



МОСКОВСКИЙ  
ФИЗИКО-ТЕХНИЧЕСКИЙ  
ИНСТИТУТ

ОЛИМПИАДА "ФИЗТЕХ"  
ПО МАТЕМАТИКЕ

10 КЛАСС. Вариант 7



1. [4 балла] Ненулевые числа  $x, y, z$  удовлетворяют системе уравнений

$$\begin{cases} xy = 4z + z^2, \\ yz = 4x + x^2, \\ zx = 4y + y^2. \end{cases}$$

Найдите все возможные значения выражения  $(x+4)^2 + (y+4)^2 + (z+4)^2$ , если известно, что система имеет хотя бы одно решение в ненулевых числах.

2. [2 балла] Десятичная запись натурального числа  $n$  состоит из 25 000 девяток. Сколько девяток содержит десятичная запись числа  $n^3$ ?
3. [5 баллов] Окружность  $\omega$  с диаметром  $AB$  пересекает сторону  $BC$  остроугольного треугольника  $ABC$  в точке  $D$ . Точка  $F$  выбрана на отрезке  $AC$  так, что  $DF \perp AC$ , а  $E$  — точка пересечения отрезка  $DF$  с окружностью  $\omega$ , отличная от  $D$ . Найдите  $AF$ , если  $AC = 20$ ,  $AB = 15$ ,  $BE = 10$ .
4. [4 балла] В телегре ведущий берет несколько коробок и ровно в три из них кладет по одному шарику. Игрок может указать на пять коробок и открыть их. Если в этих коробках лежат все три шарика, то игрок выигрывает. Игроку разрешили открыть восемь коробок. Во сколько раз увеличилась вероятность выигрыша игрока?
5. [5 баллов] Найдите все значения параметра  $a$ , при которых корни уравнения  $x^2 - (a^2 - a)x + \frac{2-a^3}{3} = 0$  являются четвертым и пятым членами некоторой непостоянной арифметической прогрессии, а корни уравнения  $2x^2 - (a^3 - a^2)x - 2a^6 - 8a - 4 = 0$  являются вторым и седьмым членами этой прогрессии.
6. [5 баллов] На координатной плоскости построена фигура  $\Phi$ , состоящая из всех точек, координаты  $(x; y)$  которых удовлетворяют неравенству  $\left|y - 15 + \frac{x}{6\sqrt{3}}\right| + \left|y - 15 - \frac{x}{6\sqrt{3}}\right| \leqslant 6$ . Фигуру  $\Phi$  непрерывно повернули вокруг начала координат на угол  $\pi$  по часовой стрелке. Найдите площадь множества  $M$ , которое замела фигура  $\Phi$  при этом повороте.
7. [6 баллов] На гипotenузе  $BC$  прямоугольного треугольника  $ABC$  выбраны точки  $P$  и  $Q$  так, что  $AB = BP$ ,  $AC = CQ$ . Внутри треугольника  $ABC$  выбрана точка  $D$ , для которой  $DP = DQ$ , а  $\angle PDQ = 90^\circ$ . Найдите  $\angle DCB$ , если известно, что  $\angle DBC = 35^\circ$ .

На одной странице можно оформлять **только одну** задачу. Отметьте **крестиком** номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в **решении каждой задачи отдельно**.

- |                                     |                          |                          |                          |                          |                          |                          |
|-------------------------------------|--------------------------|--------------------------|--------------------------|--------------------------|--------------------------|--------------------------|
| 1                                   | 2                        | 3                        | 4                        | 5                        | 6                        | 7                        |
| <input checked="" type="checkbox"/> | <input type="checkbox"/> |

СТРАНИЦА  
1 ИЗ 2

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

$$\begin{cases} xy = 4z + z^2 \\ yz = 4x + x^2 \\ zx = 4y + y^2 \end{cases}$$

n1

1) Если хотя бы одна переменная равна 0: заметим, что у них симметричны относительно переменных, поэтому пусть  $x=0$  (таким образом рассматриваются все случаи, т. к. для  $y=0$  и  $z=0$  всё будет аналогично)

$$x=0 \Rightarrow xy=0 \Rightarrow 4z+z^2=0 \Rightarrow \begin{cases} z=0 \\ z=-4 \end{cases}$$

$$x=0 \Rightarrow z=x=0 \Rightarrow 4y+y^2=0 \Rightarrow \begin{cases} y=0 \\ y=-4 \end{cases}$$

Если  $x=z=y=0$  то  $(x+4)^2 + (y+4)^2 + (z+4)^2 = 48$   
( $x=y=z=0$  - корень системы)

Если одна из переменных равна -4 (например  $x=y=0$ ,  $z=-4$  - корень системы), то  $(x+4)^2 + (y+4)^2 + (z+4)^2 = 32$

Если две переменных равны (-4): (~~если одна из~~  
 ~~$x=0$ ,  $y=z=-4$  - корень системы~~)

Одно из  $xy$  берапо.  $xy$ ,  $yz$ ,  $xz$  будут равно 0, а в правой части будет  $4x+x^2$ ,  $x=0$ , т.е. 0 - ~~равенство не выполняется~~  $\Rightarrow$  не равн. реш. системы  $\Rightarrow$  две переменных не могут быть равны -4.

2) Если мы одна из переменных не равна 0 (а по усл. задачи тройка чисел  $x, y, z$  не подойдет), то:

сложим все 3 уравнения системы:

$$xy + yz + zx = x^2 + y^2 + z^2 + 4(x + y + z) \quad (1)$$



На одной странице можно оформлять **только одну** задачу. Отметьте **крестиком** номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в **решении каждой задачи отдельно**.

- |                                     |                          |                          |                          |                          |                          |                          |
|-------------------------------------|--------------------------|--------------------------|--------------------------|--------------------------|--------------------------|--------------------------|
| 1                                   | 2                        | 3                        | 4                        | 5                        | 6                        | 7                        |
| <input checked="" type="checkbox"/> | <input type="checkbox"/> |

СТРАНИЦА  
2 ИЗ 2

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

Рассмотрим все 3 уравнения вместе:

$$x^2y^2z^2 = xyz(z+4)(x+4)(y+4) \quad | : xyz \neq 0$$

$$xyz = (z+4)(x+4)(y+4)$$

$$xyz = xyz + 4(xy+zy+xz) + 16(x+y+z) + 64 \Rightarrow$$

$$\Rightarrow \cancel{xyz} xy + xz + yz + 4(x+y+z) + 16 = 0 \quad (1)$$

Рассмотрим иное выражение:

$$(x+4)^2 + (y+4)^2 + (z+4)^2 = x^2 + y^2 + z^2 + 8(x+y+z) + 3 \cdot 16 =$$

$$= (x^2 + y^2 + z^2 + 4(x+y+z)) + 4(x+y+z) + 16 + 32 \stackrel{\text{(чл. (1) подходит)}}{=} 32$$

$$= (xy + zy + xz + 4(x+y+z) + 16) + 32 \stackrel{\text{(чл. (1) подходит)}}{=} 32$$

$$\text{значит выражение } (x+4)^2 + (y+4)^2 + (z+4)^2$$

может быть равно либо 48, либо 32.

Ответ: 32; 48



На одной странице можно оформлять **только одну** задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.

- |                            |                                       |                            |                            |                            |                            |                            |
|----------------------------|---------------------------------------|----------------------------|----------------------------|----------------------------|----------------------------|----------------------------|
| <input type="checkbox"/> 1 | <input checked="" type="checkbox"/> 2 | <input type="checkbox"/> 3 | <input type="checkbox"/> 4 | <input type="checkbox"/> 5 | <input type="checkbox"/> 6 | <input type="checkbox"/> 7 |
|----------------------------|---------------------------------------|----------------------------|----------------------------|----------------------------|----------------------------|----------------------------|

СТРАНИЦА  
1 из 1

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач **нумеруются отдельно**. Порча QR-кода недопустима!

П.к. число  $n$  состоит из  $25000$  девяток,  
то  $n = 10^{25000} - 1$

$$\text{Полага } n^3 = (10^{25000} - 1)^3 = 10^{25000} - 3 \cdot 10^{25000} + 3 \cdot 10^{25000} - 1$$

Зададим по действиям:

$$1) \begin{array}{r} 100\ldots0000\ldots00 \\ -(25000-1)\text{нед.} \quad 300\ldots00 \\ \hline 99\ldots9700\ldots000\ldots00 \\ (25000-1)\text{нед.} \quad 50000\text{нед.} \end{array}$$

$$2) \begin{array}{r} 99\ldots9700\ldots000\ldots00 \\ + 300\ldots00 \\ \hline 25000\text{нед.} \end{array}$$

$$\begin{array}{r} 99\ldots9700\ldots030\ldots00 \\ -(25000-1)\text{нед.} \quad (25000-1)\text{нед.} \quad 25000\text{нед.} \end{array}$$

$$3) \begin{array}{r} 99\ldots9700\ldots030\ldots00 \\ - 1 \\ \hline 99\ldots9700\ldots0299\ldots99 \\ (25000-1)\text{нед.} \quad (25000-1)\text{нед.} \quad 25000\text{нед.} \end{array} = n^3$$

Итого в дес. запись числа  $n^3$  получаем

$$25000 - 1 + 25000 = 50000 - 1 = 49999 \text{ девяток}$$

Ответ: 49999 девяток

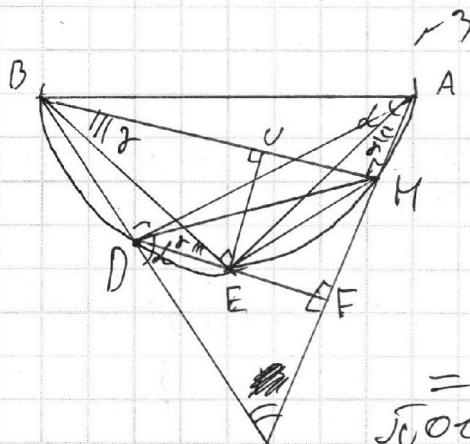


На одной странице можно оформлять только одну задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.

- |                          |                          |                                     |                          |                          |                          |                          |
|--------------------------|--------------------------|-------------------------------------|--------------------------|--------------------------|--------------------------|--------------------------|
| 1                        | 2                        | 3                                   | 4                        | 5                        | 6                        | 7                        |
| <input type="checkbox"/> | <input type="checkbox"/> | <input checked="" type="checkbox"/> | <input type="checkbox"/> | <input type="checkbox"/> | <input type="checkbox"/> | <input type="checkbox"/> |

СТРАНИЦА  
1 из 2

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!



Построим  $BM$  где  
 $M$  - т. пересечения

$W \cap AC$

$BM \perp AC$  (м.к.  $AB$ -квадр.)  
 $DF \perp AC$  (по ум.)  $\Rightarrow$

$\Rightarrow BM \parallel DF$

Построим  $ME$

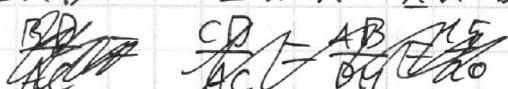
$\{BDEHM \subset W$ ,  $DE \parallel BM \Rightarrow BDEM$  - трапеция,  
бок.  $\angle$  остр.,  $\Rightarrow BDEM$  - равнобедр. трапеция  
(по т. из упаковки).

Построим  $DM$

$BDEM$  - равнобедр.  $\Rightarrow DM = BE = 10$

$BDMA$  - трап. симметричн.  $\Rightarrow \angle BAM + 2\angle BDM = 180^\circ$ .  
Дум.  $\angle BAH = L$ .  $\Rightarrow \angle BDM = 180^\circ - L \Rightarrow$   
 $\Rightarrow \angle MDC = 180^\circ - (180^\circ - L) = L$  (как смежные)

$\triangle BCA$  - однозн.,  $\angle BAC = \angle MDC \Rightarrow \triangle BCA \sim \triangle MCD$   
(по доказанн. квадр.)  $\Rightarrow$



$$\Rightarrow \frac{CD}{AC} = \frac{DM}{AB} = \frac{10}{15} = \frac{2}{3} \Rightarrow CD = \frac{2}{3} AC = \frac{40}{3}$$

Дум.  $\angle BCA = \beta$ , тогда  $\angle DEC =$

$$\sin \beta = \frac{DF}{CD} \quad \triangle BCA \sim \triangle MCD \Rightarrow \frac{BC}{MC} = \frac{AB}{MD} = \frac{15}{10} = \frac{3}{2} \Rightarrow$$

$$\Rightarrow BC = \frac{3}{2} MC$$

$$\text{По м. гра леска } \frac{MF}{CF} = \frac{BD}{DC} = \frac{BC - DC}{DC} = \frac{BC}{DC} - 1 =$$

$$= \frac{\frac{3}{2} MC}{\frac{40}{3}} - 1 = \frac{9MC}{80} - 1$$

Построим  $AE$ ,  $AE \perp BE$  (м.к.  $AB$ -квадр.)

На одной странице можно оформлять только одну задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.



- |                          |                          |                                     |                          |                          |                          |                          |
|--------------------------|--------------------------|-------------------------------------|--------------------------|--------------------------|--------------------------|--------------------------|
| 1                        | 2                        | 3                                   | 4                        | 5                        | 6                        | 7                        |
| <input type="checkbox"/> | <input type="checkbox"/> | <input checked="" type="checkbox"/> | <input type="checkbox"/> | <input type="checkbox"/> | <input type="checkbox"/> | <input type="checkbox"/> |

СТРАНИЦА  
2 ИЗ 2

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

Погода по м. Гидрографа: (из  $\triangle ABE$ )

$$AE = \sqrt{15^2 - 10^2} = \sqrt{5 \cdot 25} = 5\sqrt{5}$$

Из синв.  $\angle EAF = \pi$ , тогда  $AF = 5\sqrt{5} \cos \gamma$ ,  
 $\angle AEF = 90^\circ - \gamma \Rightarrow \angle BED = \gamma$ ,  
 Так м. силузов из  $\triangle BED$ :

$$AB = \frac{BD}{\sin \gamma} \Rightarrow BD = AB \cdot \sin \gamma = 15 \cdot \sin \gamma = 15 \cdot \sin(90^\circ - \alpha) = 15 \cos \alpha = \frac{BD}{\cos \alpha}$$

Состроим  $\angle ADB$ ,  $AD \perp BD$  (он.к.  $AB$ -прямой)  $\Rightarrow$   
 $\Rightarrow$  по м. Гидрографа из  $\triangle ADB$ :

$$AD^2 = AC^2 - DC^2$$

$$\text{Так м. Гидрографа } \frac{\partial}{\partial} \triangle ADB: \\ BD = \sqrt{AB^2 - AD^2} = \sqrt{AB^2 - AC^2 + DC^2} \Rightarrow \sin \gamma = \frac{\sqrt{AB^2 - AC^2 + DC^2}}{AB}$$

Состроим  $E \theta \perp BM$

$$EV = AF = AE \cdot \cos \gamma = 5\sqrt{5} \cdot \sqrt{1 - \sin^2 \gamma} = \\ = 5\sqrt{5} \cdot \sqrt{1 - \frac{15^2 - 20^2 + (\frac{40}{3})^2}{25^2}} = 5\sqrt{5} \cdot \sqrt{\frac{20^2 - (\frac{40}{3})^2}{25^2}} = \\ = \frac{\sqrt{5}}{3} \cdot \sqrt{(20 - \frac{40}{3})(20 + \frac{40}{3})} = \frac{\sqrt{5}}{3} \cdot \frac{20}{3} \cdot \frac{60}{3} = \\ = \frac{\sqrt{5}}{3} \cdot 20 \cdot \frac{1}{3} = \frac{20\sqrt{5}}{3\sqrt{3}} = \frac{20\sqrt{15}}{3}$$

$$\text{Ответ: } AF = \frac{20\sqrt{15}}{3}$$



На одной странице можно оформлять **только одну** задачу. Отметьте **крестиком** номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в **решении каждой задачи отдельно**.

- |                          |                          |                          |                                     |                          |                          |                          |
|--------------------------|--------------------------|--------------------------|-------------------------------------|--------------------------|--------------------------|--------------------------|
| 1                        | 2                        | 3                        | 4                                   | 5                        | 6                        | 7                        |
| <input type="checkbox"/> | <input type="checkbox"/> | <input type="checkbox"/> | <input checked="" type="checkbox"/> | <input type="checkbox"/> | <input type="checkbox"/> | <input type="checkbox"/> |

СТРАНИЦА  
1 из 1

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач **нумеруются отдельно**. Порча QR-кода недопустима!

Думте вдвоем о коробке, 3 шарика, а игроки  
могут открыть <sup>нч</sup> т <sup>3</sup> ящиков.

Всего есть  $C_n^3$  способов разложить шариками  
по тем <sup>3</sup> коробкам, которые выберет игрок.

После Вероятность выигрыша составит:

$$P(m) = \frac{C_m}{C_n}$$

Тогда вероятность выигрыша две и -  
число

$$\frac{P(8)}{P(5)} = \frac{C_8^3}{C_5^3} : \frac{C_5^3}{C_n^3} = \frac{C_8^3 \cdot C_5^3}{C_5^3 \cdot C_n^3} = \frac{8! \cdot 5! \cdot 2!}{5! \cdot 5! \cdot 5!} = \frac{2 \cdot 6 \cdot 8}{5 \cdot 4 \cdot 3 \cdot 8} = \frac{28}{5} = 5,6 \text{ раз}$$

Значим Ответ: 6 5,6 раз

На одной странице можно оформлять **только одну** задачу. Отметьте **крестиком** номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи **отдельно**.



- |                          |                          |                          |                          |                                     |                          |                          |
|--------------------------|--------------------------|--------------------------|--------------------------|-------------------------------------|--------------------------|--------------------------|
| <input type="checkbox"/> | <input type="checkbox"/> | <input type="checkbox"/> | <input type="checkbox"/> | <input checked="" type="checkbox"/> | <input type="checkbox"/> | <input type="checkbox"/> |
|--------------------------|--------------------------|--------------------------|--------------------------|-------------------------------------|--------------------------|--------------------------|

СТРАНИЦА  
1 из 1

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач **нумеруются отдельно**. Порча QR-кода недопустима!

№ 5

Дадим  $b$  - первый член прогрессии,  $t$  - шаг прогрессии

Поэтому уравнение  $x^2 - (a^2 - a)x + \frac{2-a^3}{3} = 0$  имеет корни  $b+3t$ ,  $b+4t$

А уравнение  $2x^2 - (a^3 - a^2)x - 2a^6 - 8a - 4 = 0$  имеет корни  $b+t$  и  $b+6t$

По теореме Виетта для обоих уравнений:

$$\begin{cases} 2b+7t = a^2 - a \\ 2b+7t = \frac{1}{2}(a^3 - a^2) \end{cases} \Rightarrow a^2 - a = \frac{1}{2}(a^3 - a^2) \Rightarrow$$

$$\Rightarrow a^3 - 3a^2 + 2a = 0 \Leftrightarrow \begin{cases} a=0 \\ a=1 \\ a=2 \end{cases}$$

Если  $a=0$ :

$$x^2 - (a^2 - a)x + \frac{2-a^3}{3} = 0 \Rightarrow x^2 + \frac{2}{3} = 0 - \text{корней нет} \Rightarrow a \neq 0$$

Если  $a=1$ :

$$x^2 - (a^2 - a)x + \frac{2-a^3}{3} = 0 \Rightarrow x^2 + \frac{1}{3} = 0 - \text{корней нет} \Rightarrow a \neq 1$$

Если  $a=2$ :

$$x^2 - (a^2 - a)x + \frac{2-a^3}{3} = 0 \Rightarrow x^2 - 2x - 2 = 0 \Rightarrow \begin{cases} x = 1 + \sqrt{3} \\ x = 1 - \sqrt{3} \end{cases}$$

$$2x^2 - (a^3 - a^2)x - 2a^6 - 8a - 4 = 0 \Rightarrow x^2 - 2x - 24 = 0 \Rightarrow \begin{cases} x = 1 + 5\sqrt{3} \\ x = 1 - 5\sqrt{3} \end{cases}$$

Задача требует, чтобы если  $b = 1 - 5\sqrt{3}$ ,  $t = 2\sqrt{3}$  то  $x = 1 - 5\sqrt{3}$  - второй член,  $x = 1 + 5\sqrt{3}$  - седьмой член,  $x = 1 - \sqrt{3}$  - пятый член,  $x = 1 + \sqrt{3}$  - девятый член,  $x = 1 + 5\sqrt{3}$  - пятий член - условие выполнимо  $\Rightarrow a = 2$

Значит условию удовлетворяет только  $a = 2$

Ответ:  $a = 2$

На одной странице можно оформлять **только одну** задачу. Отметьте **крестиком** номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в **решении каждой задачи отдельно**.



- |                          |                          |                          |                          |                          |                                     |                          |
|--------------------------|--------------------------|--------------------------|--------------------------|--------------------------|-------------------------------------|--------------------------|
| <input type="checkbox"/> | <input checked="" type="checkbox"/> | <input type="checkbox"/> |
|--------------------------|--------------------------|--------------------------|--------------------------|--------------------------|-------------------------------------|--------------------------|

СТРАНИЦА  
1 из 3

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач **нумеруются отдельно**. Порча QR-кода недопустима!

$$\left| y - 15 + \frac{x}{6\sqrt{3}} \right| + \left| y - 15 - \frac{x}{6\sqrt{3}} \right| \leq 6$$

$\sqrt{6}$

1) *Если*  $y < 15 - \frac{1}{6\sqrt{3}}x$  ~~затем~~,  $y > 15 + \frac{1}{6\sqrt{3}}x$ :

$$-y + 15 - \frac{x}{6\sqrt{3}} - y + 15 + \frac{x}{6\sqrt{3}} \leq 6$$

$$-2y + 30 \leq 6 \Rightarrow -y + 15 \leq 3 \Rightarrow y \geq 12$$

2) *Если*  $y < 15 - \frac{1}{6\sqrt{3}}x$ ,  $y \geq 15 + \frac{1}{6\sqrt{3}}x$ :

$$-y + 15 - \frac{x}{6\sqrt{3}} + y - 15 - \frac{x}{6\sqrt{3}} \leq 6$$

$$-\frac{x}{3\sqrt{3}} \leq 6 \Rightarrow x \leq -18\sqrt{3}$$

3) *Если*  $y \geq 15 - \frac{1}{6\sqrt{3}}x$ ,  $y \leq 15 + \frac{1}{6\sqrt{3}}x$ :

$$y - 15 + \frac{x}{6\sqrt{3}} - y + 15 + \frac{x}{6\sqrt{3}} \leq 6$$

$$\frac{x}{3\sqrt{3}} \leq 6 \Rightarrow x \leq 18\sqrt{3}$$

4) *Если*  $y \geq 15 - \frac{1}{6\sqrt{3}}x$ ,  $y \geq 15 + \frac{1}{6\sqrt{3}}x$ :

$$y - 15 + \frac{x}{6\sqrt{3}} + y - 15 - \frac{x}{6\sqrt{3}} \leq 6$$

$$2y - 30 \leq 6$$

$$y - 15 \leq 3 \Rightarrow y \leq 18$$

Изображение решаются уравнения в координатах  $y(x)$ :

$y = 15 - \frac{1}{6\sqrt{3}}x$  и  $y = 15 + \frac{1}{6\sqrt{3}}x$  — разграничивающие линии на  $x$  ось пределы

Было видно что они построены по точкам  $(0, 15), (18\sqrt{3}, 12)$ ,



На одной странице можно оформлять **только одну** задачу. Отметьте **крестиком** номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в **решении каждой задачи отдельно**.

- |                            |                            |                            |                            |                            |                                       |                            |
|----------------------------|----------------------------|----------------------------|----------------------------|----------------------------|---------------------------------------|----------------------------|
| <input type="checkbox"/> 1 | <input type="checkbox"/> 2 | <input type="checkbox"/> 3 | <input type="checkbox"/> 4 | <input type="checkbox"/> 5 | <input checked="" type="checkbox"/> 6 | <input type="checkbox"/> 7 |
|----------------------------|----------------------------|----------------------------|----------------------------|----------------------------|---------------------------------------|----------------------------|

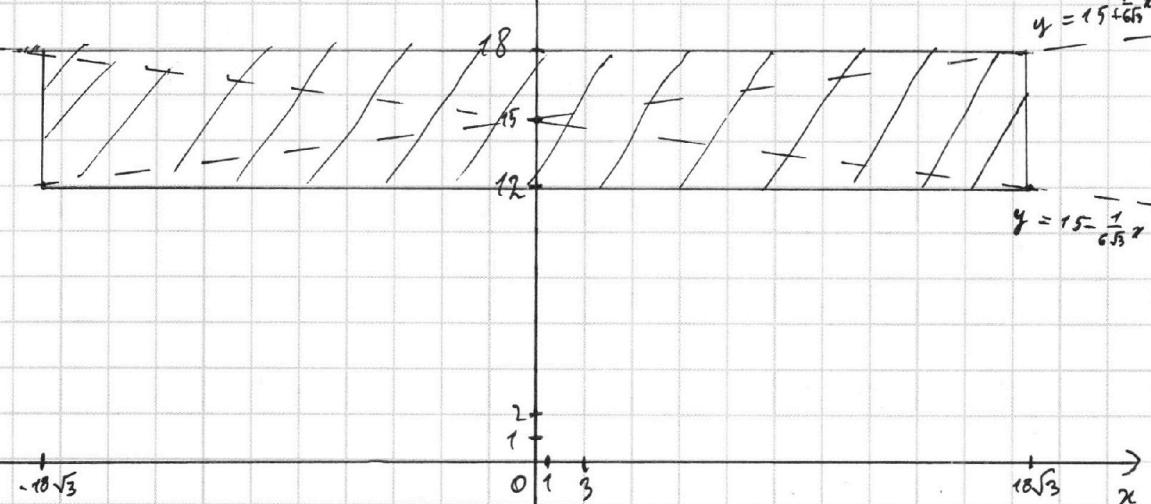
СТРАНИЦА  
2 ИЗ 3

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

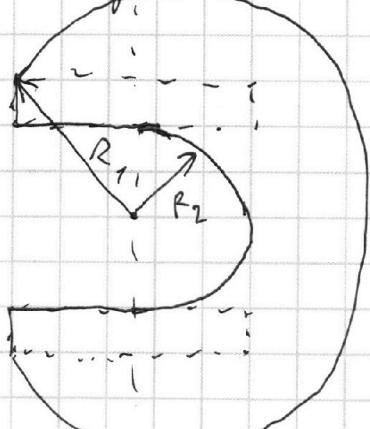
а) Второго по токам  $(0; 15)$ ,  $(-18\sqrt{3}; 12)$

$$\sqrt{3} \approx 1,73 \Rightarrow 18\sqrt{3} \approx 31,14$$

$y_1$



получим овалообразные со стоками 6 и  $36\sqrt{3}$  — фигура  $\Phi$ .  
При вращении фигуры  $\Phi$  на  $90^\circ$  по какой получим плоскую, которую замкнёт фигура:



$R_2 = 12$  *Установка*  
 $\pi R^2$  м. *Площадь*:

$$R_3 = \sqrt{18^2 + (18\sqrt{3})^2} = 18 \cdot \sqrt{1+3} = 36$$

Площадь фигуры складом от суммы у симметрии:

(рисунок чистый)

$$S_1 = \pi R_1^2 - \pi R_2^2 = \pi(R_1^2 - R_2^2) = \pi(36^2 - 12^2) = \pi \cdot 48 \cdot 24 = 1152\pi$$

На одной странице можно оформлять **только одну** задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.

- |                          |                          |                          |                          |                          |                                     |                          |
|--------------------------|--------------------------|--------------------------|--------------------------|--------------------------|-------------------------------------|--------------------------|
| <input type="checkbox"/> | <input checked="" type="checkbox"/> | <input type="checkbox"/> |
|--------------------------|--------------------------|--------------------------|--------------------------|--------------------------|-------------------------------------|--------------------------|

СТРАНИЦА  
3 из 3

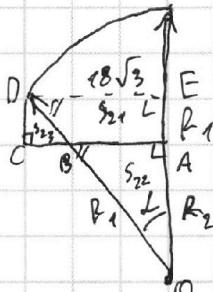
Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

Рассмотрим оставшуюся часть фигуры выше от  $\pi$ :

из  $\triangle OED$ :

$$S_1 = \frac{\pi L}{360^\circ} = \frac{18\sqrt{3}}{36} = \frac{\sqrt{3}}{2} \Rightarrow L = 60^\circ \Rightarrow$$

$\Rightarrow$  площадь сектора ограниченного углом  $L$  равна:



$$S_{21} = \frac{L}{360^\circ} \cdot \pi R_1^2 = \frac{60^\circ}{360^\circ} \pi \cdot 36^2 = \frac{36^2}{6} \pi = 216\pi$$

$$\Rightarrow \text{угол } AB = \frac{1}{3} \text{ угол } ADE \Rightarrow \frac{AB}{DE} = \frac{OA}{OE} = \frac{OA}{OF} = \frac{12}{78} = \frac{2}{3} \Rightarrow$$

$$AB = \frac{2}{3} DE = \frac{2}{3} \cdot 12\sqrt{3} = 8\sqrt{3} \Rightarrow CB = DE - AB = \frac{18\sqrt{3} - 12\sqrt{3}}{6\sqrt{3}} =$$

$$= S_{22} = S_{\triangle OAB} = \frac{1}{2} \cdot OA \cdot AB = \frac{1}{2} \cdot 12 \cdot 8\sqrt{3} = 48\sqrt{3}$$

$$S_{23} = S_{\triangle BCD} = \frac{1}{2} BC \cdot DC = \frac{1}{2} \cdot 6\sqrt{3} \cdot 6 = 18\sqrt{3}$$

Площадь оставшейся фигуры будет равна:

$$S_2 = S_{21} - S_{22} + S_{23} = 216\pi - 48\sqrt{3} + 18\sqrt{3} = 216\pi - 30\sqrt{3}$$

В силу симметрии оставшаяся фигура имеет ту же форму, что и описанная выше, т.е. ее площадь равна  $S_3 = S_2 = 216\pi - 30\sqrt{3}$

Когда будем вычислять площадь  $\varphi$  на угол  $\pi$  по чистой стрельбе, она уменьшится:

$$S = S_1 + S_2 + S_3 = 1152\pi + 2 \cdot (216\pi - 30\sqrt{3}) =$$

$$= 1152\pi + 432\pi - 60\sqrt{3} = 1584\pi - 60\sqrt{3}$$

Ответ:  $1584\pi - 60\sqrt{3}$

На одной странице можно оформлять **только одну** задачу. Отметьте **крестиком** номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в **решении каждой задачи отдельно**.



- |                          |                          |                          |                          |                          |                          |                          |
|--------------------------|--------------------------|--------------------------|--------------------------|--------------------------|--------------------------|--------------------------|
| <input type="checkbox"/> |
|--------------------------|--------------------------|--------------------------|--------------------------|--------------------------|--------------------------|--------------------------|

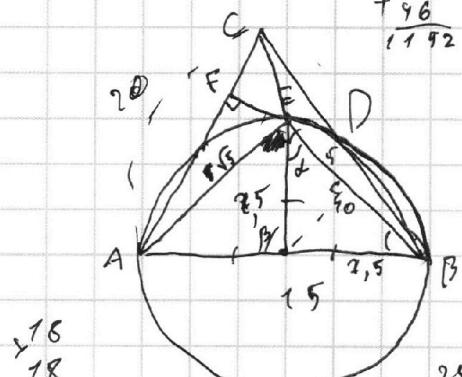
СТРАНИЦА  
ИЗ

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач **нумеруются отдельно**. Порча QR-кода недопустима!

$$\begin{aligned}
 & \text{№1} \\
 & \left\{ \begin{array}{l} xy = 4z + z^2 \\ yz = 4x + x^2 \\ zx = 4y + y^2 \end{array} \right. \Rightarrow \left\{ \begin{array}{l} x+y+z=4 \\ x+y+z=4 \\ x+y+z=4 \end{array} \right. \Rightarrow xy + yz + zx + 4(x+y+z) + 16 = 0 \\
 & \left( (x+4)^2 + (y+4)^2 + (z+4)^2 \right) = \frac{x^2y^2}{z^2} + \frac{y^2z^2}{x^2} + \frac{z^2x^2}{y^2} = \frac{x^4y^4 + y^4z^4 + z^4x^4}{x^2y^2z^2} \\
 & x^2 + y^2 + z^2 + 8(x+y+z) + 3 \cdot 16 = x^2 + y^2 + z^2 + 4(x+y+z) + 16 + 32 = 92
 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
 & \text{№2} \\
 & 97 \cdot 97 = 89 \quad 9^3 = 729 \quad (10^n - 1)^3 = 10^{3n} - 3 \cdot 10^{2n} + 10^n - 1 \\
 & \begin{array}{r} 99 \\ \times 99 \\ \hline 891 \end{array} \quad \begin{array}{r} 9901 \\ \times 99 \\ \hline 88209 \end{array} \quad (a-b)^3 = (a^2 - 2ab + b^2)(a-b) = \\
 & \begin{array}{r} 891 \\ + 88209 \\ \hline 9801 \end{array} \quad \begin{array}{r} 88209 \\ \hline 920299 \end{array} \quad = a^3 - 2a^2b + ab^2 - a^2b + 2ab^2 - b^3 = \\
 & = a^3 - 3a^2b + 3ab^2 - b^3
 \end{aligned}$$

$$\begin{array}{r}
 \begin{array}{r}
 88 \\
 \times 999 \\
 \hline
 999 \\
 899 \\
 \hline
 8991
 \end{array}
 \quad
 \begin{array}{r}
 10000000 \\
 + 30000 \\
 - 10000 \\
 300 \\
 \hline
 8970299
 \end{array}
 \quad
 \begin{array}{r}
 998001 \\
 \times 999 \\
 \hline
 9982009 \\
 18982009 \\
 \hline
 995003999 \\
 997002999
 \end{array}
 \end{array}$$



$$\begin{aligned}
 & \cos d = \frac{5}{7}, \cos l = \frac{10}{13}, \cos \alpha = \frac{2}{3} \Rightarrow \cos^2 d = \frac{25}{49}, \sin^2 d = \frac{5}{49} \\
 & \cos(180^\circ - 2d) = \cos^2(90^\circ - l) = \sin^2(90^\circ - l) = \sin^2 d - \cos^2 d = \frac{1}{9} \Rightarrow \cos \beta = -\frac{1}{3} \\
 & 24^2 = \sqrt{15^2 + 10^2} = \sqrt{5 \cdot 25} = 5\sqrt{5} \\
 & = 400 + 1600 + 100 = 580 \Rightarrow 224 \cdot 48 = 1052
 \end{aligned}$$

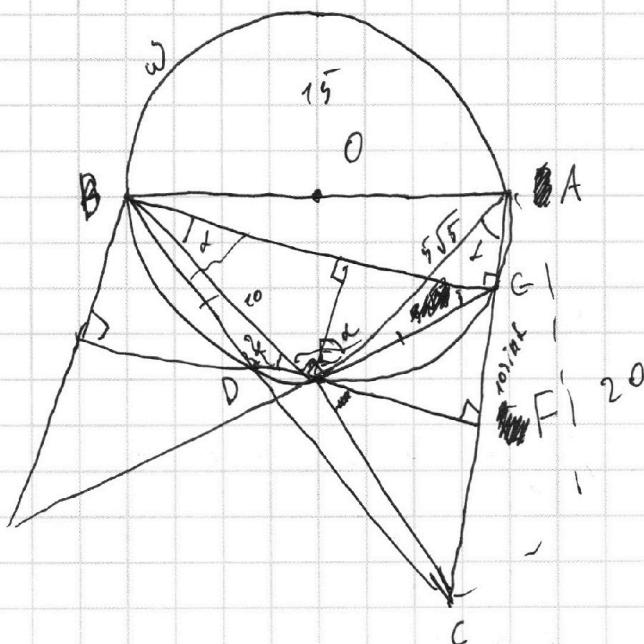
$$\begin{array}{r}
 18 \\
 18 \\
 \hline
 144 \\
 18 \\
 \hline
 324
 \end{array}
 \quad
 \begin{array}{r}
 24 \\
 24 \\
 \hline
 24 \\
 96 \\
 \hline
 48
 \end{array}
 \quad
 12520$$

На одной странице можно оформлять только одну задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.

- |                            |                            |                            |                            |                            |                            |                            |
|----------------------------|----------------------------|----------------------------|----------------------------|----------------------------|----------------------------|----------------------------|
| <input type="checkbox"/> 1 | <input type="checkbox"/> 2 | <input type="checkbox"/> 3 | <input type="checkbox"/> 4 | <input type="checkbox"/> 5 | <input type="checkbox"/> 6 | <input type="checkbox"/> 7 |
|----------------------------|----------------------------|----------------------------|----------------------------|----------------------------|----------------------------|----------------------------|

СТРАНИЦА  
ИЗ

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!



$$5\sqrt{5}\sin\alpha - 10\sin\alpha = 5(\sqrt{5} - 2\sin\alpha)$$

$$10\sin\alpha - 5\sqrt{5}\cos\alpha$$

$$BG = \sqrt{15^2 - (10\sin\alpha - 5\sqrt{5}\cos\alpha)^2}$$

$$BG - 10\cos\alpha = 5\sqrt{5}\sin\alpha$$

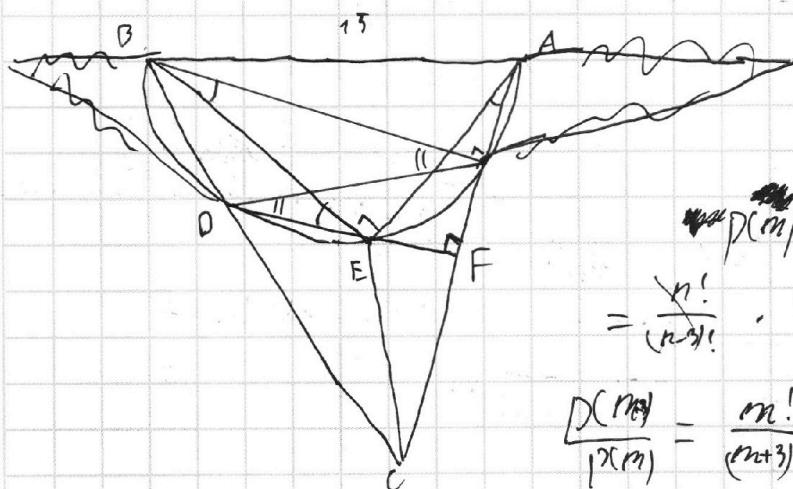
$$15^2 - (10\sin\alpha - 5\sqrt{5}\cos\alpha)^2 = (5\sqrt{5}\sin\alpha + 10\cos\alpha)^2$$

$$\frac{\sqrt{23}}{18}$$

$$\frac{13}{84}$$

$$\frac{13}{23}$$

$$\frac{13}{14}$$



$$D(m) = \frac{C_n^m}{C_{n-m}^m} = \frac{n!}{(n-m)!} : \frac{m!}{(m-m)!} =$$

$$= \frac{n!}{(n-m)!} \cdot \frac{(m-m)!}{m!}$$

$$\frac{D(m)}{P(m)} = \frac{m!}{(m+3)!} : \frac{(m-3)!}{m!} =$$

$$\alpha^2 - \alpha = \frac{\alpha^2 - \alpha^2}{2} \Rightarrow \alpha^3 - 3\alpha^2 + 2\alpha = 0$$

$$\alpha^2 - 3\alpha + 2 = 0$$

$$\alpha \leq 2$$

$$\alpha = 1$$

$$\frac{5}{18}$$

$$\frac{54}{126}$$

$$\frac{18}{31,14}$$

$$1) 6 + 2t, 6 + 3t$$

$$2) 6, 6 + 5t$$

$$x^2 - 2x - 2 = 0$$

$$x^2 - 2x = 0$$

$$x^2$$

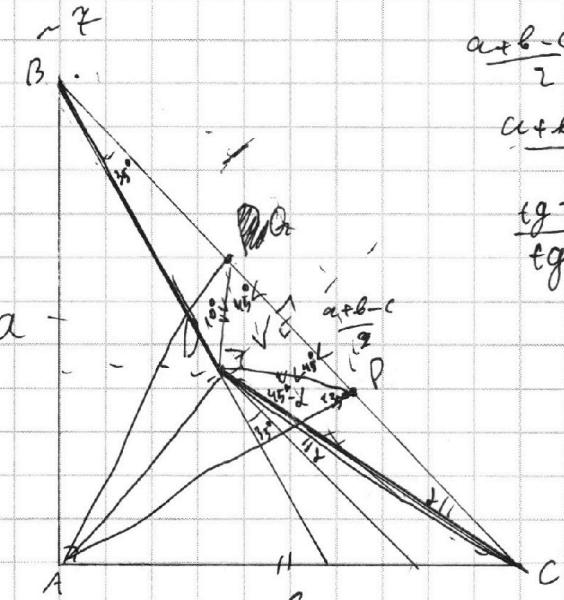
На одной странице можно оформлять только одну задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.



- |                          |                          |                          |                          |                          |                          |                          |
|--------------------------|--------------------------|--------------------------|--------------------------|--------------------------|--------------------------|--------------------------|
| <input type="checkbox"/> |
|--------------------------|--------------------------|--------------------------|--------------------------|--------------------------|--------------------------|--------------------------|

СТРАНИЦА  
ИЗ

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!



$$\frac{a+b-c}{2} + (c-\beta) = \frac{a+c-b}{2}$$

$$\frac{a+b-c}{2} + (c-\alpha) = \frac{b+c-a}{2}$$

$$\frac{\tan 35^\circ}{\tan 2} = \frac{a+c-b}{b+c-a}$$

$$\begin{aligned} & \cancel{b+c-\alpha} \sin \beta - \cancel{a+c-b} \sin \alpha \\ &= (\alpha - \alpha) \sin \beta = b - \alpha \end{aligned}$$

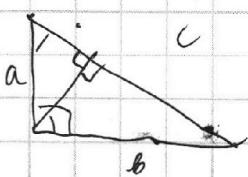
$$\begin{aligned} & \frac{b+c-a}{2} \cos \beta - \frac{a+b-c}{2} \cos \beta = \\ &= \frac{1}{2} (a(-\sqrt{3} \cos \beta) + b(\sqrt{3} \cos \beta) + c(1 - \sin^2 \beta)) \end{aligned}$$

$$\frac{a+c-b}{2} \cos \beta - \frac{a+b-c}{2} \sin \beta = \frac{1}{2} (a(-$$

$$\sqrt{a^2 - 2a^2 \cos \alpha} = \sqrt{2a^2 (1 - \cos \alpha)} = 2a^2 (1 - \cos \alpha / 3)$$

$$\sqrt{b^2 (1 - \sin^2 \beta)} = b^2 (1 - \sin^2 \beta)$$

$$\cos \alpha = \frac{a^2 + b^2 - c^2}{2ab} = \frac{a^2 + b^2 - c^2}{2ab} = \frac{a^2 + b^2 + c^2}{2ab}$$



$$\frac{c_b}{b} = \frac{b}{c} \Rightarrow c_b = \frac{b^2}{c}$$

$$b^2 + a^2$$

$$\frac{b+c-a}{2} - \frac{b^2}{c} = \frac{-2b^2 + bc + c^2 - ac}{2c} =$$

$$= \frac{a^2 - b^2 + (c-b-a)}{2c} = \frac{-(b-a)(a+b) + c(b-a)}{2c} =$$

$$= \frac{(b-a)(c-(a+b))}{2c} \quad \text{ВОЛНА} = \frac{(a-b)(a+b-c)}{2c}$$

I-

I-



На одной странице можно оформлять **только одну** задачу. Отметьте **крестиком** номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении **каждой** задачи **отдельно**.

1

2

3

4

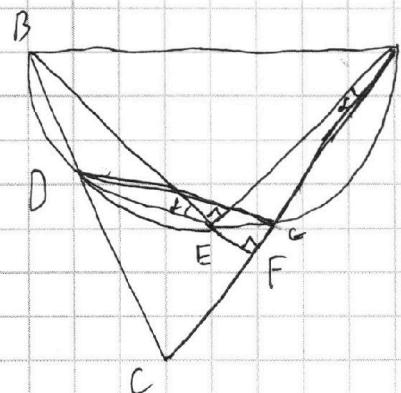
5

6

7

СТРАНИЦА  
\_ ИЗ \_

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по **каждой** из задач **нумеруются отдельно**. Порча QR-кода недопустима!



A

$$5\sqrt{5} \cos 2^\circ - 7 \sin 2^\circ$$

$$\frac{BD}{\sin \angle} = AB \Rightarrow BD$$

I-

I-