



МОСКОВСКИЙ
ФИЗИКО-ТЕХНИЧЕСКИЙ
ИНСТИТУТ

ОЛИМПИАДА "ФИЗТЕХ"
ПО МАТЕМАТИКЕ

10 КЛАСС. Вариант 8



1. [4 балла] Ненулевые числа x, y, z удовлетворяют системе уравнений

$$\begin{cases} xy = -6z + z^2, \\ yz = -6x + x^2, \\ zx = -6y + y^2. \end{cases}$$

Найдите все возможные значения выражения $(x - 6)^2 + (y - 6)^2 + (z - 6)^2$, если известно, что система имеет хотя бы одно решение в ненулевых числах.

2. [2 балла] Десятичная запись натурального числа n состоит из 20 001 девятки. Сколько девяток содержит десятичная запись числа n^3 ?
3. [5 баллов] Окружность ω с диаметром AB пересекает сторону BC остроугольного треугольника ABC в точке D . Точка F выбрана на отрезке AC так, что $DF \perp AC$, а E — точка пересечения отрезка DF с окружностью ω , отличная от D . Найдите AF , если $AC = 20$, $AB = 10$, $BE = 9$.
4. [4 балла] В телеигре ведущий берет несколько коробок и ровно в три из них кладет по одному шарик. Игрок может указать на пять коробок и открыть их. Если в этих коробках лежат все три шарика, то игрок выигрывает. Игроку разрешили открыть девять коробок. Во сколько раз увеличилась вероятность выигрыша игрока?
5. [5 баллов] Найдите все значения параметра a , при которых корни уравнения $x^2 - (a^2 - 4a)x + a^2 - 6a + 4 = 0$ являются шестым и седьмым членами некоторой непостоянной арифметической прогрессии, а корни уравнения $5x^2 - (a^3 - 4a^2)x - 2a^3 - 6a - 15 = 0$ являются пятым и восьмым членами этой прогрессии.
6. [5 баллов] На координатной плоскости построена фигура Φ , состоящая из всех точек, координаты $(x; y)$ которых удовлетворяют неравенству $\left|y - 20 + \frac{x}{2\sqrt{3}}\right| + \left|y - 20 - \frac{x}{2\sqrt{3}}\right| \leq 8$. Фигуру Φ непрерывно повернули вокруг начала координат на угол π против часовой стрелки. Найдите площадь множества M , которое замела фигура Φ при этом повороте.
7. [6 баллов] На гипотенузе BC прямоугольного треугольника ABC выбраны точки P и Q так, что $AB = BP$, $AC = CQ$. Внутри треугольника ABC выбрана точка D , для которой $DP = DQ$, а $\angle PDQ = 90^\circ$. Найдите $\angle DCB$, если известно, что $\angle CBA = 46^\circ$.



На одной странице можно оформлять **только одну** задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.

1 2 3 4 5 6 7

СТРАНИЦА
1 из 1

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

$$n = \underbrace{999 \dots 999}_{20001} = 10^{20001} - 1 = 10^{20001 \cdot 3} - 3 \cdot 10^{20001 \cdot 2} + 3 \cdot 10^{20001} - 1$$

$$\begin{array}{r} \textcircled{1} \quad \overbrace{100 \dots 000 \dots 0}^{20001 \cdot 3} \\ \quad \quad \quad \underbrace{300 \dots 0}_{20001 \cdot 2} \\ \hline 9 \dots 9970 \dots 000 \\ \underbrace{\hspace{10em}}_{20001} \end{array}$$

$$\begin{array}{r} \textcircled{2} \quad \overbrace{9 \dots 9970 \dots 00 \dots 00}^{20001} \\ \quad \quad \quad \underbrace{30 \dots 00}_{20001} \\ \hline 9 \dots 9970 \dots 030 \dots 00 \\ \underbrace{\hspace{10em}}_{20001} \end{array}$$

$$\begin{array}{r} \textcircled{3} \quad \overbrace{9 \dots 9970 \dots 030 \dots 00}^{20001} \\ \quad \quad \quad \underbrace{\hspace{10em}}_{20001} \\ \hline 9 \dots 970 \dots 029 \dots 999 \\ \underbrace{\hspace{10em}}_{20001} \end{array}$$

Итого девяток $20001 + 20000 = 40001$

Отв: 40001

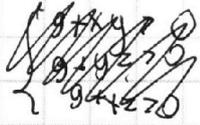


На одной странице можно оформлять только одну задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.

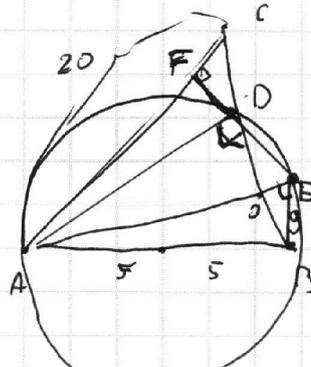
1 2 3 4 5 6 7

СТРАНИЦА
1 ИЗ 1

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!



N 3



$\angle ADB = 90^\circ$, т.к. опр-ся на диаметр
 $AC \cdot AF = AD^2$ из подобия в прямоуг. Δ .

$\angle AEB = 90^\circ$ аналог.

$AE = \sqrt{100 - 81} = \sqrt{19}$ из т. Пиф. в ΔAEB

$$\sin \angle EAB = \frac{9}{10}$$

$$\angle EAB = \angle EDB = \angle CDF$$

Впис.
 опр.
 на 1 дугу

$\Delta OEB \sim \Delta ODA$ по 2-м угл.



На одной странице можно оформлять только одну задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.

1 2 3 4 5 6 7

СТРАНИЦА
1 ИЗ 1

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

№4

Пусть ведущий взял n коробок (коробки с шарами назовём «выпуклыми»)

Тогда изначальная в-ть \rightarrow кол-во способов выбрать 5 коробок

так, что среди них 3 выпуклые, делённое на кол-во выборов

5 коробок. Выбрать 5 коробок так, чтобы было 3 выпуклых ~~это~~ можно

выбрать столько же кол-вом способов, сколько мы выдв-

раем 2 ~~или~~ коробки из $(n-3)$ невыпуклых. Тогда искомая в-ть: $\frac{C_{n-3}^2}{C_n^5}$

~~или~~

$$\frac{C_{n-3}^2}{C_n^5}$$

Если участнику предложат выбрать 9 коробок, в-ть аналогично будет: $\frac{C_{n-3}^6}{C_n^9}$

Найдём отношение: $\frac{C_{n-3}^6 \cdot C_n^5}{C_n^9 \cdot C_{n-3}^2} = \frac{(n-3)! \cdot n! \cdot 9! \cdot (n-9)! \cdot (n-5)! \cdot 2!}{6! \cdot (n-9)! \cdot 5! \cdot (n-5)! \cdot n! \cdot (n-3)!} =$

$$= \frac{9! \cdot 2!}{6! \cdot 5!} = \frac{7 \cdot 8 \cdot 9 \cdot 2}{1 \cdot 2 \cdot 3 \cdot 4 \cdot 5} = \frac{3 \cdot 2 \cdot 7}{5} = \frac{42}{5}$$

Ответ: в 8,4 раза



На одной странице можно оформлять только одну задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.

1 2 3 4 5 6 7

СТРАНИЦА
1 из 2

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

N5

Пусть члены арифм. прогрессии имеют вид $n+4d; n+5d; n+6d; n+7d$.

По м. Виета
$$\begin{cases} a^2 - 4a = n+5d + n+6d \\ a^3 - 4a^2 = n+4d + n+7d \end{cases} \rightarrow a^2 - 5a + 4 = 0$$

При $a \neq 0$ у 1-го ур-я нет корней, поэтому делим на a .

$$\begin{cases} a^2 - 5a + 4 = 0 \\ (a-4)(a-1) = 0 \end{cases}$$

~~Итак~~
$$\begin{cases} a=4 \\ a=1 \end{cases}$$

Теперь проверим, подходят ли такие значения:

$a=4$:

$$\begin{cases} x^2 - 4 = 0 \\ 5x^2 - (88 - 16 \cdot 4)x - 2 \cdot 64 - 6 \cdot 4 - 15 = 0 \end{cases} \rightarrow \begin{cases} x=2 \\ x=-2 \\ 5x^2 - 167 = 0 \end{cases}$$

$$\begin{cases} x=2 \\ x=-2 \\ x = \sqrt{\frac{167}{5}} \\ x = -\sqrt{\frac{167}{5}} \end{cases}$$

Не подходит

$a=1$:

$$\begin{cases} x^2 + 3x - 1 = 0 \\ 5x^2 + 3x - 23 = 0 \end{cases} \rightarrow \begin{cases} x = \frac{-3 \pm \sqrt{13}}{2} \\ x = \frac{-3 \pm \sqrt{439}}{10} \end{cases}$$



На одной странице можно оформлять только одну задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.

1 2 3 4 5 6 7

СТРАНИЦА
2 из 2

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

$$\frac{1}{5}a^3 - \frac{4}{5}a^2 - a^2 + 4a = 0$$

$$a^3 - 4a^2 - 5a^2 + 20a = 0$$

$$a(a^2 - 9a + 20) = 0$$

$$a(a-4)(a-5) = 0$$

$$\begin{cases} a=0 \\ a=4 \\ a=5 \end{cases}$$

Проверим, какие значения подходят.

$a=0$: не подходит, т.к. 2-е ур-е не имеет решений

$$a=4: \begin{cases} x^2 - 4 = 0 \\ 5x^2 - 167 = 0 \end{cases} \begin{cases} x=2 \\ x=-2 \\ x=\sqrt{\frac{167}{5}} \\ x=-\sqrt{\frac{167}{5}} \end{cases}$$

$$a=5: \begin{cases} x^2 - 5x + 25 - 30 + 4 = 0 \\ 5x^2 - 25x - 250 - 30 - 15 = 0 \end{cases} \begin{cases} x^2 - 5x + 1 = 0 \\ 5x^2 - 25x - 295 = 0 \end{cases}$$

$$\begin{cases} x^2 - 5x + 1 = 0 \\ x^2 - 5x - 59 = 0 \end{cases} \begin{cases} x = \frac{5 + \sqrt{29}}{2} \\ x = \frac{5 - \sqrt{29}}{2} \\ x = \frac{5 + 3\sqrt{29}}{2} \\ x = \frac{5 - 3\sqrt{29}}{2} \end{cases}$$

Это действительно корни д.р. с разностью $\sqrt{29}$

Ответ: 5

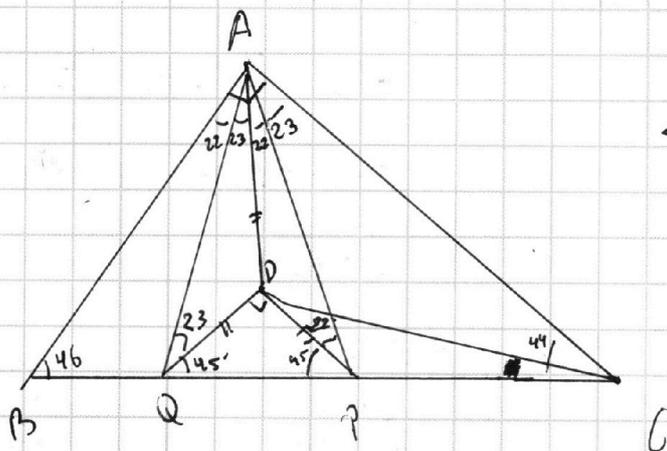
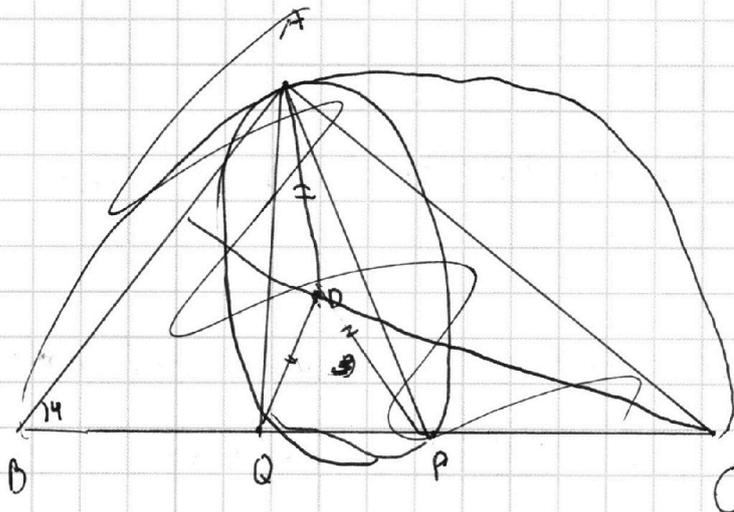


На одной странице можно оформлять **только одну** задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.

1 2 3 4 5 6 7

СТРАНИЦА
1 из 2

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!



$\angle ACB = 44^\circ$ по т.о. сумме $\angle \Delta$

$\angle DPQ = \angle DQP = 45^\circ$ по сб-ву р/с Δ и т.о. сумме $\angle \Delta$

$\angle BAP = \angle APB = 67^\circ$; $\angle CAQ = \angle AQC = 68^\circ$ аналогично

Тогда $\angle APD = 22^\circ$; $\angle AQD = 23^\circ$

$\angle QAP = 67 + 68 - 90 = 45^\circ \Rightarrow A$ лежит на окр-ти с центром D и радиусом DQ (т.к. $\angle QAP = \frac{\angle QDP}{2}$) $\Rightarrow DA = DQ = DP$

Тогда $\Delta ADC = \Delta QDC$ по 3-м сторонам



На одной странице можно оформлять только одну задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.

- 1 2 3 4 5 6 7

СТРАНИЦА
2 из 2

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

$$\angle DCQ = \angle DCA = \frac{44^\circ}{2} = 22^\circ$$

$$\text{Отв. } 22^\circ$$

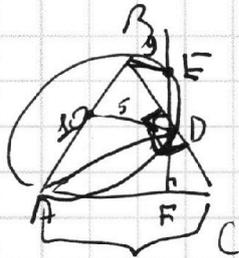


На одной странице можно оформлять **только одну** задачу. Отметьте **крестиком** номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении **каждой** задачи **отдельно**.

1 2 3 4 5 6 7

СТРАНИЦА
__ ИЗ __

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

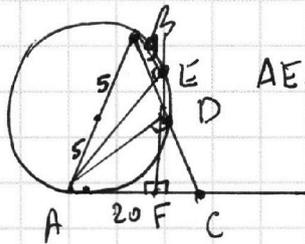


20

$$\begin{aligned} AF \cdot FC &= DF^2 \\ AF &= FC \\ AF \cdot AC &= AD^2 \end{aligned}$$

$$(a)^3 + 3(2a)^5 + (a)9$$

$$\frac{7 \cdot 8^2 \cdot 8^5}{1 \cdot 2 \cdot 3 \cdot 4 \cdot 5}$$



$$AE = \sqrt{100 - 81}$$

$$\begin{aligned} &(n + (n+d))^2 \\ &n \quad (a-2)(a+2)(a^2+4) \end{aligned}$$

ab = ...

$$a+b = \dots 48$$

$$16 - 64 + 48 + \cancel{24} - 16$$

$$16 + 64 + 48 - 48 - 16$$

$n_{\text{коп}}$

$$\frac{3!}{2! \cdot 1!}$$

$$81 - 8 \cdot 27 + 12 \cdot 9 + 72 - 16$$

$$\frac{C_{2n}^2}{C_n^5} = \frac{n!}{2! \cdot (n-2)!} \cdot \frac{5!(n-5)!}{n!} = \frac{5!(n-5)!}{2!(n-2)!} = (n-3)(n-4)(23)$$

$$\frac{(a-3+\sqrt{5})(a-3-\sqrt{5})}{(a-3)^2-5}$$

$$\rightarrow 2 \cdot \frac{1}{8} + 6 \cdot \frac{1}{2} - 15 \cdot \frac{1}{a^2-6a+9-5}$$

$$x^2 - (a^2 - 4a)x + a^2 - 6a + 4 = 0$$

$$5x^2 - (a^3 - 4a^2)x - 2a^3 - 6a - 15 = 0$$

$$\left(a - \frac{3+\sqrt{5}}{2}\right) \left(a - \frac{3-\sqrt{5}}{2}\right)$$

$$(n+5d)(n+d) = a^2 - 6a + 4$$

$$n(n+d) = a^2 - 6a + 4$$

$$(n+5d) + (n+d) = a^2 - 4a$$

$$2n+d = a^2 - 4a$$

$$(n+4d)(n+7d) = -2a^3 - 6a - 15$$

$$\begin{aligned} n(n+3d) &= -2a^3 - 6a - 15 \\ 2n+3d &= a^2 - 4a \end{aligned}$$

$$(n+4d) + (n+7d) = \frac{a^3 - 4a^2}{5}$$

$$a = \frac{2n+3d}{2n+d}$$

$$16 - 24 + 4$$

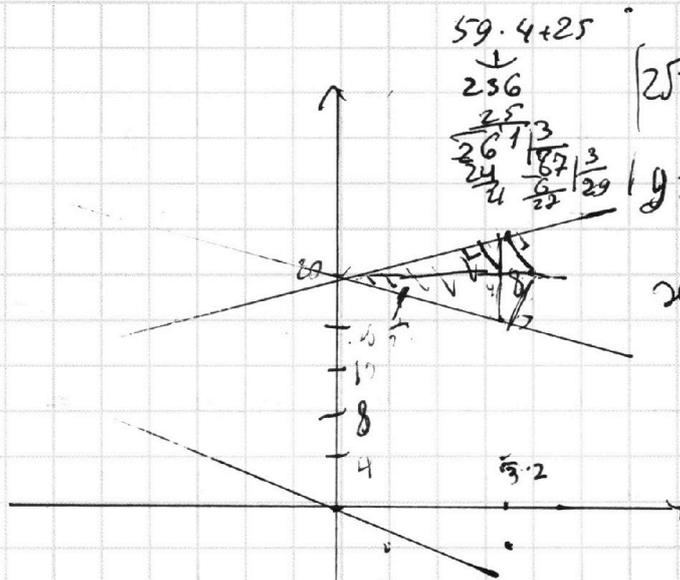


На одной странице можно оформлять **только одну** задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.

1 2 3 4 5 6 7

СТРАНИЦА
__ ИЗ __

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!



$$59 \cdot 4 + 25$$

$$\downarrow$$

$$236$$

$$\frac{25}{26} + \frac{13}{24}$$

$$\frac{167}{24} + \frac{3}{25}$$

$$(2\sqrt{3}y - 40\sqrt{3} + x) + (2\sqrt{3} - 40\sqrt{3} - x) \leq 16\sqrt{3}$$

$$|y - (20 - \frac{x}{2\sqrt{3}})| + |y - (20 + \frac{x}{2\sqrt{3}})| \leq 8$$

$$x^2 - (16 - 16)x + (16 - 24 + 4)$$

$$x^2 - 4 = 0$$

$$5x^2 = (0 - 2 \cdot 64 - 15)$$

$$5x^2 = -128 - 15$$

$$5x^2 = -152 - 15$$

$$5x^2 = -167$$

$$x = \pm \sqrt{\frac{167}{5}}$$

$$\left(y - 20 + \frac{x}{2\sqrt{3}}\right)^2 + \left(y - 20 - \frac{x}{2\sqrt{3}}\right)^2 + 2 \left| \left| \right| \right| \leq 64$$

$$y^2 + 400 + \frac{x^2}{12} + y^2 + 400 + \frac{x^2}{12} - 64 \leq -2 \left| (y-20)^2 - \frac{x^2}{12} \right|$$

$$2y^2 + \frac{x^2}{6} + (800 - 64) \leq -2 \left| (y-20)^2 - \frac{x^2}{12} \right| \leq 0$$

$$2y^2 + \frac{x^2}{6} + 736 \leq -2 \left| (y-20)^2 - \frac{x^2}{12} \right|$$

$$y^2 + 400 + \frac{x^2}{12} - 40y - \frac{40x}{2\sqrt{3}} + \frac{2yx}{2\sqrt{3}} + y^2 + 400 + \frac{x^2}{12} - 40y + \frac{40x}{2\sqrt{3}} - \frac{2yx}{2\sqrt{3}} \leq 8$$

$$2y^2 + \frac{x^2}{6} + 800 \leq 64 - 2 \left| (y-20)^2 - \frac{x^2}{12} \right|$$

$$2y^2 + \frac{x^2}{6} + 736 \leq -2 \dots$$

$$x^2 + y^2 + z^2 - 12x - 12y - 12z + 36 \cdot 3$$

$$x^2 + y^2 + z^2 - 2(xy - z) - 2(yz - x^2) - 2(zx - y^2) + 36 \cdot 3$$

$$3(x^2 + y^2 + z^2) - 2xy - 2yz - 2zx + 36 \cdot 3 = 0$$



На одной странице можно оформлять **только одну** задачу. Отметьте **крестиком** номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении **каждой** задачи **отдельно**.

1 2 3 4 5 6 7

СТРАНИЦА
__ ИЗ __

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

$$x^2 - (a^2 - 4a)x + a^2 - 6a + 4 = 0$$

$$D = (a^2 - 4a)^2 - 4(a^2 - 6a + 4) = a^4 - 8a^3 + 16a^2 - 4a^2 + 24a - 16 = a^4 - 8a^3 + 12a^2 + 24a - 16$$

~~$$x^2 - (a^2 - 4a)$$~~

$$n^2 - (a^2 - 4a)n + a^2 - 6a + 4 = 0$$

~~$$5x^2 - (a^3 - 4a^2)x - 2a^3 - 6a - 15 = 0$$~~

$$(n+d)^2 - (a^2 - 4a)(n+d) + a^2 - 6a + 4 = 0$$

~~$$5(n-d)^2 - (a^3 - 4a^2)(n-d) - 2a^3 - 6a - 15 = 0$$~~

$$2nd + d^2 - a^2d + 4ad = 0$$

~~$$5(n+2d)^2 - (a^3 - 4a^2)(n+2d) - 2a^3 - 6a - 15 = 0$$~~

~~$$20nd + 10d^2 - 10nd - 5d^2 - 2da^3 - 6ad = 0$$~~

~~$$a^3d + 4a^2d = 10nd - 5d^2 - 3da^3 + 12ad = 0$$~~

$$\begin{cases} 2n + d - a^2 + 4a = 0 \\ 10n - 15d - a^3 + 12a^2 = 0 \end{cases}$$

$$\begin{cases} 2n = a^2 - 4a - d \\ 5a^2 - 20a - 5d - 15d - a^3 + 12a^2 = 0 \end{cases}$$

$$5a^2 - 20a - a^3 - 20d + 12a^2 = 0$$

$$a^3 - 4a^2 - a^2 + 4a = n + 4d + n + 7d - n - 5d - n - 6d = 0$$

~~$$a^3 - 4$$~~
$$a^3 - 5a^2 + 4a$$

$$a^2 - 5a + 4$$

$$a = 4$$

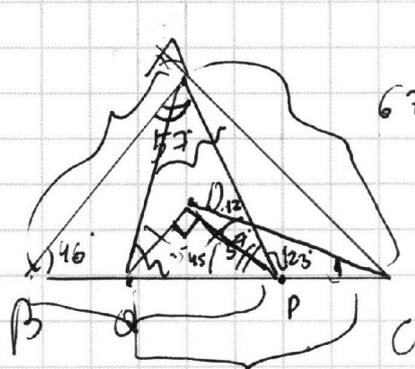


На одной странице можно оформлять **только одну** задачу. Отметьте **крестиком** номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в **решении каждой задачи отдельно**.

| | | | | | | |
|--------------------------|--------------------------|--------------------------|--------------------------|--------------------------|--------------------------|--------------------------|
| 1 | 2 | 3 | 4 | 5 | 6 | 7 |
| <input type="checkbox"/> |

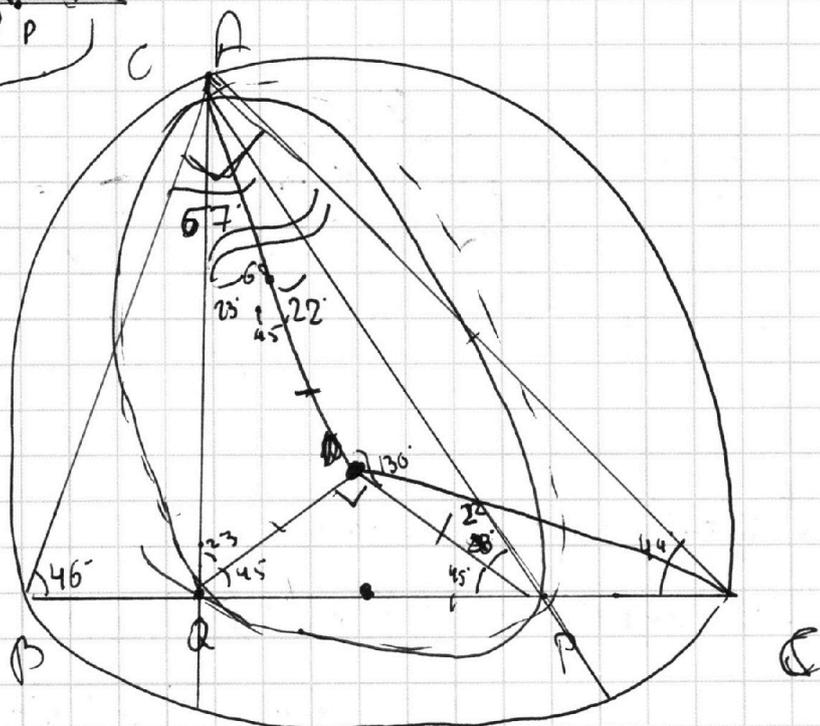
СТРАНИЦА
__ ИЗ __

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!



$$135$$
$$67 + 68 - 90^\circ +$$

$$(a - (b\sqrt{3} - 5))(a + b\sqrt{3})$$





На одной странице можно оформлять **только одну** задачу. Отметьте **крестиком** номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в **решении каждой задачи отдельно**.

1 2 3 4 5 6 7

СТРАНИЦА
__ ИЗ __

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

$$a^2 - 4a = 1 \quad |6+4$$

$$a^2 - 4a - 1 = 0$$

$$a - b = 6$$

$$a(a-1) = 0$$

$$\begin{cases} a=0 \\ b=1 \end{cases}$$

$$a^2 - 4a - 1$$

9 ... 9

20001 ...

$$(9 \cdot 10^{20000} + 9 \cdot 10^{19999} + \dots + 9)$$

$$9^3 \cdot 10^{20000 \cdot 3} + 9 \cdot 10^{19999 \cdot 3} + \dots + 9$$

$$(a+b+c)(a+b+c)$$

$$(a^2+b^2+c^2+2ab+2bc+2ac)(a+b+c)$$

$$3(a^3+b^3+c^3+3a^2b+3a^2c+3ab^2+3abc+3ac^2+3bc^2+3ca^2+3cb^2+3c^2a+3c^2b+6abc)$$

$$a^2b+b^2c+c^2a+2ab^2+2bc^2+2ca^2$$

$$a^2c+b^2a+c^2b+2abc+2bc^2+2ca^2=0$$

$$a^3+b^3+c^3+3ab^2+3ac^2+3a^2b+3a^2c+3c^2b+3b^2c+6abc$$

$$9^3 \cdot 10^{20000 \cdot 3} + 9^3 \cdot 10^{19999 \cdot 3} + \dots + 9^3$$

$$+ 3 \cdot 9^3 \cdot 10^{20000 \cdot 2 + 19999 \cdot 2} + 3 \cdot 9^3 \cdot 10^{20000 + 19999 \cdot 2} + \dots + 3 \cdot 9^3 \cdot 10^{1+0} + 6 \cdot 9^3 \cdot 10^{20000 + 19999 + \dots + 1}$$

$$9^3 = 81 \cdot 9 = 279$$

8 8 8
9999
99...9
+ 89...991
+ 89...91

7

89.991
20002
89.99991
2...

1...111
6.99999 999991
+ 17.9999 2

26...9998 199991

$$9^3 (10^{20000})$$

$$(a^2 - 2ab + b^2)(a - b)$$

$$a^3 - 2a^2b + ab^2 - a^2b + 2ab^2 - b^3$$

$$(10^{20001} - 1)^3 = 10^{20001 \cdot 3} - 3 \cdot 10^{20001 \cdot 2} + 3 \cdot 10^{20001} - 1$$

$$9 + 2027$$

1000003 + 1
1...0
30...0

40002 + 1
10...0970...0

4000002

10...0976...0
15
128
24

152
15

167



На одной странице можно оформлять **только одну** задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении **каждой** задачи **отдельно**.

1 2 3 4 5 6 7

СТРАНИЦА
_ ИЗ _

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются **отдельно**. Порча QR-кода недопустима!

$$\begin{cases} xy = -6z + z^2 \\ yz = -6x + x^2 \\ zx = -6y + y^2 \end{cases}$$

$$x^2 + y^2 + z^2 - 6x - 6y - 6z - xy - yz - zx = 0$$

$$2x^2 + 2y^2 + 2z^2 - 12x - 12y - 12z - 2xy - 2yz - 2zx = 0$$

$$(x-y)^2 + (x-6)^2 - 36 + (y-6)^2 + (y-z)^2 - 36 + (z-6)^2 + (x-6)^2 + (y-6)^2 + (z-6)^2 = 36 \cdot 3 + x^2 + y^2 + z^2 - 2xy - 2yz - 2zx$$

$$(x-y)^2 + (y-z)^2 + (z-x)^2 - 12x - 12y - 12z = 0$$

$$4 = 12 + 4$$

$$36 - 4(y^2 + z^2 - 6y - 6z - yz) > 0$$

$$(x+y+z)^2 + (x-6)^2 + (y-6)^2 + (z-6)^2 = 3 \cdot 36$$

$$36 + y^2 + z^2 - 12y - 2yz - 12z - 4y^2 - 4z^2 + 24y + 24z + 4yz$$

$$36 - 3y^2 - 3z^2 + 12y + 12z + 2yz > 0$$

$$36 - 3x^2 - 3y^2 + 12x + 12y + 2xy > 0$$

$$x+y \quad (x-y-z)$$

$$(x-y)^2 + (y-z)^2 + (x-z)^2 - 12(x+y+z) = 0$$

$$(x-6)^2 + (y-6)^2 + (z-6)^2 + x^2 + y^2 + z^2 - 2xy - 2yz - 2zx = 0$$

$$- (x+y+z)^2 + 4xy + 4yz$$