy + 36 = (z-3)^2$$

$$\frac{z^2 y^2}{x^2} + \frac{y^4}{z^2} + \frac{x^2 z^2}{y^2} =$$

$$= \frac{z^4 y^4 + y^4 z^4 + x^4 z^4}{x^2 z^2 y^2} = \frac{(x-6)^4 (y-6)^2 (z-6)^2}{(x-6)^4 (y-6)^4 (z-6)^4}$$

$$\frac{1}{(y-6)^2 (z-6)^2}$$

$$n^3 + 1$$

$$n^2 - n + 1$$

$$n^2 - n + 1$$

$$\frac{9}{10001}$$

$$n^2 - n + 1$$

$$n(n-1) + 1$$

$$n(n-1) + 1$$

$$n^2 - n + 1$$



На одной странице можно оформлять только одну задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.

1
☒

2
☒

3
☒

4
☒

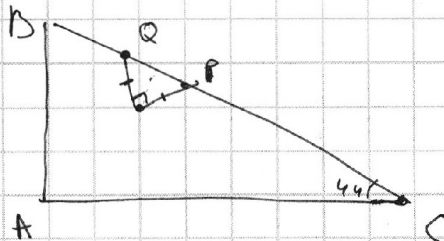
5
☒

6
☒

7
☒

СТРАНИЦА
__ ИЗ __

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!



$$xy = -6x + z^2$$

$$yz = -6x + x^2$$

$$zx = -6y + y^2$$

$$x^2 = x^2 - 6x$$

$$xy = z(z-6)$$

$$yz = x(x-6)$$

$$zx = y(y-6)$$

$$xyz = (x-6)(y-6)(z-6)$$

$$6x = 0$$

$$x^2 = 6y^2 - 6y$$

$$yx = x^2 - 6x$$

$$y = x - 6$$

$$x^2 = (x-6)^2 - 6(x-6)$$

$$x^2 - 12x + 36 - 6x + 36 = x^2$$

$$-18x = -72$$

$$x = 4 \quad y = 16 - 24$$

$$y = -2$$

$$xy = z^2 - 6z$$

$$\left(\frac{xy}{z}\right)^2 + \left(\frac{yz}{x}\right)^2 + \left(\frac{zx}{y}\right)^2$$

$$4x, -2$$



На одной странице можно оформлять **только одну** задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в **решении каждой задачи отдельно**.

1 2 3 4 5 6 7

СТРАНИЦА
__ ИЗ __

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

$$xy = 6z + z^2$$

$$xy = z(z-6)$$

$$yz = x(x-6)$$

$$zx = y(y-6)$$

$$x = \frac{z(z-6)}{y}$$

$$\frac{z^2(z-6)}{y} = y(y-6)$$

$$z^2(z-6) = y^2(y-6)$$

$$(y-6)^2 + \frac{y^4(y-6)^2}{z^2(z-6)^2} + (x-6)^2$$

$$z^2(z-6) = y^3 - 6y^2$$

$$z^2(z-6) + 6y^2$$

$$\frac{c^2}{ab} +$$

$$(x-6)^2 + (y-6)^2 + (z-6)^2$$

$$x^2 - 6x - yz$$

$$y^2 = \frac{z^2(z-6)}{y} \left(\frac{z(z-6)}{y} - 6 \right)$$

$$y^2 = (z-6) \left(\frac{z(z-6) - 6y}{y} \right)$$

$$y^3 = (z-6)(z(z-6) - 6y)$$

$$y^3 = z(z-6)^2 - 6y(z-6)$$

$$\begin{aligned} xy &= a \\ yz &= b \\ zx &= c \end{aligned}$$

$$c = \frac{ab}{c} \left(\frac{ab}{c} - 6 \right)$$

$$c^3 = a^2 b^2 - 6ab$$

$$\frac{ab}{c} - 6 = \frac{c^2}{ab}$$



На одной странице можно оформлять **только одну** задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.

1 2 3 4 5 6 7

СТРАНИЦА
__ ИЗ __

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

$$x^2 - (a^2 - 4a)x + a^2 - 6a + 4 = 0$$

$$a^2 - 4a = x_1 + x_2$$

$$a^2 - 6a - 4 = x_1 x_2$$

$$(a^2 - 4a)^2 =$$

$$x_2 = x_1 + 6$$

$$\frac{x_1}{x_5}, \frac{x_2}{x_6}, \frac{x_3}{x_7}, \frac{4}{x_8}$$

$$5x^2 - (a^3 - 4a^2)x - 2a^3 - 6a - 15 = 0$$

$$\frac{a^3 - 4a^2}{5} = x_5 + x_8$$

$$a^2 - 4a = x_6 + x_7$$

$$\frac{a^3 - 4a^2 - a^2 + 4a}{5} = 0$$

$$a^3 - 4a^2 - 5a^2 + 20a = 0$$

$$a^2(a - 4) - 5a(a - 4) = 0$$

$$a(a - 4)(a - 5) = 0$$

$$(a^2 - 4a)^2 - 4(a^2 - 6a + 4)$$

$$a^2(a - 4)^2 -$$

$$a \Rightarrow D$$

$$\frac{D}{4} = 9 - 4 = 5$$

$$6 - 55$$

$$6 + 55$$

$$1 + 4 =$$

$$2^8 - 8 \cdot 2^6$$

$$16 + 16 = 32$$

$$16 - 24 + 4$$

$$16 + 24$$

$$a(2\sin \frac{x+y}{2} \cos \frac{x-y}{2})$$

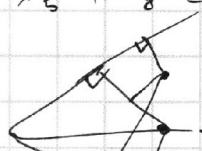
$$a^4(a - 4)^2 - 20(2a^3 - 6a - 15) = 0$$

$$2 \sin \alpha \cdot \cos \beta = \sin(\alpha + \beta) + \sin(\alpha - \beta)$$

$$2 \sin \frac{x+y}{2} \cos \frac{x-y}{2} = \sin x + \sin y$$

$$\alpha = \frac{x+y}{2}$$

$$\beta = \frac{x-y}{2}$$



$$1 - 8 + 12 + 24 - 16$$

$$16 - 64 + 248 - 16$$

$$16 - 64 + 248 - 16$$



На одной странице можно оформлять **только одну** задачу. Отметьте **крестиком** номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в **решении каждой задачи отдельно**.

1 2 3 4 5 6 7
☐ ☐ ☐ ☐ ☐ ☐ ☐

СТРАНИЦА
 _ ИЗ _

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

$$\frac{C_n^3}{C_{n-5}^2} = 2$$

$$\sin \alpha + \sin \beta = 2 \sin \frac{\alpha + \beta}{2}$$

$$\sin \alpha \cdot \cos \beta = \frac{1}{2} (\sin(\alpha - \beta) + \sin(\alpha + \beta))$$

$$a(\sin \alpha + \sin \beta) = 8$$

$$C_{n-3}^2$$

$$\frac{(n-3)(n-4)}{2!}$$

$$\frac{\sqrt{3}}{2} + \frac{1}{2} = \frac{\sqrt{3}+1}{2}$$

$$5!$$

$$\sin(\alpha + \beta) =$$

$$C_n^5$$

$$= \sin \alpha \cos \beta + \sin \beta \cos \alpha$$

$$C_{n-3}^5$$

$$\frac{n(n-1)(n-2)(n-3)(n-4)}{5!}$$

$$\frac{(n-5)(n-6)(n-7)(n-8)}{6!}$$

$$\sin(\alpha + \beta) =$$

$$C_n^9$$

$$\alpha = \frac{x+y}{2}$$

$$\beta = \frac{x-y}{2}$$

$$\frac{n(n-1)(n-2)(n-3)(n-4)(n-5)(n-6)(n-7)(n-8)}{9!}$$

$$y - 20 + \frac{x}{2\sqrt{3}} = 0$$

$$\frac{1}{2}(\sin(\alpha - \beta))$$

$$y = -\frac{x}{2\sqrt{3}} + 20$$

$$y = \frac{x}{2\sqrt{3}} + 20$$

$$\frac{\sin \frac{x+y}{2}}{\cos \frac{x-y}{2}} = \frac{1}{2}(-\sin y + \sin x) \cdot \frac{x}{4} = \frac{1}{2\sqrt{3}}$$

$$\tan \alpha = \frac{1}{2\sqrt{3}}$$

$$1 + 12 = 13$$

$$\tan \alpha = \frac{1}{2\sqrt{3}}$$

$$\frac{2}{4\sqrt{3}} > \frac{26}{\sqrt{3}}$$

$$16.15 > \frac{26^2}{3}$$

$$2\sqrt{5} > \sqrt{15}$$

$$4\sqrt{12} > 13$$

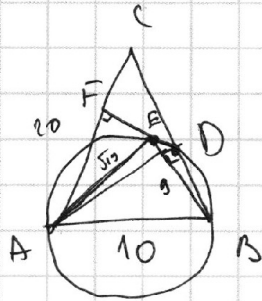
$$\tan 2\alpha = \frac{\sin 2\alpha}{\cos 2\alpha} = \frac{2 \sin \alpha \cdot \cos \alpha}{\cos^2 \alpha - \sin^2 \alpha} = \frac{2 \cdot \frac{1}{\sqrt{3}} \cdot \frac{2\sqrt{3}}{5}}{\frac{12}{13} - \frac{1}{13}} = \frac{4\sqrt{3}}{11}$$

На одной странице можно оформлять **только одну** задачу. Отметьте **крестиком** номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в **решении каждой задачи отдельно**.

[illegible]

СТРАНИЦА
— ИЗ —

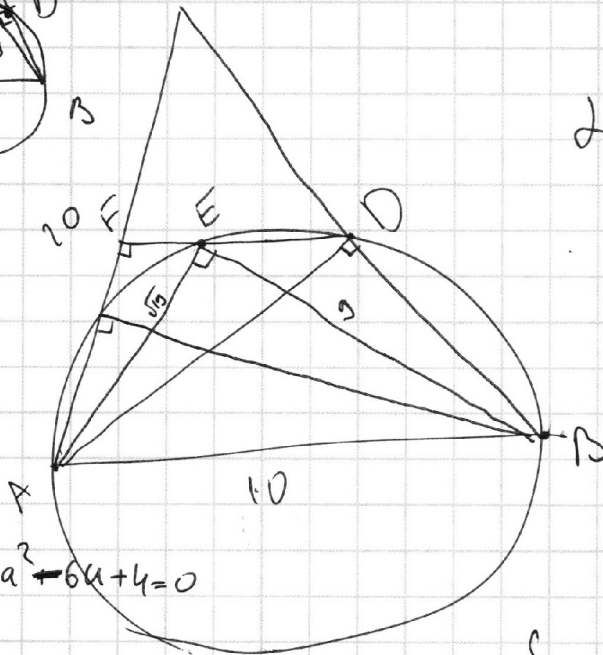
Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. **Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно.** Порча QR-кода недопустима!



$$100 - 81 = 19$$

$$\frac{\binom{6}{n-3}}{\binom{9}{n}} = 2 \frac{\binom{2}{n-3}}{\binom{5}{n}}$$

$$J = \frac{C_n^5 \cdot C_{n-3}^6}{C_n^9 \cdot C_{n-3}^2}$$



$$x^2 - (a^2 - 4a)x + a^2 - 6a + 4 = 0$$

$$\frac{CX}{CB} = \frac{CF}{CD}$$

$$\frac{CF}{CX} = \frac{CD}{CB}$$

~~$\frac{CX}{CA} = \frac{CD}{CB}$~~

$$\frac{CX}{CB} = \frac{CD}{CA}$$

$$\frac{CF}{CD} = \frac{CD}{CA}$$

$$CF \cdot CA = CB^2$$

$$xy = -\frac{1}{2}z(z-6)$$

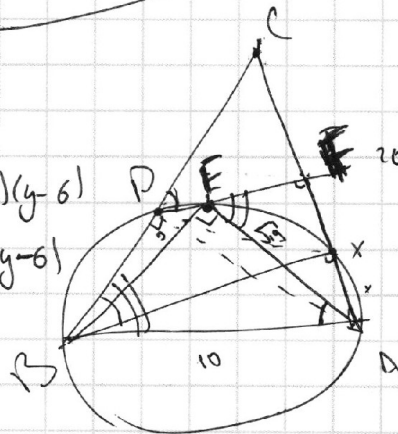
$$g^z = x(x-6)$$

$$z \cdot x = y(y-6)$$

$$Z_y x = xy(x-6)(y-6)$$

$$z^2 = (x-6)(y-6)$$

$$\frac{AF}{AD} = \frac{519}{10}$$



$$\frac{CF}{CX}$$

$$PF^2 = CF \cdot AF$$

$$(x-6)^2 - x(x-6) = -6(x-6)$$

$$x^2 - 12x + 36$$

$$x^2 - 6x = 6x + 36$$

$$yz + 6(6-x) = yz + 6 \frac{yz}{x} = \frac{xyz + 6yz}{x} = \frac{yz}{x}(x+6)$$

