



МОСКОВСКИЙ
ФИЗИКО-ТЕХНИЧЕСКИЙ
ИНСТИТУТ

ОЛИМПИАДА "ФИЗТЕХ"
ПО МАТЕМАТИКЕ

10 КЛАСС. Вариант 8



1. [4 балла] Ненулевые числа x, y, z удовлетворяют системе уравнений

$$\begin{cases} xy = -6z + z^2, \\ yz = -6x + x^2, \\ zx = -6y + y^2. \end{cases}$$

Найдите все возможные значения выражения $(x - 6)^2 + (y - 6)^2 + (z - 6)^2$, если известно, что система имеет хотя бы одно решение в ненулевых числах.

2. [2 балла] Десятичная запись натурального числа n состоит из 20 001 девятки. Сколько девяток содержит десятичная запись числа n^3 ?
3. [5 баллов] Окружность ω с диаметром AB пересекает сторону BC остроугольного треугольника ABC в точке D . Точка F выбрана на отрезке AC так, что $DF \perp AC$, а E — точка пересечения отрезка DF с окружностью ω , отличная от D . Найдите AF , если $AC = 20$, $AB = 10$, $BE = 9$.
4. [4 балла] В теленграе ведущий берет несколько коробок и ровно в три из них кладет по одному шарику. Игрок может указать на пять коробок и открыть их. Если в этих коробках лежат все три шарика, то игрок выигрывает. Игроку разрешили открыть девять коробок. Во сколько раз увеличилась вероятность выигрыша игрока?
5. [5 баллов] Найдите все значения параметра a , при которых корни уравнения $x^2 - (a^2 - 4a)x + a^2 - 6a + 4 = 0$ являются шестым и седьмым членами некоторой непостоянной арифметической прогрессии, а корни уравнения $5x^2 - (a^3 - 4a^2)x - 2a^3 - 6a - 15 = 0$ являются пятым и восьмым членами этой прогрессии.
6. [5 баллов] На координатной плоскости построена фигура Φ , состоящая из всех точек, координаты $(x; y)$ которых удовлетворяют неравенству $\left|y - 20 + \frac{x}{2\sqrt{3}}\right| + \left|y - 20 - \frac{x}{2\sqrt{3}}\right| \leq 8$. Фигуру Φ непрерывно повернули вокруг начала координат на угол π против часовой стрелки. Найдите площадь множества M , которое замела фигура Φ при этом повороте.
7. [6 баллов] На гипotenузе BC прямоугольного треугольника ABC выбраны точки P и Q так, что $AB = BP$, $AC = CQ$. Внутри треугольника ABC выбрана точка D , для которой $DP = DQ$, а $\angle PDQ = 90^\circ$. Найдите $\angle DCB$, если известно, что $\angle CBA = 46^\circ$.

На одной странице можно оформлять **только одну** задачу. Отметьте **крестиком** номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в **решении каждой задачи отдельно**.



- | | | | | | | |
|---------------------------------------|----------------------------|----------------------------|----------------------------|----------------------------|----------------------------|----------------------------|
| <input checked="" type="checkbox"/> 1 | <input type="checkbox"/> 2 | <input type="checkbox"/> 3 | <input type="checkbox"/> 4 | <input type="checkbox"/> 5 | <input type="checkbox"/> 6 | <input type="checkbox"/> 7 |
|---------------------------------------|----------------------------|----------------------------|----------------------------|----------------------------|----------------------------|----------------------------|

СТРАНИЦА
1 ИЗ 1

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

$$\begin{cases} xy = -6z + z^2, \\ yz = -6x + x^2, \\ zx = -6y + y^2 \end{cases}$$

$$\begin{cases} xy = z(z-6), \\ yz = x(x-6), \\ zx = y(y-6) \end{cases}$$

$$xyz = xy \cdot yz \cdot zx = x \cdot y \cdot z \cdot (x-6) \cdot (y-6) \cdot (z-6)$$

$$xyz = (xyz - (x-6)(y-6)(z-6)) \geq 0$$

Ищем

$$\begin{cases} x=0, \\ y=0, \\ z=0, \end{cases}$$

$$xyz - (x-6)(y-6)(z-6) \geq 0$$

При $x=0$: $\begin{cases} z(z-6) \geq 0, \\ yz = 0, \\ y(y-6) \geq 0 \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} y=0, & z \geq 0 \\ y=6, & z \geq 0 \\ y=0, & z=6 \end{cases}$

Аналогично при $y=0$, $z=0$: $\begin{cases} (0; 0; 0), \\ (6; 0; 0), \\ (0; 6; 0) \end{cases}$

$$\begin{aligned} xyz - (x-6)(y-6)(z-6) &\geq xyz - (xy - 6x - 6y + 36)(z-6) \geq \\ &\geq xyz - xyz + 6(xy + xz + yz) + 2t6 - 36(x+y+z) \geq 0 \\ &36 + (xy + xz + yz) - 6(y+x+z) \geq 0 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} 36 + z(z-6) + y(y-6) + x(x-6) - 6x - 6y - 6z \geq 0 \\ 6 \cdot (6-x) + 6 \cdot (6-y) + 6 \cdot (6-z) - 2 \cdot 36 + x(x-6) + y(y-6) + z(z-6) \geq 0 \end{aligned}$$

$$(x-6)^2 + (y-6)^2 + (z-6)^2 \geq 36$$

При $x=0$, $y=0$, $z=0$: $(x-6)^2 + (y-6)^2 + (z-6)^2 \geq 3 \cdot 36 = 108$

При $x=0$, $y=6$, $z=0$: $(x-6)^2 + (y-6)^2 + (z-6)^2 \geq 2 \cdot 36 = 72$
 (или при свободном другом решении из $(6; 0; 0)$, $(0; 6; 0)$, $(0; 0; 6)$)



На одной странице можно оформлять **только одну** задачу. Отметьте **крестиком** номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в **решении каждой задачи отдельно**.

- | | | | | | | |
|--------------------------|-------------------------------------|--------------------------|--------------------------|--------------------------|--------------------------|--------------------------|
| 1 | 2 | 3 | 4 | 5 | 6 | 7 |
| <input type="checkbox"/> | <input checked="" type="checkbox"/> | <input type="checkbox"/> |

СТРАНИЦА
1 из 1

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

$$n = \underbrace{99\dots9}_{20001 \text{ шт.}} = 9 \cdot \underbrace{11\dots1}_{20001 \text{ шт.}} \Rightarrow n^3 = 729 \cdot \underbrace{11\dots1^3}_{20001 \text{ шт.}}$$

$$729 + 7290 = 8019 = 729 \cdot 11$$

$$729 + 7290 + 72900 = 80919 = 729 \cdot 111$$

$$729 + 7290 + 72900 + 729000 = 809919 = 729 \cdot 1111$$

$$729 + 7290 + 72900 + 729000 + 7290000 = 8099919 = 729 \cdot 11111$$

$$\dots - 729 \cdot \underbrace{11\dots1}_{b} = 80 \cdot 10^b + 19 + 900 \cdot \underbrace{11\dots1}_{b-2}$$

Можно заметить, что при умножении 729 на число, состоящее из b единиц, получается число, состоящее из $b-1$ девяток $\Rightarrow b$
 n^3 равно $\underbrace{10000}_{\text{девяток}}$

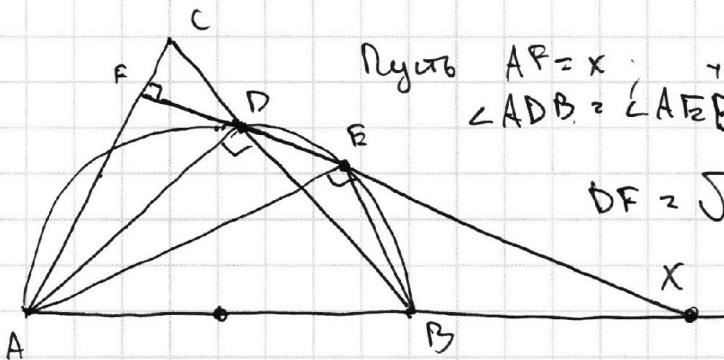


На одной странице можно оформлять **только одну** задачу. Отметьте **крестиком** номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в **решении каждой задачи отдельно**.

- | | | | | | | |
|----------------------------|----------------------------|---------------------------------------|----------------------------|----------------------------|----------------------------|----------------------------|
| <input type="checkbox"/> 1 | <input type="checkbox"/> 2 | <input checked="" type="checkbox"/> 3 | <input type="checkbox"/> 4 | <input type="checkbox"/> 5 | <input type="checkbox"/> 6 | <input type="checkbox"/> 7 |
|----------------------------|----------------------------|---------------------------------------|----------------------------|----------------------------|----------------------------|----------------------------|

СТРАНИЦА
1 из 1

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач **нумеруются отдельно**. Порча QR-кода недопустима!



Пусть $AP = x$. т.к. AB - диаметр, то
 $\angle ADB = \angle AEB = 90^\circ$,

$DF = \sqrt{AF \cdot CF} = \sqrt{x(20-x)}$ - как
 высота в иштесущем
 прямоугл. треугольнике

$$AD = \sqrt{DF^2 + AP^2} = \sqrt{20x - x^2 + x^2} = 2\sqrt{5x}; \quad \text{[удалено]} \quad \frac{1}{2}AD \cdot AB \cdot \sin \angle ADB =$$

$$\frac{1}{2}\sqrt{100x - 20x^2} \cdot \sqrt{5x} \cdot \sqrt{20x - x^2}$$

по теореме Менелая:

$$\frac{AB}{BX} \cdot \frac{DX}{DF} \cdot \frac{CF}{AC} = 1; \quad \frac{10}{BX} \cdot \frac{DX}{\sqrt{x(20-x)}} \cdot \frac{20-x}{20} = 1$$

$$DX = BX \cdot \frac{2\sqrt{x}}{\sqrt{20-x}}$$

т.к. $\angle XEB = \angle XAD$, то $\triangle XEB \sim \triangle XAD$ (по 2 углам)

$$\frac{XB}{BX+10} = \frac{9}{AD} = \frac{BX}{DX}; \quad \frac{9}{\sqrt{20-x}} = \frac{\sqrt{20-x}}{2\sqrt{x}};$$

$$81 = 100 - 5x \Rightarrow x = 3,8$$



На одной странице можно оформлять **только одну** задачу. Отметьте **крестиком** номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в **решении каждой задачи отдельно**.

- | | | | | | | |
|--------------------------|--------------------------|--------------------------|-------------------------------------|--------------------------|--------------------------|--------------------------|
| 1 | 2 | 3 | 4 | 5 | 6 | 7 |
| <input type="checkbox"/> | <input type="checkbox"/> | <input type="checkbox"/> | <input checked="" type="checkbox"/> | <input type="checkbox"/> | <input type="checkbox"/> | <input type="checkbox"/> |

СТРАНИЦА
1 ИЗ 1

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

Пусть всего n коробок, тогда в первом случае
количество вариантов выбора коробка, при котором первая
богатырька, равно количеству вариантов выбора
 $5-3=2$ коробок из $n-3$ коробок, а во втором -
 $9-3=6$ коробок из $n-3$ коробок:

9 коробок,

богатырьких вариантов: $\frac{n!}{6! \cdot (n-6)!} (n-3)!$

всех вариантов: $\frac{n!}{9! \cdot (n-9)!}$

вероятность богатыра: $\frac{(n-3)!}{6! \cdot (n-6)!} \cdot \frac{9! \cdot (n-9)!}{n!} = \frac{9 \cdot 8 \cdot 7 \cdot (n-3)!}{n!}$

5 коробок,

богатырьких вариантов: $\frac{(n-3)!}{2! \cdot (n-2)!}$

всех вариантов: $\frac{n!}{5! \cdot (n-5)!}$

вероятность богатыра: $\frac{(n-3)!}{2! \cdot (n-5)!} \cdot \frac{5! \cdot (n-5)!}{n!} = \frac{5 \cdot 4 \cdot 3 \cdot (n-3)!}{n!}$

Отношение вероятностей: $\frac{9 \cdot 8 \cdot 7 \cdot (n-3)!}{n!} : \frac{n!}{5 \cdot 4 \cdot 3 \cdot (n-3)!} = 8,4$



На одной странице можно оформлять **только одну** задачу. Отметьте **крестиком** номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в **решении каждой задачи отдельно**.

- | | | | | | | |
|----------------------------|----------------------------|----------------------------|----------------------------|---------------------------------------|----------------------------|----------------------------|
| <input type="checkbox"/> 1 | <input type="checkbox"/> 2 | <input type="checkbox"/> 3 | <input type="checkbox"/> 4 | <input checked="" type="checkbox"/> 5 | <input type="checkbox"/> 6 | <input type="checkbox"/> 7 |
|----------------------------|----------------------------|----------------------------|----------------------------|---------------------------------------|----------------------------|----------------------------|

СТРАНИЦА
1 из 1

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач **нумеруются отдельно**. Порча QR-кода недопустима!

Численно по теореме Виетта корни уравнений

$$x^2 - (a^2 - 4a)x + (a^3 - 6a + 4) = 0 \quad \text{и}$$

$$5x^2 - (a^3 - 4a^2)x + (-2a^3 - 6a - 15) = 0,$$

$$\begin{cases} x_1 + x_2 = a^2 - 4a, \\ x_1 \cdot x_2 = a^3 - 6a + 4, \\ x_3 + x_4 = \frac{1}{5} \cdot (a^3 - 4a^2), \\ x_3 \cdot x_4 = (-2a^3 - 6a - 15) \cdot \frac{1}{5} \end{cases}$$

При a_1 и d - первом члене арифметической прогрессии и ее разности:

$$x_1 = a_1 + \frac{5}{4}d, \quad x_2 = a_1 + 6d, \quad x_3 = a_1 + 4d, \quad x_4 = a_1 + 7d;$$

$$x_1 + x_2 = x_3 + x_4 \Rightarrow 2a_1 + 11d \Rightarrow a^2 - 4a = \frac{1}{5} \cdot (a^3 - 4a^2);$$

$$a(a-4)(a-5) = 0$$

При $a=0$, $x_1 + x_2 = 0$, $x_1 \cdot x_2 = 4$; $-x_1^2 = 4$ - не подходит

При $a=4$, $x_1 + x_2 = 0$, $x_1 \cdot x_2 = -4 \Rightarrow x_1 = -2$, $x_2 = 2 \Rightarrow$

$$\Rightarrow d = 4 \Rightarrow x_3 = -6 \quad \text{и} \quad x_4 = 6, \quad \text{но}$$

$$\frac{1}{5}(-2 \cdot 4^3 - 6 \cdot 4 - 15) \neq -36 \quad \text{- } a=4 \text{ не подходит}$$

При $a=5$, $x_1 + x_2 = 5$, $x_1 \cdot x_2 = -1 \Rightarrow x_1 = \frac{5 - \sqrt{29}}{2}$, $x_2 = \frac{5 + \sqrt{29}}{2} \Rightarrow$

$$\Rightarrow d = \sqrt{29} \Rightarrow x_3 = \frac{5 - 3\sqrt{29}}{2} \quad \text{и} \quad x_4 = \frac{5 + 3\sqrt{29}}{2};$$

$$\frac{1}{5}(-2 \cdot 5^3 - 6 \cdot 5 - 15) = -59 = x_3 \cdot x_4 \Rightarrow \underline{\underline{a=5}} \quad \text{- подходит}$$



На одной странице можно оформлять **только одну** задачу. Отметьте **крестиком** номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в **решении каждой задачи отдельно**.

- | | | | | | | |
|--------------------------|--------------------------|--------------------------|--------------------------|--------------------------|-------------------------------------|--------------------------|
| 1 | 2 | 3 | 4 | 5 | 6 | 7 |
| <input type="checkbox"/> | <input checked="" type="checkbox"/> | <input type="checkbox"/> |

СТРАНИЦА
2 ИЗ 2

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются **отдельно**. Порча QR-кода недопустима!

Фигура занесена исключением I, III, IV координатного четверти, а также часть II четверти, исключая точки
 $\begin{cases} x \in (-\infty; -8\sqrt{3}) \\ y \in (24; +\infty) \end{cases}$



На одной странице можно оформлять **только одну** задачу. Отметьте **крестиком** номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи **отдельно**.

- 1 2 3 4 5 6 7

СТРАНИЦА
1 ИЗ 2

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач **нумеруются отдельно**. Порча QR-кода недопустима!

~~Упр. у ≥ 20, x ≥ 0, y ≥ 0~~

~~y - 20 + x/2√3 + y - 20 - x/2√3 ≤ 8~~

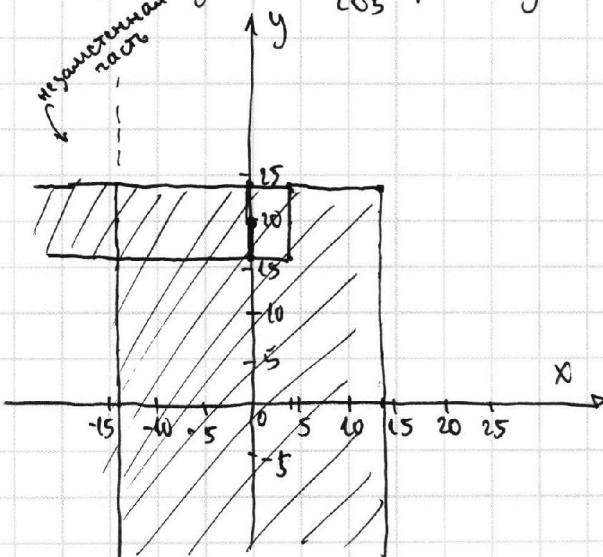
~~Упр. y ≥ 20, x ≥ 0, y ≥ 0~~

~~y + 20 + x/2√3 + y + 20 + x/2√3 = 8 ⇒ x ≤ 8√3, y ≥ 20 + x/2√3 + 20 ≤ 24~~

Ограничения

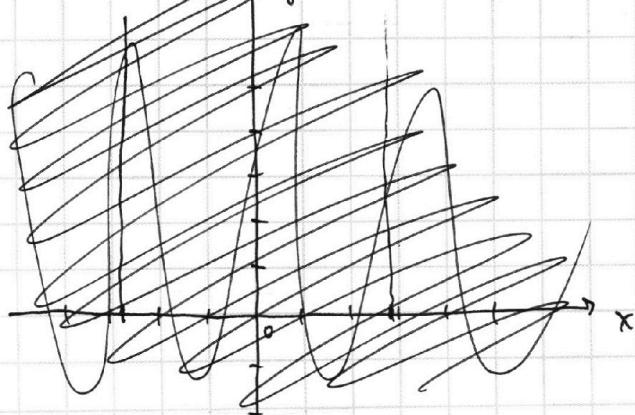
$$|a-b| + |a+b| = \begin{cases} 2|a|, & a \geq b \\ 2|b|, & a \leq b \end{cases} \Rightarrow$$

$$\Rightarrow |y - 20 + \frac{x}{2\sqrt{3}}| + |y - 20 - \frac{x}{2\sqrt{3}}| = \begin{cases} 2|y - 20|, & y \geq 20 + \frac{x}{2\sqrt{3}} \\ |\frac{x}{\sqrt{3}}|, & y \leq 20 + \frac{x}{2\sqrt{3}} \end{cases}$$



$$\begin{cases} 2|y - 20| \leq 8, \\ y \geq 20 + \frac{x}{2\sqrt{3}}, \\ |\frac{x}{\sqrt{3}}| \leq 8, \\ y \leq 20 + \frac{x}{2\sqrt{3}} \end{cases}$$

$$\begin{cases} y \in [16; 24], \\ \frac{x}{2\sqrt{3}} \in [-8\sqrt{3}; 8\sqrt{3}], \quad (\Rightarrow x \in (-16\sqrt{3}; 16\sqrt{3})) \\ x \in [-16\sqrt{3}; 16\sqrt{3}], \\ y \in (-\infty; 24] \end{cases}$$



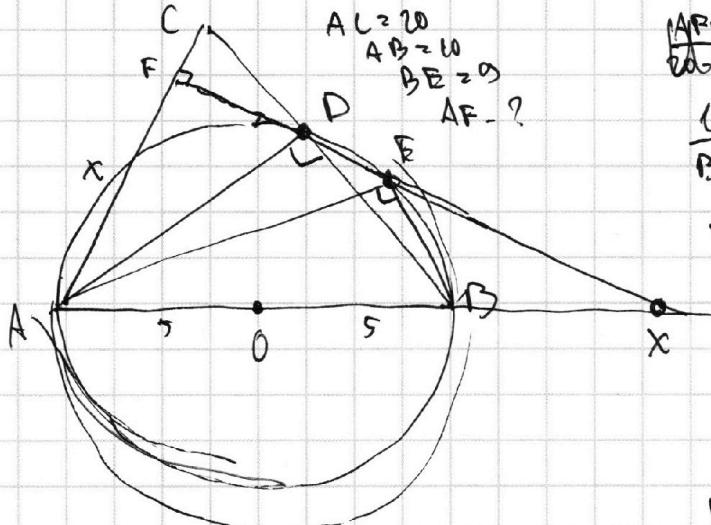
На одной странице можно оформлять **только одну** задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в **решении каждой задачи отдельно**.



- | | | | | | | |
|--------------------------|--------------------------|--------------------------|--------------------------|--------------------------|--------------------------|--------------------------|
| <input type="checkbox"/> |
|--------------------------|--------------------------|--------------------------|--------------------------|--------------------------|--------------------------|--------------------------|

СТРАНИЦА
ИЗ

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!



$$\frac{AD}{BD} \cdot \frac{x}{20-x} \cdot \frac{CD}{BD} \cdot \frac{BX}{BX+10} = 1$$

$$\frac{10}{BX} \cdot \frac{CD}{DR} \cdot \frac{20-x}{20} = 1$$

$$BX = \sqrt{(10+BX)^2 - x^2}$$

$$DF = \sqrt{CF \cdot AF} = \sqrt{X(20-x)}$$

$$AD = \sqrt{x^2 + X^2 \cdot (20-x)^2} = \\ = \sqrt{x} \cdot \sqrt{X + (20-x)^2} = 2\sqrt{5}x$$

$$BD = \sqrt{100 - x^2 - X^2 \cdot (20-x)^2} = \\ = \sqrt{100 - 20x} = 2\sqrt{25-5x}$$

$$CD = \sqrt{(x-20)^2 + X^2 \cdot (x-20)^2} = (x-20) \cdot \sqrt{1+x^2} \quad CD = \sqrt{20^2 - 20x} = \\ = 2\sqrt{100-5x}$$

$$\text{Всегда } AR = \sqrt{10^2 - 5^2} = \sqrt{75} = \sqrt{x^2 + DF^2}$$

$$RF = \sqrt{10^2 - 5^2}$$

$$\cos \angle A = \frac{400 + 100 - BC^2}{2 \cdot 20 \cdot 10} = \frac{500 - (100 - x^2 - X^2 \cdot (20-x)^2)}{2 \cdot 20 \cdot 10} - 2BD \cdot CD - \\ - \frac{20x - BD \cdot CD}{200} = \frac{x}{10 + BX} \quad \frac{10}{DX \cdot \frac{\sqrt{10}}{2\sqrt{5}-x} - 10} \cdot \frac{DX}{\sqrt{X(20-x)}} \cdot \frac{20x - x}{20} = 1$$

$$\frac{x}{20} \cdot \frac{10}{BX+10} \cdot \frac{CD}{BD} \cdot \frac{X}{DF} = 1$$

$$BX + 10 = \frac{x}{2} \cdot \frac{2\sqrt{100-5x}}{2\sqrt{25-5x}} \cdot \frac{DX}{\sqrt{X(20-x)}} = DX \cdot \frac{\sqrt{x}}{2\sqrt{5-x}}$$

$$DX^2 = AD^2 + (CD + DF)^2 \quad DX^2 \cdot \frac{x}{4(5-x)} = AD \cdot DX \cdot \frac{\sqrt{x}}{\sqrt{5-x}} \text{ откуда } \frac{AD}{AB}$$

$$DX^2 = 20x + DX^2 \cdot \frac{x}{4(5-x)} - \frac{\sqrt{20} \cdot x^2}{\sqrt{5-x}} \cdot DX \cdot \frac{\sqrt{20x}}{10} =$$

$$= 20x + DX^2 \cdot \frac{x}{4(5-x)} - \frac{2x \cdot \sqrt{5x}}{\sqrt{5-x}} \cdot DX$$

$$DX \cdot \sqrt{10-x} = \sqrt{5x} \cdot DX \cdot \frac{\sqrt{10}}{\sqrt{5-x}} - 2\sqrt{x} \cdot 10$$

$$DX = \frac{20\sqrt{x}}{\frac{x}{\sqrt{5-x}} - \sqrt{20-x}} =$$

$$= \frac{40\sqrt{5x-x^2}}{x - 2\sqrt{100-25x+x^2}}$$



На одной странице можно оформлять **только одну** задачу. Отметьте **крестиком** номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в **решении каждой задачи отдельно**.

СТРАНИЦА
— ИЗ —

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

$$\begin{aligned}
 & 6(x+y) + 6(y-z) + 6(z-x) \\
 & \left\{ \begin{array}{l} xy = -6z + z^2 \\ yz = -6x + x^2 \\ zx = -6y + y^2 \end{array} \right. \quad \left\{ \begin{array}{l} xy = z(z-6) \\ yz = x(x-6) \\ zx = y(y-6) \end{array} \right. \quad x^2y^2z^2, xy(z-x)(y-y)(z-6) \\
 & xy(z(x-y)(y-z)(z-6)) = 0 \\
 & \frac{x(x-6)}{y(y-6)} = \frac{y}{x}; \quad y-6 = \frac{x^2}{y^2} \cdot (x-6) \\
 & \frac{x(x-6)}{z(z-6)} = \frac{z}{x}; \quad z-6 = \frac{x^2}{z^2} \cdot (x-6) \\
 & (x-6)^2 + (y-6)^2 + (z-6)^2 = (x-6)^2 \cdot \left(1 + \frac{x^4}{y^4} + \frac{x^4}{z^4}\right) = \frac{6(x+y+z) - 36}{-(xy+yz+zx)} = 0 \\
 & = (x-6)^2 \cdot \frac{y^4z^4 + x^4y^4 + x^4z^4}{y^4z^4} = \frac{y^4z^4 + x^4y^4 + x^4z^4}{x^2y^2z^2} \\
 & \boxed{\text{Wurzel}} \quad \boxed{\text{Wurzel}} \\
 & y-20 \geq \frac{x}{253} \\
 & \frac{81}{729} \quad \frac{99}{891} \quad n = 9 \cdot \underbrace{1 \dots 1}_{20001} \quad y-20 + \frac{x}{253} + y-20 - \frac{x}{253} \leq 8 \\
 & + \frac{891}{691} \quad n^3 = 729 \cdot \underbrace{1 \dots 1}_{20001}^3 \quad y \leq 24 \quad 36 + x(x-6) + y(y-6) + \\
 & \frac{691}{99} \quad \boxed{\text{Wurzel}} \quad z(z-6) - 6x - 6y - 6z \leq 0 \\
 & \frac{88209}{68209} \quad \boxed{\text{Wurzel}} \quad y-20 + \frac{x}{253} + \frac{x}{253} - y + 20 \leq 8 \\
 & \frac{68209}{970299} \quad x \leq 853
 \end{aligned}$$

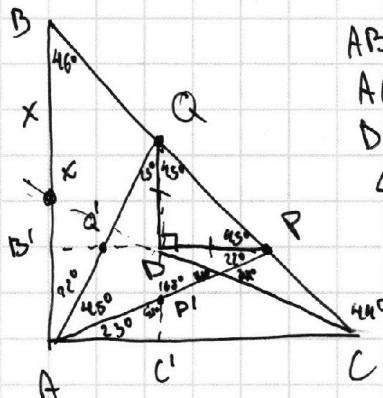


На одной странице можно оформлять **только одну** задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.

- | | | | | | | |
|----------------------------|----------------------------|----------------------------|----------------------------|----------------------------|----------------------------|----------------------------|
| <input type="checkbox"/> 1 | <input type="checkbox"/> 2 | <input type="checkbox"/> 3 | <input type="checkbox"/> 4 | <input type="checkbox"/> 5 | <input type="checkbox"/> 6 | <input type="checkbox"/> 7 |
|----------------------------|----------------------------|----------------------------|----------------------------|----------------------------|----------------------------|----------------------------|

СТРАНИЦА
ИЗ

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!



$$\angle BAP = \angle BPA = \frac{180^\circ - 46^\circ}{2} = 67^\circ$$

$$\angle CAQ = \angle CQA = \frac{180^\circ - (90^\circ - 46^\circ)}{2} = 68^\circ$$

$$67^\circ + 68^\circ - \angle QAP = 90^\circ \quad x^2 - 5x + 4 = 0$$

$$\angle QAP = 45^\circ$$

$$(\angle BAQ = 22^\circ, \angle LAP = 25^\circ)$$

$$\text{VQ} \quad \frac{c}{BC} = \frac{d}{BX} = \frac{CD}{CX} = \frac{C'D}{AB-BX} = \frac{CL}{AC}$$

$$AB^2 + AC^2 = (AB + AC - PQ)^2$$

$$0 = 2AB \cdot AC - 2 \cdot PQ \cdot (AB + AC) + PQ^2$$

$$\Delta = 4AB^2 + 4AC^2 + 8AB \cdot AC - 8AB \cdot AC = (2BC)^2 \quad \underline{(25-29)(25+29)} = 4$$

~~$$PQ = AB + AC + BC$$~~

~~$$PQ = AB + AC - BC$$~~

$$x^2 - (a^2 - 4a)x + (a^2 - 6a + 4) = 0$$

$$\Delta = 36 - 4 \cdot 4 = 20$$

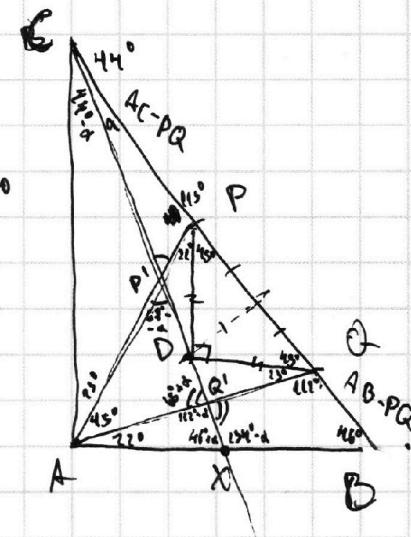
$$a_{1,2} = 5 \pm \sqrt{5}$$

$$\Delta = a^4 - 8a^3 + 16a^2 - 4a^2 + 24a - 16 = \\ = a^4 - 8a^3$$

$$x_1 + x_2 = a^2 - 4a = 2a_1 + 3d = \frac{a^2 - 4a}{5}$$

$$x_1 \cdot x_2 = a^2 - 6a + 4 = (a_1 + d)(a_1 + 2d) =$$

$$= a_1^2 + 3da_1 + 2d^2$$



$$\frac{BX}{AB} \cdot \frac{AQ'}{QQ'} \cdot \frac{CQ}{BC} = 1$$

$$\frac{BQ}{CQ} \cdot \frac{CQ'}{XQ'} \cdot \frac{AX}{AB} = 1$$

$$\frac{BX}{AB} \cdot \frac{BQ}{CQ} \cdot \frac{AQ' \cdot CQ'}{OQ' \cdot XQ'} = 1$$

$$x^2 - 5x - 120$$

$$\Delta = 25 + 4 = 29$$

$$x_{1,2} = \frac{5 \pm \sqrt{29}}{2}$$

$$5a(a-4) = a^2(a-4)$$

$$a(a-4)(a-5) = 0$$

$$\frac{25-9.29}{4} = \frac{25-261}{a-16} = \frac{-236}{4} = -59 \quad \text{не подходит}$$

$$a=4; \quad x_1 = -2$$

$$x_2 = 2$$

$$d=4$$

$$-6, -2, 2, 6$$

$$-2 \cdot 64 - 6 \cdot 4 \cdot 15 + 36$$

$$-128 - 24 - 15 = -167$$

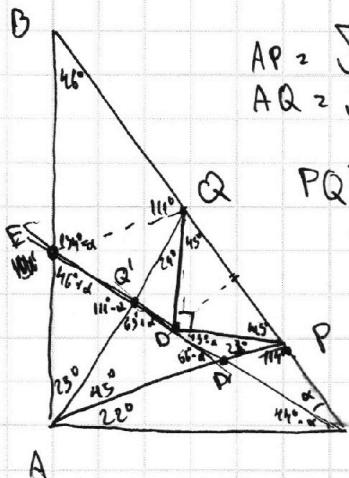


На одной странице можно оформлять только одну задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.

- | | | | | | | |
|----------------------------|----------------------------|----------------------------|----------------------------|----------------------------|----------------------------|----------------------------|
| <input type="checkbox"/> 1 | <input type="checkbox"/> 2 | <input type="checkbox"/> 3 | <input type="checkbox"/> 4 | <input type="checkbox"/> 5 | <input type="checkbox"/> 6 | <input type="checkbox"/> 7 |
|----------------------------|----------------------------|----------------------------|----------------------------|----------------------------|----------------------------|----------------------------|

СТРАНИЦА
ИЗ

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!



$$AP = \sqrt{1 - \cos 46^\circ} \cdot \sqrt{2} \cdot AB$$

$$AQ = \sqrt{1 - \sin 46^\circ} \cdot \sqrt{2} \cdot AC$$

$$PQ^2 = (1 - \sin 46^\circ) \cdot 2AC^2 + (1 - \cos 46^\circ) \cdot 2AB^2 - \frac{1}{2} \cdot 2AB \cdot AC \cdot \sqrt{(1 - \cos 46^\circ)(1 - \sin 46^\circ)} \cdot \cos 45^\circ$$

$$AE^2 = CE^2 - AC^2 = \sqrt{BE^2 + BC^2 - 2BE \cdot BC \cdot \cos 46^\circ - AC^2} =$$

$$\frac{BQ}{CQ} \cdot \frac{CQ'}{EQ'} \cdot \frac{AB}{AB} = 1, \quad \frac{BP}{CP} \cdot \frac{CP'}{EP'} \cdot \frac{AE}{AB} = 1$$

$$\frac{BP}{CP} \cdot \frac{CP'}{EP'} = \frac{CQ'}{BQ} \cdot \frac{BQ}{CQ} \rightarrow AC$$

$$\frac{BP}{CP} \cdot \frac{CP'}{EP'} = \frac{CQ'}{BQ} \cdot \frac{BQ}{CQ} \rightarrow AC$$

$$\frac{BR}{AB} \cdot \frac{AQ'}{QQ'} \cdot \frac{CQ}{BC} = 1, \quad \frac{QQ'}{AQ'} \cdot \frac{AP'}{PP'} \cdot \frac{CP}{CQ} = 1$$

$$\frac{BR}{AB} \cdot \frac{CQ}{BC} = \frac{PP'}{AP'}, \quad \frac{CQ}{CP} \rightarrow \frac{BR}{AB-BE} \cdot \frac{AP'}{PP'} = \frac{BC}{BC-AB}$$

$$\frac{AB \cdot AC}{(BC-AB)(BC-AC)} = \frac{AB \cdot AC}{BC(BC-(AB+AC))BC+AB \cdot AC} \rightarrow \frac{729 \cdot 111}{2} =$$

$$AQ' = QQ' \cdot \frac{AP'}{AP-AP'} \cdot \frac{BC-AB}{AC}$$

$$CQ' = BQ' \cdot \frac{AB \cdot AC}{(BC-AB)(BC-AC)} \cdot \frac{CP'}{CP-CP'}$$

$$\frac{729 \cdot 11 \dots 1}{2} =$$

$$280 \cdot 10^n + 19 + \\ + 1000 \cdot 9 \cdot \underbrace{11 \dots 1}_{n-2}$$



На одной странице можно оформлять только одну задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.

1

1

3

4

1

1

6

СТРАНИЦА
— ИЗ —

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. **Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно.** Порча QR-кода недопустима!