



МОСКОВСКИЙ
ФИЗИКО-ТЕХНИЧЕСКИЙ
ИНСТИТУТ

ОЛИМПИАДА "ФИЗТЕХ"
ПО МАТЕМАТИКЕ

10 КЛАСС. Вариант 7



1. [4 балла] Ненулевые числа x, y, z удовлетворяют системе уравнений

$$\begin{cases} xy = 4z + z^2, \\ yz = 4x + x^2, \\ zx = 4y + y^2. \end{cases}$$

Найдите все возможные значения выражения $(x+4)^2 + (y+4)^2 + (z+4)^2$, если известно, что система имеет хотя бы одно решение в ненулевых числах.

2. [2 балла] Десятичная запись натурального числа n состоит из 25 000 девяток. Сколько девяток содержит десятичная запись числа n^3 ?
3. [5 баллов] Окружность ω с диаметром AB пересекает сторону BC остроугольного треугольника ABC в точке D . Точка F выбрана на отрезке AC так, что $DF \perp AC$, а E — точка пересечения отрезка DF с окружностью ω , отличная от D . Найдите AF , если $AC = 20$, $AB = 15$, $BE = 10$.
4. [4 балла] В теленгре ведущий берет несколько коробок и ровно в три из них кладет по одному шарику. Игрок может указать на пять коробок и открыть их. Если в этих коробках лежат все три шарика, то игрок выигрывает. Игроку разрешили открыть восемь коробок. Во сколько раз увеличилась вероятность выигрыша игрока?
5. [5 баллов] Найдите все значения параметра a , при которых корни уравнения $x^2 - (a^2 - a)x + \frac{2-a^3}{3} = 0$ являются четвертым и пятым членами некоторой непостоянной арифметической прогрессии, а корни уравнения $2x^2 - (a^3 - a^2)x - 2a^6 - 8a - 4 = 0$ являются вторым и седьмым членами этой прогрессии.
6. [5 баллов] На координатной плоскости построена фигура Φ , состоящая из всех точек, координаты $(x; y)$ которых удовлетворяют неравенству $\left|y - 15 + \frac{x}{6\sqrt{3}}\right| + \left|y - 15 - \frac{x}{6\sqrt{3}}\right| \leqslant 6$. Фигуру Φ непрерывно повернули вокруг начала координат на угол π по часовой стрелке. Найдите площадь множества M , которое замела фигура Φ при этом повороте.
7. [6 баллов] На гипotenузе BC прямоугольного треугольника ABC выбраны точки P и Q так, что $AB = BP$, $AC = CQ$. Внутри треугольника ABC выбрана точка D , для которой $DP = DQ$, а $\angle PDQ = 90^\circ$. Найдите $\angle DCB$, если известно, что $\angle DBC = 35^\circ$.

На одной странице можно оформлять **только одну** задачу. Отметьте **крестиком** номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в **решении каждой задачи отдельно**.

1

2

3

4

5

6

7

СТРАНИЦА

1 из 2

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по **каждой из задач** нумеруются **отдельно**. Порча QR-кода недопустима!



~1.

$$\begin{cases} x, y, z \neq 0 \\ xy = 4z^2 - z^2 & (1) \\ y^2 = 4x^2 + x^2 & (2) \\ 2x = 4y + y & \end{cases} \quad (x+4)^2 + (y+4)^2 + (z+4)^2 = ?$$

≥ 1 решение

1) Разделим (1) на (2)

$$\frac{x}{z} = \frac{z}{x} \left(\frac{4+z}{4-x} \right)$$

$$\frac{x^2}{z^2} = \frac{4+z}{4-x}$$

$$4z^2 + z^3 = 4x^2 + x^3$$

$$z^3 - x^3 + 4y(z^2 - x^2) = 0$$

$$(z-x)(z^2 + xz + x^2) + 4y(z-x)(z+x) = 0$$

$$(z-x)(z^2 + x^2 + xz + 4z + 4x) = 0$$

$$\begin{cases} z = x \\ z^2 + x^2 + xz + 4z + 4x = 0 \end{cases} \quad \begin{matrix} 1 \\ 2 \end{matrix}$$

① $z = x$

$$\begin{cases} xy = 4x^2 + x^2 \\ x^2 = 4y + y^2 \end{cases}$$

можно сократить на x , т.к. $x \neq 0$

$$\begin{cases} y = 4+x \\ x^2 = 4y + y^2 \end{cases} \rightarrow \text{подставляем второе, получаем:}$$

$$x^2 = (4+x)(4+x+4)$$

$$x^2 = (x+4)(x+8)$$

$$\cancel{x^2} = \cancel{x^2} + 12x + 32$$

$$12x = -32 \Rightarrow x = -\frac{8}{3} \Rightarrow y = 4 - \frac{8}{3} = \frac{12-8}{3} = \frac{4}{3}$$

$$z = x = -\frac{8}{3}$$

$$\begin{aligned} (x+4)^2 + (y+4)^2 + (z+4)^2 &= y^2 + (4+y)^2 + y^2 = 2y^2 + (4+y)^2 = \\ &= 2 \cdot \frac{16}{9} + \left(\frac{4}{3}+4\right)^2 = \frac{32}{9} + \left(\frac{16}{3}\right)^2 = \frac{32}{9} + \frac{256}{9} = \frac{288}{9} = \underline{\underline{32}} \end{aligned}$$

На одной странице можно оформлять **только одну** задачу. Отметьте **крестиком** номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в **решении каждой задачи отдельно**.



- | | | | | | | |
|-------------------------------------|--------------------------|--------------------------|--------------------------|--------------------------|--------------------------|--------------------------|
| <input checked="" type="checkbox"/> | <input type="checkbox"/> |
|-------------------------------------|--------------------------|--------------------------|--------------------------|--------------------------|--------------------------|--------------------------|

СТРАНИЦА
2 из 2

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач **нумеруются отдельно**. Порча QR-кода недопустима!

№ 2 (пр-ние)

$$\begin{aligned} \textcircled{1} \quad & 2x^2 + xz + 4x + 4z = 0 \\ & z^2 + x^2 + y^2 + 4y + 4x + 4z = 0 \\ & \cancel{\textcircled{2}} \quad \cancel{2^2 + x^2 + xz + 4x + 4z = 0} \\ & \cancel{z^2 + x^2 + y^2 + 4y + 4x + 4z = 0} \\ & \cancel{x^2 + y^2 - xz - y^2 - yz - x^2} \\ & \cancel{xy + xz + yz = 0} \\ & \cancel{4x^2 + y^2 + 4y + 4z = 0} \end{aligned}$$

Вспомнем из (1) (2)

$$\begin{aligned} y(x-z) &= 4(z-x) + (z-x)(z+x) \\ (z-x)(4yz + x + y) &= 0 \\ z = x & \quad (\text{разоделим}) \\ 4yz + xy &= 0 \end{aligned}$$

из условия задачи: $xy + yz + zx = 4(xy + z) + x^2 + y^2 + z^2 \rightarrow x^2 + y^2 + z^2 = 16$

$$\begin{aligned} \text{из } \textcircled{2}: \quad & 2z^2 + 2x^2 + 2y^2 + 8yz + 8x + 8z = 0 \\ (xy)^2 + (yz)^2 + (zx)^2 &= 0 \\ x^2 + y^2 + z^2 + 8(xy + z) + 16 \cdot 3 &= ? \\ x^2 + y^2 + z^2 + 8(xy + z) &= 2x^2 + z^2 + 2y^2 + 8x + 8y + 8z - (x^2 + y^2 + z^2) = \\ &= 0 - 16 = -16 \end{aligned}$$

Итоговая сумма: $-16 + 16 \cdot 3 = \underline{32}$

Ответ: 32.



На одной странице можно оформлять **только одну** задачу. Отметьте **крестиком** номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в **решении каждой задачи отдельно**.

- | | | | | | | |
|----------------------------|---------------------------------------|----------------------------|----------------------------|----------------------------|----------------------------|----------------------------|
| <input type="checkbox"/> 1 | <input checked="" type="checkbox"/> 2 | <input type="checkbox"/> 3 | <input type="checkbox"/> 4 | <input type="checkbox"/> 5 | <input type="checkbox"/> 6 | <input type="checkbox"/> 7 |
|----------------------------|---------------------------------------|----------------------------|----------------------------|----------------------------|----------------------------|----------------------------|

СТРАНИЦА
1 из 1

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач **нумеруются отдельно**. Порча QR-кода недопустима!

№ 2.

$$\text{Умножим число:} \\ n = \underbrace{99\ldots 9}_{25000} = 10^{25000} - 1$$

$$\begin{aligned} \cancel{n^3} &= (10^{25000} - 1)^3 = 10^{25000 \cdot 3} - 3 \cdot 10^{25000 \cdot 2} + 3 \cdot 10^{25000} - 1 = \\ &= 10^{25000 \cdot 3} - (3 \cdot 10^{50000} - 3 \cdot 10^{25000}) \end{aligned}$$

¶ Рассмотрим число:

$$\begin{array}{r} \cancel{30000} - 00000 \\ \cancel{30000} \\ \hline \cancel{29\ldots 999700000} \\ \cancel{25000} \text{ единиц} \end{array} \quad \begin{array}{l} (50000 \text{ нулей}) \\ (25000 \text{ нулей}) \end{array}$$

$$\begin{aligned} 10^{25000 \cdot 3} - 1 &= \underbrace{99\ldots 9}_{25000 \text{ "9"}} \\ - 999999999999999999999999 \\ \hline \cancel{29\ldots 999700000} \\ \cancel{25000} \end{aligned}$$

$$9\ldots 9970.000002 \underbrace{99999}_{25000-1} \rightarrow 25000$$

$$\text{Из } 25000 - 2 - 5000 \stackrel{+1}{=} 25000 - 1 \text{ нули} \\ 25000 - 1 + 25000 = 50000 - 1 = 49999$$

$$\text{Всего: } (25000) \cancel{2 + 1} - 5000 \pm \text{ нули} = 49999$$

Ответ: ~~50000~~ 49999.



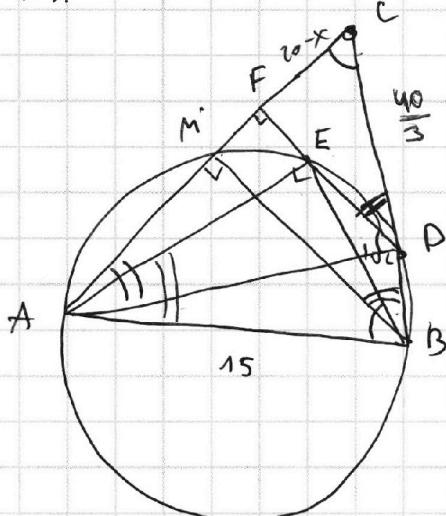
На одной странице можно оформлять **только одну** задачу. Отметьте **крестиком** номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в **решении каждой задачи отдельно**.

- | | | | | | | |
|--------------------------|--------------------------|-------------------------------------|--------------------------|--------------------------|--------------------------|--------------------------|
| 1 | 2 | 3 | 4 | 5 | 6 | 7 |
| <input type="checkbox"/> | <input type="checkbox"/> | <input checked="" type="checkbox"/> | <input type="checkbox"/> | <input type="checkbox"/> | <input type="checkbox"/> | <input type="checkbox"/> |

СТРАНИЦА
1 ИЗ 1

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

3



$$AC = 20$$

$$AB = 45$$

$$BE = 10$$

AF-?

1) $\mathcal{I}YGB$ $A \cap w = M$

$$2) \angle AEB = \angle AMB = \angle ADB = 90^\circ \text{ (m. h.)}$$

$\overline{AB} - \text{quat.}$

$$\angle EDA = \angle EBA \text{ (HQ 1 Pythag)}$$

Покажем, что $\triangle AFD \sim \triangle AEB$. (по 2 углам) (такие углы 80°)

$$3) \angle CDF = \angle CBM \quad (FD \parallel MB)$$

$$\angle CBM = \angle MAD \text{ (horizontal angles).}$$

Pythagorean $\triangle CFD \sim \triangle COA$ (no 2 given)
 \angle base \angle 90°

1 DFA

T.k. $\triangle AEB \sim \triangle AFD$ и $\triangle AFD \sim \triangle CDA \Rightarrow \triangle AEB \sim \triangle CDA$.

$$\frac{AB}{AC} = \frac{AE}{AD} = \frac{EB}{CD}$$

$$\frac{75}{20} = \frac{10}{CD} \Rightarrow CD = \frac{40}{3}$$

$$4) \text{ Parabola } AF = x \Rightarrow FC = 20 - x$$

$$\Delta CFD \sim \Delta DEA \Rightarrow \frac{CD}{AB} = \frac{FC}{FB} \Rightarrow \frac{40}{30} = \frac{20-x}{10} \Rightarrow$$

$$\Rightarrow 400 = 45(20-x)$$

$$\cancel{80} \quad 80 + 9x = 180 \Rightarrow 9x = 100 \Rightarrow x = \frac{100}{9}$$

Omber: $\frac{100}{9}$



На одной странице можно оформлять **только одну** задачу. Отметьте **крестиком** номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в **решении каждой задачи отдельно**.

- | | | | | | | |
|----------------------------|----------------------------|----------------------------|---------------------------------------|----------------------------|----------------------------|----------------------------|
| <input type="checkbox"/> 1 | <input type="checkbox"/> 2 | <input type="checkbox"/> 3 | <input checked="" type="checkbox"/> 4 | <input type="checkbox"/> 5 | <input type="checkbox"/> 6 | <input type="checkbox"/> 7 |
|----------------------------|----------------------------|----------------------------|---------------------------------------|----------------------------|----------------------------|----------------------------|

СТРАНИЦА
1 из 1

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по **каждой из задач** **нумеруются отдельно**. Порча QR-кода недопустима!

№4.

Пусть есть n коробок. надо выбрать 5 коробок из n : C_n^5 .

Количество способов выбрать 5 коробок из n , чтобы в этих 5 коробках лежало 3 шара:

Вероятность: $\frac{C_{n-3}^2}{C_n^5}$

C_{n-3}^2 коробки
осталось $n-5$ коробок (3 из них коричневые, у них выбраны)

Если разрешили открыть 8 коробок, то надо способы их выбрать C_8^5 .

Количество выбрать 5 из n , чтобы в 3 лежали шары:

C_{n-3}^5 5 кор. хорошие у них выбраны

Вероятность: $\frac{C_{n-3}^5}{C_n^8}$

Увеличилось в:

$$\frac{C_n^8}{\frac{C_{n-3}^2}{C_n^5}} \Leftrightarrow \frac{\frac{(n-3)!}{5! \cdot (n-8)!}}{\frac{n!}{8! \cdot (n-8)!}} = \frac{(n-3)!}{8! \cdot (n-8)!} = \frac{1}{2! \cdot (n-5)!} = \frac{n!}{5! \cdot (n-5)!}$$

$$= \frac{\frac{(n-3)! \cdot 8!}{5! \cdot n!}}{\frac{(n-5)! \cdot 5!}{8! \cdot n!}} = \frac{8!}{5!} = \frac{8! \cdot 2!}{5! \cdot 5!} = \frac{8 \cdot 7 \cdot 6 \cdot 5}{2 \cdot 3 \cdot 4 \cdot 5} = \frac{28}{5} \text{ раз}$$

Ответ: $\frac{28}{5}$ раз.

На одной странице можно оформлять только одну задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.



- | | | | | | | |
|--------------------------|--------------------------|--------------------------|--------------------------|-------------------------------------|--------------------------|--------------------------|
| <input type="checkbox"/> | <input type="checkbox"/> | <input type="checkbox"/> | <input type="checkbox"/> | <input checked="" type="checkbox"/> | <input type="checkbox"/> | <input type="checkbox"/> |
|--------------------------|--------------------------|--------------------------|--------------------------|-------------------------------------|--------------------------|--------------------------|

СТРАНИЦА
1 ИЗ 2

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

$$N5 \quad \alpha^2 - (\alpha^2 - \alpha) \times \rho \quad \frac{2-\alpha^3}{3} = 0$$

$$\begin{aligned} x_1 \text{ и } x_2 - \text{члены} \text{ и } 5\text{-й член} \\ 2x^2 - (\alpha^3 - \alpha^2)x - 2\alpha^6 - 8\alpha - 9 = 0 \end{aligned}$$

$$x_3 \text{ и } x_4 - \text{члены} \text{ и } 7\text{-й член}$$

Использовать - разложение на квадратичные выражения.

$$\begin{aligned} x_1 &= x_3 + d \\ x_2 &= x_3 + 2d \\ x_4 &= \cancel{x_3 + 3d} \end{aligned}$$

$$\text{Использовать } x_3 - \text{ второй член квадр. пр.} \Rightarrow x_4 = 5d + x_3$$

$$x_1 - \text{член} \Rightarrow x_1 = 2d + x_3$$

$$x_2 - \text{член} \Rightarrow x_2 = x_3 + 3d$$

$$\text{Из условия } x_1 + x_2 = 5d + 2x_3 = x_4 + x_3 \Rightarrow$$

$$\Rightarrow \frac{\alpha^2 - \alpha}{2} = x_1 + x_2 \Rightarrow \alpha(\alpha-1) = \frac{\alpha^2(\alpha-1)}{2}$$

М.н. квадр. пр. неотрицательно $\Rightarrow \alpha - 1 \neq 0, \alpha \neq 0$

Сокращение.

$$2\alpha(\alpha-1) = \alpha^2(\alpha-1)$$

$$\cancel{(\alpha-1)\alpha} (\alpha - \alpha^2(\alpha-1) - 2\alpha(\alpha-1)) = 0$$

$$\alpha(\alpha-1)(\alpha-2) = 0$$

$$\begin{cases} \alpha = 0 & (1) \\ \alpha = 1 & (2) \\ \alpha = 2 & (3) \end{cases}$$

$$(1) \alpha = 0 \Rightarrow \begin{cases} x_1 + x_2 = 0 \Rightarrow 2x_3 + 5d = 0 \\ x_1 x_2 = \frac{2-\alpha^3}{3} = \frac{2}{3} \end{cases}$$

$$\begin{cases} (2d + x_3)(x_3 + 3d) = \frac{2}{3} \\ 2x_3 + 5d = 0 \\ x_3 = -\frac{5d}{2} \end{cases} \Rightarrow \left(2d - \frac{5d}{2}\right) \cdot \left(-\frac{5d}{2} + 3d\right) = \frac{2}{3}$$

$$d \cdot \frac{-1}{2} \cdot d \cdot \frac{6-5}{2} = \frac{2}{3}$$

$$d^2 \cdot \frac{4}{4} = -\frac{2}{3} \text{ - не может быть}$$

М.н. $d^2 > 0$.

На одной странице можно оформлять только одну задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.



- | | | | | | | |
|--------------------------|--------------------------|--------------------------|--------------------------|-------------------------------------|--------------------------|--------------------------|
| 1 | 2 | 3 | 4 | 5 | 6 | 7 |
| <input type="checkbox"/> | <input type="checkbox"/> | <input type="checkbox"/> | <input type="checkbox"/> | <input checked="" type="checkbox"/> | <input type="checkbox"/> | <input type="checkbox"/> |

СТРАНИЦА
2 ИЗ 2

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

(2) $\alpha = 1$.

$$\begin{cases} x_1 + x_2 = 0, \text{ m.e. } 2x_3 + 5d = 0 \\ x_1 \cdot x_2 = \frac{1}{3} \end{cases}$$

$$\begin{cases} 2x_3 + 5d = 0 \Rightarrow x_3 = -\frac{5}{2}d \\ (2d + x_3)(3d + x_5) = \frac{1}{3} \end{cases}$$

$$(2d - \frac{5}{2}d)(3d - \frac{5}{2}d) = \frac{1}{3}$$

$$12 \cdot \frac{-1}{2} \cdot \frac{1}{2} = \frac{1}{3} \quad \text{не получается, т.к. } d^2 > 0.$$

(3) $\alpha = 2$

$$\begin{cases} x_1 + x_2 = d, \text{ m.e. } 2x_3 + 5d = 2 \\ x_1 \cdot x_2 = -2 \end{cases}$$

$$\begin{cases} (2d + x_3)(3d + x_5) = \frac{1}{3} - 2 \\ x_3 = \frac{2-5d}{2} \end{cases}$$

$$(2d + \frac{2-5d}{2}) \cdot (3d + \frac{2-5d}{2}) = \frac{1}{3} - 2$$

$$\frac{4d+2-5d}{2} \cdot \frac{6d+2-5d}{2} = \frac{1}{3} - 2$$

$$(-d+2)(d+2) = -8$$

$$d^2 - 4 = -8$$

$$x_3 = \frac{2-50\sqrt{3}}{2} = 1-5\sqrt{3}$$

$$x_4 = 5d + x_3 = 1-5\sqrt{3} + 10\sqrt{3} = 1+5\sqrt{3}.$$

$$x_3 \cdot x_4 = -2d^6 - 8d^4 - 4 = (-2) \cdot 64 - 8 \cdot 2 - 4 = -128 - 16 - 4 = -148$$

$$x_3 \cdot x_4 = (1+5\sqrt{3})(1-5\sqrt{3}) = 1 - 25 \cdot \frac{3}{4} = 1 - 25 = -24$$

~~-24~~

~~-74~~

СОСТАВОБ.

Ответ: 2.

На одной странице можно оформлять только одну задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.

- | | | | | | | |
|--------------------------|--------------------------|--------------------------|--------------------------|--------------------------|-------------------------------------|--------------------------|
| <input type="checkbox"/> | <input checked="" type="checkbox"/> | <input type="checkbox"/> |
|--------------------------|--------------------------|--------------------------|--------------------------|--------------------------|-------------------------------------|--------------------------|

СТРАНИЦА
1 из 2

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

~6.

$$\left| y - 15 + \frac{x}{6\sqrt{3}} \right| + \left| y - 15 - \frac{x}{6\sqrt{3}} \right| \leq 6.$$

$$1) \quad \begin{cases} y - 15 + \frac{x}{6\sqrt{3}} \geq 0 \\ y - 15 - \frac{x}{6\sqrt{3}} \geq 0 \end{cases} \Rightarrow y - 15 \geq \frac{x}{6\sqrt{3}}$$

$$\begin{cases} y - 15 - \frac{x}{6\sqrt{3}} \geq 0 \\ y - 15 + \frac{x}{6\sqrt{3}} \geq 0 \end{cases}$$

$$2y - 30 \leq 6 \Rightarrow y - 15 \leq 3 \Rightarrow y \leq 18$$

$$2) \quad \begin{cases} y - 15 - \frac{x}{6\sqrt{3}} \leq 0 \\ y - 15 + \frac{x}{6\sqrt{3}} < 0 \end{cases}$$

$$\begin{aligned} y - 15 - \frac{x}{6\sqrt{3}} - y + 15 + \frac{x}{6\sqrt{3}} &\leq 6 \\ -\frac{x}{3\sqrt{3}} &\leq 6 \Rightarrow -x \leq 18\sqrt{3} \\ x &\geq -18\sqrt{3} \end{aligned}$$

$$3) \quad \begin{cases} y - 15 - \frac{x}{6\sqrt{3}} < 0 \\ y - 15 + \frac{x}{6\sqrt{3}} \geq 0 \end{cases}$$

$$y - 15 + \frac{x}{6\sqrt{3}} - y + 15 + \frac{x}{6\sqrt{3}} \leq 6 \Rightarrow \frac{x}{3\sqrt{3}} \leq 6 \Rightarrow x \leq 18\sqrt{3}$$

$$4) \quad \begin{cases} y - 15 - \frac{x}{6\sqrt{3}} < 0 \\ y - 15 + \frac{x}{6\sqrt{3}} < 0 \end{cases}$$

$$\begin{aligned} -y + 15 - \frac{x}{6\sqrt{3}} - y + 15 + \frac{x}{6\sqrt{3}} &\leq 6 \\ -2y + 30 &\leq 6 \\ -y + 15 &\leq 3 \\ y &\geq 12 \end{aligned}$$

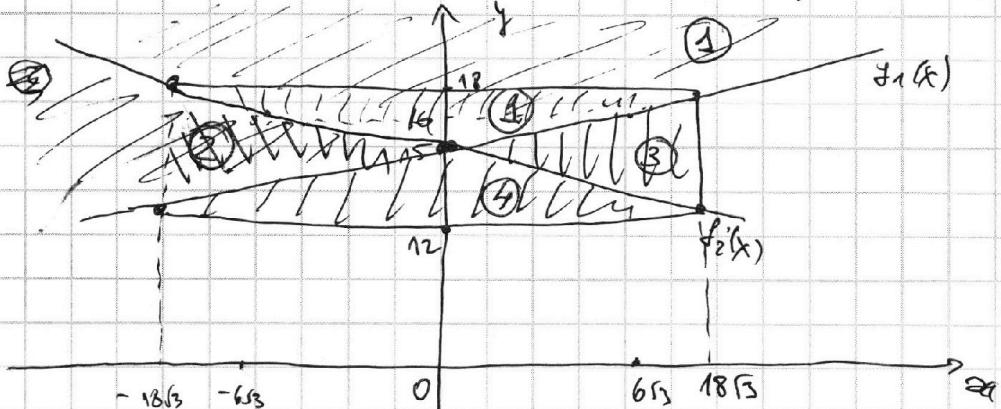
На одной странице можно оформлять только одну задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.

- | | | | | | | |
|--------------------------|--------------------------|--------------------------|--------------------------|--------------------------|-------------------------------------|--------------------------|
| <input type="checkbox"/> | <input checked="" type="checkbox"/> | <input type="checkbox"/> |
|--------------------------|--------------------------|--------------------------|--------------------------|--------------------------|-------------------------------------|--------------------------|

СТРАНИЦА
2 из 3

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

Построим прямые $y = 15 - \frac{x}{6\sqrt{3}} f_2(x)$ и $y = 15 + \frac{x}{6\sqrt{3}} f_1(x)$

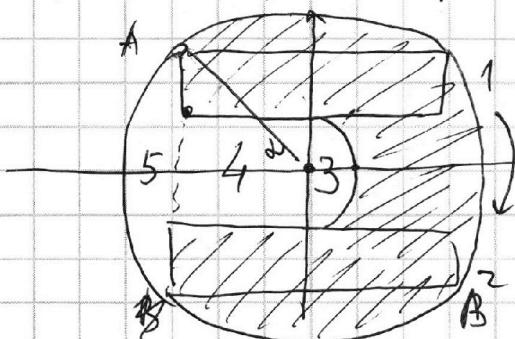


Отметим параллелизм областей из перв.

$$15 - \frac{x}{6\sqrt{3}} = 18 \Rightarrow \frac{x}{6\sqrt{3}} = -3$$

$$\boxed{x = -18\sqrt{3}}$$

Получилось прямая (на графике)
~~при перв.~~ Три переворота переходят в



$$T.A \rightarrow T.B$$

Прямик зайдеть
звер. тонудю

$$\text{Площадь 3: } \frac{\pi r^2}{2} = \frac{\pi \cdot 12^2}{2} = \\ = \pi \cdot 6 \cdot 12 = \boxed{72\pi}$$

Площадь 4: $18\sqrt{3} \cdot 24$

Найдем площадь 5 и боковой угол α из $\pi R^2 - S_3 - S_4 - S_5$

$$R = \sqrt{18^2 + 18^2} = 18\sqrt{2} = 36$$

$$\pi \cdot 36^2 - 72\pi - 18\sqrt{3} \cdot 24 - S_5$$

$$\text{угл } \angle = \frac{18}{18\sqrt{3}} = \frac{1}{\sqrt{3}} \Rightarrow \angle = 60^\circ \Rightarrow S_5 = \frac{1}{6} \pi R^2 - \frac{1}{2} \cdot 18\sqrt{3} \cdot 36 =$$

$$= \frac{1}{6} \pi \cdot 36^2 - 18 \cdot 18\sqrt{3} = 6 \cdot 36\pi - 18^2\sqrt{3}$$

$$36^2\pi - 72\pi - 24 \cdot 18\sqrt{3} = 6 \cdot 36\pi + 18^2\sqrt{3}$$



На одной странице можно оформлять только одну задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.

- | | | | | | | |
|--------------------------|--------------------------|--------------------------|--------------------------|--------------------------|-------------------------------------|--------------------------|
| 1 | 2 | 3 | 4 | 5 | 6 | 7 |
| <input type="checkbox"/> | <input checked="" type="checkbox"/> | <input type="checkbox"/> |

СТРАНИЦА
3 из 3

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

$$36^2\pi - 27\pi - 24 \cdot 18\sqrt{3} - 6 \cdot 36\pi + 18^2\sqrt{3} =$$

$$= 36\pi(36-6) - 27\pi + 18\sqrt{3}(18-24) =$$

$$= 36 \cdot 30\pi - 27\pi + 18 \cdot 6\sqrt{3} =$$

$$= 1080\pi - 27\pi - 108\sqrt{3} = 1008\pi - 108\sqrt{3}$$

I



На одной странице можно оформлять **только одну** задачу. Отметьте **крестиком** номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в **решении каждой задачи отдельно**.

- | | | | | | | |
|--------------------------|--------------------------|--------------------------|--------------------------|--------------------------|--------------------------|--------------------------|
| <input type="checkbox"/> |
|--------------------------|--------------------------|--------------------------|--------------------------|--------------------------|--------------------------|--------------------------|

СТРАНИЦА
ИЗ

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач **нумеруются отдельно**. Порча QR-кода недопустима!

$$x^2 - (\alpha^2 - \alpha)x + \frac{2-\alpha^3}{3} = 0$$

$$x_1, x_2 = \underline{4 \ 5} \text{ ответ. нр.}$$

$$x_1 \cdot x_2 = \frac{2-\alpha^3}{3}$$

$$x_1 + x_2 = \alpha^2 - \alpha = \alpha(\alpha-1)$$

$$x_3 \cdot x_4 = -2\alpha^2 - 8\alpha - 4$$

$$x_3 + x_4 = \alpha^3 - \alpha^2$$

$$\frac{\alpha^2(\alpha-1)}{2}$$

$$x_1 = 6+3d$$

$$x_2 = 6+4d$$

$$x_3 = 6+d$$

$$x_4 = 6+6d$$

$$\begin{cases} x_3 = x_3 \\ x_4 = x_3 + 5d \\ x_1 = x_3 + 2d \\ x_2 = x_3 + 3d \end{cases}$$

$$\alpha(\alpha-1) = \alpha^2(\alpha-1)$$

$$(\alpha-1)(\alpha^2-\alpha) = 0$$

$$(\alpha-1)(\alpha^2-\alpha)$$

$$(x+y)(y-x) = 0$$

$$xy + y^2 - x^2 - xy = 0$$

$$y^2 - x^2 = 0$$

$$y = \pm x$$

$$\frac{2-2^3}{3} = \frac{2-8}{3} = -\frac{6}{3} = -2$$

$$x = \sqrt{2}$$

$$y = \sqrt{2}$$

$$z(x-y) = 4(xy) + (x-y)(xy)$$

$$z = \frac{4xy + (x-y)(xy)}{(x-y)}$$

$$x = -x - y$$

$$2 = x + y$$

$$x = -2$$

$$2x_3 + 5d = \alpha(\alpha-1)$$

$$2x_3 + 5d = \alpha^2(\alpha-1)$$

$$\frac{\alpha^2(\alpha-1)}{2} = \alpha(\alpha-1)$$

$$\alpha = 2$$

$$z(x-y) + y(-\frac{xy}{x-y}) = z$$

$$x^2 + 2(x^2y^2 + y^4 + y^2) + y^2 + z^2 =$$

$$= x^4 + 2x^2y^2 + y^4 + 2y^2 + z^2 =$$

$$= -x^2y^2 + z^2$$



На одной странице можно оформлять **только одну** задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.

СТРАНИЦА
— ИЗ —

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!



На одной странице можно оформлять **только одну** задачу. Отметьте **крестиком** номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в **решении каждой задачи отдельно**.

- | | | | | | | |
|----------------------------|----------------------------|----------------------------|----------------------------|----------------------------|----------------------------|----------------------------|
| <input type="checkbox"/> 1 | <input type="checkbox"/> 2 | <input type="checkbox"/> 3 | <input type="checkbox"/> 4 | <input type="checkbox"/> 5 | <input type="checkbox"/> 6 | <input type="checkbox"/> 7 |
|----------------------------|----------------------------|----------------------------|----------------------------|----------------------------|----------------------------|----------------------------|

СТРАНИЦА
ИЗ

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по **каждой из задач** нумеруются **отдельно**. Порча QR-кода недопустима!

$$\begin{aligned}
 & xy + yz + zx = x^2 + y^2 + z^2 + 2(xy + yz + zx) \\
 & (xy)x = yz \\
 & x \cancel{y} \cancel{x} \quad x \cdot y = \frac{yz}{x} \\
 & (xy)^2 = \frac{(yz)^2}{x^2} \\
 & (x-y)^2 + (y-z)^2 + (z-x)^2 = \frac{(yz)^2}{x^2} + \frac{(xz)^2}{y^2} + \frac{(yx)^2}{z^2} = \\
 & = \frac{y^4 z^2 + x^4 z^2 + x^4 y^2}{x^2 y^2 z^2} \\
 & x^2 + 8x + 16 + y^2 + 8y + 16 + z^2 + 8z + 16 - 3 = \\
 & = x^2 + 8x + y^2 + 8y + z^2 + 8z + 16 - 3 = \\
 & x^2 + y^2 + z^2 + 4x + 4y + 4z = xy + yz + zx \\
 & xy + yz + zx = 8x + 8y + 8z \\
 & 4 \cdot x = \frac{yz}{x} \quad \cancel{x}(y+z) \\
 & x^2 + y^2 + z^2 + 8x + 8y + 8z + 48 = xy + yz + zx + 4x + 4y + 4z \\
 & \cancel{yz} - \\
 & \cancel{xy} = 4x + z^2 \\
 & \cancel{yz} = 4x + x^2 \\
 & \cancel{zx} = 4y + y^2 \\
 & \cancel{xy} = 4y + y^2 \\
 & x^2 + y^2 + z^2 + 4x + 4y + 4z = 0 \\
 & x^2 + y^2 + z^2 + 4x + 4y + 4z = 0 \\
 & y^2 + yz + zx + 4y + 4z = 0 \\
 & 2(x^2 + y^2 + z^2) + xy + xz + yz + \\
 & + 8x + 8y + 8z = 12 + 4 = 16 \\
 & \cancel{x^2 + y^2 + z^2} + \cancel{xy + xz + yz} + \\
 & + \cancel{8x + 8y + 8z} = 16 \\
 & \cancel{xy} + \cancel{yz} + \cancel{zx} + \cancel{x^2 + y^2 + z^2} + \cancel{4x + 4y + 4z} = 0 \\
 & (x^2 + y^2 + z^2) + (8x + 8y + 8z) + (xy + yz + zx) = 0 \\
 & (xy)^2 - xy + yz + zx = 0 \\
 & (xy)(xy - 1) = 0 \\
 & xy = 0 \quad \text{или} \quad xy - 1 = 0 \\
 & xy = 0 \quad \text{или} \quad xy = 1
 \end{aligned}$$

На одной странице можно оформлять **только одну** задачу. Отметьте **крестиком** номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.



- | | | | | | | |
|--------------------------|--------------------------|--------------------------|--------------------------|--------------------------|--------------------------|--------------------------|
| <input type="checkbox"/> |
|--------------------------|--------------------------|--------------------------|--------------------------|--------------------------|--------------------------|--------------------------|

СТРАНИЦА
ИЗ

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются **отдельно**. Порча QR-кода недопустима!

$$2(x^2y^2 + z^2) + 8xyz + 8z^2$$

$$\cancel{x^2y^2} \cancel{+ z^2}$$

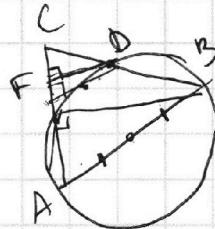
$$\cancel{8xyz} \cancel{+ 8z^2}$$

$$x^2y^2 + z^2 + 8xyz = 0$$

$$x^2y^2 + z^2 + 8xyz = 0$$

$$x^2y^2 + z^2 + 8xyz = 0$$

$$(x+2)^2 + (y+2)^2 + (z+2)^2 =$$



$$\begin{array}{r} 156000 \\ \times 999 \\ \hline 1500091 \end{array}$$

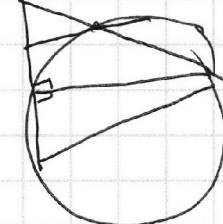
$$(0.6)^7 = 0.3 - 3 \cdot 0.6 \cdot 1.3 \cdot 0.6^2 - 1$$

$$\begin{array}{r} 999 \\ \times 999 \\ \hline 999999 \end{array}$$

$$\begin{array}{r} n^3 \\ \times 99 \dots 999 \\ \hline \end{array}$$

$$9 \cdot \underbrace{11 \dots 1}_{2560} =$$

$$\begin{array}{r} 888 \\ \times 999999 \\ \hline 8999991 \end{array}$$



$$\begin{array}{r} 30000 \sim 0 \\ - 300 \dots 0 \\ \hline 25001 \end{array}$$

$$\begin{array}{r} 00000 \\ 00000 \end{array}$$

$$9 \cdot \underbrace{11 \dots 1}_{111 \dots 13}$$

$$99 \dots 9 = 10^n - 1$$

$$99 = 10^2 - 1$$

$$(10^{25001} - 1)^3 =$$

$$= 10^{75001 \cdot 3} - 3 \cdot 10^{75001 \cdot 2} + 3 \cdot 10^{75001 \cdot 1} - 1$$

$$3 \cdot \underbrace{000000}_{50000} \cdot 10^7$$

$$\begin{array}{r} 300 \quad 300 \\ - 30000 \dots 0 \\ \hline 3000 \end{array}$$

$$399970000$$

$$\begin{array}{r} 75003 \\ - 50001 \\ \hline 25002 \end{array}$$

$$\begin{array}{r} 50002 \\ - 25001 \\ \hline 25001 \end{array}$$

$$\begin{array}{r} 25001 \\ \times 3 \\ \hline 75003 \end{array}$$

$$15^2 - 10^2 =$$

$$= 25 \cdot 5 =$$

$$= 515$$

$$AC \cdot UK = CD \cdot CB$$



1

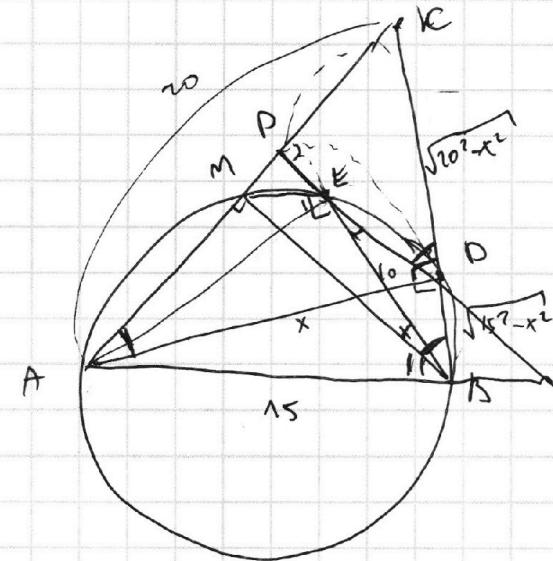
1

На одной странице можно оформлять **только одну** задачу. Отметьте **крестиком** номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в **решении каждой задачи отдельно**.

- | | | | | | | |
|--------------------------|--------------------------|--------------------------|--------------------------|--------------------------|--------------------------|--------------------------|
| <input type="checkbox"/> |
|--------------------------|--------------------------|--------------------------|--------------------------|--------------------------|--------------------------|--------------------------|

СТРАНИЦА
ИЗ

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!



$$AC \cdot MC = PD \cdot CB$$

$$\frac{CD}{AC} = \frac{PD}{AB}$$

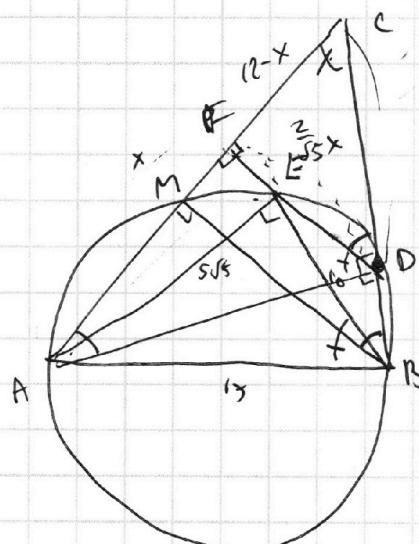
$$\frac{\sqrt{20-x^2}}{20} = \frac{PD}{x}$$

$$\frac{20-x^2}{400} = \frac{PD^2}{x^2}$$

$$20x^2 - x^4 = 400 PD^2$$

$$MC \cdot 20 = \sqrt{20^2 - x^2} \cdot \sqrt{15^2 - x^2}$$

$$400MC^2 = (20^2 - x^2)(15^2 - x^2)$$



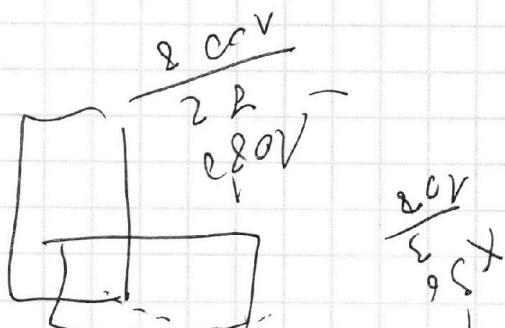
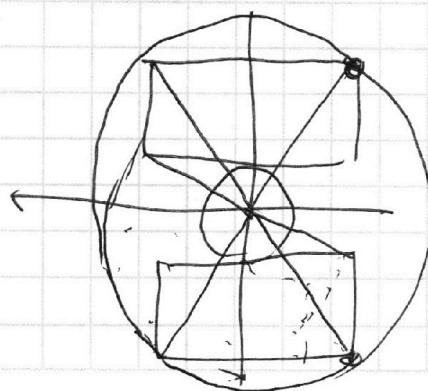
$$\Delta AFD \sim \Delta AEB$$

$$\frac{x}{5\sqrt{5}} = \frac{FD}{10}$$

$$FD = \frac{10x}{5\sqrt{5}} = \frac{2}{\sqrt{5}}x$$

$$\cancel{AE}$$

$$\frac{AE}{AD} = \frac{EB}{DO} = \frac{AB}{AC} = \frac{15}{20} = \frac{3}{4}$$



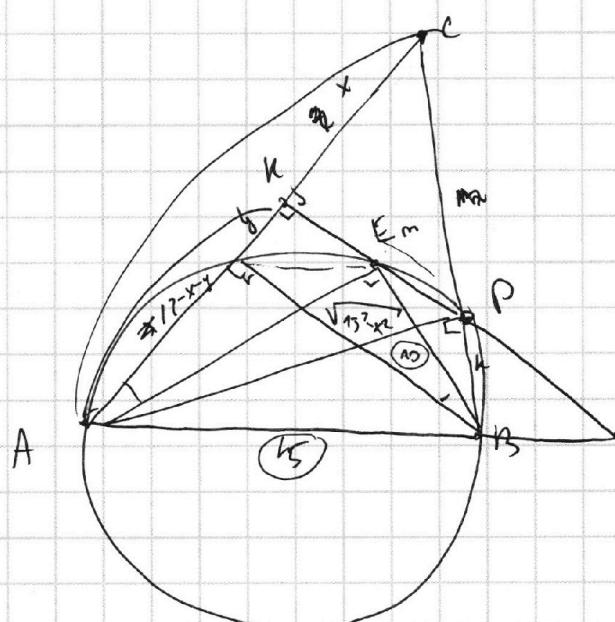
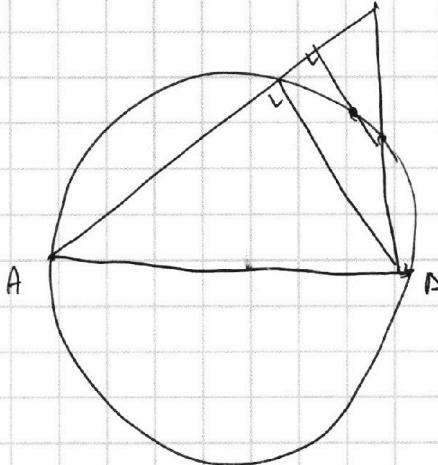


На одной странице можно оформлять **только одну** задачу. Отметьте **крестиком** номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в **решении каждой задачи отдельно**.

- | | | | | | | |
|----------------------------|----------------------------|----------------------------|----------------------------|----------------------------|----------------------------|----------------------------|
| <input type="checkbox"/> 1 | <input type="checkbox"/> 2 | <input type="checkbox"/> 3 | <input type="checkbox"/> 4 | <input type="checkbox"/> 5 | <input type="checkbox"/> 6 | <input type="checkbox"/> 7 |
|----------------------------|----------------------------|----------------------------|----------------------------|----------------------------|----------------------------|----------------------------|

СТРАНИЦА
ИЗ

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по **каждой из задач** нумеруются **отдельно**. Порча QR-кода недопустима!



$$\frac{x}{y} = \frac{m}{\sqrt{15x^2}}$$

$$\frac{x^2}{y^2} = \frac{m^2}{15 - x^2}$$

$$m^2 = \frac{(15 - x^2) \cdot x^2}{y^2}$$

$$\frac{x}{xy} = \frac{m}{\sqrt{15x^2}}$$

$$\frac{x^2}{(x+y)^2} = \frac{m}{15 - x^2}$$

$$\rightarrow m = \frac{x^2 \cdot (15 - x)}{(x+y)^2}$$

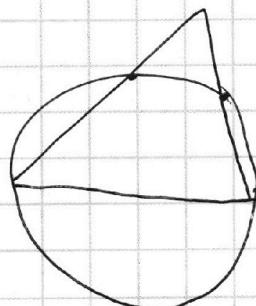
$$\text{Пусть } AC = CD \cdot CB$$

$$(y \cdot z) \cdot (x \cdot y) \cdot 12 = m \cdot k$$

$$\frac{x}{y} = \frac{\sqrt{m^2 - x^2}}{\sqrt{15^2 - x^2}}$$

$$\frac{x^2}{y^2} = \frac{m^2 - x^2}{15^2 - x^2}$$

$$(12 - x^2) +$$



$$\frac{h \cdot x}{p \cdot x} = 2$$

$$\frac{h \cdot x}{p \cdot x} + \frac{h \cdot x}{p \cdot h} = h \cdot x$$

$$c = h \cdot x \cdot (h \cdot x) \cdot 2$$

$$2 \cdot h \cdot x \cdot (h \cdot x) \cdot 2$$

$$0 = 2 \cdot x \cdot 2 \cdot h \cdot h \cdot x$$

$$= -2 \cdot h \cdot x \cdot h \cdot h \cdot x + h \cdot h \cdot x + x$$



На одной странице можно оформлять только одну задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.

- | | | | | | | |
|----------------------------|----------------------------|----------------------------|----------------------------|----------------------------|----------------------------|----------------------------|
| <input type="checkbox"/> 1 | <input type="checkbox"/> 2 | <input type="checkbox"/> 3 | <input type="checkbox"/> 4 | <input type="checkbox"/> 5 | <input type="checkbox"/> 6 | <input type="checkbox"/> 7 |
|----------------------------|----------------------------|----------------------------|----------------------------|----------------------------|----------------------------|----------------------------|

СТРАНИЦА
ИЗ

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

52

$$Gg = 10^2 \cdot 1$$

$$56000 - 25000 = 25000$$

$$-x =$$

$$xy + z = -4$$

$$\boxed{xy + z = -4}$$

$$4 + z = (-y - z)^2 + (y + z)^2 + (z + y)^2 = 0$$

$$2^2 y^2 + 4yz + z^2 + 8y^2 + 8z^2 = 0$$

$$2(y^2 + z^2) + 4yz + (y^2 + z^2 + 2yz + 4yz)$$

$$z = -4 - x - y$$

$$x^2 + y^2 + z^2 - 16 = 0$$

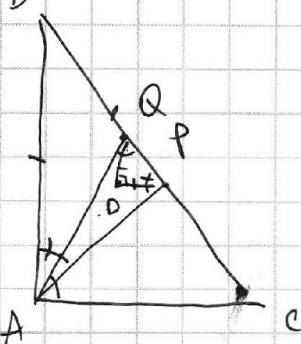
$$xy = (-4 - x - y)(4 - 4 - x - y)$$

$$xy = (4(x + y))(4(x + y)) =$$

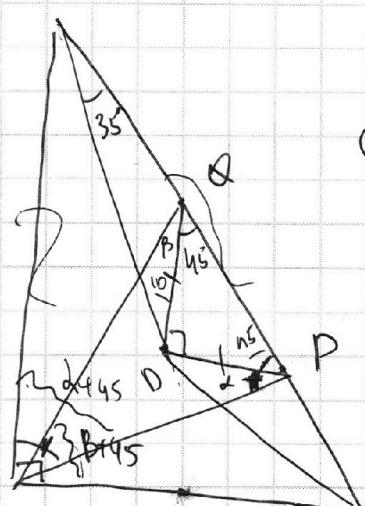
$$= 4x^2 + 4xy + x^2 + xy + y^2 + 4xy =$$

$$= x^2 + y^2 + 4xy + 4x + 4y$$

B



B



30

100

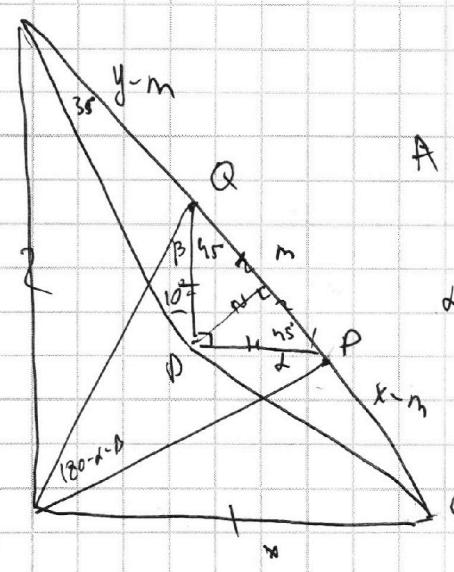
$$x^2 + y^2 = y^2 + (x - m)^2 =$$

$$= y^2 + x^2 - 2xm + m^2$$

$$m^2 = 2xm$$

$$m = 2x$$

B



$$\alpha + 45^\circ - x + \beta + 45^\circ = 90^\circ$$

$$\alpha + 45^\circ - 180^\circ + \alpha + \beta = x^2 + y^2 = (y + x - m)^2 =$$

$$= 2\alpha - x^2 + y^2 + m^2 + 2ym - 2xm -$$

$$m(m)$$

$$45 + \alpha = 180 - \alpha - \beta + x$$

$$-2\alpha = 135 - \beta + x \Rightarrow x = 135 - 2\alpha - \beta$$

I



На одной странице можно оформлять только одну задачу. Отмьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.

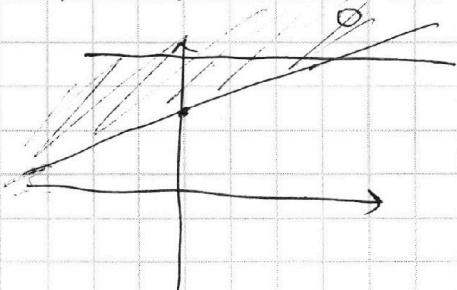
- | | | | | | | |
|----------------------------|----------------------------|----------------------------|----------------------------|----------------------------|----------------------------|----------------------------|
| <input type="checkbox"/> 1 | <input type="checkbox"/> 2 | <input type="checkbox"/> 3 | <input type="checkbox"/> 4 | <input type="checkbox"/> 5 | <input type="checkbox"/> 6 | <input type="checkbox"/> 7 |
|----------------------------|----------------------------|----------------------------|----------------------------|----------------------------|----------------------------|----------------------------|

СТРАНИЦА
ИЗ

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

$$\left|y - 15 + \frac{x}{6\sqrt{3}}\right| + \left|y - 15 - \frac{x}{6\sqrt{3}}\right| \leq 6$$

$$y = \frac{x}{6\sqrt{3}} + 15$$



$$y \geq 15 + \frac{x}{6\sqrt{3}}$$

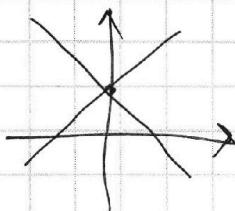
$$6\sqrt{3} \approx 12$$

$$y \geq$$

$$15 - \frac{x}{6\sqrt{3}}$$

$$15 + \frac{x}{6\sqrt{3}}$$

$$k \neq 0 \\ -1 < k$$



$$|x| + |y| \geq 6$$

$$|x| + |y| \geq 10 \text{ (错)}$$

$$2|x| \geq 10$$

$$|2y - 30| \leq 6 \Rightarrow$$

$$\begin{cases} 2y - 30 \leq 6 \\ 2y - 30 \geq -6 \end{cases}$$

$$2y \leq 36$$

$$2y \geq 24$$

$$y \leq 18 \\ y \geq 12$$

