



МОСКОВСКИЙ
ФИЗИКО-ТЕХНИЧЕСКИЙ
ИНСТИТУТ

ОЛИМПИАДА "ФИЗТЕХ"
ПО МАТЕМАТИКЕ

10 КЛАСС. Вариант 7



1. [4 балла] Ненулевые числа x, y, z удовлетворяют системе уравнений

$$\begin{cases} xy = 4z + z^2, \\ yz = 4x + x^2, \\ zx = 4y + y^2. \end{cases}$$

Найдите все возможные значения выражения $(x+4)^2 + (y+4)^2 + (z+4)^2$, если известно, что система имеет хотя бы одно решение в ненулевых числах.

2. [2 балла] Десятичная запись натурального числа n состоит из 25 000 девяток. Сколько девяток содержит десятичная запись числа n^3 ?
3. [5 баллов] Окружность ω с диаметром AB пересекает сторону BC остроугольного треугольника ABC в точке D . Точка F выбрана на отрезке AC так, что $DF \perp AC$, а E — точка пересечения отрезка DF с окружностью ω , отличная от D . Найдите AF , если $AC = 20$, $AB = 15$, $BE = 10$.
4. [4 балла] В теленгрие ведущий берет несколько коробок и ровно в три из них кладет по одному шарику. Игрок может указать на пять коробок и открыть их. Если в этих коробках лежат все три шарика, то игрок выигрывает. Игроку разрешили открыть восемь коробок. Во сколько раз увеличилась вероятность выигрыша игрока?
5. [5 баллов] Найдите все значения параметра a , при которых корни уравнения $x^2 - (a^2 - a)x + \frac{2-a^3}{3} = 0$ являются четвертым и пятым членами некоторой непостоянной арифметической прогрессии, а корни уравнения $2x^2 - (a^3 - a^2)x - 2a^6 - 8a - 4 = 0$ являются вторым и седьмым членами этой прогрессии.
6. [5 баллов] На координатной плоскости построена фигура Φ , состоящая из всех точек, координаты $(x; y)$ которых удовлетворяют неравенству $\left|y - 15 + \frac{x}{6\sqrt{3}}\right| + \left|y - 15 - \frac{x}{6\sqrt{3}}\right| \leqslant 6$. Фигуру Φ непрерывно повернули вокруг начала координат на угол π по часовой стрелке. Найдите площадь множества M , которое замела фигура Φ при этом повороте.
7. [6 баллов] На гипотенузе BC прямоугольного треугольника ABC выбраны точки P и Q так, что $AB = BP$, $AC = CQ$. Внутри треугольника ABC выбрана точка D , для которой $DP = DQ$, а $\angle PDQ = 90^\circ$. Найдите $\angle DCB$, если известно, что $\angle DBC = 35^\circ$.



На одной странице можно оформлять только одну задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.

- | | | | | | | |
|---------------------------------------|----------------------------|----------------------------|----------------------------|----------------------------|----------------------------|----------------------------|
| <input checked="" type="checkbox"/> 1 | <input type="checkbox"/> 2 | <input type="checkbox"/> 3 | <input type="checkbox"/> 4 | <input type="checkbox"/> 5 | <input type="checkbox"/> 6 | <input type="checkbox"/> 7 |
|---------------------------------------|----------------------------|----------------------------|----------------------------|----------------------------|----------------------------|----------------------------|

СТРАНИЦА
2 ИЗ 4

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

$$\begin{aligned} \text{№ } & \text{Рассмотрим } \int y dx \\ & \left. \begin{array}{l} x = -y - z - 4 \\ y = -\frac{z}{2} - 2 \end{array} \right\} \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} \Rightarrow & x^2 = -x - z - 4 \\ & 2x^2 = -2 - z - 4, \quad x = \frac{-z}{2} - 2 \\ & y^2 = -\frac{z}{2} - 2 \end{aligned}$$

$$\Rightarrow 2x = 2 \left(\frac{-z}{2} - 2 \right) = 4 \left(\frac{-z}{2} - 2 \right) + \left(\frac{z}{2} + 2 \right)^2$$

$$\frac{-z^2}{2} - 2z - 2 = 2z - 8 + \frac{z^2}{4} + z + 4$$

$$-2z^2 = 8z = -8z - 32 + 16 + z^2 + 12$$

$$3z^2 + 16z + 4z - 16 = 0$$

$$D = 16 + 16 \cdot 4 \cdot 3 = 16 \cdot 13$$

$$z_1 = \frac{-4 + 4\sqrt{13}}{6} = \frac{-2 + 2\sqrt{13}}{3}$$

$$z_2 = \frac{-2 - 2\sqrt{13}}{3},$$

$$(x+y)^3 = \left(\frac{-z}{2} - 2 + 4 \right)^2 - \left(\frac{-z}{2} + 2 \right)^2 = \left(\frac{-2+z}{2} \right)^2 - (y+8)^2$$

$$\text{Если } z = \frac{-2 + 2\sqrt{13}}{3}, \text{ то } (2+4)^2 = \left(\frac{12 - 2 + 2\sqrt{13}}{3} \right)^2 =$$

$$2 \left(\frac{10 + 2\sqrt{13}}{3} \right)^2 = \frac{100 + 40\sqrt{13} + 52}{9} = \frac{152 + 40\sqrt{13}}{9}$$

$$(x+y)^2 = \left(\frac{-2 + 2 - 2\sqrt{13}}{3} \right)^2 = \left(\frac{2 - 2\sqrt{13}}{3} \right)^2$$



На одной странице можно оформлять только одну задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.

1

2

3

4

5

6

7

СТРАНИЦА

1 ИЗ 9

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

$$\begin{cases} xy = 4x + z^2 \\ y^2 = 4x + z^2 \\ 2x = 4y - z^2 \end{cases}$$

$$x + y = \frac{y^2}{x}$$

$$(x+y)^2 + (y+z)^2 + (z+y)^2 - ?$$

$$\frac{y^2 + z^2}{x^2} + \frac{z^2 + x^2}{y^2} + \frac{x^2 + y^2}{z^2}$$

$$\begin{matrix} \\ \\ \\ \hline \end{matrix}$$

$$\frac{y^2 z^2 + x^2 z^2 + x^2 y^2}{x^2 y^2 z^2}$$

$$f(a) = 4a + a^2$$

$$xy = f(z)$$

$$yz = f(x)$$

$$xz = f(y)$$

$$f(x) - f(y) = 4x + x^2 - 4y - y^2 =$$

$$= 4(x-y) + (x-y)(x+y) = (x-y)(x+y+4)$$

$$f(x) - f(y) = 2y - 2x = 2(y-x)$$

$$\Rightarrow f(x) - f(y) = 2(y-x) = (x-y)(x+y+4),$$

$$\begin{cases} y = x \\ z = -x - y - 4 \end{cases}$$

аналогично

$$y = x$$

$$x = -y - 4$$

$$\begin{cases} x = z \\ y = -x - 4 \end{cases}$$

Если $y = x + z$, то

$$xy = 4x + z^2$$

$$x^2 = 4x + z^2 \Rightarrow 4x^2 = x^2 \Rightarrow x = 0$$

недоброкачественные решения

$$\Rightarrow x + y + z = 0$$

$$\begin{cases} y = x + z \\ z = -x - y - 4 \end{cases}$$

Если $x = -y - 4$

$$x^2 = y^2 + (-y - 4)^2$$

$$= 2y^2 + 8y + 16$$



На одной странице можно оформлять только одну задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.

1

2

3

4

5

6

7

СТРАНИЦА
4 ИЗ 4

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

$$\text{аналогично для } \begin{cases} y = 2 \\ z = -y - 4 - y \end{cases}$$

$$\text{также } \begin{cases} z = -x - y - 4 \\ x = -y - z - 4 \\ x = 2 \end{cases}, \text{ то аналогично тоже}$$

$$\text{также } \begin{cases} z = -x - y - 4 \\ x = -y - z - 4 \\ y = -x - z - 4 \end{cases}, \text{ то} \quad \begin{aligned} z &= -y - 4 - y - 4 = -2y - 4 \\ &\sim 2z = -2y - 8 \\ &z = -y - 4 \end{aligned}$$

$$\Rightarrow -x - y - 4 \equiv -y - 4$$

$\Rightarrow x = 0; x = 0$. Но погрешн.

$$\Rightarrow \text{Ответ: } \frac{92+4\sqrt{137}}{3}; \frac{92-4\sqrt{137}}{3};$$



На одной странице можно оформлять только одну задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.

- | | | | | | | |
|-------------------------------------|--------------------------|--------------------------|--------------------------|--------------------------|--------------------------|--------------------------|
| 1 | 2 | 3 | 4 | 5 | 6 | 7 |
| <input checked="" type="checkbox"/> | <input type="checkbox"/> |

СТРАНИЦА
3 ИЗ 4

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

$$(x+4)^2 = \frac{196 - 56\sqrt{13} + 52}{9} = (y+4)^2$$

$$\Rightarrow (x+4)^2 + (y+4)^2 + (z+4)^2 = \frac{152 + 40\sqrt{13} + 392}{9} =$$

$$= 102\sqrt{13} + 104 = \frac{648 - 62\sqrt{13}}{9}$$

$$(x+4)^2 = \left(\frac{-z^2 + 2}{2} + 2\right)^2 = \frac{z^2 - 8z + 16}{4} = (y+4)^2$$

$$(x+4)^2 + (y+4)^2 = \frac{z^2 - 8z + 16}{2}$$

$$(x+4)^2 + (y+4)^2 + (z+4)^2 = \frac{z^2 - 8z + 16}{2} + z^2 + 8z + 16 =$$

$$= \frac{3z^2 + 8z + 48}{2} = \frac{3z^2 + 4z - 16}{2} + \frac{4z + 64}{2} =$$

$$= 2z^2 + 32$$

$$\Rightarrow \text{Сум } z = \frac{-2 + 2\sqrt{13}}{3}, \text{ то } (x+4)^2 + (y+4)^2 + (z+4)^2 =$$

$$= \frac{-2 + 2\sqrt{13} + 3z^2 + 3z + 32}{3} = \frac{30 + 2\sqrt{13}}{3}$$

$$\text{Сум } z = \frac{-2 - 2\sqrt{13}}{3}, \text{ то } (x+4)^2 + (y+4)^2 + (z+4)^2 =$$

$$= \frac{-2 - 2\sqrt{13}}{3} + 3z = \frac{-4 + 8z + 4\sqrt{13}}{3} = \frac{92 + 4\sqrt{13}}{3}$$

$$\text{Сум } z = \frac{-2 - 2\sqrt{13}}{3}, \text{ то } (x+4)^2 + (y+4)^2 + (z+4)^2 =$$

$$= \frac{92 - 4\sqrt{13}}{3}$$



На одной странице можно оформлять только одну задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.

- | | | | | | | |
|--------------------------|-------------------------------------|--------------------------|--------------------------|--------------------------|--------------------------|--------------------------|
| 1 | 2 | 3 | 4 | 5 | 6 | 7 |
| <input type="checkbox"/> | <input checked="" type="checkbox"/> | <input type="checkbox"/> |

СТРАНИЦА
1 ИЗ 1

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

$$n = \frac{99 \dots 99}{25000} - 9 \cdot \frac{11 \dots 11}{25000} = 9 \cdot \left(11 + \cancel{1100} + \cancel{11000\dots 0} \right) \frac{24988}{24988}$$

$$n = \cancel{2 \cdot 11 + 9 \cdot 1100 + 9 \cdot 11000\dots 0} \frac{24988}{24988}$$

$$n^3 = 9^3 \cdot \left(\frac{11 \dots 11}{25000} \right)^3 = 279 \cdot \left(\frac{11 \dots 11}{25000} \right)^3$$

$$279 \cdot 11^3 \rightarrow \begin{array}{r} 279 \\ + 279 \\ \hline 3069 \end{array} \quad \begin{array}{r} 3069 \\ + 30690 \\ \hline 33759 \end{array} \quad \begin{array}{r} 33759 \\ + 33759 \\ \hline 361349 \end{array}$$

$$\cancel{279 \cdot 1111^3} \rightarrow \cancel{279 \cdot (1100+11)}^3 \cdot \cancel{279 \cdot (11+11)}^3$$

$$1111^3 = (101 \cdot 11)^3$$

$$279 \cdot 1111^3 = 279 \cdot 11^3 \cdot (101)^3 = 361349 \cdot 101^3 =$$

$$\cancel{36134900} 361349 \left(100^3 + 3 \cdot 100^2 + 3 \cdot 100 + 1 \right)^2$$

$$\sim 3613490000000 + 3 \cdot 361349 \cdot 100^2 + 3 \cdot 361349 \cdot 100 + 1$$



На одной странице можно оформлять только одну задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.

1

2

3

4

5

6

7

СТРАНИЦА

2 ИЗ 2

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

$$\Rightarrow 40 = 9x, \quad x = \frac{40}{9} \Rightarrow \alpha = \frac{80}{9}$$

$$\Rightarrow CF = \frac{60}{9} \Rightarrow AF = \sqrt{AC^2 - CF^2}$$

$$= 20 - \frac{80}{9} = \frac{180 - 80}{9} = \frac{100}{9}$$

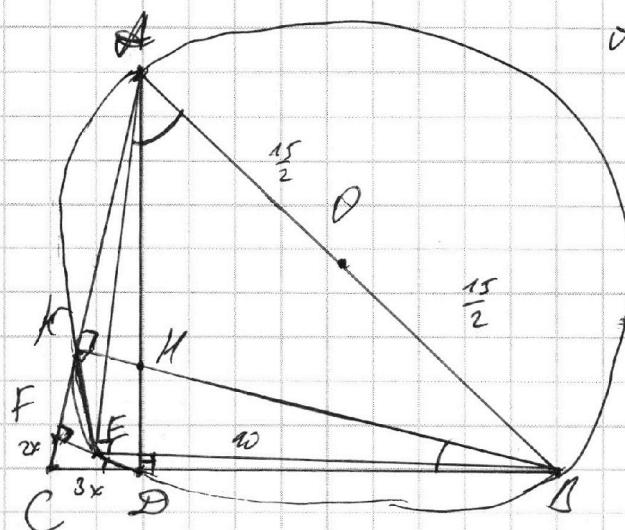
Ответ: $AF = \frac{100}{9}$

На одной странице можно оформлять только одну задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.

- | | | | | | | |
|--------------------------|--------------------------|--------------------------|--------------------------|-------------------------------------|--------------------------|--------------------------|
| <input type="checkbox"/> | <input type="checkbox"/> | <input type="checkbox"/> | <input type="checkbox"/> | <input checked="" type="checkbox"/> | <input type="checkbox"/> | <input type="checkbox"/> |
|--------------------------|--------------------------|--------------------------|--------------------------|-------------------------------------|--------------------------|--------------------------|

СТРАНИЦА
1 из 2

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!



1) ~~JKLKAC~~

$DK \parallel DF$;

$AF \rightarrow ?$

$$AC = 20$$

$$AD = 15$$

$$BE = 10$$

$$AE^2 = AD^2 - DE^2$$

$$= 15^2 - 10^2 =$$

$$= (5\sqrt{5})^2$$

по т. Пифагора

$\triangle ADE \sim \triangle AEB$

$$AE = 5\sqrt{5}$$

$$CK \cdot CA = CD \cdot CB; \quad \text{I} \Rightarrow AD \sim BK$$

$$\frac{CF}{CK} = \frac{CD}{CB} = \frac{FD}{DK} \quad \text{т.к. } \triangle CFD \sim \triangle CKB$$

$$DE \parallel KJ \Rightarrow DK = EK$$

$$\Rightarrow \angle CDF = \angle CKB = \angle DAE$$

$$\sin \angle DAE = \frac{BE}{AB} = \frac{10}{15} = \frac{2}{3} \quad \text{т.к. } CK = 2x$$

$$\Rightarrow \sin \angle CDF = \frac{2}{3} \Rightarrow \frac{CF}{CD} = \frac{2x}{3x}$$

$$\frac{CF}{CD} = \frac{CK}{CB} = \frac{2}{3} \Rightarrow \frac{CK}{CO} = \frac{CD}{CA} = \frac{2}{3} \quad \cancel{\text{---}} \quad \cancel{\text{---}} \quad \frac{3x}{20}$$



На одной странице можно оформлять **только одну** задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.

 1 2 3 4 5 6 7

СТРАНИЦА
1 из 1

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

~ 4

Будь всего n коробок. Тогда кол-во способов выбрать 5 из них ≥ 20 $C_n^5 = \frac{n!}{5!(n-5)!}$

~~П~~ По бокам от центральной коробки три прямых коробки и две перевёрнутые коробки \Rightarrow кол-во подобных способов ≥ 20

$$C_{n-3}^2 = \frac{(n-3)!}{2!(n-5)!} \Rightarrow P(5) = \frac{C_{n-3}^2}{C_n^5} = \frac{(n-3)! \cdot 5! \cdot (n-5)!}{2! \cdot n! \cdot (n-5)!} =$$

$$= \frac{(n-3)! \cdot 5 \cdot 4 \cdot 3}{n!} = \frac{5 \cdot 4 \cdot 3 \cdot 2}{n \cdot (n-1)(n-2)} :$$

$P(k)$ - вероятность подсчитать ~~все~~ ~~все~~ коробки

~~все~~ коробки

$$\text{аналогично } P(8) = \frac{C_{n-3}^5}{C_n^8} = \frac{(n-3)! \cdot 5! \cdot (n-8)!}{8! \cdot 7! \cdot (n-8)!}$$

$$= \frac{(n-3)! \cdot 5!}{8! \cdot n!} = \frac{n(n-1)(n-2) \cdot 4 \cdot 3 \cdot 2 \cdot 1 \cdot 5!}{8 \cdot 7 \cdot 6 \cdot 5! \cdot (n-8)!} = \frac{8! \cdot 5!}{8! \cdot (n-8)!} = \frac{5!}{(n-8)!}$$

$$P(8) = \frac{(n-3)!}{5!(n-8)!} : \frac{n!}{8!(n-8)!} = \frac{(n-3)! \cdot 8 \cdot 7 \cdot 6}{n!} =$$

$$= \frac{8 \cdot 7 \cdot 6}{n \cdot (n-1)(n-2)} \Rightarrow \frac{P(8)}{P(5)} = \frac{8 \cdot 7 \cdot 6}{5 \cdot 4 \cdot 3} = \frac{28}{5}$$

Ответ: $6 \frac{28}{5}$ раз



На одной странице можно оформлять **только одну** задачу. Отметьте **крестиком** номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в **решении каждой задачи отдельно**.

- | | | | | | | |
|--------------------------|--------------------------|--------------------------|--------------------------|-------------------------------------|--------------------------|--------------------------|
| 1 | 2 | 3 | 4 | 5 | 6 | 7 |
| <input type="checkbox"/> | <input type="checkbox"/> | <input type="checkbox"/> | <input type="checkbox"/> | <input checked="" type="checkbox"/> | <input type="checkbox"/> | <input type="checkbox"/> |

СТРАНИЦА
2 из 3

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач **нумеруются отдельно**. Порча QR-кода недопустима!

Если $\alpha = 0$, то $x^2 - x(\alpha^2 - \alpha) + \frac{2-\alpha^3}{3} = 0$

$$x^2 + \frac{2}{3} = 0 \Rightarrow x^2 = -\frac{2}{3}, \text{ но } x^2 > 0$$

\Rightarrow при $\alpha = 0$ у первого уравнения нет корней, но условия, они есть. Тогда $\alpha \neq 0$.

Если $\alpha = 1$, то $x^2 - x(\alpha^2 - \alpha) + \frac{2-\alpha^3}{3} = x^2 + \frac{1}{3} = 0$

$x^2 = -\frac{1}{3}$. \Rightarrow при $\alpha = 1$ у первого уравнения нет корней, но условия, они есть. Тогда $\alpha \neq 1$.

Если $\alpha = 2$, то $x^2 - x(\alpha^2 - \alpha) + \frac{2-\alpha^3}{3} = x^2 - x \cdot 2 + 2 = 0$

$x^2 - 2x - 2 = 0$; $D_1 > 0 \Rightarrow$ корни есть.

$$2x^2 - x(\alpha^3 - \alpha^2) = 2x^2 - x \cdot 8 - 4 = 2x^2 - x \cdot 4 - 198 = 0$$

$D_2 > 0 \Rightarrow$ корни есть.

$$x^2 - 2x - 2 = 0; D_1 = 4 + 8 = 12 = 4 \cdot 3$$

$$x_1 = \frac{2 - 2\sqrt{3}}{2} = 1 - \sqrt{3},$$

$$x_2 = 1 + \sqrt{3},$$

$$2x^2 - 4x - 198 = 0$$

$$x^2 - 2x - 99 = 0; D_2 = 4 + 4 \cdot 99 = 4(7411) = 4 \cdot 75 = 4 \cdot 5^2 \cdot 3$$

~~сторона~~



На одной странице можно оформлять только одну задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.

- | | | | | | | |
|--------------------------|--------------------------|--------------------------|--------------------------|-------------------------------------|--------------------------|--------------------------|
| 1 | 2 | 3 | 4 | 5 | 6 | 7 |
| <input type="checkbox"/> | <input type="checkbox"/> | <input type="checkbox"/> | <input type="checkbox"/> | <input checked="" type="checkbox"/> | <input type="checkbox"/> | <input type="checkbox"/> |

СТРАНИЦА
1 из 3

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

$$x^2 - x(a^2 - a) + \frac{2-a^3}{3} = 0; \quad \text{тогда } x_1, x_2 \text{ - корни этого уравнения}$$

$$2x^2 - x(a^2 - a^2) - 2a^6 - 8a - 4 = 0; \quad \text{тогда } x_3, x_4 \text{ - корни этого уравнения}$$

1) Докажем, что нашли такие a , что для этих ожидаемых однотипности x_i - члены члены арифметической прогрессии, $x_2 = 5$, $x_3 = 2$, $x_4 = 7$.

$$\text{Тогда } x_1 = a + 3d, \quad x_2 = a + 4d, \quad x_3 = a + 5d,$$

$x_4 = a + 6d$; a - первый член арифметической прогрессии; d - разность прогрессии \Rightarrow

$$x_1 + x_2 = 2a + 7d = x_3 + x_4;$$

$$\text{но } \cancel{x_1 + x_2} \text{. Поэтому } \begin{cases} x_1 + x_2 = a^2 - a; \\ x_3 + x_4 = \frac{a^3 - a^2}{2}; \end{cases} \Rightarrow a^2 - a = \frac{a^3 - a^2}{2};$$

$$2a^2 - 2a = a^3 - a^2; \quad a^3 - 3a^2 + 2a = 0; \quad a(a^2 - 3a + 2) = 0;$$

$$a(a^2 - a - 2a + 2) = 0; \quad a(a(a-1) + 2(a-1)) = 0;$$

$$a(a-1)(a-2) = 0 \Rightarrow \begin{cases} a = 0 \\ a = 1 \\ a = 2 \end{cases}$$



На одной странице можно оформлять **только одну** задачу. Отметьте **крестиком** номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении **каждой** задачи **отдельно**.

- | | | | | | | |
|--------------------------|--------------------------|--------------------------|--------------------------|-------------------------------------|--------------------------|--------------------------|
| 1 | 2 | 3 | 4 | 5 | 6 | 7 |
| <input type="checkbox"/> | <input type="checkbox"/> | <input type="checkbox"/> | <input type="checkbox"/> | <input checked="" type="checkbox"/> | <input type="checkbox"/> | <input type="checkbox"/> |

СТРАНИЦА
3 ИЗ 3

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по **каждой из задач** нумеруются **отдельно**. Порча QR-кода недопустима!

$$D_2 = 2^2 \cdot 5^2 \cdot 3 \Rightarrow x_3 = \frac{2 - 2\sqrt{57}}{2} = 1 - \sqrt{57}, \\ x_4 = 1 + \sqrt{57},$$

$$\Rightarrow x_3 = 1 - \sqrt{57}, \quad x_1 = 1 - \sqrt{3}, \quad x_2 = 1 + \sqrt{3}, \quad x_4 = 1 + \sqrt{57}$$

Образуют арифметическую прогрессию

$$\text{с } a_1 = 1 - \sqrt{57}; \quad d = 2\sqrt{3}$$

$$x_3 = a_2; \quad x_1 = a_4; \quad x_2 = a_3; \quad x_4 = a_7;$$

$\Rightarrow a = 2$ — подходит.

и больше нет других значений a ,
которые подойдут.

Ответ: 2



На одной странице можно оформлять только одну задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.

- | | | | | | | |
|--------------------------|--------------------------|--------------------------|--------------------------|--------------------------|-------------------------------------|--------------------------|
| 1 | 2 | 3 | 4 | 5 | 6 | 7 |
| <input type="checkbox"/> | <input checked="" type="checkbox"/> | <input type="checkbox"/> |

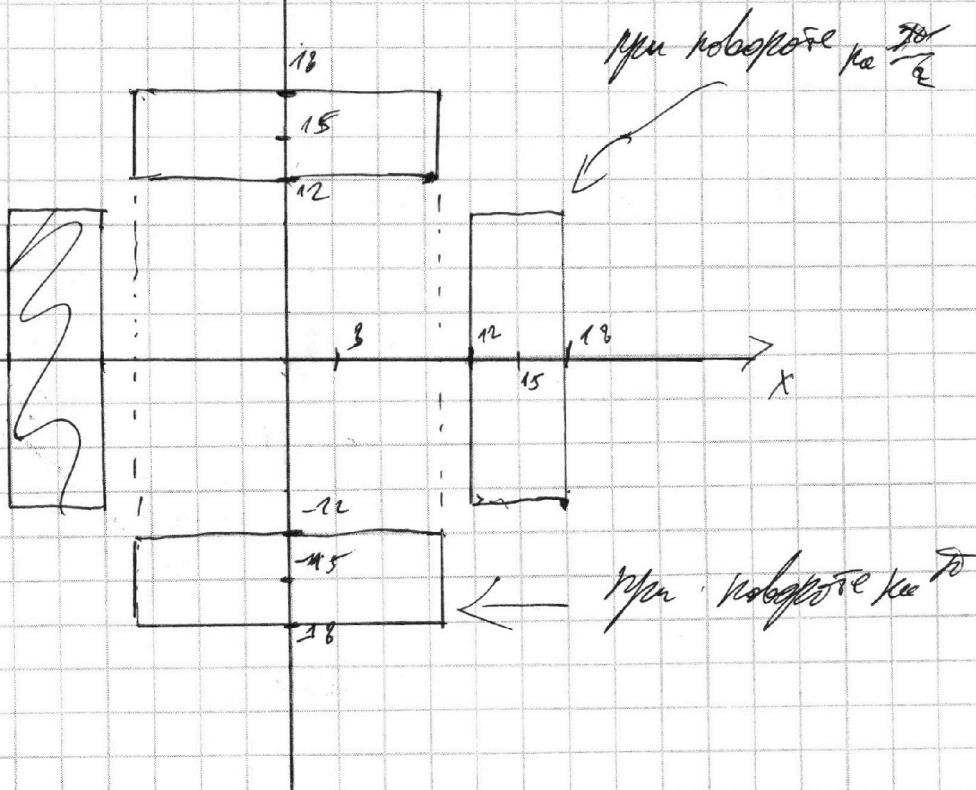
СТРАНИЦА
3 ИЗ 3

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

\Rightarrow жижка с борта фигуры \varnothing лежит
на прямой $y = 12$; ажиганка берега
~~с~~ с борта фигуры \varnothing лежит
на прямой $y = 18$;

\Rightarrow при работе по элеватору
на один т , то есть при империи
относительно конусов ходят суть

19



На одной странице можно оформлять только одну задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.

- | | | | | | | |
|--------------------------|--------------------------|--------------------------|--------------------------|--------------------------|-------------------------------------|--------------------------|
| <input type="checkbox"/> | <input checked="" type="checkbox"/> | <input type="checkbox"/> |
|--------------------------|--------------------------|--------------------------|--------------------------|--------------------------|-------------------------------------|--------------------------|

СТРАНИЦА
1 из 3

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!



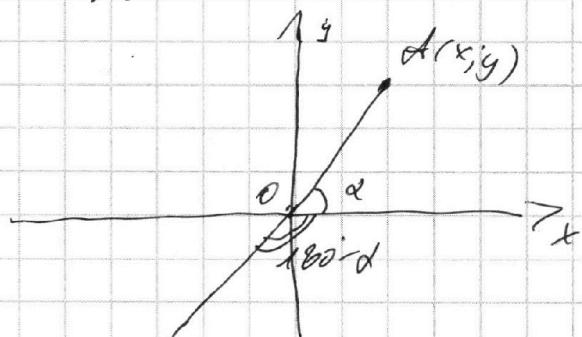
нб

1) Поворот некоторого катка координаты
на угол α по часовой стрелке это
составляющая от координато катка
изменяется.

$$r \rightarrow r$$

$$\begin{cases} x = r \cdot \cos \alpha \\ y = r \cdot \sin \alpha \end{cases}$$

$$\begin{cases} x' = r \cdot \cos(180^\circ - \alpha) = \\ = -r \cdot \cos \alpha = -x \\ y' = r \cdot \sin(180^\circ - \alpha) = \\ = -r \cdot \sin \alpha = -y \end{cases}$$



$$\Rightarrow A^*(x, -y)$$

$$y = \frac{x}{6\sqrt{3}}$$

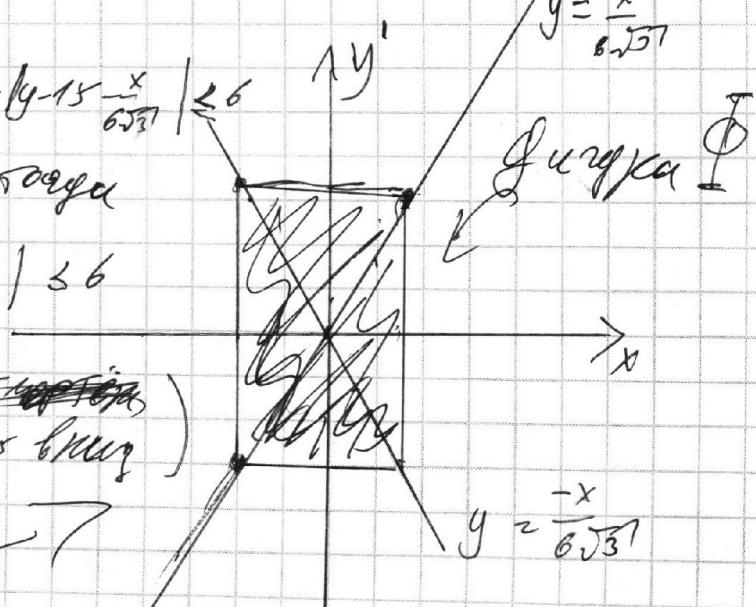
$$2) |y - 15 + \frac{x}{6\sqrt{3}}| + |y - 15 - \frac{x}{6\sqrt{3}}| \leq 6$$

Пусть $y' = y - 15$, тогда

$$|y' + \frac{x}{6\sqrt{3}}| + |y' - \frac{x}{6\sqrt{3}}| \leq 6$$

(также получим ~~что~~ что
это фигура квадрат)

Мы видим
координаты, что склонности все



$$y = -\frac{x}{6\sqrt{3}}$$



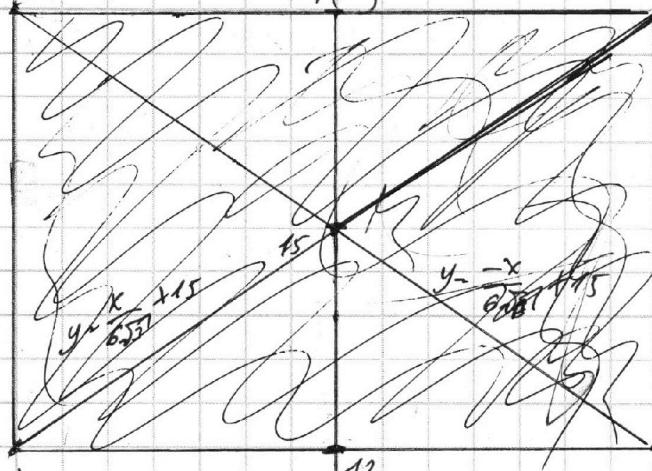
На одной странице можно оформлять только одну задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.

- | | | | | | | |
|----------------------------|----------------------------|----------------------------|----------------------------|----------------------------|---------------------------------------|----------------------------|
| <input type="checkbox"/> 1 | <input type="checkbox"/> 2 | <input type="checkbox"/> 3 | <input type="checkbox"/> 4 | <input type="checkbox"/> 5 | <input checked="" type="checkbox"/> 6 | <input type="checkbox"/> 7 |
|----------------------------|----------------------------|----------------------------|----------------------------|----------------------------|---------------------------------------|----------------------------|

СТРАНИЦА
2 ИЗ 3

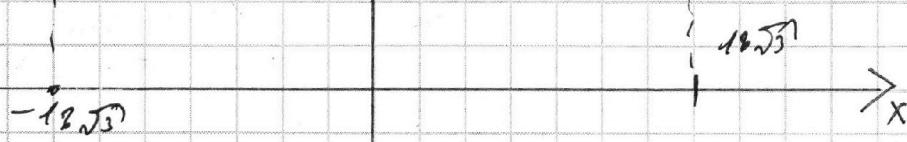
Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

Из симметрии очевидно, что фигура
полярная омнитрансформация фигуры Φ
при изображении



то же изображение —
это фигура Φ .

Они симметричны
относительно точки $(0, 15)$ и изображают
это кусок многоугольника.



16*sqrt(3)

Если $y \leq \frac{x}{6\sqrt{3}} + 15$
 $y \geq -\frac{x}{6\sqrt{3}} + 15 \Rightarrow P$

$y - 15 + \frac{x}{6\sqrt{3}} - y + 15 + \frac{x}{6\sqrt{3}} \leq 6$

$\frac{x}{3\sqrt{3}} \leq 6$

$x \leq 18\sqrt{3}$

Если $y \leq \frac{x}{6\sqrt{3}} + 15$
 $y \geq -\frac{x}{6\sqrt{3}} + 15, P$

$-y + 15 - \frac{x}{6\sqrt{3}} - y + 15 + \frac{x}{6\sqrt{3}} \leq 6$

$-2y + 30 \leq 6$

$-9 + 15 \leq 6, y \geq 12$



На одной странице можно оформлять **только одну** задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в **решении каждой задачи отдельно**.

СТРАНИЦА
ИЗ

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

$$x^2 - x(a^2 - a) + \frac{2-a^3}{3} = 0; \quad x_1, x_2 \text{ корни}$$

$$2x^2 - x(a^2 - a^2) - 2a^6 - 8a - 4 = 0, \quad x_3, x_4 \text{ корни}$$

$$\begin{array}{r} 1796 \\ 392 \\ \hline 392 \\ + 152 \\ \hline 544 \\ 104 \\ \hline 648 \end{array}$$

$$\begin{array}{c} x_1, x_2 \\ ||, || \\ a^2, a^2 \\ 4, 5, 2, 7 \\ 4, 5, 2, 7 \\ a_1 + 3a_2 = 0,148 \quad a_1 + 6a_2 = 0,118 \end{array}$$

$$\Rightarrow x_1 + x_2 = x_3 + x_4$$

$$x^2 - x(a^2 - a) + \frac{2-a^3}{3} = 0$$

$$x_1 + x_2 = \frac{a^2 - a}{1} =$$

~~$$x^2 - \frac{b_0}{24} - \frac{-b - \sqrt{D}}{24} - \frac{-b + \sqrt{D}}{24}$$~~

$$2a^2 - 2a = a^3 - a^2$$

$$\begin{cases} a \neq 0 \\ a(a-1) - 2(a-1) = 0 \end{cases}$$

$$\begin{cases} a \neq 0 \\ a^3 + a - 2a^2 = 0 \\ a(a^2 - 2a + 1) = 0 \\ a(a-1)^2 = 0 \\ a=0 \text{ или } a=1 \end{cases}$$

$$\begin{cases} a \neq 0 \\ a(a^2 - 3a + 2) = 0 \\ a^2 \neq 0 \\ a^2 - a - 2a^2 = 0 \\ 2a^2 = 0 \\ a=0 \end{cases}$$

$$\text{Если } a=1, \text{ то } x_1, x_2 = 0$$

$$x^2 - \text{Если } a=0, \text{ то } x^2 + \frac{2}{3} = 0 - \text{ для}$$

$$\text{Если } a=1, \text{ то}$$

$$a^2 + \frac{2}{3} = 0;$$

$$2x^2 - 2a^2 - 8 - 4 = 0$$

$$2x^2 - 4 = 0$$

$$\Rightarrow x^2 = 2$$

$$\text{Если } a=2, \text{ то}$$

$$x^2 =$$



На одной странице можно оформлять только одну задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.

 1 2 3 4 5 6 7СТРАНИЦА
ИЗ

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

$$\begin{cases} xy = 4 \cdot 2x^2 \\ y_2 = 4x + x^2 \\ 2x = 4y + y^2 \end{cases}$$

н1

$$\frac{x}{2} = \frac{2(2+4)}{x(x+4)} \Rightarrow (x+4)x^2 = 2^2(2+4)$$

$$x(x+4) = 2^2 \\ x+4 = \frac{2^2}{x}$$

членами

$$x^2(x+4) = y^2(y+4) = 2^2(2+4)$$

Если $x = y$, то $x = 4x + x^2 \Rightarrow 4x = 0, x = 0$
 Но это решение убывает

$$4 \cdot 13 = 40 \cdot 12 \cdot 25 \quad \text{Если } x = y = 2, \text{ то } \text{модуль решения}$$

$$\text{так } x = y \neq 2 \text{ то}$$

$$\begin{cases} x^2 = 4x + x^2 \\ x_2 = 4x + x^2 \end{cases}$$

$$\cancel{\text{так}} \quad \frac{2-8}{2} = \frac{-6}{2} = -2$$

$$\cancel{4x^2 - x^2 - x^2} \\ \cancel{x(x-2) - 2(4+4)} = 20$$

$$(x+4)^2 = \left(\frac{2^2(2+4)}{x}\right)^2 = \left(\frac{y^2}{x}\right)^2$$

$$(x+4)^2 = \frac{2^4(2+4)^2}{x^4}; (y+4)^2 = \frac{2^4(2+4)^2}{y^4} = 2^4 \cdot 2^6 - 2^3 \cdot 2^4 - 4 =$$

$$(2+4)^2 + (x+4)^2 + (y+4)^2 = (2+4)^2 \left(1 + \frac{2^4}{x^4} + \frac{2^4}{y^4}\right) =$$

$$= (2+4)^2 \left(\frac{x^4 + y^4 + 2^4 y^4 + 2^4 x^4}{x^4 y^4}\right) = a^2(a-1)^2$$

$$= 2^7 - 2^4 = 2^2 = 2^2(2^5 - 2^2 - 1) = 2^2 \cdot 4 = 2^3 \cdot 4.$$

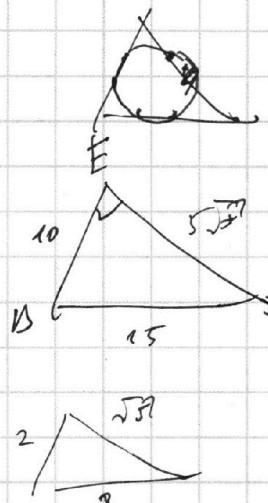


На одной странице можно оформлять **только одну** задачу. Отметьте **крестиком** номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.

 1 2 3 4 5 6 7

СТРАНИЦА
ИЗ

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по **каждой** из задач **нумеруются отдельно**. Порча QR-кода недопустима!

 ≈ 3

$$BE = 10$$

$$AC = 20$$

$$AP = 15$$

$$AF = ?$$

$$\angle T = \angle DE \text{ and } \angle B$$

~~$$\angle FEK = 2\alpha + \beta + \gamma$$~~

$$\angle DE \parallel CK$$

$$\Rightarrow \angle PEK = \alpha$$

$$\angle EKO$$

$$\angle DTA = \frac{\alpha}{2} - \beta + \gamma = \frac{\alpha + \gamma - \beta}{2}$$

$$\angle EFD = \angle PAD = \alpha + \gamma$$

$$\angle DAC = \alpha; \angle DAD = 90^\circ - \beta$$

$$\Rightarrow \angle BAF = \alpha - 90^\circ + \beta; \Rightarrow \angle FEK = \alpha + \beta - 90^\circ$$

$$\angle ATB = 180^\circ - 90^\circ + \gamma - 180^\circ + \alpha = \beta + \gamma - 90^\circ$$

~~$$CK \cdot CA = CD \cdot CB;$$~~

$$AK \cdot AC = AP \cdot AB;$$

$$AE = 5\sqrt{3}$$

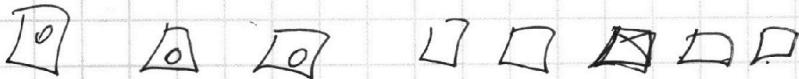
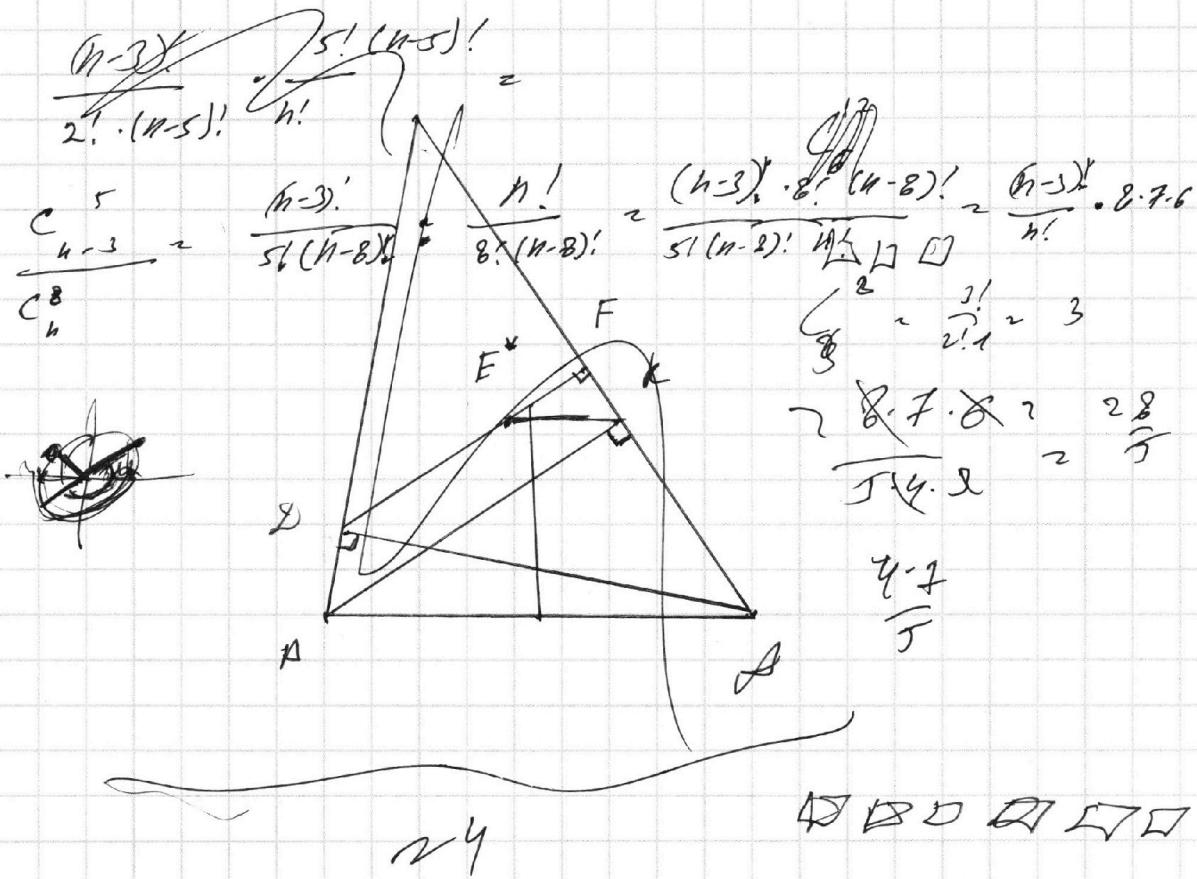


На одной странице можно оформлять **только одну** задачу. Отметьте **крестиком** номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в **решении каждой задачи отдельно**.

 1 2 3 4 5 6 7

СТРАНИЦА
— ИЗ —

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач **нумеруются отдельно**. Порча QR-кода недопустима!



Было n коробок. Тогда ~~все~~

всего было выбрано ~~всех~~ 5 коробок $C_n^5 =$

$$= \frac{n!}{5!(n-5)!}$$

~~Причём~~ ~~Причём~~ ~~Причём~~ ~~Причём~~ ~~Причём~~

без коробок $1 \cdot C_{n-3}^2 = \frac{(n-3)!}{(n-2)!(n-5)!}$

\Rightarrow бескоробность

На одной странице можно оформлять **только одну** задачу. Отметьте **крестиком** номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи **отдельно**.



СТРАНИЦА
ИЗ

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются **отдельно**. Порча QR-кода недопустима!

$$y^2(y+q) = x^2(x+q) = 2^2(2+q) \approx 3$$

Если $x > y$, то решение

если

$$\begin{aligned} &\rightarrow x^2 = 4x + k^2 \\ &\rightarrow x^2 - 4x - k^2 = 0 \quad \text{чтобы решить} \end{aligned}$$

чтобы

$$\begin{aligned} &\rightarrow x^2 - 4x = k^2 \\ &\quad x_1 \quad x_2 \end{aligned}$$

тогда $x_1 > x_2 > y$

$$x^2(x+q) \geq y^2(y+q)$$

$$x > y \Rightarrow x+q > y+q, \text{ если } x, y > 0, \text{ то}$$

т.к.

$$\frac{10}{\sin \angle DAE} = 15$$

$$\sin \angle DAE =$$

22

$$h = \frac{99 \dots 99}{25000}$$

$$n^3 = \dots ?$$

$$81 \cdot 9 = 729$$

$$9; 9^3 = 729$$

$$99; 99^3 = (9 \cdot 11)^3 = 9^3 \cdot 11^3 = 729 \cdot 11^3$$

$$729 \cdot 11^3 = 729 \cdot (10+1)^3 = 729 \cdot 10^3 + 729 \cdot$$

$$\cdot 10^2 \cdot 3 + 729 \cdot 10^3 + 729 = 729000 + 72900 \cdot 3 + 7290 =$$

$$= 729000 + 3(72900 + 729) = 729729 + 3(80190) = 729729 + 240570 =$$

$$= 869949$$

$$\begin{aligned} &32^2 + 42 - 16 = 0 \\ &D = 16 + 4 \cdot 3 \cdot 16 = 16(1+3) \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} &d = \sqrt{2^2 + 2^2} = \sqrt{2^2 + 2^2} = \sqrt{2^2 + 2^2} = \sqrt{2^2 + 2^2} \\ &d = \sqrt{2^2 + 2^2} = \sqrt{2^2 + 2^2} = \sqrt{2^2 + 2^2} = \sqrt{2^2 + 2^2} \end{aligned}$$

$\angle F = ?$

$$AC = 20, AB = 15,$$

$$DE = 10$$

$$1) DT + DC;$$

$$2) FT \cdot FA = FE \cdot FD$$

$$CT \cdot CA = CD \cdot CB$$

$$DF \parallel BT$$

$$\angle ETB = 180^\circ - \angle DBT =$$

$$\angle DAT;$$

$$y_2$$

$$80190$$

$$240570$$

$$\begin{aligned} &729270 \\ &+ 40570 \\ &72969840 \end{aligned}$$



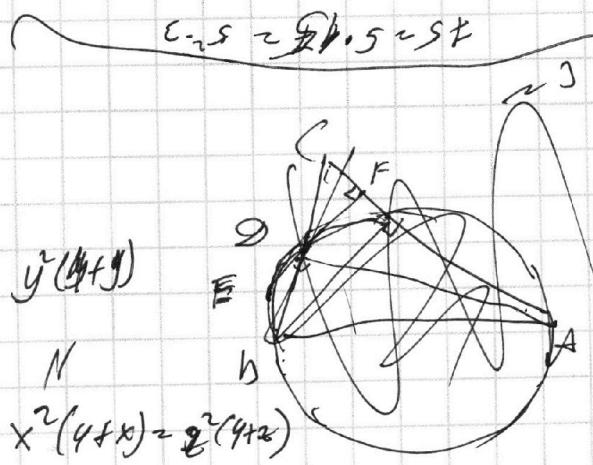
На одной странице можно оформлять **только одну** задачу. Отметьте **крестиком** номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении **каждой** задачи **отдельно**.

- | | | | | | | |
|---------------------------------------|---------------------------------------|---------------------------------------|---------------------------------------|---------------------------------------|---------------------------------------|---------------------------------------|
| <input checked="" type="checkbox"/> 1 | <input checked="" type="checkbox"/> 2 | <input checked="" type="checkbox"/> 3 | <input checked="" type="checkbox"/> 4 | <input checked="" type="checkbox"/> 5 | <input checked="" type="checkbox"/> 6 | <input checked="" type="checkbox"/> 7 |
|---------------------------------------|---------------------------------------|---------------------------------------|---------------------------------------|---------------------------------------|---------------------------------------|---------------------------------------|

СТРАНИЦА
ИЗ

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются **отдельно**. Порча QR-кода недопустима!

$$\begin{aligned} & \text{~1} \\ & xy \neq 0; \\ & \left\{ \begin{array}{l} xy = 4z + z^2; \\ yz = 4xz^2; \\ xz = 4y + y^2. \end{array} \right. \quad \left. \begin{array}{l} 2^5 \cdot 5^2 (x+4)^2 + (y+4)^2 + (z+4)^2? \\ 2^6 \cdot 4^2 (x+4)^2 + (y+4)^2 + (z+4)^2? \\ 2^7 \cdot 3^2 (x+4)^2 + (y+4)^2 + (z+4)^2? \end{array} \right. \\ & xy = 4(z+4) \Rightarrow (z+4)^2 = \left(\frac{xy}{z}\right)^2 \Rightarrow \frac{x^2y^2}{z^2} = 144 \\ & \text{аналогично } (x+4)^2 = \frac{y^2z^2}{x^2}, \quad (y+4)^2 = \frac{x^2z^2}{y^2} \\ & \Rightarrow (x+4)^2 + (y+4)^2 + (z+4)^2 = \frac{x^2y^2}{z^2} + \frac{y^2z^2}{x^2} + \frac{x^2z^2}{y^2}, \\ & x = \frac{4z+z^2}{y}, \quad \Rightarrow yz = 4\left(\frac{4z+z^2}{y}\right) + 4\left(\frac{4z+z^2}{y}\right)^2 \\ & yz = \left(\frac{4z+z^2}{y}\right)\left(4 + \frac{4z+z^2}{y}\right) = 2\left(\frac{4+z}{y}\right)\left(\frac{4y+4z+z^2}{y}\right) \\ & y = \left(\frac{4+z}{y}\right)\left(\frac{4y+4z+z^2}{y}\right), \quad y^3 = (4+z)(4y+2(4+z)) = 145 \\ & = (4+z) \cdot 4y + (4+z)^2 \cdot 2, \quad (x+4)^2 + (y+4)^2 + (z+4)^2 = (4+z)(4y+2(4+z)) + (4+z)(2+4) \end{aligned}$$



$$\begin{aligned} f(a) &= ya + a^2 = a(y+a) \\ f(ax) &= yz \\ f(y) &= xz \\ f(z) &= xy \\ \frac{f(x)}{z} &= \frac{f(x)}{x} = \frac{f(x)}{x} x = \cancel{f(x)} \end{aligned}$$



На одной странице можно оформлять **только одну** задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.

- | | | | | | | |
|---------------------------------------|----------------------------|----------------------------|----------------------------|---------------------------------------|----------------------------|---------------------------------------|
| <input checked="" type="checkbox"/> 1 | <input type="checkbox"/> 2 | <input type="checkbox"/> 3 | <input type="checkbox"/> 4 | <input checked="" type="checkbox"/> 5 | <input type="checkbox"/> 6 | <input checked="" type="checkbox"/> 7 |
|---------------------------------------|----------------------------|----------------------------|----------------------------|---------------------------------------|----------------------------|---------------------------------------|

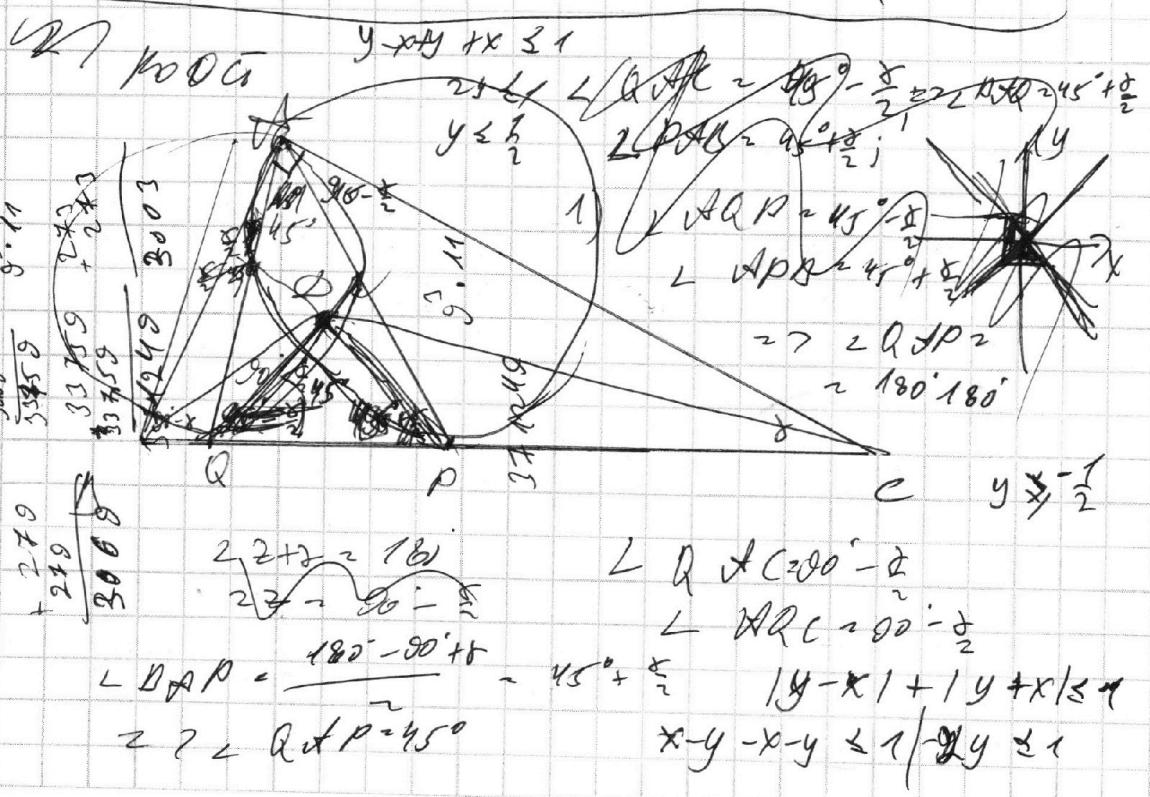
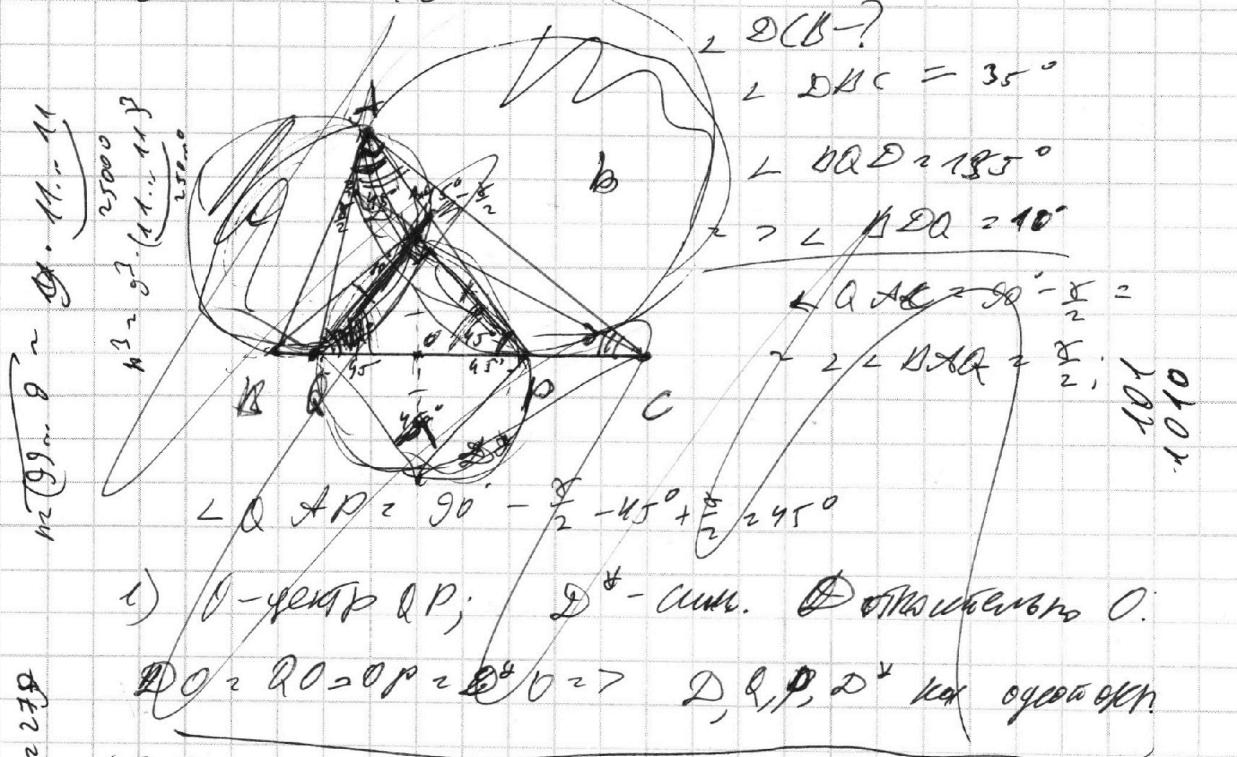
СТРАНИЦА
ИЗ

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

$$16 \cdot 8 = 30 + 28 = 58 \text{ ит}$$

$$48 + 16 = 64$$

$$8 \cdot 4 = 16 \text{ ит}$$





На одной странице можно оформлять только одну задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.

- | | | | | | | |
|-------------------------------------|--------------------------|-------------------------------------|-------------------------------------|--------------------------|-------------------------------------|-------------------------------------|
| 1 | 2 | 3 | 4 | 5 | 6 | 7 |
| <input checked="" type="checkbox"/> | <input type="checkbox"/> | <input checked="" type="checkbox"/> | <input checked="" type="checkbox"/> | <input type="checkbox"/> | <input checked="" type="checkbox"/> | <input checked="" type="checkbox"/> |

СТРАНИЦА

ИЗ

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

