



МОСКОВСКИЙ
ФИЗИКО-ТЕХНИЧЕСКИЙ
ИНСТИТУТ

ОЛИМПИАДА "ФИЗТЕХ"
ПО МАТЕМАТИКЕ

10 КЛАСС. Вариант 8



1. [4 балла] Ненулевые числа x, y, z удовлетворяют системе уравнений

$$\begin{cases} xy = -6z + z^2, \\ yz = -6x + x^2, \\ zx = -6y + y^2. \end{cases}$$

Найдите все возможные значения выражения $(x - 6)^2 + (y - 6)^2 + (z - 6)^2$, если известно, что система имеет хотя бы одно решение в ненулевых числах.

2. [2 балла] Десятичная запись натурального числа n состоит из 20 001 девятки. Сколько девяток содержит десятичная запись числа n^3 ?
3. [5 баллов] Окружность ω с диаметром AB пересекает сторону BC остроугольного треугольника ABC в точке D . Точка F выбрана на отрезке AC так, что $DF \perp AC$, а E — точка пересечения отрезка DF с окружностью ω , отличная от D . Найдите AF , если $AC = 20$, $AB = 10$, $BE = 9$.
4. [4 балла] В теленгра ведущий берет несколько коробок и ровно в три из них кладет по одному шарику. Игрок может указать на пять коробок и открыть их. Если в этих коробках лежат все три шарика, то игрок выигрывает. Игроку разрешили открыть девять коробок. Во сколько раз увеличилась вероятность выигрыша игрока?
5. [5 баллов] Найдите все значения параметра a , при которых корни уравнения $x^2 - (a^2 - 4a)x + a^2 - 6a + 4 = 0$ являются шестым и седьмым членами некоторой непостоянной арифметической прогрессии, а корни уравнения $5x^2 - (a^3 - 4a^2)x - 2a^3 - 6a - 15 = 0$ являются пятым и восьмым членами этой прогрессии.
6. [5 баллов] На координатной плоскости построена фигура Φ , состоящая из всех точек, координаты $(x; y)$ которых удовлетворяют неравенству $\left|y - 20 + \frac{x}{2\sqrt{3}}\right| + \left|y - 20 - \frac{x}{2\sqrt{3}}\right| \leqslant 8$. Фигуру Φ непрерывно повернули вокруг начала координат на угол π против часовой стрелки. Найдите площадь множества M , которое замела фигура Φ при этом повороте.
7. [6 баллов] На гипотенузе BC прямоугольного треугольника ABC выбраны точки P и Q так, что $AB = BP$, $AC = CQ$. Внутри треугольника ABC выбрана точка D , для которой $DP = DQ$, а $\angle PDQ = 90^\circ$. Найдите $\angle DCB$, если известно, что $\angle CBA = 46^\circ$.



На одной странице можно оформлять **только одну** задачу. Отметьте **крестиком** номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в **решении каждой задачи отдельно**.

- | | | | | | | |
|---------------------------------------|----------------------------|----------------------------|----------------------------|----------------------------|----------------------------|----------------------------|
| <input checked="" type="checkbox"/> 1 | <input type="checkbox"/> 2 | <input type="checkbox"/> 3 | <input type="checkbox"/> 4 | <input type="checkbox"/> 5 | <input type="checkbox"/> 6 | <input type="checkbox"/> 7 |
|---------------------------------------|----------------------------|----------------------------|----------------------------|----------------------------|----------------------------|----------------------------|

СТРАНИЦА
4 ИЗ 1

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач **нумеруются отдельно**. Порча QR-кода недопустима!

$$\begin{cases} xy = -6z + z^2 \\ yz = -6x + x^2 \\ zx = -6y + y^2 \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} xyz = z(-6z + z^2) \\ xyz = x(-6x + x^2) \\ xyz = y(-6y + y^2) \end{cases}$$

$$\Rightarrow z^2(z-6) = y^2(y-6) = x^2(x-6) = A$$

16. Какие-то из трех равенств (ищетъ x и y) \Rightarrow

$$\begin{cases} x^2 = -6z + z^2 \\ xz = -6x + x^2 \end{cases} \Rightarrow x(x-6) = xz \Rightarrow$$

$$\textcircled{1} \quad x=0 \Rightarrow (z-6)z=0 \Rightarrow z=0 \text{ или } 6$$

$$\text{T.e. } (x-6)^2 + (y-6)^2 + (z-6)^2 = 6^2 + 6^2 + 6^2 \text{ или } 6^2 + 6^2 + 0^2 \Rightarrow 42 \text{ или } 108$$

$$\textcircled{2} \quad z=x-6 \Rightarrow x^2 = (x-6)(x-12) \Rightarrow 18x = 72 \Rightarrow x=4 \Rightarrow z=4-6=-2 \Rightarrow \text{Н0}$$

$$\text{T.e. } (x-6)^2 + (y-6)^2 + (z-6)^2 = 2^2 + 2^2 + 8^2 = 72$$

$x \neq 0 \Rightarrow \text{Н0}$
(нечен.)

26. Все различ. \Rightarrow

У уравн. $-a^2(a-6) = A$ решения $-x, y, z$ (т.к. уравн. 3 степ., то различ. корни ≤ 3 , а т.к. x, y, z различ. и уравн. выраж., то они и корни) \Rightarrow

$$a^2(a-6) - A = (a-x)(a-y)(a-z) = a^3 - (x+y+z)a^2 + (xy+yz+xz)a - xyz =$$

$$x+y+z=6, \quad xy+yz+xz=0, \quad A=xyz \Rightarrow$$

$$xy+yz+xz = z(z-6) + y(y-6) + x(x-6) = 0 \Rightarrow$$

$$z(z-6) - 6(z-6) + y(y-6) - 6(y-6) + x(x-6) - 6(x-6) = (z-6)^2 + (y-6)^2 + (x-6)^2 = 0 - 6(x+y+z) + 3 \cdot 6 \cdot 6 = 3 \cdot 6 \cdot 6 - 6 \cdot 6 = 72$$

Отв. 72.

Ответ: 72.



На одной странице можно оформлять **только одну** задачу. Отметьте **крестиком** номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в **решении каждой задачи отдельно**.

- | | | | | | | |
|----------------------------|---------------------------------------|----------------------------|----------------------------|----------------------------|----------------------------|----------------------------|
| <input type="checkbox"/> 1 | <input checked="" type="checkbox"/> 2 | <input type="checkbox"/> 3 | <input type="checkbox"/> 4 | <input type="checkbox"/> 5 | <input type="checkbox"/> 6 | <input type="checkbox"/> 7 |
|----------------------------|---------------------------------------|----------------------------|----------------------------|----------------------------|----------------------------|----------------------------|

СТРАНИЦА
1 ИЗ 1

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

Заметим, что $x^3 - (x-1)^3 = 3x^2 - 3x + 1 \Rightarrow$

$$\frac{9\ldots 9}{20.001} = \frac{10\ldots 0}{20.001}^3 - 3 \cdot \frac{10\ldots 0}{20.001}^2 + 3 \cdot \frac{10\ldots 0}{20.001} - 1$$

" n^3 (надо найти)

н2

будем считать б столбик:

$$\begin{array}{r}
 - 1.0 \dots 0 \\
 \underline{- 3.0 \dots 0} \\
 \hline
 9.970 \dots 0 \\
 \hline
 60.003 - 40.002 - 1 = 20.000
 \end{array}$$

- 970 A

$$\begin{array}{r}
 - 3.0 \dots 0 \\
 \underline{- 1 \dots 0} \\
 \hline
 2.9 \dots 9
 \end{array}$$

- 970 B

Теперь можем A и B:

$$\frac{9\ldots 970\ldots 0}{20.000} \underline{2} \frac{9}{20.001} \Rightarrow "9" - 20.000 + 20.001 = 40.001$$

Отв. 40.001.

Ответ: 40.001.

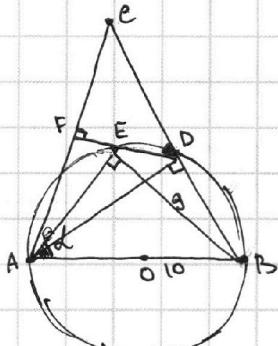


На одной странице можно оформлять **только одну** задачу. Отметьте **крестиком** номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении **каждой** задачи **отдельно**.

- | | | | | | | |
|--------------------------|--------------------------|-------------------------------------|--------------------------|--------------------------|--------------------------|--------------------------|
| 1 | 2 | 3 | 4 | 5 | 6 | 7 |
| <input type="checkbox"/> | <input type="checkbox"/> | <input checked="" type="checkbox"/> | <input type="checkbox"/> | <input type="checkbox"/> | <input type="checkbox"/> | <input type="checkbox"/> |

СТРАНИЦА
1 ИЗ 1

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач **нумеруются отдельно**. Порча QR-кода недопустима!



(О - центр окруж. ω)

п3

Раз AB -диам., то $\angle AEB = 90^\circ = \angle ADB = \angle CDA$

Пусть $\angle EAB = \alpha \Rightarrow \angle EDB = 180^\circ - \alpha$ (т.к. $AEDB$ -внеш.) \Rightarrow

$\angle EDC = \alpha \Rightarrow \angle ACD = 90^\circ - \alpha$ (т.к. $180^\circ = \angle CFD + \angle FCD + \angle CDF =$

$= \angle ACD + \alpha + 90^\circ$ (по усн.) $\Rightarrow \angle CAD = \alpha$ (т.к. $180^\circ = \angle CAD +$

$+ \angle ACD + \angle CDA = \angle CAD + (90^\circ - \alpha) + 90^\circ \Rightarrow$

$\triangle CAD \sim \triangle CDF \sim \triangle BAE$ (по 2 угла $- 90^\circ$ и α) \Rightarrow

$\frac{CD}{AC} = \frac{CF}{CD} = \frac{EB}{AB} = \frac{9}{10}$ (по усн.) $\Rightarrow CD = \frac{9}{10} AC = \frac{9}{10} \cdot 20$ (по усн.) $=$

$= 18 \Rightarrow CF = \frac{9}{10} \cdot 18 = 1,62 \Rightarrow AF = AC - CF = 20 - 1,62 =$

$= 3,8$

Отв. 3,8.

Ответ: 3,8.



На одной странице можно оформлять **только одну** задачу. Отметьте **крестиком** номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.

- | | | | | | | |
|----------------------------|----------------------------|----------------------------|---------------------------------------|----------------------------|----------------------------|----------------------------|
| <input type="checkbox"/> 1 | <input type="checkbox"/> 2 | <input type="checkbox"/> 3 | <input checked="" type="checkbox"/> 4 | <input type="checkbox"/> 5 | <input type="checkbox"/> 6 | <input type="checkbox"/> 7 |
|----------------------------|----------------------------|----------------------------|---------------------------------------|----------------------------|----------------------------|----------------------------|

СТРАНИЦА
4 ИЗ 1

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

Посчитаем 1ую вероятность (с 5 коробками).

н4

Пусть x - как-то коробок.

Посчитаем вероятность $\frac{x}{5}$ коробками:

Всего вари. - C_x^5

Верн. вари. - C_{x-3}^2 (сразу берём 3 штуки, а дальше методом вычитания)

$$\Rightarrow \text{Вероятность} = \frac{C_{x-3}^2}{C_x^5} = \frac{(x-3)(x-4)}{x(x-1)(x-2)(x-3)(x-4)} = \frac{2!}{5!} = \frac{2! \cdot (x-1)(x-2)}{2! \cdot (x-1)(x-2) \cdot 5!} = \frac{1}{5!}$$

Посчитаем вероятность $\frac{6}{9}$ коробками:

Всего вари. - C_x^9

Верн. вари. - C_{x-3}^6

$\Rightarrow \text{Вероятность} = \frac{C_{x-3}^6}{C_x^9} = \frac{(x-3)\dots(x-8)}{9!} \cdot \frac{x\dots(x-8)}{5!} = \frac{9!}{6! \cdot x(x-1)(x-2)}$

Значит вер. увелич. в $\frac{9!}{6! \cdot x(x-1)(x-2)} = \frac{9! \cdot 2!}{6! \cdot 5!} = \frac{9 \cdot 8 \cdot 7}{5 \cdot 4 \cdot 3} = \frac{3 \cdot 2 \cdot 7}{5} =$

$= \frac{42}{5} = 8,4$

Отв. 8,4.

Ответ: 8,4.

На одной странице можно оформлять только одну задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.

- | | | | | | | |
|--------------------------|--------------------------|--------------------------|--------------------------|-------------------------------------|--------------------------|--------------------------|
| <input type="checkbox"/> | <input type="checkbox"/> | <input type="checkbox"/> | <input type="checkbox"/> | <input checked="" type="checkbox"/> | <input type="checkbox"/> | <input type="checkbox"/> |
|--------------------------|--------------------------|--------------------------|--------------------------|-------------------------------------|--------------------------|--------------------------|

СТРАНИЦА
4 ИЗ 1

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

$$x^2 - (a^2 - 4a)x + a^2 - 6a + 4 = 0 \quad (\text{если реш. } - A \text{ и } B; \text{ не равны}, \frac{N5}{\text{т.к. прог. кепостаж.}})$$

По Виету: $x_1 + x_2 = -\frac{b}{a} \Rightarrow A + B = a^2 - 4a$

$$5x^2 - (a^3 - 4a^2)x - 2a^3 - 6a - 15 = 0 \quad (\text{если реш. } - C \text{ и } D; \text{ не равны, т.к. прог. кепостаж.})$$

По Виету: $x_1 + x_2 = -\frac{b}{a} \Rightarrow C + D = \frac{a^3 - 4a^2}{5}$

Заметим, что $A + B = C + D$ (т.к. $A = n + 5m$, $B = n + 6m$, $C = n + 4m$, $D = n + 7m$, где n - перв. член ариф. прог., m - шаг прог.) $\Rightarrow a^2 - 4a = \frac{a^3 - 4a^2}{5} \Rightarrow$

$$a(a-4)\left(\frac{a}{5} - 1\right) = 0 \Rightarrow a(a-4)(1 - \frac{a}{5}) = 0 \Rightarrow a = 0 \text{ или } 4 \text{ или } 5$$

16. $a = 0$

нет корней $\Rightarrow \emptyset$

$$x^2 + 4 = 0 \Rightarrow \text{корни} - 2 \text{ и } (-2) \Rightarrow m = 4 \text{ или } -4 \quad (\text{т.к. } 6\text{ой и } 7\text{ой член. прог. (сосед.)})$$

$$5x^2 - 15 = 0 \Rightarrow \text{корни} - \sqrt{3} \text{ и } -\sqrt{3}$$

$\Rightarrow \emptyset$, т.к. $\sqrt{3} \pm 4$ и $-\sqrt{3} \pm 4$ (что-то из $\sqrt{3}$ и $-\sqrt{3}$ - 5ий член. прог., а что-то из 2 и (-2) - 6ой \Rightarrow Разница - $m(4 \text{ или } -4)$) не равны 2 или -2.

26. $a = 4$

$$x^2 - 4 = 0 \Rightarrow \text{корни} - 2 \text{ и } (-2) \Rightarrow m = 4 \text{ или } -4 \quad (\text{т.к. } 6\text{ой и } 7\text{ой член. прог. (сосед.)})$$

$$5x^2 - 167 = 0 \Rightarrow \text{корни} - \sqrt{\frac{167}{5}} \text{ и } -\sqrt{\frac{167}{5}}$$

$\Rightarrow \emptyset$, т.к. $\sqrt{\frac{167}{5}} \pm 4$ и $-\sqrt{\frac{167}{5}} \pm 4$ не равны 2 или -2 (что-то из $\sqrt{\frac{167}{5}}$ и $-\sqrt{\frac{167}{5}}$ - 5ий член. прог., а что-то из 2 и (-2) - 6ой \Rightarrow Разница - $m(4 \text{ или } -4)$)

36. $a = 5$

$$x^2 - 5x - 1 = 0$$

$$D = 25 + 4 = 29$$

корни - $\frac{5 \pm \sqrt{29}}{2}$

$$5x^2 - 25x - 295 = 0 \Leftrightarrow x^2 - 5x - 59 = 0$$

$$D = 25 + 236 = 261$$

$$\text{корни} - \frac{5 \pm \sqrt{261}}{2} = \frac{5 \pm 3\sqrt{29}}{2}$$

Пояснение: $\frac{5 \pm \sqrt{261}}{2}$, $\frac{5 \pm \sqrt{29}}{2}$, $\frac{5 + 3\sqrt{29}}{2}$ (шаг $= m = 2 \frac{2\sqrt{29}}{\sqrt{29}} = \sqrt{29}$)

Отв. 5.

Ответ: 5

На одной странице можно оформлять только одну задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.

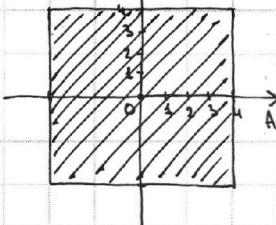


- | | | | | | | |
|--------------------------|--------------------------|--------------------------|--------------------------|--------------------------|-------------------------------------|--------------------------|
| <input type="checkbox"/> | <input checked="" type="checkbox"/> | <input type="checkbox"/> |
|--------------------------|--------------------------|--------------------------|--------------------------|--------------------------|-------------------------------------|--------------------------|

СТРАНИЦА
1 ИЗ 2

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

Нарисуем на графике $|A+B| + |A-B| \leq 8$. №



т.е. $|A| \leq 4$ и $|B| \leq 4$.

(Пусть $|A| > 4$)

$$\textcircled{1} \quad |B| \geq 4 \Rightarrow |A+B| + |A-B| = |2A| = 2|A| > 8$$

$$\textcircled{2} \quad |B| > 4 \Rightarrow |A+B| + |A-B| \geq |A+B| + |A-B| \geq A+B + A-B = 2A$$

$$|A+B| + |A-B| \geq |A+B+A-B| = |2A| = 2|A| \Rightarrow$$

$$|A+B| + |A-B| > 8 \quad \textcircled{3} \Rightarrow |A| \leq 4$$

Пусть $|B| > 4$ и $|A| \leq 4$

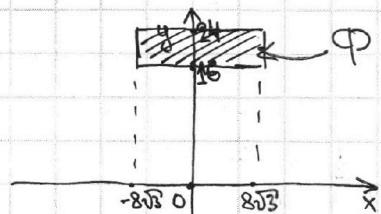
Тогда $|A+B| + |A-B| \geq |A+B| + |B-A| \geq |2B| = 2|B| \Rightarrow$

$$|A+B| + |A-B| > 8 \quad \textcircled{3} \Rightarrow |B| \leq 4$$

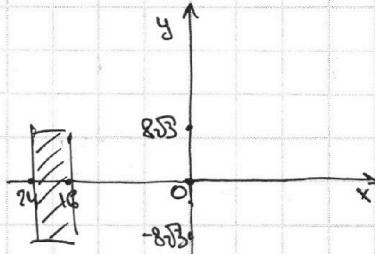
(Пусть $|A| \geq |B| \Rightarrow |A+B| + |A-B| = |2A| = 2|A| \Rightarrow |A| \leq 4$ $\textcircled{4}$)

(Пусть $|B| \geq |A| \Rightarrow |A+B| + |A-B| = |A+B+B-A| = 2|B| \Rightarrow |B| \leq 4$ $\textcircled{4}$)

$$\Rightarrow |y-20| \leq 4 \text{ и } \left| \frac{x}{2\sqrt{3}} \right| \leq 4, \text{ т.е. } \Phi:$$

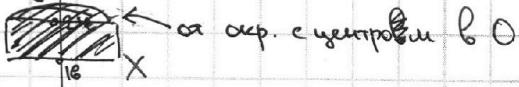


После
поворота
=>



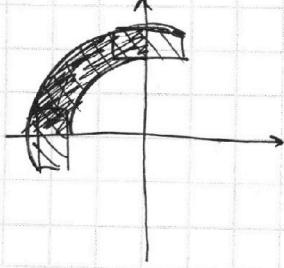
Самая дальни. точка на расстоян. = $\sqrt{24^2 + (8\sqrt{3})^2} = 2\sqrt{12^2 + (4\sqrt{3})^2} =$
 $= 8\sqrt{3^2 + (\sqrt{3})^2} = 16\sqrt{3}$, самая близк. - 16 \Rightarrow (S_M - площадь М)

$S_M = \pi R_1^2 - \pi R_2^2 + S_1$, где R_1 - расстоян. до гор. оси, R_2 - расстоян.
до близк., S_1 - $\frac{1}{4}S_1$ (такой фрагмент (изогнутый X))



от сим. с центром в 0

Почему так?



Потому что М выглядит как
на рис. \Rightarrow часть - $\frac{\pi R_1^2 - \pi R_2^2}{4}$
 $\left(\pi R_1^2 - S \text{ круга с радиусом } R_1 \right)$, а остан.
в сущине - X.



На одной странице можно оформлять **только одну** задачу. Отметьте **крестиком** номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении **каждой** задачи **отдельно**.

- | | | | | | | |
|----------------------------|----------------------------|----------------------------|----------------------------|----------------------------|---------------------------------------|----------------------------|
| <input type="checkbox"/> 1 | <input type="checkbox"/> 2 | <input type="checkbox"/> 3 | <input type="checkbox"/> 4 | <input type="checkbox"/> 5 | <input checked="" type="checkbox"/> 6 | <input type="checkbox"/> 7 |
|----------------------------|----------------------------|----------------------------|----------------------------|----------------------------|---------------------------------------|----------------------------|

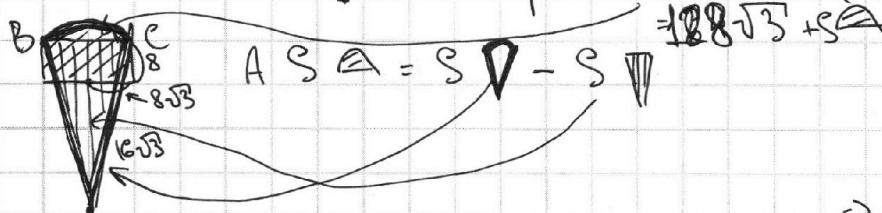
СТРАНИЦА
2 из 2

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по **каждой** из задач **нумеруются отдельно**. Порча QR-кода недопустима!

$$\frac{\pi R_1^2 - \pi R_2^2}{4} = \frac{\pi}{4} ((16\sqrt{3})^2 - 16^2) = \frac{\pi}{4} \cdot 16^2 \cdot 2 = 128\pi$$

Рассмотрим X:

$$Ето S_1 - \text{то } S_{\text{прям.}} + S_{\triangle} = 8 \cdot (2 \cdot 8\sqrt{3}) + S_{\triangle} =$$



(A, B, C - вершины)

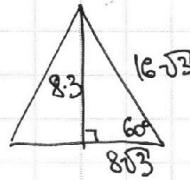
Заметим, что $AB = BC = AC = 16\sqrt{3} \Rightarrow \angle BAC = 60^\circ \Rightarrow$

$$S_{\triangle} = \frac{60^\circ}{360^\circ} \cdot \pi R^2 = \frac{1}{6} \pi (16\sqrt{3})^2 = \frac{1}{6} \pi \cdot 256 \cdot 3 =$$

$$= 128\pi$$

$$A S_{\triangle} = \cancel{S_{\triangle}} \cdot 8\sqrt{3} = 8\sqrt{3} \cdot 24 = 192\sqrt{3}$$

(потому что:)



$$\Rightarrow S_1 = 128\sqrt{3} + 128\pi - 192\sqrt{3} = 128\pi - \cancel{192\sqrt{3}}$$

$$\Rightarrow S_M = 128\pi + 128\pi - \cancel{192\sqrt{3}} = 256\pi - \cancel{192\sqrt{3}}$$

Отв. $256\pi - \cancel{192\sqrt{3}} \cdot \frac{64}{64}\sqrt{3}$

Отв: $256\pi - \cancel{192\sqrt{3}} \cdot \frac{64}{64}\sqrt{3}$.

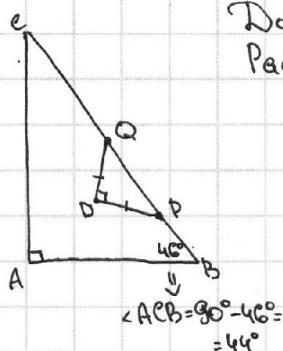


На одной странице можно оформлять **только одну** задачу. Отметьте **крестиком** номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в **решении каждой задачи отдельно**.

- | | | | | | | |
|----------------------------|----------------------------|----------------------------|----------------------------|----------------------------|----------------------------|---------------------------------------|
| <input type="checkbox"/> 1 | <input type="checkbox"/> 2 | <input type="checkbox"/> 3 | <input type="checkbox"/> 4 | <input type="checkbox"/> 5 | <input type="checkbox"/> 6 | <input checked="" type="checkbox"/> 7 |
|----------------------------|----------------------------|----------------------------|----------------------------|----------------------------|----------------------------|---------------------------------------|

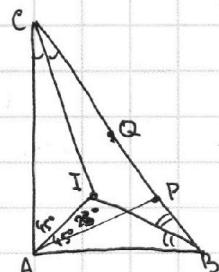
СТРАНИЦА
1 из 1

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по **каждой из задач** нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!



Докажем, что D - это точка пересеч. бис. $\triangle ABC$. н7

Рассмотрим точку пересеч. бис. (I):



① $AI = IP$ (рассмотрим $\triangle ACP$, он р/д и I лежит на бис. $\angle ACP \Rightarrow$ Картинка сим., отвое. ℓI (бис. р/д \triangle) $\Rightarrow AI = PI \oplus$)
(можно и из р-ба $\triangle ACI$ и $\triangle PCI$ вывести (равны по 2-стор. и углу между ними))

$AI = QI$ (аналогично, но с $\triangle ABQ$) \Rightarrow

② $AI = IP = QI \Rightarrow I$ - центр опис. окр. $\triangle APQ$
 $\angle IAP = \frac{180^\circ - \angle ACP}{2}$ (кто $\angle CAP$) $- 45^\circ$ (кто $\angle CAI$) $= \frac{180^\circ - 44^\circ}{2} - 45^\circ = 23^\circ$

$\angle IAQ = 22^\circ$ (считаем аналогично)

$\Rightarrow \angle QAP = 45^\circ \Rightarrow \angle QIP = 45^\circ \cdot 2 = 90^\circ$ (т.к. I - центр опис. окр. $\triangle APQ$)
 $\Rightarrow I$ - цт D $\Rightarrow \angle DCB = \angle ICB = \frac{44^\circ}{2} = 22^\circ$

Отв. 22°
Ответ: 22°



На одной странице можно оформлять **только одну** задачу. Отметьте **крестиком** номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в **решении каждой задачи отдельно**.

- | | | | | | | |
|----------------------------|----------------------------|----------------------------|----------------------------|----------------------------|----------------------------|----------------------------|
| <input type="checkbox"/> 1 | <input type="checkbox"/> 2 | <input type="checkbox"/> 3 | <input type="checkbox"/> 4 | <input type="checkbox"/> 5 | <input type="checkbox"/> 6 | <input type="checkbox"/> 7 |
|----------------------------|----------------------------|----------------------------|----------------------------|----------------------------|----------------------------|----------------------------|

СТРАНИЦА
_ ИЗ _

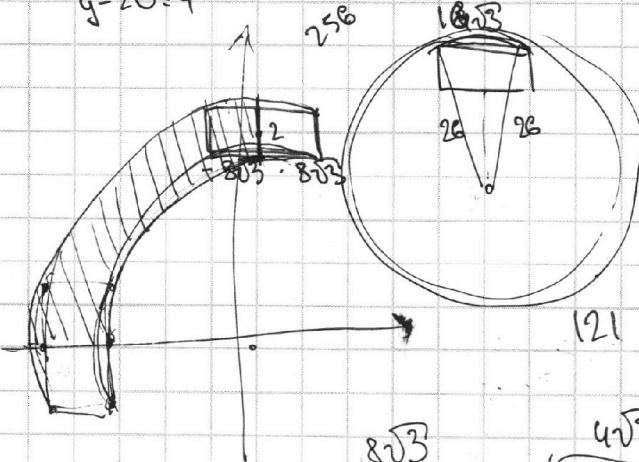
Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по **каждой из задач** **нумеруются отдельно**. Порча QR-кода недопустима!

$$S_{kp} = \pi R^2$$



3, 14. 1

$$y - 20 \leq 4$$

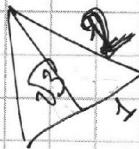


121

$$\frac{16\sqrt{3}}{48}$$

16.9

$$T \cdot 2\sqrt{3}$$



$$\frac{3}{2}\sqrt{2} \\ 13\sqrt{2}$$

$$\frac{8\sqrt{3}}{2}$$

12

$$4\sqrt{3}$$



$$\frac{8\sqrt{3}}{144 + 68}$$

192

$$+ 8\sqrt{3}$$

$$\begin{array}{r} 16 \\ \times 16 \\ \hline 164 \\ - 164 \\ \hline 0 \end{array}$$

$$\frac{-18213}{18164}$$

$$3+9$$

$$\pi R^2$$

$$\begin{array}{r} 64 + 94 + 15 \\ \hline 88 \\ \times 10^3 \end{array}$$

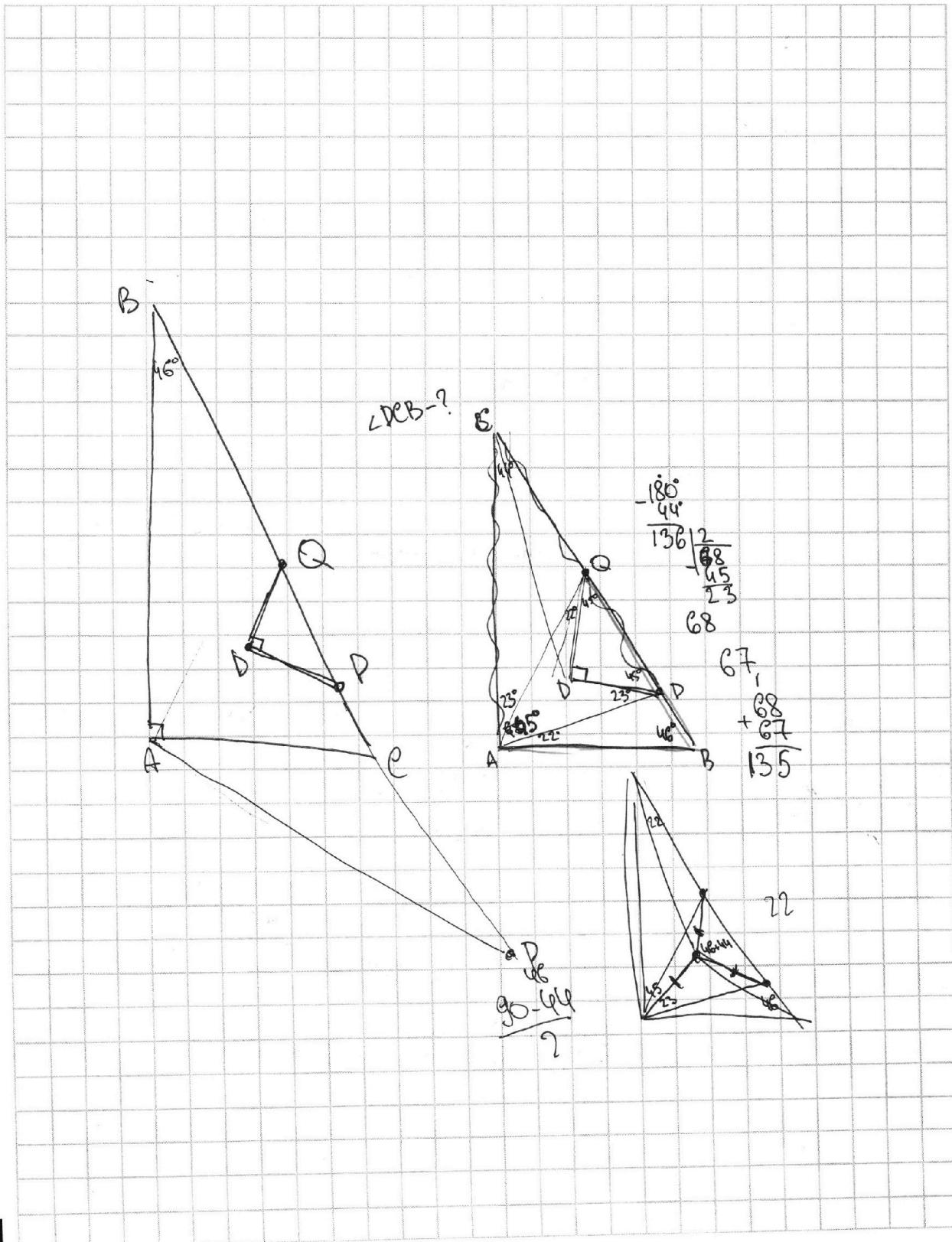




На одной странице можно оформлять **только одну** задачу. Отметьте **крестиком** номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в **решении каждой задачи отдельно**.

СТРАНИЦА
— ИЗ —

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!





На одной странице можно оформлять **только одну** задачу. Отметьте **крестиком** номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в **решении каждой задачи отдельно**.

- | | | | | | | |
|----------------------------|----------------------------|----------------------------|----------------------------|----------------------------|----------------------------|----------------------------|
| <input type="checkbox"/> 1 | <input type="checkbox"/> 2 | <input type="checkbox"/> 3 | <input type="checkbox"/> 4 | <input type="checkbox"/> 5 | <input type="checkbox"/> 6 | <input type="checkbox"/> 7 |
|----------------------------|----------------------------|----------------------------|----------------------------|----------------------------|----------------------------|----------------------------|

СТРАНИЦА
ИЗ

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по **каждой из задач** нумеруются **отдельно**. Порча QR-кода недопустима!

$$x^2 = y(y-6)$$
 ~~x^2y~~ $= x(x-6)$

~~$x=0$~~ $y = x-6$

$$x^2 = (x-6)(x-12)$$
 ~~$x^2 = -6x - 12x + 72$~~
 $18x = 72 \Rightarrow x = 4$

$16 =$

$10^{20004 \cdot 2} -$

$$\begin{aligned} g & (x+1)^2 - x^2 = \\ & = 2x + 1 \\ & x^2 - (x-1)^2 = \\ & = 2x - 1 \\ & 20^{20001} - 1 \end{aligned}$$

~~$3 \cdot 8 \cdot 7$~~
 ~~$5 \cdot 4 \cdot 3$~~
 $6 \cdot 7 = 42$

$$10$$

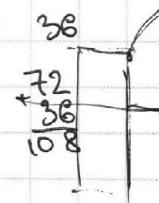
$$x^3 - (x-1)^3 = 3x^2 - 3x + 1$$

$$\begin{array}{r} x^3 - 3x^2 + \\ \underline{- (x^3 - 3x^2 +)} \\ 1 \end{array}$$

$$\begin{array}{r} 8 \\ \underline{x} \\ 8 \\ \underline{- 8} \\ 0 \\ \underline{1} \\ 8 \\ \underline{- 8} \\ 0 \\ \underline{1} \end{array}$$

-1

h



$$-10$$

$$\begin{array}{r} 40002 \\ 19 \dots 9 \\ \hline 20004 \\ 8000001 \end{array}$$

$C_x^5 C_x^3$

$C_x^9 C_{x-3}^6$

\rightarrow

$4 \cdot 4 =$
 64
 6

$$\frac{x(x-1)}{2} \cdot \frac{5!}{x(x-1)(x-2)(x-3)(x-4)} \cdot \frac{8!}{*(x-1)(x-2)(x-3)(x-4)(x-5)(x-6)(x-7)(x-8) 6!(x-6)(x-7)(x-8)}$$

$$\frac{5!}{2(x-2)(x-3)(x-4)}$$



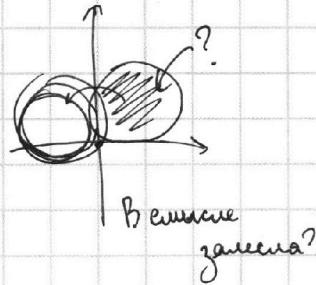
На одной странице можно оформлять **только одну** задачу. Отметьте **крестиком** номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в **решении каждой задачи отдельно**.

- | | | | | | | |
|----------------------------|----------------------------|----------------------------|----------------------------|----------------------------|----------------------------|----------------------------|
| <input type="checkbox"/> 1 | <input type="checkbox"/> 2 | <input type="checkbox"/> 3 | <input type="checkbox"/> 4 | <input type="checkbox"/> 5 | <input type="checkbox"/> 6 | <input type="checkbox"/> 7 |
|----------------------------|----------------------------|----------------------------|----------------------------|----------------------------|----------------------------|----------------------------|

СТРАНИЦА
ИЗ

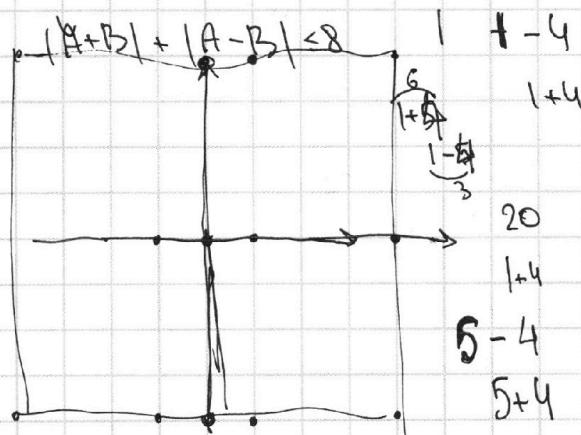
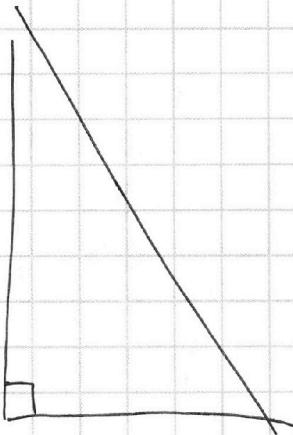
Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по **каждой из задач** нумеруются **отдельно**. Порча QR-кода недопустима!

$$\left| y - 20 + \frac{x}{2\sqrt{3}} \right| + \left| y - 20 - \frac{x}{2\sqrt{3}} \right| \leq 8$$



$$|y - 20 - A| + |y - 20 + A|$$

$$\therefore \begin{matrix} y-20 \\ \vdots \\ \vdots \end{matrix}$$



$$5x^2 - \frac{(2 \cdot 43 + 6 \cdot 4)}{152} \cdot 24 \cdot 4 \times 1/5$$

$$25 - 4 \cdot 5 D = 25 + 4$$

$$(25 - 25x + 4) \cdot 25 = 0$$

$$\frac{2 \cdot 5^2 + (6 \cdot 5 + 1)}{25} \cdot 24$$

$$x^2 - 5x + 1$$

$$x^2 - 5x - 5g = 0$$

$$D = \frac{236}{25} + \frac{25g}{6}$$

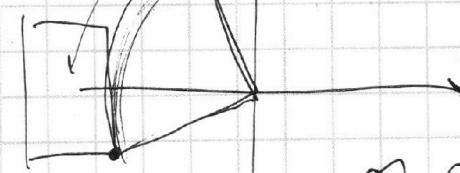
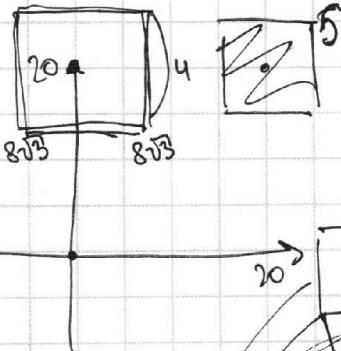
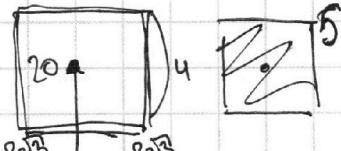
$$x = \frac{5g}{6} \cdot \frac{1}{2}$$

$$y - 20$$

$$\frac{x}{2\sqrt{3}} \leq 4$$

$$x \leq 8\sqrt{3}$$

$$261 \mid \frac{295}{29} \cdot \frac{9}{29} \cdot \frac{61}{61}$$





На одной странице можно оформлять **только одну** задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в **решении каждой задачи отдельно**.

СТРАНИЦА
ИЗ

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

$$165 \quad x^2 - (a^2 - 4ae)x + \underline{a^2 - 6a + 4} = 0$$

$$(x-a)(x-b)$$

$$a^2 + 4a = a^3 - 4a^2$$

$$(a^2 + 4a)(a - 1) = 0$$

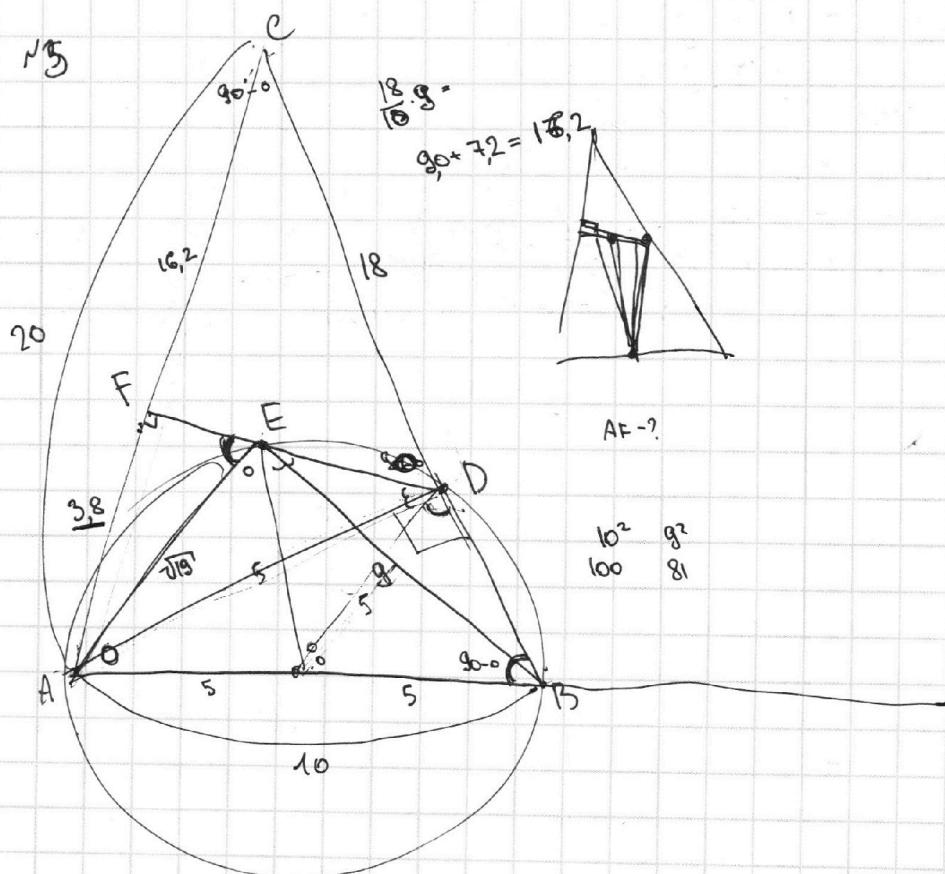
$$a(a+4)(a-1)=0$$

$$\underline{18} \quad a=0$$

$$\underline{\underline{26}} \quad a = -4$$

$$\overline{3b} \cdot a = 1$$

Просто разобрать



$$x^2 - (\cancel{16} - \cancel{16})x + 16 - \frac{64}{24} + 4$$

$$x^2 - 4 = 0$$

